

確かな学力を身に付けさせる指導法の研究（数学）

新学習指導要領では、基礎的・基本的な知識・技能の習得を基盤とし、思考力・判断力・表現力等の育成、学習意欲の向上や学習習慣の確立が重要であるとしている。本研究では、思考力・表現力についてまとめ、それらの能力を高めるための指導上の留意点について考えた。また、学習意欲を向上させるために、教員が指導しやすい内容、生徒が理解しにくい内容についてアンケート調査を実施し、教員と生徒との意識の差についてまとめ、具体的な指導法を提案した。最後に、数学Ⅰ、数学Aで新しく導入される課題学習についてもまとめ、課題学習の進め方を提案した。

＜検索用キーワード＞ 確かな学力 思考力 表現力 学習意欲
教員と生徒の意識の差 数学的活動 課題学習

研究会委員

県立丹羽高等学校教諭	土川 兼司（平成21, 22年度）
県立時習館高等学校教諭	武藤 利昌（平成21, 22年度）
県立岡崎高等学校教諭	田中 紀子（平成21, 22年度）
県立日進西高等学校教諭	前田 憲一（平成22年度）
県立常滑高等学校教諭	間瀬 政和（平成22年度）
県立豊田南高等学校教諭	橋本 豊明（平成22年度）
県立旭丘高等学校教諭	山崎 辰雄（平成21年度）
県立日進西高等学校教諭	山内真澄美（平成21年度）
県立豊橋南高等学校教諭	松岡 伸高（平成21年度）
総合教育センター研究指導主事	齋藤 育浩（平成21, 22年度主務者）

1 はじめに

平成21年3月に、新学習指導要領が告示されて、解説書やポイントを整理した書籍等が数多く出版されている。また、国や県も新学習指導要領を基にした新教育課程への円滑な移行を目指し、説明会等を開き、周知徹底を図っている。今後は、新しい教科書が出され、その教科書に従って生徒に授業を行うことになるが、今回の改定を単なる10年に1度の見直しにとらえるのではなく、自分の指導法を振り返ると同時に、今次の改訂の趣旨に添った指導を加え、授業改善していくということが大切であると思われる。

中央教育審議会答申では、

- ① 「生きる力」という理念の共有
- ② 基礎的・基本的な知識・技能の習得
- ③ 思考力・判断力・表現力等の育成
- ④ 確かな学力を確立するために必要な授業時数の確保
- ⑤ 学習意欲の向上や学習習慣の確立
- ⑥ 豊かな心や健やかな体の育成のための指導の充実

のポイントを挙げ、その中でも特に、②を基盤とした③、⑤及び⑥が重要であるとしている。教科書

と問題集を使い「基礎的・基本的な知識・技能の習得」を目指した授業展開に、「思考力・判断力・表現力等の育成」と「学習意欲の向上や学習習慣の確立」を目指して、授業改善をしていくように指摘している。

それを受けて数学では、数学的な見方や考え方のよさを認識し数学を活用する態度を育てることを目的とし、「数学基礎」の趣旨を生かし更に発展させた「数学活用」が設けられた。

また、数学的活動を生かした指導を一層充実し、また、言語活動や体験活動を重視した指導が行われるようにするために、必修科目や多くの生徒の選択が見込まれる数学Ⅰ及び数学Ⅱに「課題学習」が位置付けられた。

しかし、それだけでは、「思考力・判断力・表現力等の育成」と「学習意欲の向上や学習習慣の確立」という大きな目標は達成できない。なぜならば、それらの能力の育成・意欲の向上のためには、教科書の構成や扱う内容の精選といったハード的な面に加えて、発問の仕方、授業展開の工夫など教員個人の授業力の向上といったソフト的な面の充実が必要だからである。特に後半のソフト的な面については、教員自身が意識的に授業改善に取り組もうとしないとなしえない。今回の改訂を、自分自身の授業について振り返るよい機会ととらえ、授業の在り方について検討し、生徒への指導に反映させることが重要である。

そこで本研究では、新学習指導要領の先行実施を前に、確かな学力を身に付けさせるためにはどのようなことに心掛けるとよいかについて研究し、その実践結果を報告する。

2 研究の目的

平成 19 年 6 月、学校教育法で学力について、「基礎的な知識及び技能を習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくみ、主体的に学習に取り組む態度を養うことに、特に意を用いなければならない」（第 30 条第 2 項、高等学校は第 52 条）と具体的に定められたことを受けて、新学習指導要領総則の「教育課程編成の一般方針」に、教育ではぐくむ学力が具体的に明記された。現行の学習指導要領と新学習指導要領を併記してみる。

現行学習指導要領	新学習指導要領
学校の教育活動を進めるに当たっては、各学校において、生徒に生きる力をはぐくむことを目指し、創意工夫を生かし特色ある教育活動を展開する中で、 <u>自ら学び自ら考える力の育成を図るとともに、基礎的・基本的な内容の確実な定着を図り、個性を生かす教育の充実に努めなければならない。</u>	学校の教育活動を進めるに当たっては、各学校において、生徒に生きる力をはぐくむことを目指し、創意工夫を生かした特色ある教育活動を展開する中で、 <u>基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくむとともに、主体的に学習に取り組む態度を養い、個性を生かす教育の充実に努めなければならない。その際、生徒の発達の段階を考慮して、生徒の言語活動を充実するとともに、家庭との連携を図りながら、生徒の学習習慣が確立するよう配慮しなければならない。</u>

(異なる部分に下線)

この指針を受けて、指導法改善の方向性が明らかになった。しかし、思考力・表現力等の能力を高める指導は、教員一人一人の指導法によるところが大きく、同じ教科書、同じ課題を使って指導しても、結果は大きく異なる。更に、学習意欲の向上については、授業の雰囲気作りから始まり、分かる授業を展開して、生徒の興味を引き付けながら進めなければならないので、先ほどの、思考力、表現力を高める指導よりも一層教員の指導力によるところが大きい。

そこで、本研究では、思考力、表現力、学習意欲等についてまとめ、それらの能力や意欲を高めるための指導上の留意点について考える。また、数学I、数学Aで新しく導入される課題学習についてもまとめ、課題学習の進め方を提案していきたい。

3 研究の方法

- (1) 学力についてまとめる。
- (2) 数学的な思考力についてまとめ、身に付けさせたい力を明確にする。そして、指導上の留意点についてまとめる。
- (3) 数学的な表現力についてまとめ、身に付けさせたい力を明確にする。そして、指導上の留意点についてまとめる。
- (4) 数学的な思考力・表現力を高める指導の実践事例を紹介する。
- (5) 関心・意欲についてまとめ、それらを高めるために効果的な手だてについて考える。また、教員が指導しやすい内容、生徒が理解しにくい内容についてアンケート調査を実施して、教員と生徒との意識の差についてまとめ、それらの点について具体的な指導法を提案する。
- (6) 数学的活動及び課題学習についてまとめ、課題学習の実践事例を紹介する。

4 研究の内容

(1) 学力とは

教育について考えるとき、「学力」という言葉が必ず登場する。今次の新学習指導要領においても基本理念の「生きる力」の第一の要素は「確かな学力」とされており、ここでも「学力」という言葉が使われている。

そもそもこの「学力」とは「学習して得た知識と能力をさし、特に、学校教育を通して身に付けた能力」のことである。教育学者の広岡は著書「学力、基礎学力とは何か」の中で、「学力」を認知的側面、技能的側面、情意的側面、の3側面で構成されるとし、各側面の段階を図1のようにまとめた。

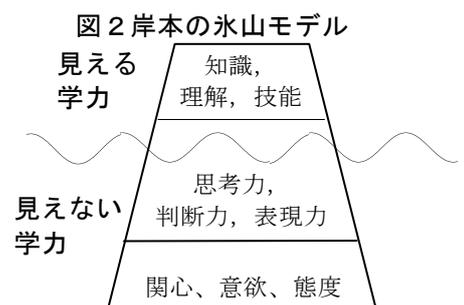
図1 広岡氏の学力のとらえ方



ここで大切なことは、テスト等を実施することで計測・評価が可能な認知的側面と技能的側面に対し、テスト等では計測・評価が難しい情意的側面も「学力」を形成する重要な構成要素としてい

るところである。つまり、我々は学力というものをただ単に「学習して得た知識と能力」ととらえがちであるが、情意的な関心・意欲の有無も学力の一部であると考えていかなければならないということである。

