

高等学校数学科における主体的・協働的な学びと評価に関する研究

昨年度、数学における言語活動の充実と評価方法に関する研究と題して、パフォーマンス評価の実践研究を行った。その中で、目標を明確にした単元設計に基づくパフォーマンス課題やルーブリックの設定が必要であることが分かった。今年度は、目指すべき生徒像を明確に設定し、主体的・協働的な学習活動の実践をテーマとした単元計画書の作成とそれに基づく学習活動の実践及び評価についての研究を紹介する。

<検索用キーワード> 高等学校 数学 数学的活動 主体的 協働的 パフォーマンス評価
パフォーマンス課題 ルーブリック アクティブ・ラーニング

研究協議会委員

県立明和高等学校教諭	川野 景子（平成26, 27年度）
県立昭和高等学校教諭	酒井 智（平成26, 27年度）
県立丹羽高等学校教諭	後藤 孝哲（平成27年度）
県立津島東高等学校教諭	宇野 透（平成26年度）
県立武豊高等学校教諭	竹内 浩人（平成26, 27年度）
県立知立東高等学校教諭	篠原 功一（平成26, 27年度）
県立豊橋西高等学校教諭	和田 裕介（平成26, 27年度）
総合教育センター研究指導主事	古関 利勝（平成26, 27年度）
総合教育センター研究指導主事	近藤 哲史（平成26, 27年度主務者）

1 はじめに

平成26年11月20日付けの文部科学省から中央教育審議会への諮問「初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について」では、『「何を教えるか」という知識の質や量の改善はもちろんのこと、「どのように学ぶか」という、学びの質や深まりを重視することが必要であり、課題の発見と解決に向けて主体的・協働的に学ぶ学習（いわゆる「アクティブ・ラーニング」）や、そのための指導の方法等を充実させていく必要があります。（中略）また、こうした学習・指導方法の改革と併せて、学びの成果として「どのような力が身に付いたか」に関する学習評価の在り方についても、同様の視点から改善を図る必要があると考えられます。』とある。

本研究「教科指導の充実に関する研究（数学）」では、昨年度、パフォーマンス評価の実践研究を行った。パフォーマンス評価は、多様な学習活動の評価手法として有効であることが分かったが、その実施についてはさまざまな課題が見つかった。今年度は、「どのように学ぶか」「どのような力が身に付いたか」をテーマに、主体的・協働的な学習活動と評価について、昨年度の研究を継続するとともに、単元設計を意識した学習指導の実践研究を進めた。

2 研究の目的

昨年度、パフォーマンス評価の実践研究を行い、多くの成果を得ることができたが、次のような課

題が見つかった。

[課題]

- ・ パフォーマンス課題（特に日常生活に関連した課題）の作成，学習活動時の支援の方法，ルーブリックの作成などは，大変難しく，とても手間がかかる。
- ・ パフォーマンス課題の設定，ルーブリックの作成には，生徒たちの学習状況をきちんと把握し，どのような生徒になってほしいかを明確にイメージする必要がある。
- ・ 1回だけの取組でなく，継続的に行っていくことが必要である。
- ・ 客観テストと違い，多様な学習活動の評価をするので，教員間の意思統一や共通理解を図ることが大切である。
- ・ 生徒の興味・関心を高めるような課題の設定が大切であるが，単元の目標に合った課題でないと，ねらいがはっきりせず，評価の観点がうまく設定できない。
- ・ 単元のまとめとして，パフォーマンス課題を実施する場合，それまでの授業の中でパフォーマンス課題を意識した指導が必要である。

そこで今年度は，これらの課題を解決するための方策を考えながら昨年度の研究を継続し，更に効果的な指導と評価となることを目指した。

平成 26 年 11 月 20 日付けの先の諮問にある，「どのように学ぶか」「どのような力が身に付いたか」という二つをキーワードに，次の三点に留意して研究を進めることとした。

- (1) 単元到達目標を明確にした，単元計画書を作成する。
- (2) 学習活動の中にグループ学習を取り入れる。
- (3) 目指すべき生徒像を明確にして，それが実現できたかを評価するルーブリックを作成する。

3 研究の方法

- (1) 昨年度の研究を振り返り，成果と課題を明確にする。
- (2) 実践研究の単元を決め，単元計画書を作成する（パフォーマンス課題・ルーブリックの作成）。
- (3) 単元計画書に基づき学習指導を進める（グループ学習を取り入れたパフォーマンス課題の実施）。
- (4) ルーブリックによりパフォーマンス課題の評価を行う。
- (5) 単元全体の学習指導について振り返る。
- (6) 実践結果を報告・協議し，研究のまとめを行う。

4 研究の内容

(1) 単元計画書について

昨年度の研究では，初めてパフォーマンス評価の実践を行い，パフォーマンス課題とそれを評価するためのルーブリック（評価基準）の作成を目指して研究を進めてきた。パフォーマンス課題は，「パフォーマンスの中身をどうするか」「どのように日常生活に結び付けるのか」という点に重きを置きすぎて，「課題のねらいは何か（単元のねらいは何か）」「単元の中での位置付けをどうするか」という点をあまり考えずに設定したため，それを評価するルーブリックの作成についても，「単元の本質をどのような観点で評価するのか」という視点がなく，単元到達目標を捉えた評価を行うことができなかった。

そこで今年度は，単元到達目標を明確にし，単元の学習活動の一つとしてパフォーマンス課題を組み込んだ単元計画書を作成した（資料 1）。なお，様式については，平成 26 年度の岐阜県立可児工業

高等学校の「高等学校における多様な学習成果の評価手法に関する調査研究」の報告書を参考にした。単元計画書の主な項目は以下のとおりである。

[主な項目]

- ① 単元の目指すべき生徒像（生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性）
- ② 単元到達目標
- ③ パフォーマンス課題について（重点目標、身に付けてほしい知識・技能、パフォーマンス課題の内容、指導方法・形態）
- ④ パフォーマンス課題についてのルーブリック（段階、観点）
- ⑤ 育成したい資質・能力（キャリア教育の観点から）
- ⑥ 授業計画

①，②により目指すべき生徒像を明確にすること，③，④によりその単元の最終的に到達する内容を把握すること，⑤により育成したい資質・能力との関連を見ることができて，①から⑤までの項目を考えた上で，⑥授業計画を立てるという設計になっている。これにより，パフォーマンス課題及びルーブリックが目前の子どもたちの実態に合った，また単元のねらいに合ったものを作成することができる。そして，単元のまとめとして行う課題と評価を事前に決めることにより，一つ一つの授業でそれについて意識しながら取り組むことができ，単元の指導がつながりのあるものになる。

本研究では，研究協議会委員の中の県立学校の教員である研究協力委員が個人として取り組んでいるが，今回の単元計画書は，同じ科目を複数の教員で指導するときの事前の打ち合わせ，実施中の調整，事後の振り返りをする際の資料としても有効であると考えられる。

(2) パフォーマンス課題について

松下(2007)(※注)によると，数学におけるパフォーマンス課題の要件は，次の四つの要件である。

- (a) 思考のプロセスを表現することを要求する。
- (b) 多様な表現方法（式，言葉，図，絵など）が使える。
- (c) 真実味のある現実世界の場面を扱っていて，そこから数学化するプロセスを含んでいる。
- (d) 複数の解法がとれる。

昨年度の実践から，高等学校の数学の内容で(c)の「真実味のある現実社会の場面の設定」は，大変難しいことが分かった。さまざまな現実社会の場面で高等学校の数学の知識が使われているが，ある場面の一部でしか使われていなかったり，数学以外の知識や高等学校の数学の内容を超えた知識が必要であったりする。「真実味のある現実社会の場面の設定」にこだわりすぎると，単元の目標を見失った課題になってしまうと考えた。

そこで，今年度のパフォーマンス課題は，特に単元到達目標の数学的な見方・考え方が養われたかを問うこと優先し，(c)の要件よりも他の三つの要件を重視した課題を作成することとした。

(※注) …参考文献「パフォーマンス評価」 p17 より

(3) 研究協力委員の実践報告

各研究協力委員の実践報告は，以下のとおりである（詳細は p12 より掲載）。

- | | | |
|----------------------------------|----------|-------|
| ア 「高等学校数学における効果的なグループ学習の在り方について」 | 県立明和高等学校 | 川野 景子 |
| イ 「フィボナッチ数列を極める」 | 県立昭和高等学校 | 酒井 智 |
| ウ 「実験を用いた条件付き確率の考察」 | 県立丹羽高等学校 | 後藤 孝哲 |
| エ 「実生活と関連した2次関数のパフォーマンス課題」 | 県立武豊高等学校 | 竹内 浩人 |

オ 「ベクトルの有用性を理解させる」

県立知立東高等学校 篠原 功一

カ 「正弦・余弦定理を利用し、長さを測定してみよう」 県立豊橋西高等学校 和田 裕介

実践報告アは、研究協力委員の勤務校における学校設定科目「数学総合ウ」について、一つの単元の実践ではなく、年間を通じてグループ学習を行った取組の報告となっている。そのため、今回提案した単元計画書は、年間計画書に変えて作成している。実践報告イから実践報告カまでは、それぞれの研究協力委員の担当科目のある一つの単元を取り上げて、単元計画書を作成し、単元のまとめとしてグループ学習を取り入れたパフォーマンス課題を与え、ループリックにより評価を行った取組の報告である。なお、単元計画書の様式については、資料1、資料2で示したものは、何度も研究協議を重ねて最終的に出来上がったものであり、各研究協力委員の作成した報告書にある単元計画書は、研究の始めに示した様式であるので、項目が異なるところがある。なお、単元（年間）計画書は、各報告の最後に掲載している。

5 研究の成果と今後の課題

(1) 単元到達目標を明確にした単元計画書について

ア 研究協力委員の感想・意見

- ・ パフォーマンス課題が単元のまとめとしての位置付けとなるように設定し、それに向けてそれまでの授業でどのような指導を行うかという見通しをもつことができた。
- ・ 教える側にとっても、結論までいかに導くのか、毎回の授業で意識させたいポイントは何なのかを明確に単元計画を立てて実施することができた。
- ・ 単元計画をきちんと立て生徒にどのような力を身に付けさせたいかを考えることの大切さに改めて気付くことができた。
- ・ 自らの考え方を言葉や数式で表現できる力を身に付けさせるために、グループワークや自分の考えを発表する機会をパフォーマンス課題だけでなくふだんの授業においても設けていきたい。
- ・ 単元計画書を作成することでパフォーマンス課題に向けての授業展開を行うことができ、大変よかったと感じた。
- ・ 自分自身も単元計画、パフォーマンス課題、評価基準を考えることによって、どこに重点をおいて授業すべきかが明確になり、ふだんの授業がやりやすくなったように思う。
- ・ 今回初めて単元計画書を作成してみて、事前に単元の授業計画を今まで以上に考えることができた（小テストのタイミングやその内容、授業中に重要視する内容など）。
- ・ 今回は自分自身だけで行ったが、学年の他の先生方と一緒に進む場合にもこの単元計画書が有効である（今までより目標が明確になり、意思疎通ができ、統一した内容で授業ができる）。

イ 成果

単元計画書を作成することは、生徒の実態に合わせて、単元目標、目指すべき生徒像、パフォーマンス課題、ループリックを事前に決めて学習指導（授業）を行うことができるので、教科指導の充実を図る上で大変効果的であることが分かった。

また、今回は実践していないが、単元計画書は、複数の教員で同じ単元を指導する際に、事前に指導についての協議を行い、統一した指導ができ、単元終了後に指導を振り返り、次の単元や次年度の指導に生かすことができる。さらに、単元計画書を何年間か継続して作成することで、その学校の教科指導のスタイルを確立することができると思う。チームとして教科指導を行う際には、とても有効なツールとなると思われる。

ウ 課題

今回初めて単元計画書を作成して、生徒の実態に合わせて作成することの大切さを知るとともに、生徒の実態の把握や単元目標、目指すべき生徒像の設定の難しさを知ることとなった。授業実践をした後の研究協議では、単元計画書どおりに実践できなかった（途中で変更した）、実施後の生徒像が目指すべきものになっていなかったなどの反省が出された。

生徒の実態の把握や目標などの設定は、これまで、客観テストなどで測ってきた知識や技能については、比較的容易であったが、これまであまり測ってこなかった関心・意欲・態度や、数学的な見方や考え方については、十分とは言えなかった。今後、各学校において、主体的・協働的な学習活動が充実するよう促すとともに、単元計画書が、一つのツールとして活用していただけるよう周知していきたい。

(2) グループ学習（主体的・協働的な学び）について

ア 研究協力委員の感想・意見

- ・ 活発な議論が生まれ、生徒はとても生き生きとしていた（予想していた以上の活動の様子であり、大変驚いた）。
- ・ グループ学習を取り入れることで生徒の数学に対する興味・関心が高まることが分かった。
- ・ 各自の考えを実際にグループで実演してみるという活動を取り入れ、机上の議論だけでは構築できない人間関係を育てることができ大変よかった。
- ・ 生徒たちは、グループに分かれて問題を解くこと、話し合うこと、教え合うことが自身の理解度の向上につながることに気付くことができた。
- ・ 事前に単元計画を立てたことで、パフォーマンス課題に取り組むときだけでなく、事前の授業の中でもグループ学習を取り入れることができた。
- ・ 育成したい資質・能力に結び付くと感じている生徒が多いことが分かった。
- ・ 一人でじっくり考えたい生徒やグループ学習に合わない生徒がいることが分かり、個人学習、グループ学習など効果的と思われる場面設定を行うことが大切であると感じた。
- ・ グループ学習の評価は大変難しい（グループ学習での評価については、リフレクションカードを用いて評価することができるかもしれないと思った）。
- ・ グループのメンバー構成や活動内容、活動時間などを事前によく検討しておかないと、まとまりのないものになってしまうおそれがある。
- ・ グループ学習で孤立する生徒が出てしまい、活発な議論ができない班が出てしまい、声かけの難しさを感じた。

イ 生徒のアンケート結果

生徒にアンケートを実施したすべての研究協力委員の結果を総合すると次のような結果を得た。肯定的な回答の割合は、同様の質問に対する肯定的な回答の割合の平均値である。

- ・ 「授業に意欲的に取り組むことができましたか」……………肯定的な回答 88%
- ・ 「グループでの話し合いは、積極的に行うことができましたか」…肯定的な回答 95%
- ・ 「数学の有用性を認識することができましたか」……………肯定的な回答 84%
- ・ 「〇〇力が付いたと思いますか」……………肯定的な回答 94%

ウ 成果

グループ学習については、生徒の反応が大変よく、興味・関心を高めること、育成したい資質・能力を育む上で効果的であることが分かった。特に、育成したい資質・能力については、生徒のアンケ

ートで肯定的な回答が大変多く、生徒たちが、次代を生き抜くために求められている汎用的能力を身に付ける必要性を感じていることが分かった。

エ 課題

生徒たちの中には、数学の問題を解くことではなく、グループになって話し合うことに楽しさを感じている者も見られる。グループ学習を実施する際には、課題の設定はもちろんのこと、その他にグループの設定、個々の生徒の役割の果たせ方、活動内容、活動中の支援の方法など留意する点が多くある。特に、グループになる意義や必要性を考えること、そして、実施の際には、生徒たちにその意義や必要性を意識させることが重要であると考えられる。

単に、分かっている生徒が分からない生徒に教えるという活動だけでは、主体的・協働的な学習活動とは言えない。例えば、ジグソー法（個々に別の知識・技能を与え、グループになってそれをうまく組み合わせる一つの課題を解決する）などが効果的な手法であると考えられる。単元や課題の内容に合わせて、さまざまな主体的・協働的な学習活動の形を工夫することが重要である。

また、グループ学習の評価については、大変難しいことが分かった。活動中の観察による評価は、特に目立つ生徒に注目することはできても、全ての生徒を同様に観察することは困難である。全ての生徒の評価をつけるには、例えば、最初に個人で考えさせ、次にグループ活動を行い、最終的に個人で考えさせ、最初と最後の考えの変容を見るなどの方法が考えられる。グループ学習の評価については、今後も研究が必要である。

(3) パフォーマンス課題とルーブリックを用いた評価について

昨年度から継続しているパフォーマンス評価は、今年度は5名の研究協力委員が実践した。昨年度から継続で実践したのは4名で、昨年度の経験を生かして、課題やルーブリックの設定にさまざまな改善が見られた。今年度初めて取り組んだ1名も、他の研究協力委員からの適切なアドバイスを受けることにより、パフォーマンス評価の意義を理解して取り組むことができた。

ア 研究協力委員の感想・意見

- ・ パフォーマンス課題が「求めよ」ではなく「発見せよ、証明せよ」という問いかけであったことは生徒にとって新鮮であり、試行錯誤の末に発見できたときの喜びなど、ふだんの授業では味わえない感動があったようだ。
- ・ パフォーマンス課題で自分の考えを数学的にきちんと記述させることによって、日ごろの授業の中での、基礎・基本の定着の大切さを再認識させられた。
- ・ パフォーマンス課題を実施することにより、生徒の興味・関心が高まり、さまざまな視点で数学を考えさせるよいきっかけとなった。
- ・ パフォーマンス課題への取組が確実に能力の育成の一助となっていることは、生徒の反応から感じられるところである。
- ・ 提出するレポートの評価基準を事前に示したことが、周囲との議論を活発化させることにつながったように思う。
- ・ どのようなパフォーマンス課題にするのか、課題の難易度の設定などが生徒の様子をみて判断しないといけないことに気付いた。
- ・ 評価については、一人より、多くの教員でやった方が妥当な点数に決めやすいかもしれない。
- ・ 評価基準の設定は難しく、現段階においても、評価に妥当性があるか分からない部分もある。さらにこれを学年全体で行うためには、教員間での評価のすり合わせが必ず必要になるため、なか

なか大変である。

- ・ 昨年も苦勞したがやはり評価についてはまだまだ改善が必要であると感じた（どこまでできたら何点にするのか、どの項目の配点をどれくらいにするのが妥当なのか）。

イ 成果

昨年度の研究では、単元の流れをあまり考えずにパフォーマンス課題を設定してしまった。今年度は、単元全体の学習活動の中での位置付けを明確にして、事前の授業との関連を図り、単元のまとめとしてパフォーマンス課題を実施することができた。これは、単元計画書の作成が効果的であったと言える。パフォーマンス課題への取組は、主体的・協働的な学習活動の充実を図る手段として大変効果的であると考ええる。

ウ 課題

ルーブリックによる評価については、基準（段階）の線引き、さまざまな観点の重みなど、事前に設定した基準を大きく変更する場合があったり、評価方法を変える（加点方式にするなど）必要性が出たり、今年度もさまざまな課題が見つかった。特に評価をすることの重要なポイントである評価結果の生徒への還元（どの観点がどのような段階であるかを具体的な言葉で明確に伝え、次の学習に生かせるようにすること）については、十分な成果を上げることができなかった。これは、単元計画書の作成の段階でルーブリックを作成する際に、目指すべき生徒像の設定が的確にできていないことが原因の一つであると考ええる。目指すべき生徒像の設定には、個々の生徒の学習状況をきちんと把握することが必要であり、パフォーマンス評価のような取組を何回も経験することで、徐々に培われるものである。一つの単元で1回程度（おおよそ学期に1回程度）パフォーマンス評価を実施するなど、教科指導の中に継続的・計画的に取り入れることが重要である。