この学力のイメージとしてよく紹介されるのは、岸本の冰山モデルである(図2)。氷山の海面上に出ている部分は「見える学力」にあたり、点数化して測ることができる知識・理解・技能を表す。氷山の海面下にある土台部分は「見えない学力」にあたり、点数化しにくい思考力・判



断力・表現力，関心・意欲・態度を表す。岸本は，見える学力を伸ばすには，それを支えている見えない学力を太らせなければならないと説明している。この学力の構成要素についての考え方はほぼ定着してきており，現行学習指導要領においても学習の記録は「関心・意欲・態度」「数学的な考え方」「表現・処理」「知識・理解」の4観点で評価するようになっている。

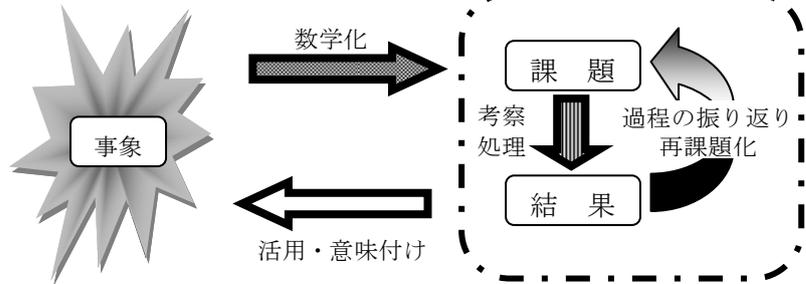
我々教員は，知識・理解・技能という目に見える部分に重点を置いて指導しがちであるが，岸本が言うように，目に見えない部分の指導にも気を配り，バランスよく学力を高めていく必要がある。

(2) 数学的な思考力について

ア 数学的な思考力について

身近な事象を考察する場合，我々は最初に数学的な処理ができるように数学化し，身に付けた基礎的・基本的な知識・技能を用いて結果を出し，元の事象へ戻す。これが数学的活動であり(図3)，その根幹をな

図3 数学的活動の流れ



すのが数学的な思考力である。この数学的な思考力が身に付けば，自己解決できるという自信につながり，自主的な学習へ発展する要因にもなる。活用する力を高めるためには必要不可欠な能力である。それでは，数学的な思考力にはどのようなものがあるかを考え，指導上の留意点についてまとめる。

(ア) 見通しを立て推論する考え方

推論には，集めた情報から何が言えるかを考える帰納的な推論，既習の似たような内容から結論を予測する類比的な推論等がある。類推して得られた結果は，あくまでも予測なので，結果の証明が必要である。

(イ) 一般化する考え方

ある一部で成り立つ概念や性質を，一部ではなく全体に拡張して，一般性を求めていく考え方を一般化という。思考過程では，一部分における概念や性質を見いだすために帰納的な推論を行い，徐々に拡張する段階で，それらの概念や性質が同様にいえるかについて類比的な推論を行う。

(ウ) 特殊化する考え方

最初から一般的に考えても状況が把握できない場合，一般性を失わないように，分かりやすい数値を代入して考えたり，次元を下げて考えたりして，見通しを立てて一般的な結論を類推することがある。この考え方を特殊化する考え方といい，大切なのは，特殊な場合から一般的な結論の見通しを立てさせるところである。したがって，質問するときに「～となることを示せ」というように結論を与えてしまうと特殊化しなくなるので注意する必要がある。また，「～をすることにより…」のように解法のヒントを与えてしまうと特殊化せず，直接解答に入ってしまう生徒がいるので，やはり配慮を要するところである。

(エ) 図形化，グラフ化の考え方

事象を図示したり，グラフ化すると，視覚的にとらえることができ，状況を把握しやすくなる。このような考え方を図形化，グラフ化の考え方という。指示されなくても積極的に図示したりグラフ化して考える姿勢を身に付けさせたい。

(オ) 逆算的な考え方

目指す結論に至るには，何が分からないといけないか，何を証明しないといけないか等，逆算的にたどって，優先的に取り組むべき課題を把握し，段階的に課題を解決していく考え方がある。結論を

すぐ導けないような複雑な課題のときに効果的な考え方で、思考の幅が広がる。

イ 指導上の留意点

以上、数学的な思考力を高める考え方についてまとめたが、全体を通して指導上の留意点をまとめると、以下のようになる。

(ア) 課題の与え方を工夫する。

課題には、基礎・基本の定着を図るドリル的な易しい課題から、既習事項を盛り込んだ難しい総合問題までいろいろある。その中で、数学的な思考力を高める課題というのは、総合問題に近い発展的な問題になることが多いと思われがちであるが、工夫をすれば基本的な問題でも思考力を要する問題にすることができる。

例えば、紙から立体を作り、体積が最大になる場合を考える問題がよく出題される。これを実生活の場面で考え、厚みのある板にするとかなり思考力の要する問題になる。また、連立方程式の問題で、「100 円のリンゴと 70 円のミカンが 11 個買ったなら 950 円であった。何個ずつ買ったか」という問題もよくあるが、実生活では、買った後にこのような計算はあまり行わない。それよりは、「1000 円以内で 100 円のリンゴと 70 円のミカンが 11 個買いたい。リンゴをできるだけ多く買う買い方を考えなさい」のように実際に起こりうる設定にした方が思考力を要する問題になる。

(イ) 場合分けを必要とする課題を与える。

条件によって、考え方や結論が異なる場合に、場合分けをして結論をまとめることがある。この考え方は、定義された範囲内で、漏れなく場合分けをし、その上、各条件下での結論を導いてまとめなければならないので、思考力を要する。場合分けをするにあたり、なぜ場合分けが必要なのか根拠を明らかにし、生徒を納得させて授業を進めることが重要である。なぜなら、場合分けの問題を苦手としている生徒は多く、中にはどうして場合分けをするのか理解できない生徒もいるからである。

(ウ) 1つの課題に対して多様な解法を取り扱う。

多様に考えられる課題に対しては、1つの解法だけでなく、他の解法についても考えさせると試行の幅が広まり、思考力を高めることができる。そして、この多様な解法を扱ったとき、それらを比較して、メリット・デメリットについて検討する時間を設けると、解法の使い分けができるようになり、1つの方法が壁にぶつかっても、別な方法を考える臨機応変な対応が身に付く。更に、設定条件を変えると結論はどのように変わるかなどを試行することにより、一層思考力を高めることができる。

(エ) 段階的な思考発展を促す。

基本的な課題から段階的に発展的な課題にレベルを上げていくことにより、徐々に思考力を高めていくこともできる。そして、同じような課題で定着を図り、思考力を付ける。

(オ) 考えさせる時間をしっかりとる。

思考力を身に付けるには、生徒が思考過程を何度も経験することが重要である。教員からの指示に従って結果を得ても、生徒の思考力が高まったとは言えない。したがって、考えさせたい課題のときは十分な時間を与え、生徒の思考体験を豊富にさせたい。

(カ) 生徒に考えさせるような発問をする。

生徒の思考力を高めるためには、発問の仕方にも配慮する必要がある。「発問→返答」のように、答えが明確な質問や一問一答式の質問には、生徒の発想や思考が入らないので、思考力を高めることができない。それに対して、「発問→思考→返答」のように“発問”と“返答”の間に、生徒の思考過程が入るような質問をすると思考力が高まる。多様な解法が考えられる質問など思考過程を必要とする質問が効果的である。

(キ) 生徒に作問させる。

生徒に問題を作らせるのも思考力を高める効果的な方法である。与えられた問題を解くのと違って、作問するためにはその学習内容に対して十分な理解がないとできないし、問題を解く視点からではなく作問する視点という異なる角度から学習内容をとらえることになるので更に深い理解を促進できる。学習形態も、生徒同士で出題し合って解答し合うように工夫すれば、学習意欲の向上も期待できる。

以上、思考力を高める授業の留意点についてまとめたが、思考力を高めるためには、教員の計画的な準備と生徒への配慮が重要になってくることが分かる。

(3) 数学的な表現力について

ア 表現力を高める指導

表現力というとは、自分の考えや意見を作品、動作、表情等を通して、相手に訴えかけたり表面化させる能力のことで、主に表出のイメージが強い。これに対して、数学科の表現力は、言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表し伝え合ったりする能力とされ、相手に自分の考えを説明するだけでなく、互いに自分の考えを伝え合い、相手の言っていることを理解するところまでを含めるとしている。そして、今回の改訂では、数学科の目標における「事象を数学的に考察し処理する能力」の部分