6 おわりに

今年度は、「どのように学ぶか」「どのような力が身に付いたか」という二つをキーワードに研究を進めてきた。新しい学び、評価の姿を追究しようとしてきたが、結果的には、今までの指導について振り返り、これから求められる教育の在り方に向けて、どのように“改善”していけばよいかという視点が大切であることが分かった。重要なことは、「教員が（どのように教えるか）」ではなく、「子どもたちが（どのように学ぶか）」という、「子どもたち」を主語にして、学習活動を考えていくことである。そのような視点で今後も研究をしていきたい。

参考文献等

- ・ 岐阜県立加茂農林高等学校・岐阜県立可児工業高等学校，平成26年度高等学校における「多様な学習成果の評価手法に関する調査研究」第2年次
- ・ 松下佳代，パフォーマンス評価，日本標準，2007
- ・ 三藤あさみ・西岡加名恵，パフォーマンス評価にどう取り組むか，日本標準，2010

【資料 1 単元計画書】

単元計画書

教科名(科目名)		単位数	
対象クラス		教科担当者	
単元名		単元の実施時期	○月○旬～○月○旬
単元目標 (学習指導要領)			
1	単元を目指すべき生徒像 (生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性から)		
2	単元到達目標		
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能
	④知識・理解		
3	パフォーマンス課題について		
	重点目標	身に付けてほしい知識・技能	
	パフォーマンス課題の内容		指導方法・形態

4	パフォーマンス課題についてのルーブリック							
	段階	観点1 ()				段階	観点2 ()	
	5					5		
	4					4		
	3					3		
	2					2		
1					1			
5	育成したい資質・能力 (キャリア教育の観点から)							
	〇〇力							
	〇〇力							
	〇〇力							
6	授業計画							
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④	評価の方法等
		定期考査						
		パフォーマンス課題 (課題学習)						

【資料2 単元計画書（説明用）】

単元計画書（説明用）

教科名(科目名)		単位数	
対象クラス		教科担当者	
単元名		単元の実施時期	○月○旬～○月○旬
単元目標 (学習指導要領)	学習指導要領解説より		
1	単元の目指すべき生徒像（生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性から）		
	<p>目の前の生徒たちが、単元の指導が終わったときに、どのような生徒になっているか（なっていてほしいか）を想像することで、観点別の到達目標、指導内容、指導方法、パフォーマンス課題、ルーブリックなどが明確になる。</p>		
2	単元到達目標		
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能
	④知識・理解		
	<p>学習指導要領の単元目標に基づき、目指すべき生徒像と照らし合わせて、目の前の生徒たちに合った具体的な観点別の到達目標を決める。 より具体的な目標を決めることにより、毎授業の指導内容、評価方法、パフォーマンス課題（課題学習の課題）、ルーブリックが明確になる。</p>		
3	パフォーマンス課題について		
	重点目標	身に付けてほしい知識・技能	
	<p>目指すべき生徒像、単元到達目標に基づき、どの観点の評価をするかを明確にして決める。</p>	<p>その単元の本質を捉え、目指すべき生徒像、単元到達目標に基づき、育成したい資質・能力との関連も考えて決める。</p>	
	パフォーマンス課題の内容		指導方法・形態
	<p>知識・理解、技能を中心とした評価（定期考査など）では評価しにくいような観点について、評価するための課題を設定する。数学におけるパフォーマンス課題の要件としては、</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 思考のプロセスを表現することを要求する。 ・ 多様な表現方法（式、言葉、図、絵など）が使える。 ・ 真実味のある現実社会の場面を扱っていて、そこから数学化するプロセスを含んでいる。 ・ 複数の解法がとれる（オープンプロセス）。 <p>である（松下 2007）。</p>		<p>主体的・協働的な取組になるように工夫する。 どの場面をどのように評価するか（評価物の設定など）ということを考慮して、指導方法・形態を決める。</p>

4	パフォーマンス課題についてのルーブリック							
	段階	観点1 ()	段階	観点2 ()				
	5	<p>知識・理解, 技能を中心とした評価(定期考査など)では評価しにくい観点について(思考・判断・表現など), 評価することを基本とする。</p> <p>ルーブリックは, 事前に生徒にも示し, 単元の目標, 見通しなどを明確にして取り組ませる。</p>	5	<p>一つの課題について, 評価の観点は, あまり多くせず, 単元到達目標のうちどの観点を測るのかを明確にすることが大切である。</p> <p>評価の段階(点数)は, 課題の内容, 観点などにより決める。場合によっては, 観点ごとの重み(満点)を変えてもよい。</p>				
	4		4					
	3		3					
	2		2					
1	1							
5	育成したい資質・能力(キャリア教育の観点から)							
	〇〇力	<p>問題解決力, 課題発見力, 判断力・表現力, 論理的思考力, 分析力・応用力など。</p> <p>その単元の本質や社会に出てからの必要性に基づいて決める。</p>						
	〇〇力							
	〇〇力							
6	授業計画							
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④	評価の方法等
			<p>知識・理解, 技能を中心とした評価(例えば定期考査の問題), 思考・判断・表現(数学的な見方や考え方)を評価するパフォーマンス課題(課題学習の課題)とそのルーブリックを決めた上で, 授業計画を立てる。これにより, 時間配分(時間をかけて指導する内容はどこか), 毎授業の指導方法や評価方法などを考える。</p>	<p>観点別の単元到達目標が明確になっていれば, 毎授業の観点別評価の内容と方法が考えやすい。</p> <p>見る観点は, 一つか二つ程度(あまり多くしない)。</p> <p>評価の方法はなるべく具体的に(観察による評価ならどのような観察をすればよいか, 評価物は何か)考える。振り返りシートの活用などは, 関心・意欲・態度の評価として効果的である。</p>				
		定期考査						
		パフォーマンス課題(課題学習)						

高等学校数学における効果的なグループ学習の在り方について

1 はじめに

今回研究対象とした科目「数学総合ウ」は、学校設定科目であり、「数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B」の学習内容を発展的に扱うことで、知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察し処理する能力を伸ばすとともに、それらを積極的に活用する態度を育てる」ことを目標としている。生徒に指定問題を予習して授業に臨むように指導しているが、少し難易度の高い問題についてはあまり考えず授業に臨むという状況があった。問題演習を中心とした授業においては「生徒自身が積極的に数学を活用する」ことが重要なポイントである。生徒自身が問題について深く考えてから授業に臨み、疑問などを話し合いながら解決していくように、グループ学習を取り入れた授業を継続的に実施することとした。

2 指導の方法（指導上の工夫）

授業の流れは、以下のとおりである。

- ・ 休み時間中に、指名された生徒が問題（使用教材：オリジナル教材Ⅰ・Ⅱ・A・B）の解答を板書する。他の生徒は机を動かし、グループをつくる。
- ・ 簡単な小テストを実施し、周囲の生徒と交換して採点する（約10分）。
- ・ 板書された問題について、周囲の生徒と協力しながら理解する。もし周囲の生徒と協力しても理解できない場合には、グループを超えた生徒に協力を求めてもよいこととする。教員は板書された解答を添削したり、その問題についてのポイントをまとめたりする。全体への助言や問題提起をすることもある（約20分）。
- ・ 「確認テスト」（資料1 左側）を実施し、周囲の生徒と交換して採点する（約10分）。
- ・ 「リフレクションカード」（資料1 右側）を用いて本時の授業を振り返る（約5分）。なお、確認テスト及びリフレクションカードは授業3回につき1回程度実施することとした。

グループ学習を活発にさせるために、教員はできるだけ解説や解答をしないように心がけた。また、各個人の能力向上のためには他者との協力という方法があることを感じさせたいと考えた。

評価については、確認テスト及びリフレクションカードを用いて行う。

3 実践報告

(1) 授業の実践について

このような授業形態に初めは戸惑っていた生徒もいたが、少しずつ主体的に取り組んでいけるようになった。「確認テスト・リフレクションカード」はしだいに浸透し、授業開始時に「今日は確認テストはありますか」と質問する生徒も出てきた。「確認テスト」を実施していることで、他のクラスより深い理解をしているという自信につながっているようだった。また、席替えしてグループが変わっても生徒は戸惑うことなく活動していた。

以下に、実践してよかったと感じた点を教師からの面と生徒からの面に分けて記す。

〈教師からの面〉

- ・ 板書された答案を添削する際に、添削に集中することができる。

- ・ 発言は少なめという考えから、助言や発言については要点を押さえることができる。
- ・ リフレクションカードを通して、生徒の様子が分かる。

〈生徒からの面〉

- ・ ポイントを押さえて友人に質問できるため、真剣に予習する。
- ・ 確認テストがあるため、各授業において最低限理解しておかなければならないことが分かる。
- ・ 周囲の様子が分かるため、授業中に取り上げた正解以外の別解に触れることができる。
- ・ 積極的に「理解したい」という姿勢が高まる。