が「事象を数学的に考察し表現する能力」に改善され、思考力と表現力が密接な関係にあるととらえられ、互いの知的コミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものであるとされている。考え方や意見等の知的コミュニケーションをすることにより、互いに学び合い、高め合うことができ学力を向上させることができる。

それでは、数学的な表現力を高めるのに必要な力についてまとめる。

(ア) 自分の考えや意見を整理する力

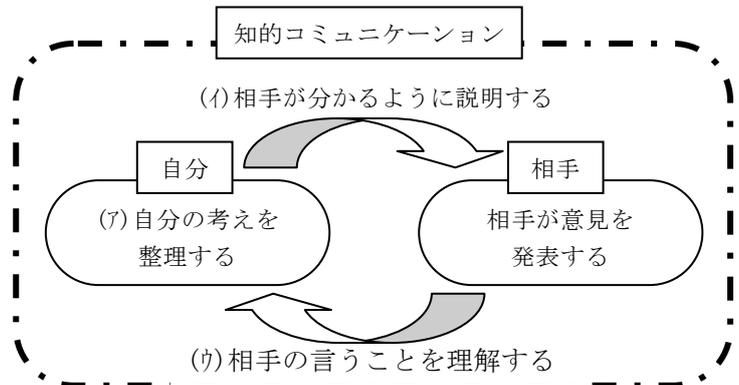
自分の考えや意見をもっているだけでも、頭の中で考えているだけでは断片的にまとまっているだけで、論理的に抜けている部分があったり、理解したつもりが理解できていない場合がある。この段階で相手に説明しても正確に伝わる可能性は低い。ノート等に言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて、自分の考えや意見をまとめ、断片的であった内容を1つに整理する力を養う必要がある。

(イ) 人に説明する力

自分の考えや意見を整理した後、次に重要なのが人に説明する力である。ここで大切なのは、一方的な説明ではなく、相手分かるように自分の考えや意見を伝えなければならないということである。そのためには、効果的な話術も必要であるが、それ以上に、説明する内容についての深い知識と理解が必要となるため、説明する側は高い見地から全体がとらえられるよう勉強し、自分を高めておく必要がある。

(ウ) 相手が言うことを理解する力

自分の考えや意見を一方的に説明するだけではいけない。相手が言うことを理解する力も必要である。なぜなら、相手の反応から、自分の説明のどこが理解されていないか、相手がどのような意見を持っているかを知り、更に説明を加え、自分の考えや意見を理解してもらう必要があるからである。



イ 指導上の留意点

(ア) レポート課題を課す。

自分の考えや意見を整理する力を養うために、日頃はノートにまとめる習慣を付けさせ、単元の終わりなどの節目にレポート課題を課すのが効果的である。このとき、言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて、相手の存在を意識しながら自分の考えや意見を論理的にまとめるように指導することが大切である。

(イ) 答案の書き方を指導する。

レポート課題は頻繁に出せないが、日頃簡単にできる指導が、答案の書き方指導である。問題には、計算が主体の問題から、発展的な文章問題までいろいろあるが、いずれの問題にしても採点者という相手に対して自分の考えを答案という形で伝えるわけだから、分かりやすくまとまっている必要がある。答案の書き方に問題がある場合は、ただ減点するだけではなく、添削して問題点を指摘し、再度やり直しをさせることで、まとめる力を伸ばすことができる。

(ウ) 考えを発表する場を設定する。

自分の考えや意見をまとめても、数学的な図、表、式、グラフ等をうまく活用して、相手が分かるように説明できないと表現力が身に付いたとは言えない。発表する場を設定すると、相手の存在を意識した分かりやすいまとめを心掛けるようになるので、表現力を高めるには有効な指導である。

(エ) 生徒同士で教え合う場を設定する。

発表というのは一方的な面を持っており、聞く人すべてが理解できていなくても成立する。それに対して、相手に分かりやすく教えるということは、表面的な理解ではなく十分に理解していないと説明できないし、巧みな表現力が身に付いていないと相手を納得させられない。また、理解不十分なところがあっても、お互いに指摘し合うことによって学力を高めることができる。学習形態としては、4人程度のグループ学習が効果的である。

(オ) 発表を聞いて評価し合う場を設定する。

評価とあるので判断力の育成に効果的な学習活動であるが、相手のまとめ方や発表の仕方の良い点を見て、自分のまとめ方と比較検討し改善することで、更に表現力を高めることができる。

(4) 数学的な思考力・表現力に関する実践事例の紹介

先の(2)(3)でまとめた指導上の留意点を考慮し、授業実践を行った。

	項目	内容	ページ
実践例 1	単元	数学Ⅰ 2次関数	8 ページ
	目標	「2次関数の解の存在」の問題で、生徒がお互いに教え合ったり、あるいはグラフを利用したりするなどの思考力・表現力をはぐくむ活動を通して、応用問題を工夫して考え解けるようにする。	
	対象生徒	1年生 2クラス	

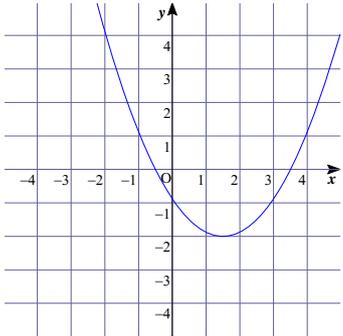
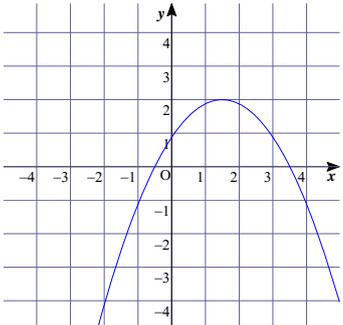
	項目	内容	ページ
実践例 2	単元	数学Ⅱ 「不等式の表す領域 ー領域の最大・最小ー」	11 ページ
	目標	グループ学習を通し、数学的思考力・表現力の育成を図り、応用問題を工夫して考え、解けるようにする。	
	対象生徒	2年生 2クラス (文型1クラス・理型1クラス)	

	項目	内容	ページ
実践例 3	単元	数学A 二項定理	13 ページ
	目標	二項定理の導き方を基に、応用問題を工夫して考え解けるようにする。	
	対象生徒	1年生 1クラス	

【思考力・表現力をはぐくむ授業実践例 1】

- 1 単元 数学Ⅰ 2次関数
- 2 目標 「2次関数の解の存在」の問題で、生徒がお互いに教え合ったり、グラフを利用したりするなどの思考力・表現力をはぐくむ活動を通して、応用問題を工夫して考え解けるようにする。
- 3 対象生徒 1年生 2クラス
- 4 指導上の留意点
 - (1) 「2次関数の解の存在」の問題で、基本的なものは既習済みである。最初は各自で問題を考え解答を作らせる。既習事項や既習経験の活用を推奨する。
 - (2) 個人で考える時間を十分に確保する。
 - (3) 場合分けを必要とする問題設定をし、また1つの問題に対し多用な解法を取り扱う。
 - (4) 板書をさせたり、お互いに教え合ったりさせる。グラフを使い思考を補完する。
 - (5) 発問の工夫をする。