以下に、各生徒のリフレクションカードに書かれた印象的なコメントを記す（原文のまま）。

生徒A（成績上位の女子生徒）
<p>〈1回目〉説明するとその問題が印象に残りやすくなると思った。</p> <p>〈6回目〉今日は式変形の過程も大切な分野であったのでノートも使いながら丁寧に説明した。ただ6人班になっているので新たに加わった2人に伝えられたかどうか…</p> <p>〈12回目〉自分のやり方が黒板と違っていた。少しややこしいので数え上げた方が簡単だったかなと思ったが、自分が理解していたかを確認できたのはよかった。</p> <p>〈16回目〉新しい班での初めての活動だったのでまだ遠慮し合っている雰囲気があったが、小テストの時は大分打ち解けた。自分ではこの解き方しかないだろうと思っていっても違う見方があるということ。</p>
生徒B（成績中位の男子生徒）
<p>〈1回目〉わからない部分だけ聞くことができた。別解がまったく思いつかない。</p> <p>〈6回目〉部分的に教えてもらったので良かったです。帰納法の日本語の使い方がわからなかった。</p> <p>〈12回目〉○と を使って (x, y, z) の組数を出す方法を教えてもらったのでよかった。</p> <p>〈16回目〉この問題はOK</p>
生徒C（成績下位の女子生徒）
<p>〈6回目〉数列の和は一気に計算じゃなくても $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ みたいな考えもできる。</p> <p>〈12回目〉確率は久しぶりで忘れていたが多かった。文字に条件がついてそれが使いにくいときは使いやすい形になおして解く。</p> <p>〈16回目〉図で考えた方がわかりやすい。解らない問題をがんばって理解しようと何回か解いていくと、そのうちスッキリわかる感覚が前よりついてきたので嬉しい。</p>

これらのコメントからも、生徒はこの授業形態に慣れて主体的に取り組んでいけるようになったと言える。



授業風景



グループ学習は生徒の主体的な取組に効果的であると考えられるが、評価をいかにするかは今後の課題である。指導の方法を考えた当初は、確認テスト及びリフレクションカードの記述により評価しようと考えていたが、確認テストで評価することと定期考査等で評価することの差はなく、リフレクションカードの問いが生徒にとって要点をつかみにくいものとなってしまったため、評価することができなかった。また、グループ学習している生徒の姿を評価することも困難であると感じた。

(2) 他クラスでの授業の実践について

同じ科目であるが、このような授業形態を実施していないクラスの生徒から、「隣のクラスのような授業をやってほしい」という要望を受けた。そのため、他クラスにおいてもこのような授業形態で実施した。グループ学習に慣れていないため戸惑う生徒が多く、一度きりの実施とした。実施したときの、各生徒のリフレクションカードに書かれた印象的なコメントを以下に記す（原文のまま）。

- ・ 今回のやりの方が理解できる。どこがわからないか明確にして授業にのぞもう！！
- ・ 協力すると楽しいし、わかるが増える。
- ・ こっちのやりの方が、予習が大切になる。
- ・ 僕はいままでの方の方が自分に無理なくできると思いました。
- ・ そこそこ楽しかったです。でもみんなは嫌そうでした。中学校に戻った気分でした。私はどちらでも良いです。
- ・ いろいろな解法をじっくり考えるには、個人の方が適しています。
- ・ 深く考えることはできたけど、あまり納得できない部分が多かったので、できれば先生の授業がいいなと思いました。
- ・ 自分の考える力をつくと思ったけれど、先生の解説の方がわかりやすいです。
- ・ このやり方だと1問を深く理解はできるが、その他がおろそかになってしまう。

グループ学習の実践については、その年度の開始時や教材が変わるときなどに導入し継続的に実施することが重要であることが分かった。また、授業全時間を用いてグループで取り組むということは、クラスによっては難しいということも分かった。

(3) 授業についてのアンケート

本実践を継続したクラスにおいて、11月中旬に授業に関するアンケート（資料2）を実施した。その結果を以下に記す。

1 授業の内容は理解できましたか。			
ア 理解できた 28.2%	イ だいたい理解できた 69.2%	ウ あまり理解できなかった 2.6%	エ 理解できなかった 0%
2 確認テストの難易度はあなたにとってどうでしたか。			
ア 難しかった 17.9%	イ やや難しかった 74.4%	ウ やや易しかった 7.7%	エ 易しかった 0%
3 ① リフレクションカードはあなたにとって授業ごとの振り返りとして有効でしたか。			
ア そう思う 7.7%	イ まあそう思う 59.0%	ウ あまり思わない 30.8%	エ 全く思わない 2.6%
② 振り返ったときにどう行動することができましたか。分かったことや逆に分からなかったことをつなげることができましたか（原文のまま）。			
・ さらなる疑問点を友人と議論することができた。（多数）			

- ・ わかっていなかった問題を系統的に分析し、苦手な分野を特定していった。
- ・ 実際にテストをやったときに減点をへらすために気をつけるべきポイントを見つける手助けになった。(多数)
- ・ 自分がわかっているつもりになっていた問題も確認テストでまだ理解しきれてなかったことに気付けた。(多数)
- ・ 確認テストでできなかったところを家でもう1回やった！それでもできなかったらフォーカスで確認という流れができた。
- ・ あまりできなかったと思います。もし分からない問題が残ったとき、もうその時間が終わってしまったら話す時間がないから。だからこそ、もう少し予習をやってくる状態、このアンケートの4でアに皆が丸を付ける状況になるとよいと思う(クラスの問題でもありますが)。
- ・ カードを授業後に提出するので、その日のうちに復習しようとする「どこができなかったんだっけ」となることがあったのであまり有効活用できませんでした。
- ・ 振り返りはなにを書けばいいかまいち分からない。
- ・ 特にこの授業形態だから変わったと思うところはない。
- ・ 自分が聞く立場、質問する立場ばかりだったので、いつか聞かれるようになりたいなと思うことが多かった。

4 このような授業形態を続けてきたことは

「どこが分からないかや何を質問したいかを考えてから授業に臨む」という姿勢につながりましたか。

ア そう思う	イ まあそう思う	ウ あまり思わない	エ 全く思わない
35.9%	43.6%	17.9%	2.6%

5 このような授業形態を続けてきたことは

「疑問や質問を話し合いながら解決していく」という姿勢につながりましたか。

ア そう思う	イ まあそう思う	ウ あまり思わない	エ 全く思わない
66.7%	28.2%	5.1%	0%

6 このようなグループ学習を続けていくことは、以下の力を身に付けることに有効だと思いますか。

① 自己理解・自己管理能力(指定問題についてのさまざまな課題を発見・分析し、指定問題やその周辺のことについて積極的に学ぼうとする力)

ア そう思う	イ まあそう思う	ウ あまり思わない	エ 全く思わない
43.6%	51.3%	5.1%	0%

② 課題対応能力(グループ学習を通して、指定問題に関する課題を解決することができる力)

ア そう思う	イ まあそう思う	ウ あまり思わない	エ 全く思わない
35.9%	56.4%	7.7%	0%

③ 人間関係形成・社会形成能力(多様な他者の考えを理解し、相手の意見を聴いて自分の考えを正確に伝えることができるとともに、他者と協力して学ぼうとする力)

ア そう思う	イ まあそう思う	ウ あまり思わない	エ 全く思わない
56.4%	38.5%	5.1%	0%

7 自由記述欄（授業形態・グループ学習について等，原文のまま）

- ・ グループ学習という形態について最初はあまり好きではなく，元の授業形態の方が良かったなあと思っていたが，次第に，グループ学習でしか発見できない他人のさまざまな解法や考え方を知ることができたので良かった。
- ・ 先生が生徒に対して一方的に教えてもらう型の授業よりも積極的に授業に参加できた。また，今理解しなくては今自分から聞かなければ待っているは何もならないというところもまた，積極的に参加する理由であったと思う。
- ・ 定期テストの時にノートをふり返っていても，授業の時のことを思い出します。誰がこの問題解いたとか誰に教えてもらったか鮮明に覚えていて，この参加型授業形態すごく好きです。
- ・ わからないところをピンポイントで即誰かに聞くことができるのがこの授業のメリットだと思う。なによりねむくならない。
- ・ 数学の能力によって授業でとりくむ問題が違ふし，理解の速さに個人差もあるから，わからないところを質問しようとしても違ふ問題を解いている場合が多いから質問しにくいし孤立する。
- ・ 問題量が多かったり時間が短かったりすると十分な議論ができない。全ての問題で行うのではなく，別解が多いもの，考える余地が多いもの等，問題を選んでこの形態にすべき。
- ・ グループ内で理解能力に差がありすぎるとちょっと申し訳ないです…一方的になることがある。
- ・ できるかぎり確認テストは毎回やりたい。
- ・ 全員が数学の話をしている時間は居心地がいい。黒板に書き加えていくメモが時々わかりにくい。
- ・ 班にはあまり自分から話せない人もいて，大丈夫だったかな？と思う。まわりがフォローしていかなければいけないのだけど…。

4 まとめ

(1) 成果

アンケート結果から成果を三つ挙げるができる。一つ目は，多くの生徒はこちらが期待したことを超えた行動をしていることである。アンケート3②において，どう行動することができたかという問いに，生徒のほとんどが実行していることを具体的に記述していた。その中の，「さらなる疑問点を友人と議論することができた。」「わかっていなかった問題を系統的に分析し，苦手な分野を特定していった。」「実際にテストをやったときに減点をへらすために気を付けるべきポイントを見つける手助けになった。」などの回答は，こちらが期待したことを超えた行動である。二つ目は，年間計画書（資料3）における「この科目で重視したいこと」がおおむね達成できたことである。アンケート4及び5の結果や7の記述から，生徒は「問題について深く考えてから授業に臨み，疑問などを話し合いながら解決していく」という流れをつくることができたと言える。予想以上に生徒の積極性を引き出すことができた。三つ目は，年間計画書における「育成したい能力（キャリア教育の視点から）」に結び付いたことである。アンケート6の結果や7の記述から，生徒が主体的に行動すると同時に，他者と協力し，お互いの今後の成長に向けて取り組む姿勢につながったことが分かった。これは予想外の成果であった。

(2) 改善点とその考察

本実践から改善点を二つ挙げるができる。その考察を以下に記す。

ア 授業について

3 (1)から、自由な雰囲気の中での授業は生徒の主体的な取組に効果があることが分かった一方で、3 (2)から、生徒の中には一人でじっくり考えたい生徒やこのような形式に合わない生徒がいるということも分かった。アンケート5及び6③の結果や7の記述からも読み取ることができる。これを改善できると考えられる方法を以下に記す。

- ・ 毎授業の中で、〇〇分はグループ学習を取り入れる（授業の全時間は使わない）。
- ・ グループ学習をするときの評価の観点を生徒に明確に伝える。
- ・ グループ学習の協議内容やそれぞれの生徒の役割を設定する。

イ 評価について

本実践においては、生徒の主体的な取組への指導法を追究することはできたが、評価方法を追究することはできなかった。数学的な技能や知識・理解については定期考査等で評価し、関心・意欲・態度や数学的な見方や考え方について、リフレクションカードを用いて評価することはできたかもしれない。改善できると考えられる方法を以下に記す。

リフレクションカードの問いに、

- ・ 他者にどのような働きかけをしたか。
- ・ 他者からどのようなアドバイスをもらったか。
- ・ どのような点が話し合われ、どのように解決したか。

というような事柄を含める。

本実践は問題演習を中心とした授業における実施としたが、今後どのような授業においても生徒の主体性を引き出していきたい。その際、積極的に学ぶ姿勢を育てることを忘れずに「グループ学習をどの程度授業に取り入れると有効であるか」及び「どのように評価するか」を追究していきたいと思う。

【資料1 配付プリント】

プリント左側

確認テスト

3年()組()番 名前()

- 1 正しい答案には○を付ける
- 2 間違えていたら直してあげて○を付ける
- 3 途中までなら，そこまで正しければ○を付ける

問題

プリント右側

リフレクションカード

A 学習態度（しゃべる，質問する，説明する，動く，チームで協力する，チームに貢献する，全員で100点をとる）に沿って活動できましたか？それによって気付いたことは何ですか？

B 学習内容について分かったこと，分からなかったこと何ですか？

分かったこと

分からなかったこと

C その他，意見，要望など

【資料2 実施したアンケート】

アンケート

1 授業の内容は理解できましたか。

ア 理解できた イ だいたい理解できた ウ あまり理解できなかった エ 理解できなかった

2 確認テストの難易度はあなたにとってどうでしたか。

ア 難しかった イ やや難しかった ウ やや易しかった エ 易しかった

3 ①リフレクションカードはあなたにとって授業ごとの振り返りとして有効でしたか。

ア そう思う イ まあそう思う ウ あまり思わない エ 全く思わない

②振り返ったときにどう行動することができましたか。分かったことや逆に分からなかったことをつなげることはできましたか。

4 このような授業形態を続けてきたことは

「どこが分からないかや何を質問したいかを考えてから授業に臨む」

という姿勢につながりましたか。

ア そう思う イ まあそう思う ウ あまり思わない エ 全く思わない

5 このような授業形態を続けてきたことは

「疑問や質問を話し合いながら解決していく」 という姿勢につながりましたか。

ア そう思う イ まあそう思う ウ あまり思わない エ 全く思わない

6 このようなグループ学習を続けていくことは、以下の力を身に付けることに有効だと思いますか。

①自己理解・自己管理能力（指定問題についてのさまざまな課題を発見・分析し、指定問題やその周辺のことについて積極的に学ぼうとする力）

ア そう思う イ まあそう思う ウ あまり思わない エ 全く思わない

②課題対応能力（グループ学習を通して、指定問題に関する課題を解決することができる力）

ア そう思う イ まあそう思う ウ あまり思わない エ 全く思わない

③人間関係形成・社会形成能力（多様な他者の考えを理解し、相手の意見を聴いて自分の考えを正確に伝えることができるとともに、他者と協力して学ぼうとする力）

ア そう思う イ まあそう思う ウ あまり思わない エ 全く思わない

7 自由記述欄（授業形態・グループ学習について等）

【資料3 年間計画書】

年間計画書

教科名(科目名)	数学(数学総合ウ) 学校設定科目		単位数	3単位						
対象クラス	普通科 3年生 理型クラス		教科担当者							
単元名			実施時期	5月初旬～11月中旬						
科目の目標	数学ⅠAⅡBの学習内容を発展的に扱うことで、知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に処理する能力を伸ばすとともに、それらを積極的に活用する態度を育てる。									
1	<p>科目の目指すべき生徒像(生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性等)</p> <p>本科目は問題演習を中心とした科目であり、指定された問題を予習し授業に臨むことを生徒に課しているが、生徒は少し難易度の高い問題についてはあまり考えず授業に臨むという状況がある。生徒が、どこが分からないかや何を質問したいかを考えてから授業に臨み、授業中はその疑問や質問を話し合いながら解決していくように、グループ学習を取り入れている。</p> <p>人に教えることで理解を深めたり、人と話し合うことで問題点が明らかになる経験を積んだりすることで、より積極的に学ぶ姿勢を育てたい。</p>									
2	このクラスの科目の到達目標									
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能		④知識・理解					
	数学的な活動を通して、その考え方に関心をもつとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを事象の考察に活用する。	数学的な活動を通して、数学的な見方や考え方を身に付け、事象を数学的にとらえ、論理的に考えるとともに、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えている。	事象を数学的に考察し、表現し処理する仕方や推論の方法を身に付け、的確に問題を解決できる。		基本的な概念、原理・法則、用語・記号などを理解し、基礎的な知識を身に付け、さらに発展的な内容を考察、処理することができる。					
3	年間計画									
	時数	小単元	主な学習内容・活動			①	②	③	④	評価の方法等
	9	図形と方程式	さまざまな問題について、軌跡や領域の考え方をを用いてよりよく解決できるようにする。			○			○	定期考査 確認テスト
	13	ベクトル	さまざまな問題について、ベクトルを用いてよりよく解決できるようにする。				○		○	定期考査 確認テスト
	13	数列	さまざまな問題について、数列を用いてよりよく解決できるようにする。			○		○		定期考査 確認テスト
	13	三角関数 指数・対数関数	さまざまな問題について、三角関数や指数・対数関数を用いてよりよく解決できるようにする。					○	○	定期考査 確認テスト
	10	個数の処理 確率	さまざまな問題について、個数の処理や確率の考え方をを用いてよりよく解決できるようにする。			○	○			定期考査 確認テスト
	13	数と式 方程式・不等式 式と証明 図形と式	さまざまな問題について関心を持ち、基本的な概念を身に付け、事象を数学的にとらえ論理的に考えるとともに、的確に問題を解決できるようにする。			○	○		○	定期考査 確認テスト
	13	ベクトル 数列	さまざまな問題について関心を持ち、基本的な概念を身に付け、事象を数学				○	○	○	定期考査 確認テスト

	関数 微分・積分 個数の処理 確率	的にとらえ論理的に考えるとともに、 的確に問題を解決できるようにする。					
2 1	総合演習	発展的な問題について演習する。		○		○	定期考査等 確認テスト
4	授業について						
	重点目標			指導方法・形態			
	<ul style="list-style-type: none"> ・周囲のクラスメートと話し合いながら、疑問等を解決していく。 ・各授業において身に付けたい「数学的な見方や考え方」, 「数学的な技能」や「知識」等を本当に身に付けることができたかを確認する。 ・理解できなかったことが何であるかを確認する。 			<ul style="list-style-type: none"> ・指定問題を理解する時間は、グループ内で教え合わせる。 ・確認テストについては、初めは個人で取り組ませるが、早く解き終わった生徒は同じグループの生徒に教えてもよいこととする。グループ全員が満点を取ることができるように協力する。 ・相互採点の後、リフレクションカードを用いて授業の振り返りをさせる。 			
	指定問題（例）			確認テスト (左記の内容に合わせた例)			
	<p>1 箱に1から9までの番号がついた9つの玉が入っている。それらをよく混ぜて箱から一つずつ順に全部取り出し、取り出した順に新しく1から9までの番号を付ける。このとき、新しく付けられる番号が最初に付けられていた番号と一致する玉の個数がちょうど5つになる確率を求めよ。</p> <p>2 さいころをn個同時に投げるとき、出た目の数の和が$n+3$になる確率を求めよ。</p> <p>3 n個($n \geq 2$)のさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めよ。 (1) 少なくとも1個は1の目が出る確率 (2) 出る目の最小値が2である確率 (3) 出る目の最小値が2かつ最大値が5である確率</p>			<p>(1) $x+y+z=10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$を満たす整数(x, y, z)の組数を求めよ。</p> <p>(2) $x+y+z=10$を満たす自然数(x, y, z)の組数を求めよ。</p> <p>(3) xは2以上の自然数, yは自然数, zは負でない整数で$x+y+z=10$を満たす(x, y, z)の組数を求めよ。</p>			
5	育成したい能力（キャリア教育の観点から）						
	自己理解・自己管理能力	指定問題についてのさまざまな課題を発見・分析し、指定問題やその周辺のことについて積極的に学ぼうとする。					
	課題対応能力	グループ学習を通して、指定問題に関する課題を解決する。					
	人間関係形成・社会形成能力	多様な他者の考えを理解し、相手の意見を聴いて自分の考えを正確に伝えることができるとともに、他者と協力して学ぼうとする。					

フィボナッチ数列を極める

1 はじめに

数学Bは、「ベクトル」、「数列」、「確率分布と統計的な推測」の3分野を学習する。今回は、「数列」の分野について、パフォーマンス課題を実施する。

この分野は、学習指導要領においては、「簡単な数列とその和及び数学的帰納法について理解し、それらを事象の考察に活用できるようにする」とある。等差数列、等比数列やさまざまな数列の一般項や和を求め、 Σ を用いた計算ができるようになることが、この単元の達成目標の一つにある。しかし、計算だけでなく事象の考察に活用するためには、自ら課題を見つけ出すことや、数学を用いて問題点を解決していくことが欠かせない。社会に出てからも通用するような真の問題解決力の育成を目指して、パフォーマンス課題を設定した。