5 授業展開

学習活動	指導上の留意点
<p>復習事項の確認</p> <p>① 2次関数の解が $0 < x < 4$ に1つ存在し、他の解が $x < 0$ または $4 < x$ に1つ存在する。</p> <p>② 2次関数の異なる二つの解が $0 < x < 4$ に存在する。</p>	<p>「2次関数の解の存在」の問題で既習済みの内容を確認する。</p> <p>生徒には、左記の①②についてグラフを描きながら考え方を説明・復習する。</p>
<p>問題1. 2次方程式 $ax^2 - (a+1)x - 3 = 0$ の1つの解が -1 と 1 の間にあり、他の解が 2 と 4 の間にあるような定数 a の値の範囲を求めよ。</p> <p>解法1</p> <p>$a > 0$ のとき</p> $\begin{cases} f(-1) > 0 \\ f(1) < 0 \\ f(2) < 0 \\ f(4) > 0 \end{cases}$  <p>$a < 0$ のとき</p> $\begin{cases} f(-1) < 0 \\ f(1) > 0 \\ f(2) > 0 \\ f(4) < 0 \end{cases}$  <p>解法2</p> <p>$f(-1)f(1) < 0$</p> <p>$f(2)f(4) < 0$</p>	<p>○解答するにあたり、以下のように指示</p> <ul style="list-style-type: none"> ・既習事項を活用する。 ・十分考えて、間違えても良いから解答を作ってみる。 <p>○早くできた生徒に板書させる。解法1または解法2どちらか一方の板書をさせ、他方は教員が解説する。</p> <p>○グラフをかいたり生徒の板書に文字を補うなどする。他の人が読んで分かりやすい解答作りをするよう指導する。</p> <p>○どちらの解法も同じグラフを考えていることを確認する。</p>
<p>問題2. 方程式 $x^2 + (2-a)x + 4 - 2a = 0$ が $-1 < x < 1$ の範囲に少なくとも1つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。</p> <p>解法</p> <p>(1) 2つの解がともに $-1 < x < 1$ にあるとき (重解を含む)</p> $\begin{cases} D \geq 0 \\ -1 < \text{軸} < 1 \\ f(-1) > 0 \\ f(1) > 0 \end{cases}$ <p>(2) 解の1つが $-1 < x < 1$, 他の解が $x < -1$ または $1 < x$ にあるとき $f(-1)f(1) < 0$</p> <p>(3) 解の1つが $x = -1$ のとき $f(-1) = 0$</p> <p>(4) 解の1つが $x = 1$ のとき $f(1) = 0$</p>	<p>○解答するにあたり、以下のように指示</p> <ul style="list-style-type: none"> ・十分考えて、間違えても良いから解答を作ってみる。 ・隣や前後の人と話し合っよいと指示する。(学び合いをさせる) <p>○教員が発問しながら解説する。場合わけをどのようにしなければならぬかに留意する。</p> <p>○(2)では問題1の解法2の考え方が利用できることを確認する。</p> <p>○(3)(4)の場合わけはなかなか出てこないが、必要とする理由も発問する。</p>

6 考察

問題1は解法1で解答する生徒のほうが多かった。解法2の解法の便利さを感じるものも多かった。問題2は、ほとんどの生徒が(3)(4)の場合を調べられなかった。話し合いをさせると活発に取り組んだ。以下生徒のアンケートの集計を添付する。

アンケートの結果から、生徒は習った知識を利用して解こうと努力している(図1)。グラフや図の利用は有効で、生徒自身も問題が考えやすくなると感じている(図3)。また、教員による解説の重要性もグラフから見てとれる(図2)。今日の授業で思考力が育成されたと感じる生徒が9割(図4)に達し、「数学を学ぶことで思考力が育成されると思いますか」の問いに対し、80名中78名が「思う」「どちらかといえば思う」と答えている(図5)。生徒が思考する時間を充分にとり、また、生徒同士の話し合いを含む言語活動等を行い、積極的に数学的活動を取り入れることにより思考力・表現力が育成されることが考えられる。

図1 習った知識を利用して解こうとしましたか

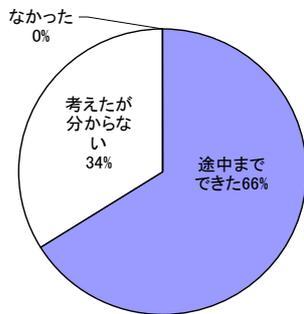


図2 解説を聞いてどうでしたか

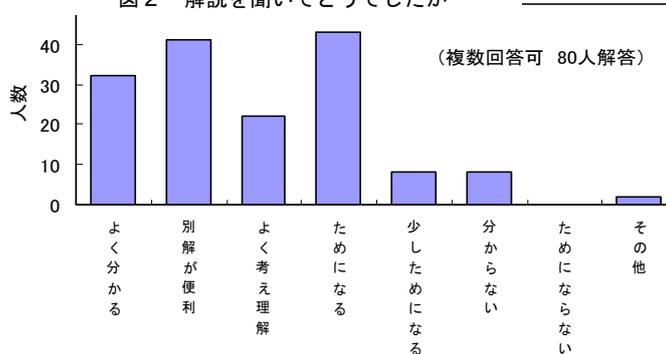


図4 今日の授業で数学的思考力が高まったと思いますか

図3 グラフをかくと考えるやすくなると思いますか

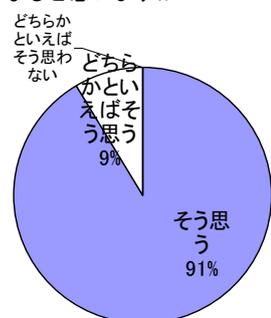
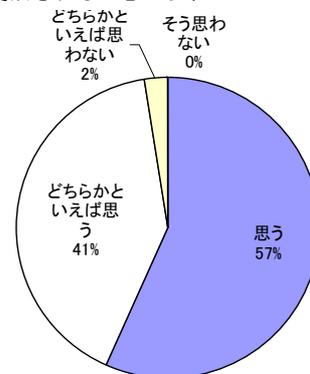
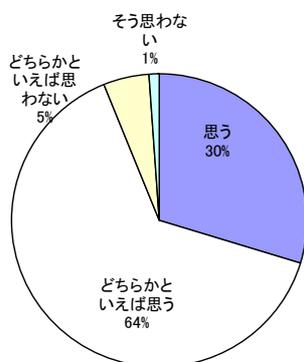


図5 数学を学ぶことで思考力が養成されると思いますか



授業の感想

- ・解けると嬉しいので、頑張って勉強したい。数学は深いです。
- ・いつもよりハードな問題ができたのでやりごたえがあった。難易度の高い問題に挑んで力を付けたいです。
- ・今日はしっかり自分で考える時間があつたので良かった。分からなかったけれど解説で理解できた。
- ・とても難しく解けなかったけれど別の問題でつまっていたことが解けるヒントになった。
- ・今日の授業はしっかり考え込むことができ楽しかった。発想は大事だなと思った。
- ・今までにない問題をやって知識が広がったのでもう一度見直したい。
- ・2次関数感動した。もっともっといろいろな問題に触れてみたい。
- ・ひとつひとつの問題に重要な要素がたくさん詰まっており大変だと思った。
- ・正確に問題を読み取ってグラフにすることが大切だと言うことが分かった。
- ・自分で解いた後にすぐ解説があつたのでよく分かった。

【思考力・表現力をはぐくむ授業実践例 2】

- 1 単元 数学Ⅱ「不等式の表す領域 ー領域の最大・最小ー」
- 2 目標 グループ学習を通し、数学的思考力・表現力の育成を図り、応用問題を工夫して考え解けるようにする。
- 3 対象生徒 2年生（文型1クラス・理型1クラス 計2クラス）
- 4 指導上の留意点
 - (1) 公式や定理を導く内容や証明するような問題ではなく、公式や既習の内容を利用した問題演習で実践する。
 - (2) 発問を最小限にし、グループ内で問題を解かせられるように心掛ける。
 - (3) グループ内に分からない生徒がいるときは、お互い教え合う時間を多くとらせる。
- 5 授業展開

学習活動	指導上の留意点
グループの作成	生徒には、グループの人数（3～5名）のみを指定した。
プリントの配付 問題 x, y が4つの不等式, $x \geq 0, y \geq 0,$ $2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12$ を同時に満たすとき, $x + y$ の最大値, 最小値を求めよ。 (1) 4つの不等式を示す範囲を図示する。 (2) $x + y$ の最大値・最小値を考える。 (3) 求め方を発表する。 解答 $(3, 2)$ のとき 最大値5 $(0, 0)$ のとき 最小値0 (4) $3x + y, x + 4y$ の最大値を考える。 解答 $3x + y$ は $(4, 0)$ のとき 最大値12 $x + 4y$ は $(0, 4)$ のとき 最大値16 (5) 解説を聞く。	○解答するにあたり、以下のように指示 ・教科書は見ない。 ・グループ内で必ず相談する。 ・分からない人には、グループ内でお互い教え合う。 ・グループ全員が理解してから、次の段階に進む。 ○机間指導を行い、生徒の様子をみる。 ○(1)の解説を行う。 ○(2)の求め方についてグループ内で討議させる。 ○発表を聞かせながら、机間指導を行い生徒の様子を見る。 ○なぜ $x + y$ のときと違う場所（座標）になるかをよく相談させる。 ○グループ内の話し合いを聞きながら、机間指導を行う。 ○発問をしながら自由に生徒に発言させる。 ○教科書を開き、解説を行う。
類題を各自で解く。 類題の答え合わせを行う。	○机間指導を行い、生徒の様子を確認する。 ○板書させ、解説をする。