2 単元計画に当たって

本校では授業を65分で行っている。より深く考えさせたり、演習を通して学んだことの定着をさせたりできるというメリットがあると思われる。そこで、数列の「規則性を見つけること」とそれを「証明すること」について、じっくり時間をとって考えさせ、漸化式及び数学的帰納法の内容が体系的に理解できているかを問いたいと考えた。それまでの授業が伏線となり、パフォーマンス課題が単元のまとめとしての位置付けとなるよう、見通しをもった単元計画書をつくることとした（資料10）。

3 実践報告と考察

(1) 授業での実践について

数列の導入では、できるだけ例をたくさん挙げて規則性を考えさせた。小テストで等差数列や等比数列を扱う際には、与えられた数列の一般項や和を求めるだけでなく、数列の一部を取り出して別の数列とみて規則性を考えさせるという意識付けを行った。例えば偶数項や3の倍数項だけ取り出した数列の一般項や、それぞれの項の2乗の和、隣り合う項の2乗の差を求めることなどのアイデアを考えさせておいた。

(2) パフォーマンス課題の実践について

パフォーマンス課題は以下のようなものである（資料7）。

フィボナッチ数列

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_n + a_{n+1} \quad \text{について}$$

どんな規則性（法則）があるのか、できるだけたくさん見つける。また、その規則性に名前をつける。

それらの規則性（法則）を、数学的帰納法などを用いて証明する。

まずは、フィボナッチ数列を紹介した。フィボナッチ数列という言葉聞いたことがある生徒は何人かいたが、その規則性について考えたことがある生徒は一人もいなかった。

個人で規則性を考える時間を10分以上とったが、それぞれ黙々とワークシートに向かっていた。次

に、自分の考えだけにとどまらないように、グループ学習を取り入れることとし、4人から6人の班を編成させた。どうしても規則性を見つけられない生徒には、あらかじめ日本語で書かれた『ヒントカード』を用意しておいた。各グループ一度だけヒントカードを使えるというルールをつくったが、ほとんどの班がヒントカードを取りに来る結果となった。その後、グループ内で最も優れた法則を決めさせ、代表者に板書させた。法則を証明する部分は、個人で取り組ませることとした。

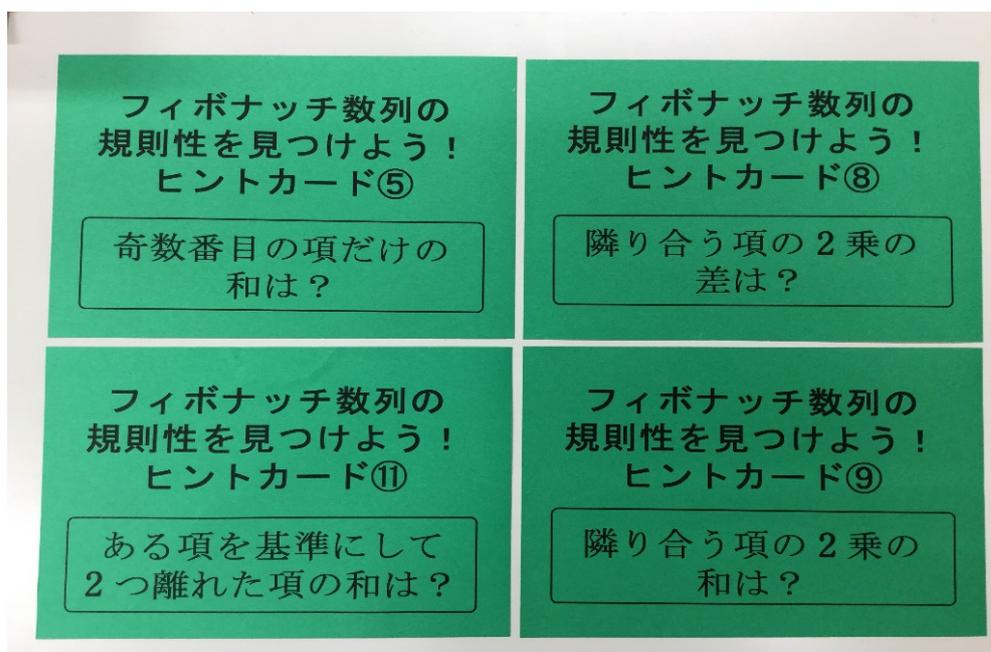
ワークシートでは、一番積極的だった生徒を相互評価させる欄を設ける工夫をした（ワークシートの例）。グループ内の議論がより活発になったと思われる。また、法則にはタイトルを付けネーミングを考えさせることとした。その理由は、新種の生物や天体に第一発見者の名前が付けられたり、体操競技の技には最初に成功させた選手の名前が付けられたりするなど、誰もが気付かないような発見にはそれなりの価値があると考えたからである。規則性を象徴するようなもの、あるいは第一発見者の名前などを期待していたが、おもしろいタイトルを考えることに夢中になる生徒も現れ、本来の趣旨から外れてしまった。

パフォーマンス課題を実施した授業での大まかな流れは以下のとおりである。

・ 導入・説明	10分
・ 個人で考える	15分
・ グループ学習	20分
・ 意見発表（代表者による板書）	5分
・ 個人で証明する	10分
・ アンケート	5分
	(計65分)



授業風景（グループ学習）



ヒントカード

グループ内で出た意見や新たな発見

$$a_{2(n+1)} - a_n = a_{2n+1}$$

$$a_{2n+3} - 1 = a_{2n} + a_{2(n+1)}$$

$$\frac{a_5 - 1}{5 - 1}$$

グループ内のメンバーは、 _____ さん, _____ さん, _____ さん, _____ さん, _____ さん で
一番積極的に意見を言っていた人は、 _____ さんです。

グループ内で出た意見や新たな発見

$$a_{pn} = a_n - k \quad (p, k \text{ は整数})$$

$$a_n^2 + a_{n+1}^2 = a_{2n+1}$$

$$a_{5p} = 5k \quad (p, k \text{ は整数})$$

グループ内のメンバーは、 _____ さん, _____ さん, _____ さん, _____ さん, _____ さん で
一番積極的に意見を言っていた人は、 _____ さんです。

ワークシートの例 (ステージ2: グループ学習 生徒のワークシートを基に作成)

(3) 評価について

規則性を見つけるという観点1（資料10）については、以下のような結果となった。

得点	1	2	3	4	5	6	7	8	9
人数	7	9	8	2	1	5	4	0	3

試行錯誤の形跡は見られたものの、規則性を一つも見つけれなかった生徒は7人であった。

最高点は規則性を三つ見つけそれぞれ正しい式の形で表現できた生徒であり、加点方式で9点とした（資料1）。資料2にあるように、規則性は見つけたものの、言葉での表現にとどまり、式の形で表現できていないものは2点とした（2点×3＝6点）。資料3のように、階差数列を考えてはいるが、もとの漸化式と同じ意味であるものについては、2点とした。資料4は試行錯誤の結果見つけた式であると思われるが、 $n=2$, $n=3$ では成り立つものの $n \geq 4$ で成り立たないので、1点とした。

【資料1 9点をつけた解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

タイトル：

法則 『 $a_n \cdot a_{n+3} = a_{n+1} \cdot a_{n+2} + (-1)^{n+1}$ 』

タイトル：

法則 『 $a_{n+1}^2 + (-1)^{n+1} = a_n \cdot a_{n+2}$ 』

タイトル：

法則 『 $3a_{n+2} = a_n + a_{n+4}$ 』

【資料2 6点をつけた解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

タイトル：

法則 『（項の番号が）3の倍数で（値が）偶数 』

タイトル：

法則 『（項の番号が）4の倍数で（値が）3の倍数 』

タイトル：

法則 『（項の番号が）5の倍数で（値が）5の倍数 』

【資料3 2点をつけた解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

タイトル： 階差 ($n \geq 3$)

法則 『 $b_n = b_{n-1} + b_{n-2}$ ($n \geq 3$) 』

タイトル：

法則 『 』

タイトル：

法則 『 』

【資料4 1点をつけた解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

タイトル：

法則 『 $(a_{n+1} \times a_{n+3}) - (a_n \times a_{n+2}) = 7(n-1) \quad (n \geq 2)$ 』

タイトル：

法則 『 』

タイトル：

法則 『 』

見つけた規則性を証明するという観点2については、以下のような結果となった。

得点	0	1	3	5
人数	7	5	24	3

論理的に正しく証明ができた、5点をつけた生徒は僅か3人にとどまった（資料5）。最も多かった例は、資料6のように、数学的帰納法の途中で挫折したと思われるものであった。数学的帰納法やその他の証明に慣れていないのが原因の一つではないかと推測されるが、板書にはさまざまな規則性が挙げられており、どれを示すのが簡単であるかを見極める力も十分でなかったと感じている。また、複数の証明ができた場合にはそのつど加点していく予定であったが、複数できた生徒はいなかった。

【資料5 5点をつけた解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

タイトル：塩ハンバーグの法則

法則 『 $S_n = a_{n+2} - 1$ 』

(証明)

(I) $n = 1$ のとき、

(左辺) = 1

(右辺) = $a_3 - 1 = 1$

(II) $n = k$ のとき、

$S_n = a_{k+2} - 1$ が成り立つと仮定する。

(左辺) = $S_{k+1} = S_k + a_{k+1} = a_{k+2} + a_{k+1} - 1$

(右辺) = $a_{k+2+1} - 1 = a_{k+3} - 1 = a_{k+2} + a_{k+1} - 1$

(左辺) = (右辺)