6 考察

今回の学習内容はやや難しいレベルであるが、日頃の授業に比べ、グループ学習の中では、意欲的に他の生徒に説明をする、他の生徒の意見を聞きながら問題を解くというような積極的な授業参加の姿勢が顕著に見られた。

また、グループ学習を実施した今回の授業では、97%の生徒が日頃の授業に比べ思考力を使った(図1)、また60%近くの生徒が表現力を使った(図2)と回答しており、生徒のアンケート結果からもグループ学習の成果が伺えた。更に自由記述の中では、「人に教えるとき」「グループで相談するとき」などに表現力を使ったと回答しており、日頃の授業内では、個人の活動が中心であり、自分の意見を整理し説明すること、集団の考えや意見をまとめたりする等の時間をあまり取り入れることができないので、グループ学習が表現力の育成には有効的な一つの方法であることを改めて確認できた。

授業の感想としては、「いろいろな人の考え方が参考になった」「自分以外の他の人の考え方を聞けて発想が広がった」「いつもよりいろんな方向に考えることができ楽しかった」「記憶に残る」などの記述もあり、数学への関心や取り組む意欲にも少なからずプラスになったのではないかと感じた。

〈アンケート結果〉

図1 今回の授業では、いつもより思考力を使ったと思いますか？

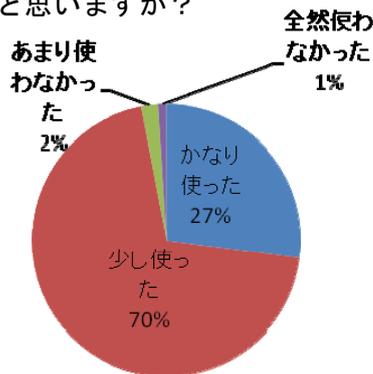
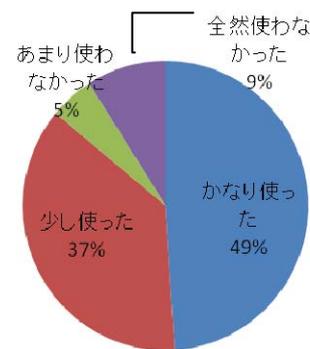


図2 今回の授業では、いつもより表現力を使ったと思いますか？



○グループ学習の感想（自由記述）

- ・自分以外の他の考え方を聞けて発想が広がった。
- ・みんなで考えることができ楽しかった。
- ・みんなよりがんばろうという気になった。
- ・みんなと数学のことについて話せてよかった。
- ・様々な考え方があり、他の人のやり方を学ぶことができた。
- ・みんなで考えてよかった。
- ・一人で考えるよりみんなで考えた方が確実に問題を解けたし、話し合うことが楽しかった。
- ・グループの人と協力してやるのが楽しかった。
- ・丁寧に話をしてくれるので分かりやすかった。
- ・質問できない。
- ・自分の実力の低さに気が付かされました。
- ・もう少し話し合うべきだった。
- ・いろいろな人の考え方などが聞けて勉強できたのがよかった。

【思考力・表現力をはぐくむ授業実践例3】

1 単元 数学A 二項定理

2 目標 二項定理の導き方を基に、応用問題を工夫して考え解けるようにする。

3 対象生徒 1年生 1クラス

4 指導上の留意点

(1) 教員の方からは、必要最小限の説明をし、できるだけ生徒たちだけで問題を考えさせ、解答を作りあげさせる。

(2) 最初から、生徒たち同士で相談をさせるのではなく、まず、自分の解答を作成した上で、周りの生徒たちと相談するようにする。

(3) 他の生徒が見ても分かる解答作りを心掛けさせる。

5 授業展開

指導過程・学習活動	指導上の留意点など
<p>(1) 二項定理の確認</p> <p>$(a+b)^5$を展開したときに、a^2b^3の係数を求めたい。</p> <p>このとき、</p> $(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$ <p>の5つのカッコのうち、aを選ぶカッコを2つ選んでくればよいわけだから、${}_5C_2=10$</p> <p>一般化すると、$(a+b)^n$を展開したときに、$a^r b^{n-r}$の係数は${}_nC_r$</p>	<p>○二項定理を確認する。</p> <p>○生徒へは左記のように説明する。</p>
<p>(2) 問題1 $(a+b+c)^6$を展開したとき、ab^2c^3の係数を求めよ。</p> <p>解答1</p> <p>6個のカッコのうち、aを1つ選ばばよいので、${}_6C_1$</p> <p>残った5個のカッコのうち、bを2つ選ばばよいので${}_5C_2$</p> <p>よって、${}_6C_1 \cdot {}_5C_2 = 60$</p> <p>解答2</p> <p>求めるものは、$abbccc$の順列と同じなので、</p> $\frac{6!}{1! \cdot 2! \cdot 3!} = 60$ <p>解答3</p> <p>$X=a+b$において、X^3c^3の係数を求めると、${}_6C_3$</p> <p>$(a+b)^3$で、ab^2の係数は、${}_3C_1$</p> <p>よって、${}_6C_3 \cdot {}_3C_1 = 60$</p> <p>類似の解答</p> <p>$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$なので、</p> <p>$ab^2c^3$の係数は、${}_6C_3 \cdot 3 = 60$</p>	<p>○解答するにあたり、以下のように指示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・今まで習った方法で何を使ってもよい。 ・ひとつの方法だけでなく、他の方法も考える。 ・最初に自分の解答をきちんと作る。 ・解答で式だけを並べて書くのではなく、どうしてその式が出てきたのかをはっきり書くようにする。 ・周りの生徒と相談しながら、他の生徒に分かるように解答を作る。

指導過程・学習活動	指導上の留意点など
<p>(3) 問題 2 $(a+b+c+d)^8$ を展開したとき、$a^2b^2c^2d^2$ の係数を求めよ。</p> <p>解答 1 8 個のカッコのうち、a を 2 つ選べばよいので、${}_8C_2$ 残った 6 個のカッコのうち、b を 2 つ選べばよいので、${}_6C_2$ 更に残った 4 個のカッコのうち、c を 2 つ選べばよいので、${}_4C_2$ よって、${}_8C_2 \cdot {}_6C_2 \cdot {}_4C_2 = 2520$</p> <p>解答 2 求めるものは、$aabbccdd$ の順列と同じなので、 $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 2520$</p> <p>解答 3 $X = a + b + c$ とおいて、$X^6 d^2$ の係数を求めると、 ${}_8C_2$ $Y = a + b$ とおいて、$Y^4 c^2$ の係数を求めると、${}_6C_2$ $(a+b)^4$ で、$a^2 b^2$ の係数は、${}_4C_2$ よって、${}_8C_2 \cdot {}_6C_2 \cdot {}_4C_2 = 2520$</p> <p>解答 4 $X = a + b$、$Y = c + d$ とおいて、$X^4 Y^4$ の係数を求めると、${}_8C_4$ $(a+b)^4$ で、$a^2 b^2$ の係数は、${}_4C_2$ $(c+d)^4$ で、$c^2 d^2$ の係数は、${}_4C_2$ よって、${}_8C_4 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_4C_2 = 2520$</p>	<p>○解答をするにあたり、以下のように指示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・問題 1 のときと、同様な指示を与える。 ・必要があれば、問題 1 の解答を利用して解いてもよい。 ・解答で式だけを並べて書くのではなく、どうしてその式が出てきたのかをはっきり書くようにする。 ・周りの生徒と相談しながら、他の生徒に分かるように解答を作る。

6 考察

最初に二項定理の考え方の説明を行ったので、3 項・4 項の式の展開について、スムーズに生徒は問題に取り組んで、解答作りをすることができた。どんな方法を使ってもよいという指示であったので、机間指導中に、「このやり方は大丈夫？」と聞いてくる生徒も多かった。間違っていることもあるものの、問題 1、問題 2 とともに、上記の解答 1 がこちらの想定した解答だったのだが、問題 1 については、解答 2、解答 3 のような解答、問題 2 については、解答 2、解答 3、解答 4 のような解答も作ることができた。既習事項に少しだけ形を変え、生徒たちが自分の力で、解けそうな問題を考えさせることを繰り返すことにより、以前習った知識を組み合わせることで解こうとする生徒の姿勢がよく伝わった。

生徒たちが最初に作った解答は、ほとんどの生徒が式の羅列であったので、「隣同士で自分の解答を説明し合いなさい」という指示で少しずつ解答の中に説明が加わり、上に挙げたような解答を作ることができた。解答作りをする際に、まず、自分が理解し、次に、他者に対して、分かってもらおうということを意識させることで、解答が変わっていく様子を感じることができた。

(5) 関心・意欲について

以下は、文部科学省が公表した、PISA2003 調査及びTIMSS 2003 調査の結果分析(中間まとめ)における質問紙調査の結果である。

(数学への興味・関心)【生徒質問紙】				PISA調査	
国名	数学についての本を読むのが好きである	数学の授業が楽しみである	数学を勉強しているのは楽しいからである	数学で学ぶ内容に興味がある	
日本	12.8%	26.0%	26.1%	32.5%	
OECD 平均	30.8%	31.5%	38.0%	53.1%	

(数学の勉強への動機付け)【生徒質問紙】				
国名	将来就きたい仕事に役立ちそうだから、数学はがんばる価値がある	将来の仕事の可能性を広げてくれるから、数学は学びがある	自分にとって数学が重要な科目なのは、これから勉強したいことに必要だからである	これから数学でたくさんさんのことを学んで、仕事に就く時に役立てたい
日本	49.4%	42.9%	41.4%	47.1%
OECD 平均	75.3%	77.9%	66.2%	70.5%

数学への興味・関心や数学の勉強への動機付けが高い子どもの割合は少ない。

(数学への自信)【生徒質問紙】				PISA調査	
国名	数学はまったく得意ではない	数学では良い成績をとっている	数学はすぐわかる	数学は得意科目の一つだといつも思う	数学の授業ではどんな難しい問題でも理解できる
日本	52.5%	28.2%	24.7%	26.9%	10.1%
OECD 平均	42.0%	56.8%	51.0%	35.2%	32.9%

(数学への不安)【生徒質問紙】					
国名	数学の授業についていけないのではないかとよく心配になる	数学の宿題をやるとなるととても気が重くなる	数学の問題をやっているといらいらする	数学の問題を解くとき、手も足も出ないと感じる	数学でひどい成績をとるのではないかと心配になる
日本	68.7%	51.5%	42.1%	35.0%	66.0%
OECD 平均	56.9%	29.2%	29.0%	28.6%	59.0%

数学に自信のある子どもが少なく、数学への不安が高い子どもが多い。

(勉強への興味・関心)【生徒質問紙】				TIMSS調査	
			勉強が楽しいと思う割合	希望の職業に就くために良い成績を取ろうと思う割合	
中学	数学	日本	39%	47%	
		国際平均	65%	73%	

勉強が楽しいと思う生徒は諸外国の平均より少ない。また、希望の職業に就くために良い成績を取ろうと思う生徒は少ない。

平成 19 年に改正された学校教育法において、学力の重要な構成要素の一つであるとされた学習意欲であるが、この結果から明らかなように、日本の生徒の学習意欲は国際的にもかなり低いと言っている。人は、他から強いられるより、自ら進んで取り組もうという内発的な意欲があると、何事にも非常に大きな効果をもたらすことが分かっている。学習に関しても同様で、学習意欲を向上させると、一層の学力向上が期待できる。

そこで、学習意欲の向上のためには、どのような指導が重要であるかを考え、留意事項についてまとめる。

ア 教員が生徒のつまずくポイントを把握し、生徒に分かる授業を行う。

中央教育審議会答申の中にも書かれてあるが、子どもたちがつまずきやすい内容をはじめ基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着を図り、分かる喜びを実感させると学習意欲につながるということが分かっている。したがって、我々教員は、生徒がつまずきやすいポイントはどこなのか、どのような指導をすると生徒が理解しやすいかを研究する必要がある。

そこで、平成 21 年度教科指導の充実に関する研究において、「教科指導の充実に関する研究(数学) — 教員は指導しやすいが生徒は理解しにくい内容について —」という研究を行った。概略は以下のとおりである。(詳細は資料 1 を参照)

(1) 調査の目的

- ① 数学 I A II B の範囲で、「教員は指導しやすいが生徒は理解しにくいと感じている内容」がどこなのか、「教員が指導しにくい内容」「生徒が理解しにくい内容」がどこなのかを調査し分析する。
- ② 分析結果を「指導上の留意点」としてまとめ、具体的な指導法を提案する。

(2) 調査の方法

教員が指導上注意を要する内容を調査するために、第一段階として、研究協力委員の先生方の学校にお願いをして予備調査を実施し、問題があると思われる内容を絞り込む。第二段階として、その絞り込んだ内容のどこに課題があるのか具体的に原因を追究するために、調査対象を 40 校に拡大し、本調査を実施した。

ア 予備調査について

数学 I A II B の各単元の内容について、教員には指導しやすいか、生徒には理解しにくいかについて 4 段階で回答を依頼した。また、指導しにくい理由、理解しにくい理由がはっきりしている場合には、その理由を自由記述という形で回答をお願いした。

イ 本調査について

予備調査の結果から絞り込まれた、「教員は指導しやすいが、生徒は理解しにくいと感じている内容」「教員が指導しにくいと感じている内容」「生徒が理解しにくいと感じている内容」を中心にその原因を探るため、更にアンケート調査(本調査)を行い原因を絞り込んだ。

(3) 結果

予備調査の結果、教員は指導しやすいが生徒は理解しにくいと感じている内容が 11 項目、教員が指導しにくい内容が 11 項目、生徒が理解しにくい内容が 15 項目明らかになった。本調査でそれらの内容について詳細に分析した結果、原因がある程度分かったので、指導上の留意点をまとめ、具体的な指導法を提案した。

イ 数学の有用感を実感させたり、数学を学ぶ意義を認識させる。

観察・実験やレポートの作成、論述など体験的な学習、知識・技能を活用する学習や勤労観・職業観を育てるためのキャリア教育などを通じ、子どもたちが自らの将来について夢やあこがれをもったり、学ぶ意義を認識したりすることが必要である。

国立教育政策研究所・総括研究官の下田好行を中心とする日常生活教材作成研究会は、研究「学習内容と日常生活との関連性の研究 ―学習内容と日常生活、産業・社会・人間とに関連した題材の開発―」の中で、「生徒が学ぶ意義が見いだせないのは、学校で学んでいる内容が日常生活でどのように活用されているのか、自分の将来の職業にどのように役立つのかが具体的にイメージすることができないため」とし、児童生徒の学習意欲の向上を図るため、学習内容と日常生活との関連性を明らかにした上で、学習内容と日常生活との関連性を図った題材の開発を行っている。大変参考になる研究なので一度ご覧いただきたい。

(http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku/siryu/05070801.htm)

ウ 褒めたり、声掛けをして生徒を認める。

前出の調査結果のうち、教員の支援と、生徒と教員の関係についてまとめたものが以下である。

(教師の支援)【生徒質問紙】		PISA調査			
国名	先生は生徒一人一人の勉強に関心をもっている	生徒が助けて欲しいときは、先生は助けてくれる	先生は生徒の学習を助けてくれている	先生は、生徒がわかるまで何度でも教えてくれる	先生は、意見を発表する機会を生徒に与えてくれる
日本	48.9%	61.5%	72.4%	49.1%	46.0%
OECD 平均	56.7%	64.5%	71.3%	60.7%	57.9%
(生徒と教師の関係)【生徒質問紙】					
国名	生徒はたいいの先生とうまくやっている	多くの先生は、生徒が満足しているかについて関心がある	たいいの先生は、こちらがいうべきことをちゃんと聞いている	助けが必要なときは、先生が助けてくれる	たいいの先生は、私を公平に扱ってくれる
日本	63.8%	44.5%	53.3%	57.0%	66.4%
OECD 平均	69.7%	66.3%	63.3%	74.5%	75.1%