$n = k + 1$ でも成り立つ。

終

数学的帰納法により、すべての自然数でも成り立つ。

【資料6 最も多かった解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

タイトル：
 法 則 『 $3 a_{n+2} = a_n + a_{n+4}$ 』

(証明) (I) $n = 1$ のとき,
 (左辺) $= 3 a_{1+2} = 6$
 (右辺) $= a_1 + a_{1+4} = 6$
 よって, 成り立つ。

(II) $n = k$ のとき,
 $3 a_{k+2} = a_k + a_{k+4}$
 が成り立つと仮定する。
 $n = k + 1$ のとき,
 $3 a_{(k+1)+2} = a_{k+1} + a_{(k+1)+4}$

終

(4) アンケート結果について

授業の終わりにアンケート（資料8）を実施した。結果は以下のとおりである。

今回の授業に、意欲的に取り組むことができましたか。

よくできた	まあまあよくできた	あまりできなかった	できなかった
14人 (35.9%)	21人 (53.8%)	4人 (10.3%)	0人 (0%)

グループでの話し合いは、積極的に行うことができましたか。

よくできた	まあまあよくできた	あまりできなかった	できなかった
17人 (43.6%)	20人 (51.3%)	2人 (5.1%)	0人 (0%)

今回の授業で、これまでの数列の授業を通して行ってきたこと（発見すること、式で表現すること、証明することなど）の意義や有用性を認識することができましたか。

よくできた	まあまあよくできた	あまりできなかった	できなかった
7人 (17.9%)	25人 (64.1%)	6人 (15.4%)	1人 (2.6%)

今回の授業は、以下のような力を身に付けることに有効だと思いますか。

論理的思考力・創造力（ものごとを論理的に考え、新たな発見や考えを生み出す力）

そう思う	まあまあそう思う	あまり思わない	思わない
26人 (66.7%)	13人 (33.3%)	0人 (0%)	0人 (0%)

人間関係形成能力（他者とコミュニケーションをとりながら協力する力）

そう思う	まあまあそう思う	あまり思わない	思わない
21人 (53.8%)	15人 (38.5%)	3人 (7.7%)	0人 (0%)

問題解決力（これまでに学習した内容を使って、与えられた課題や自ら見つけ出した課題を解決する力）

そう思う	まあまあそう思う	あまり思わない	思わない
21人 (53.8%)	18人 (46.2%)	0人 (0%)	0人 (0%)

ほとんどの項目について、肯定的な意見が目立った。「意欲的に取り組んだ」あるいは「積極的にグループ学習が行えた」と答える生徒が多いのは予想されていたが、「数列の授業を通して行ってきたことの意義や有用性を認識できた」に対しても肯定的であった。また、「育成したい三つの力を身に付けることに有効である」という項目について、「そう思う」がそれぞれ過半数を占める結果となったことには驚かされた。

次に、自由記述で書かせた授業の感想を挙げる（原文のまま）。

- ・ 考え、話し合う授業があまりにもないので、よい機会となった。
- ・ 規則を見つけるためにいろいろ考えているときは、かなり楽しかった。
- ・ 自分で法則を見つけるのは、すごく難しかった。法則を作った偉人はすごいと思った。
- ・ 積極的に取り組むことができたが、証明を導くのが難しかった。
- ・ 未知の問題を解決するのは、難しいなあと思いました。脳をたくさん使ったので疲れた。
- ・ 難しかったです。友達と話をしながら考えて、見つけられたのでうれしかったです。
- ・ 自分で法則性を見つけ出して、またそれを証明するのが楽しかった。また、同じものを見ているのに、こんなに法則性が見つかるものなのかなと思った。
- ・ 考えれば考えるほど奥が深いと思った。規則性がたくさんある世界だと思った。
- ・ 数列は苦手で息づまっていたのでよいリフレッシュになった。数列に対する意識が高まった。日常生活で数列を探してみようと思った。
- ・ 楽しかった。もっといろいろなもので今回のようなことをやりたいと思った。
- ・ 楽しいけどテスト勉強もしたい。やるならテスト後がいいなあ。でもみんなで話し合うのは本当に楽しかった。
- ・ 問題集とかはそれぞれの解のパターンがあるけど、こういうものだとたくさんの視点から考えなければいけないので、大変だったけどこういうことが大切だと思った。
- ・ いつか自分で考えたものを相手に説明し、しっかりと伝える能力が、将来必要になることを考えると恐ろしいと思う。

4 まとめ

実施時期をテスト直前の授業に設定せざるを得なかった点が残念であった。しかし、パフォーマンス課題が「求めよ」ではなく「発見せよ、証明せよ」という問いかけであったことは生徒にとって新鮮であり、試行錯誤の末に発見できたときの喜びなど、ふだんの授業では味わえない感動があったようだ。グループ学習でも活発な議論が生まれ、生徒はとても生き生きとしていた。手を動かしながら、

じっくり考えさせ反省までもっていった点においては、65分授業である本校のスタイルには合った形で展開できたと思われる。教える側にとっても、結論までいかに導くのか、毎回の授業で意識させたポイントは何なのかを明確に単元計画を立てて実施ができたことはメリットであった。また、式での表現や証明の手順など、基礎・基本の定着の大切さを再認識させられた。

これからも、生徒の知的好奇心をくすぐるような工夫や、基礎・基本を大切にしつつ、見通しをもって授業を展開できるよう意識しながら、よりよい授業となるよう改善に努めたいと思う。

【資料7 課題プリント】

【数列の規則性を考えよう】

2年()組()番 名前()

初項と第2項が1で、第3項以降は直前の2項の和でできる数列を『フィボナッチ数列』と呼ぶ。つまり、

$$a_1=1, a_2=1, \quad (n: \text{自然数})$$

という漸化式の形で表現できる。

自然界において、ひまわりの種の配列、花びらの枚数、木の枝分かれ、葉の付き方、巻き貝の形、孔雀の羽の模様、ミツバチの家系などさまざまなものに表れている。



Leonardo Fibonacci

(1170頃~1250頃)

出典: <https://ja.wikipedia.org>

【ステージ1】 まずは自分で考えよう。

問1 第3項以降を具体的に書き出してみよう。

$$a_3 = \quad , a_4 = \quad , a_5 = \quad , a_6 = \quad , a_7 = \quad , a_8 = \quad , a_9 = \quad , a_{10} = \quad , \\ a_{11} = \quad , a_{12} = \quad , a_{13} = \quad , a_{14} = \quad , a_{15} = \quad , a_{16} = \quad , a_{17} = \quad , \dots$$

問2 この数列には、どんな法則(規則性)があるだろうか。できるだけたくさん見つけよう。

できるだけ、言葉ではなく、式で表現しよう。また、その法則にタイトル(名前)をつけよう。

～考察スペース～

タイトル:

法則 『

』

タイトル:

法則 『

』

タイトル:

法則 『

』

【ステージ2】 次にグループで話し合おう。

グループのメンバーの意見を聞き、さらに考えを深めよう。

いくつかの意見を合わせても、全く新しい規則性を見つけても良いです。

他のグループが見つけれられないような法則はないだろうか。

グループ内でのMVR（Most Valuable Regularity：最優秀法則）を決めよう。

グループ内で出た意見や新たな発見

グループ内のメンバーは、 _____ さん, _____ さん, _____ さん, _____ さん, _____ さん で
一番積極的に意見を言っていた人は、 _____ さんです。

私たちのグループ内のMVR（Most Valuable Regularity：最優秀法則）

タイトル：

法 則 『 _____ 』

他のグループの意見

【ステージ3】 見つけた法則を証明してみよう。

タイトル：
法 則 『 』

(証明)

終

できたら、他の法則についても証明してみよう！

【資料8 事後アンケート】

【数列の規則性を考えよう】アンケート 2年()組()番 名前()

1 以下の項目について、4段階で答えて下さい。

(1) 今回の授業に、意欲的に取り組むことができましたか。

4 よくできた 3 まあまあよくできた 2 あまりできなかった 1 できなかった

(2) グループでの話し合いは、積極的に行うことができましたか。

4 よくできた 3 まあまあよくできた 2 あまりできなかった 1 できなかった

(3) 今回の授業で、これまでの数列の授業を通して行ってきたこと

(発見すること、式で表現すること、証明することなど)の意義や有用性を認識することができましたか。

4 よくできた 3 まあまあよくできた 2 あまりできなかった 1 できなかった

2 今回のような授業は、以下のような力を身に付けることに有効だと思いますか。

1と同様に、4段階で答えて下さい。

(1) 論理的思考力・創造力(ものごとを論理的に考え、新たな発見や考えを生み出す力)

4 そう思う 3 まあまあそう思う 2 あまり思わない 1 思わない

(2) 人間関係形成能力(他者とコミュニケーションをとりながら協力する力)

4 そう思う 3 まあまあそう思う 2 あまり思わない 1 思わない

(3) 問題解決力(これまでに学習した内容を使って、与えられた課題や自ら見つけ出した課題を解決する力)

4 そう思う 3 まあまあそう思う 2 あまり思わない 1 思わない

3 授業の感想を自由に書いて下さい。

【資料9 フィボナッチ数列のさまざまな規則性】

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$$

奇, 奇, 偶, 奇, 奇, 偶, 奇, 奇, 偶, …

① 3の倍数の項は, 偶数

② 4の倍数の項は, 3の倍数

③ 5の倍数の項は, 5の倍数

④ 6の倍数の項は, 8の倍数

⑤ $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = a_{n+2} - 1$

⑥ $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2n-1} = a_{2n}$

⑦ $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n} = a_{2n+1} - 1$

⑧ $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = a_n \cdot a_{n+1}$

⑨ $a_{n+1}^2 + a_n^2 = a_{2n+1}$

⑩ $a_{n+1}^2 - a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+2} \quad (n \geq 2)$