数学の授業で教師が生徒を支援する程度が低く、生徒と教師の関係が良好でない。

残念ながら、教員の支援と、生徒と教員の関係にやや問題があることが分かる。達成感や結果への承認が得られると、人は更にモチベーションが向上し、意欲が高まることが分かっている(ハーツバーグの「二要因論」と呼ばれる動機付け理論)。したがって、できるだけ生徒を支援する機会をもって、褒めたり、指導をしながら認めてあげると学習意欲が高まる。特に、数学は、他の教科に比べて、ノートやプリントを提出させる機会が多い。そのときに、確認印を押すだけでなく、アドバイスや感想など学習意欲が高まるような一言を添えて返却すると、やる気につながる。

エ 各種検定など具体的な目標を設ける。

社会的に認められた数学検定や、学校独自で設けたコンクールなど具体的な目標を設定することにより学習意欲を高めることができる。自分の学力が評価されることにより、更に意欲が高まる。

(6) 数学的活動及び課題学習について

ア 数学的活動のまとめ

数学的活動とは、数学学習に関わる目的意識をもった主体的な活動のことを意味している。ここで「目的意識をもって主体的に取り組む」とは、「新たな性質や考え方を見いだそうとすること」「具体的な課題を解決しようとする」とである。

数学的活動を通して、生徒が目的意識をもって主体的に取り組むことで

- ・数量や図形などについて実感を伴って理解することができる。
- ・思考力、判断力、表現力等を高めることができる。
- ・数学を学ぶことの楽しさや意義を実感できる。

なお、このような数学的活動には、試行錯誤をしたり、資料を収集整理したり、観察したり、操作したり、実験したりすることなどの活動も含まれるが、教員の説明を一方的に聞くだけの学習や、単なる計算練習を行うだけの学習などは含まれない。

数学的活動についての配慮事項は以下の通りである。

- (ア) 自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること。
- (イ) 学習した内容を生活と関連付け、具体的な事象の考察に活用すること。
- (ウ) 自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。

イ 課題学習のまとめ

中央教育審議会答申における、算数・数学の改善の基本方針において、「算数的活動・数学的活動は、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けるとともに、数学的な思考力・表現力を高めたり、算数・数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすものである。算数的活動・数学的活動を生かした指導を一層充実し、また、言語活動や体験活動を重視した指導が行われるようにするために、小・中学校では各学年の内容において、算数的活動・数学的活動を具体的に示すようにするとともに、高等学校では、必修科目や多くの生徒の選択が見込まれる科目に「課題学習」を位置付ける」とある。つまり、数学的活動を生かした指導を一層充実するため、高等学校では、必修科目や多くの生徒の選択が見込まれる科目に「課題学習」を位置付ける。

次に課題学習に関するポイントをまとめる。

○既習の内容をベースに以下のような課題を扱う。

- ・実生活と関連付けた課題
- ・生徒の関心や意欲を高める課題
- ・学習した内容を発展させた課題
- ・生徒の疑問からの課題
- ・生徒の育てたい能力とその能力を育てるために相応しい話題

○指導の時期と場面

- ・必ずしも、それぞれの項目の終りに実施する必要はなく、複数の項目にわたる課題を学習してもよい。
- ・早い時期に課題学習を行い、それ以後の内容ではどのようなことを学習するのかを感じ取らせ関心や意欲をもって学習を進めるのもよい。

○指導上の留意点

- ・課題学習では、数学的活動を特に重視して行う。 ・生徒の主体的な学習を促す。
- ・それらの解決を通して数学のよさを認識できるようにする。
- ・適宜自分の考えを発表したり議論したりなどの活動を取り入れるよう配慮する。

(7) 課題学習に関する実践事例の紹介 無理数, 黄金比と白銀比

目的 (1) $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \dots$ などの正確な値(長さ)を作図することで、「実在」の数値であるという認識を深め, 白銀比について学ぶ。

(2) 2次関数の応用における問題を考えながら, 黄金比について学ぶ。

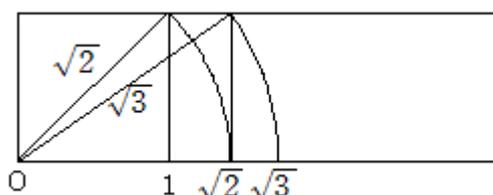
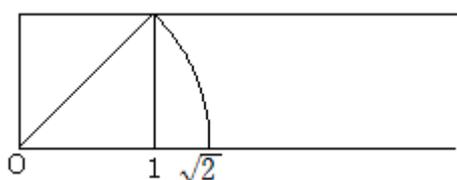
(3) 生徒の主体的な活動を通し, 数学のよさを認識させる。

単元 2次関数 図形の性質

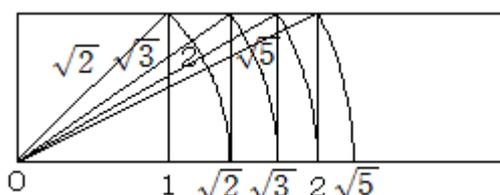
展開

① 無理数を作図しよう。

コンパスを使って $\sqrt{2}$ を数直線上にとらせる。 三平方の定理を使って $\sqrt{3}$ を見付け, 作図する。



同様に $\sqrt{5}$ を作図する。



② 白銀比を考える。

問 (1) A4版の紙を配付し, (長辺の長さ) \div (短辺の長さ)を計算せよ。

(2) A4版の紙の長辺で半分に折り, (長辺の長さ) \div (短辺の長さ)を計算せよ。

(3) 辺の比が $1 : \sqrt{2}$ の紙を, 半分にしても辺の比が $1 : \sqrt{2}$ になることを証明せよ。

$1 : \sqrt{2}$ の比を白銀比という。白銀比は、日本人にとって馴染み深い比で「大和比」とも言われている。辺の比が白銀比になっている長方形を白銀長方形という。

③ 2次関数の応用問題で黄金比を考える。

問 $AB=1$ の長方形 $ABCD$ において, 辺 AD , BC 上にそれぞれ点 E , 点 F を

$AB=AE=BF$ となるように定めるところ, 長方形 $EDCF$ がもとの長方形 $ABCD$ と相似になった。辺 AD の長さを求めよ。

[解答]

$AD=x$ とおくと, $ED=x-1$

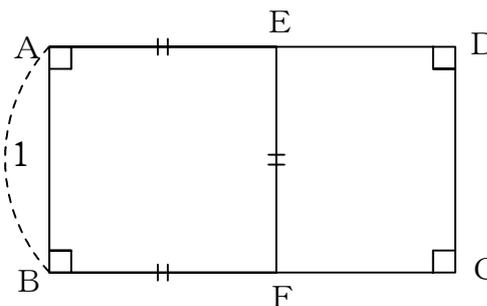
ここで, 長方形 $ABCD$ と

長方形 $EDCF$ が相似より

$1 : x = (x-1) : 1$

したがって $x^2 - x - 1 = 0$ ($x > 0$)

よって $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$



$1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ の比を黄金比という。

④ 黄金比と白銀比の身近な例を紹介する。(写真など見せる)

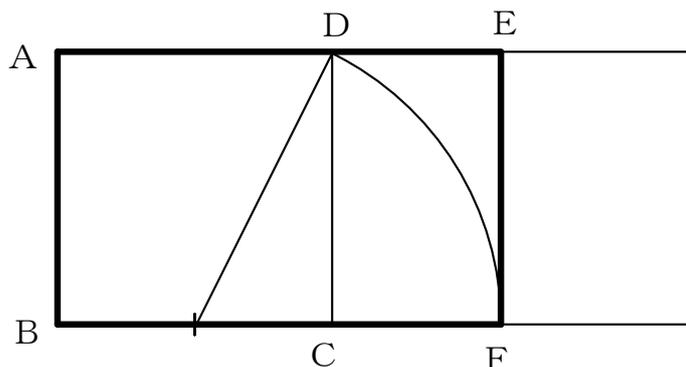
黄金比

- ・ギリシャのパルテノン神殿
- ・ミロのビーナス
- ・名刺
- ・オウムガイの殻の形状など

白銀比

- ・紙サイズ (B版・A版)
- ・法隆寺の五重の塔など

⑤ 黄金比を作図する。(正方形を利用して)正方形のBCの中点と頂点Dを半径とする円を描き, BCの延長上の交点を利用してできる長方形の縦, 横の比が黄金比になる。



[証明]

AB = a とおくと, 円の半径は $\frac{\sqrt{5}}{2}a$ である。

したがって, $AB : BF = a : (\frac{1}{2}a + \frac{\sqrt{5}}{2}a)$

よって長方形 AEFB の縦, 横の比が黄金比になる。

⑥ 五角形を利用して黄金比を作ろう。

[証明]

正五角形の1辺の長さを1とする。

$\triangle ABC \sim \triangle PCA$ より

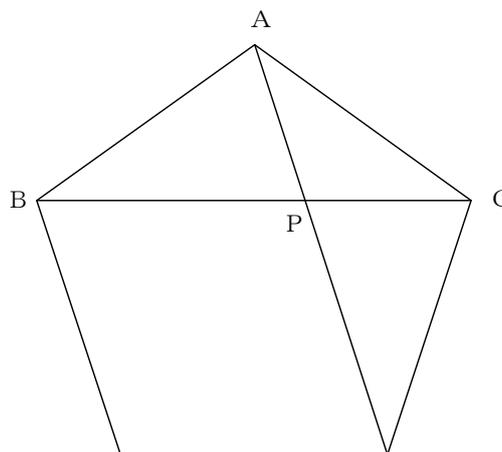
$BC = x$ とおくと, $AB : BC = PC : AC$

すなわち $1 : x = (x-1) : 1$

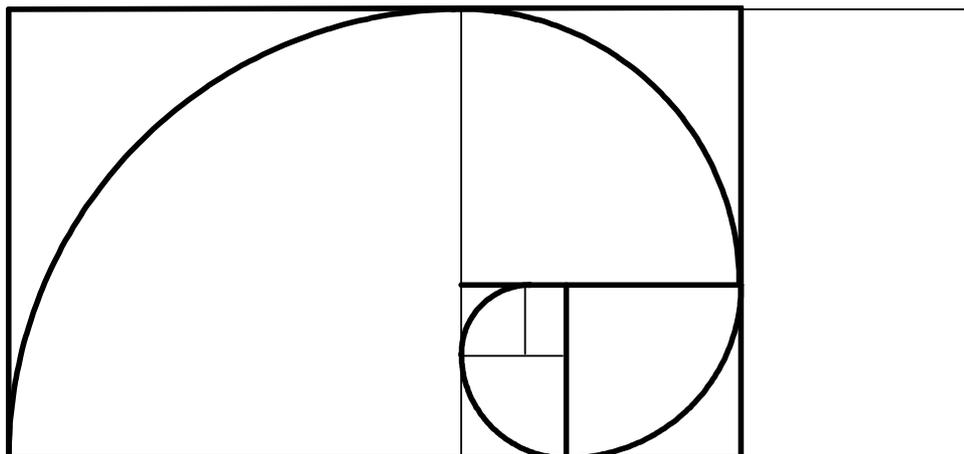
したがって $x^2 - x - 1 = 0$ ($x > 0$)

よって $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

AB : BC が黄金比になる。



⑦ 対数螺旋^{らせん}を作図しよう。(黄金比の長方形を利用して)



〈アンケート結果〉() 外は普通科・() 内は工業科

☆授業前に実施

○「黄金比」「白銀比」という言葉を聞いたことがありますか？

両方とも聞いたことがある	3 (7)	2% (47%)
黄金比という言葉聞いたことがある	108 (7)	78% (47%)
白銀比という言葉聞いたことがある	0 (0)	0% (0%)
両方とも聞いたことがない	27 (1)	20% (7%)

○「黄金比」の意味を知っていますか？

知っている	1 (1)	0% (7%)
少し知っている	16 (10)	14% (67%)
知らない	94 (4)	85% (27%)

○「白銀比」の意味を知っていますか？

工業科の生徒5名が少し知っていると回答

☆授業後に実施

○今日の授業で「黄金比」「白銀比」について興味、関心を持ちましたか？

もった	8 (3)	28% (7%)
少しもった	19 (9)	66% (67%)
もたない	2 (3)	7% (27%)

○今日の授業で数学と日常生活との関連について、数学のよさを認識できましたか？

おおいにできた	7 (2)	24% (13%)
少しできた	17 (7)	59% (47%)
余りできなかった	5 (6)	17% (40%)
全くできなかった	0 (0)	0% (0%)

○今日の授業の感想（自由記述）

- ・日常生活でなんとなく見ているものに、美を意識した黄金が使われていることを知ってすばらしいなと思った。
- ・今まで全く知らなかったことなので、とても興味深かったです。そして黄金比が生活に密着している比だとは知らなかったのでいい勉強になりました。
- ・周りにはまだまだ黄金比や白銀比があると思いました。
- ・自然の物も黄金比できているなんて、とても不思議だなと思いました。これを見つけた人は天才だと思います。
- ・たまには製図以外の授業でコンパス等を使うのもおもしろいと思った。
- ・黄金比おもしろい。
- ・黄金比がよく分かりよかったです。建物にも使われているのですごいと思いました。
- ・楽しい。（複数）
- ・オウムガイを書くのが難しかった。（複数）

エ 課題学習の事例

数学的活動、課題学習についてまとめた点に留意して、課題学習の事例について検討した。数学Ⅰ、数学Aの各単元で活用していただけるように、単元ごとに複数の事例を紹介する。また、各事例では、授業展開が分かるように、展開例を載せてあるので、各学校の実情にあわせて授業展開を工夫していただきたい。[資料2]

5 研究の成果と今後の課題

(1) 成果

今回、確かな学力で重視している思考力、表現力、学習意欲について整理し、指導上の留意点についてまとめることができた。思考力を育成する指導については、課題の与え方を工夫したり、多様な解法を扱ったり、生徒に作問させるなどの工夫が必要であることが分かった。表現力を育成する指導については、レポート課題を与えたり、考えを発表する場を設定したりするなど自分の考えをまとめ相手に分かりやすく伝える場の設定が大切であることが分かった。また、学習意欲を向上させる指導については、分かる授業を展開したり、褒めたりして意欲を高めることが大切であることが分かった。いずれにしても、教員のちょっとした一工夫で実現可能なことであることが分かる。

課題学習については、今次の改訂で新しく入る指導内容なので、新学習指導要領及び解説に書かれている内容から、数学的活動を重視して、生徒の主體的な活動に重点を置いて授業展開を考えてみた。そして、各単元でどのような課題学習が可能かを検討した結果、数例ずつ提案することができた。

(2) 課題

思考力、表現力等の育成及び、学習意欲の向上については、今次の改訂で新しく取り入れられたものではない。しかし、確かな学力を身に付け、生きる力をはぐくむためには必要な力であるため、一層重視するために引き続き改訂のポイントに挙げられている。しかし、思考力、表現力、学習意欲は冰山モデルでいう、見えない学力の部分に当たり、目に見えて効果を測ることができないので、なかなか指導法の改善に結びつかないのが現状である。今後は効果の検証方法、評価の仕方等についても研究し、より効果的な指導法の提案をしていく必要がある。

【参考文献】

- 文部科学省 『高等学校学習指導要領（平成21年11月）解説—総則編—』
- 文部科学省 『高等学校学習指導要領（平成21年11月）解説—数学編—』
- 文部科学省 「PISA2003調査及びTIMSS2003調査の結果分析(中間まとめ)」
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku/siryo/05122201/014/001.pdf
- 無藤隆 他 『新しい教育課程と学校づくり 2 確かな学力の育成』 ぎょうせい
- 無藤隆 他 『新しい教育課程と学校づくり 4 学習指導の工夫改善と充実』 ぎょうせい
- 安彦忠彦 『高等学校学習指導要領 改訂のピンポイント解説』 明治図書
- 片桐重男 『数学的な考え方の具体化と指導』 明治図書
- 小島宏 『算数化の思考力・表現力・活用力 新しい学習指導要領の実現』 文溪堂
- 志水宏吉 『学力を育てる』 岩波新書
- 岸本裕史 『見える学力，見えない学力』 大月書店
- 中等教育資料 平成21年6月号 学習意欲の向上を図り，生きる力をはぐくむ数学の学習指導
- 広岡亮蔵 『学力，基礎学力とは何か』
- 下田好行を中心とする国立教育政策研究所・総括研究官の日常生活教材作成研究会
研究「学習内容と日常生活との関連性の研究 —学習内容と日常生活，産業・社会・人間とに関連した題材の開発—」