⑪ $a_{n+1}^2 - a_{n-1}^2 = a_{2n} \quad (n \geq 2)$

⑫ $a_{n+2} + a_{n-2} = 3a_n \quad (n \geq 3)$

⑬ $a_{n+1} \cdot a_n - a_n \cdot a_{n-1} = a_n^2 \quad (n \geq 2)$

⑭ $a_{n+1} \cdot a_{n-1} = a_n^2 + (-1)^n \quad (n \geq 2)$

⑮ $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n = (-1)^{n+1} a_{n-1} + 1 \quad (n \geq 2)$

⑯ $a_1 a_2 + a_2 a_3 + \cdots + a_{2n-1} a_{2n} = a_{2n}^2$

⑰ $a_1 a_2 + a_2 a_3 + \cdots + a_{2n} a_{2n+1} = a_{2n+1}^2 - 1$

⑱ $a_{n+m} = a_m a_{n+1} + a_{m-1} a_n \quad (m \geq 2)$

⑲ 隣り合う項同士は, 互いに素 (黄金比)

【資料 10 単元計画書】

単元計画書

教科名(科目名)	数学(数学B)		単位数	2単位			
対象クラス	2年生 理型クラス		教科担当者				
単元名	数列		単元の実施時期	11月中旬			
単元目標	簡単な数列とその和及び数学的帰納法について理解し、それらを事象の考察に活用できるようにする。						
1	単元の目指すべき生徒像(生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性等) 数列における基本的な概念や原理・法則を理解させ身に付けさせるのは勿論である。ただ与えられた問題の答えを出すことだけでなく、どんな問題があるのかを見つけ出し、それをこれまで培った知識や技能で処理していくことが、真の問題解決能力であると考えている。社会に出てからも通用する力の根底となるものの育成を目指したい。						
2	このクラスの単元到達目標						
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能	④知識・理解			
	数列に関心をもつとともに、それらを事象の考察に活用して数学的論拠に基づいて判断しようとする。	事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、数列における数学的な見方や考え方を身に付けている。	数列において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。	数列における基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、知識を身に付けている。			
3	単元計画						
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④ 評価の方法等
	1	数列と一般項 等差数列	等差数列について理解し、一般項を求める。			○	○ 課題プリント
	1	等差数列の和	等差数列について理解し、和を求める。			○	○ 課題プリント 小テスト
	1	等比数列	等比数列について理解し、一般項を求める。			○	○ 課題プリント
	1	等比数列の和	等比数列について理解し、和を求める。			○	○ 課題プリント 小テスト
	2	和の記号 Σ	和の記号 Σ の意味と性質を理解し、数列の和を求める。			○	○ 課題プリント 小テスト
	2	階差数列	数列の規則性の発見に階差数列を利用する。数列の和と一般項の関係を理解する。	○		○	○ 課題プリント
	2	いろいろな数列の和	和の求め方工夫して、いろいろな数列の一般項や和を求める。	○	○		課題プリント
	2	漸化式	漸化式の意味を理解し、具体的に項を求める。		○	○	○ 課題プリント 小テスト
	2	数学的帰納法	数学的帰納法を用いて、等式・不等式を証明できる。	○	○	○	課題プリント
	1	パフォーマンス課題による評価	この単元の知識・技能を活用して、課題に取り組む。	○	○	○	パフォーマンス課題
	1	第4回定期考査	この分野の基本的事項の確認をする。		○	○	○ 定期考査

4	パフォーマンス課題について			
	重点目標	身に付けてほしい知識・技能		
	<ul style="list-style-type: none"> ・発見すること ・式の形で表現すること ・論理的に考え、証明すること を体系的に理解できているかを問うことができる。	<ul style="list-style-type: none"> ・等差数列，等比数列について理解し，一般項及び和を求めることができる。 ・いろいろな数列の一般項や和について，その求め方を理解し，事象の考察に活用できる。 ・漸化式について理解し，簡単な漸化式で表された数列について一般項を求めることができる。 ・数学的帰納法について理解し，簡単な命題の証明に活用できる。 		
	パフォーマンス課題の内容	指導方法・形態		
フィボナッチ数列 $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ について どんな規則性（法則）があるのか，できるだけたくさん見つける。 また，その規則性に名前を付ける。 それらの規則性（法則）を，数学的帰納法などを用いて証明する。	ワークシートを準備し， 1. 個人で規則性を見つける 2. グループで話し合う 3. 個人で証明を行う どうしても規則性を発見できない生徒には、『ヒントカード』を準備しておき，対応する。 (例)・和を求めてみよう。 ・奇数項だけの和を求めてみよう。 ・隣り合う項の2乗の和を求めてみよう。			
5	パフォーマンス課題についてのルーブリック			
		観点1（規則性が見つけられているか）		観点2（証明ができていないか）
	3	和の記号 Σ や漸化式など，これまでに学習した内容で規則性を正しく表現できる。	5	規則性について，数学的帰納法などを用いて，論理的に正しく証明できている。
	2	規則性を見つけることはできたが言葉での表現にとどまっている。あるいは，もとの漸化式と同じ意味であるなど，式が不十分である。	3	数学的帰納法において， $n=k$ で成り立つことを仮定するところまではできているが， $n=k+1$ で成り立つことを証明できていない。他の証明方法においては，論理展開が十分であるとはいえないが，おおむね半分程度は正解であるといえる。
	1	試行錯誤はしたものの，規則性を一つも見つけられていない。	1	数学的帰納法において， $n=1$ で成り立つことまでは示している。他の証明方法においては，見通しが不十分であっても，何かを示そうとする努力が見られる。
	※複数挙げられている場合は，そのつど加点する。		※複数証明できている場合は，そのつど加点する。	
6	育成したい能力（キャリア教育の観点から）			
	論理的思考力・創造力	物事を論理的に捉え考察することで，新たな発見や考えを生み出す。		
	人間関係形成能力	他者のさまざまな考えを理解し，相手の意見を聴いて自分の考えを正確に伝えることができるとともに，コミュニケーションをとりながら他者と協力する。		
	問題解決力	これまでに学習した内容を使って，与えられた課題や自ら見つけ出した課題を解決する。		

実験を用いた条件付き確率の考察

1 はじめに

数学Aという科目には「場合の数と確率」「図形の性質」「整数の性質」の3分野があり、その中の「場合の数と確率」の単元について実施した。

この分野では、不確定な事象を数量的に捉えることの有用性を認識させるとともに、事象を数学的に考察し、処理できるようにすることを生徒に身に付けさせたい。

2 指導の方法（指導上の工夫）

中学校で習う確率は、樹形図や書き出し、数え上げを用いて求めてきた。高校数学においては、順列・組合せなどの考えを正しく理解し、用いることができるかが大切であると考え、小テストなどを行い順列・組合せの単元の復習を行うことや数人のグループをつくりグループ内で意見交換をしながら問題に取り組む力を身に付けさせようと単元計画書を作成した（資料8）。

3 実践報告と考察

(1) 授業での実践について

条件付き確率の仕組みを再確認させることをパフォーマンス課題においての目的としていたので授業においても、時間をかけて条件付き確率の説明・演習を行った。条件付き確率を考えるに当たって、 $P_A(B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$ の $n(A)$ が全事象でないということが生徒にとって難しいと感じる点だと考え、確率の導入時より起こりうる全ての場合の数がどの事象のことを指しているのかを生徒に考えさせた。

また、授業においても何度かグループワークを取り入れることにより、自らの考えを他者に伝えたり、他者と協力して問題を解決したりする力を身に付けさせた。

(2) パフォーマンス課題の実践結果

確率の最後の授業においてパフォーマンス課題を実施した。授業プリント①を配付し(1)(2)の確率を求めさせた(資料5)。次に隣の席の生徒とペアになり、各自準備してきた10円玉2枚を40回投げ表裏の出た回数を記録し、実験による(2)の確率とさきほど求めた確率が同じになるか確かめさせた。それぞれのペアによる実験結果は(表1)のとおりであった。ほとんどの生徒が(2)の確率を2分の1と解答していたので、実験により確率が間違っていたことに気付くことができた。

次に(2)の確率を実験結果をふまえて再度考えさせた。確率が2分の1でなく3分の1になりそうだということは実験結果から理解することができていたため、図などを用いて確率が3分の1であることを表現できた生徒は多数いたが、言葉などで論理的に説明できた生徒は少数であった。

最後に確率の総復習として授業プリント②を取り組ませた。授業プリント②の正解率は(表2)のとおりであった。パフォーマンス課題に時間がかかってしまい、授業プリント②を解くのに十分な時間が確保することができなかった。そのため多くの生徒が(3)(4)まで解答できなかった。

【表1 各班の実験結果】

	1班	2班	3班	4班	5班	6班	7班	8班	9班	合計
2枚裏	12	10	10	12	11	11	8	11	12	97
表裏	18	24	19	21	19	19	22	17	16	175
2枚表	10	6	11	7	10	10	10	12	12	88
確率	$\frac{10}{28}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{7}{28}$	$\frac{10}{29}$	$\frac{10}{29}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{12}{29}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{88}{263}$

ふだんの授業では、生徒自身確率について考えることはあるが、実際に試してみることはあまりない。今回、実験を行うことにより、生徒自身で確率を求めること、また確率の仕組みについて考えさせることができた。生徒達も確率を予想してみても実験で確かめてみることで条件付き確率の公式の意味や本質について理解することができたのではないかな。

【表2 授業プリント②の正解率】

	(1)	(2)	(3)	(4)
正解	14人 (74%)	8人 (42%)	1人 (5%)	0人 (0%)
不正解	5人 (26%)	11人 (58%)	18人 (5%)	19人 (100%)

(3) ルーブリックを用いたパフォーマンス課題の評価

ルーブリックの観点1 (関心・意欲・態度) においては、生徒全員積極的にペアワークに取り組むことができ、ワークシートにも実験結果がきちんと記入されていた(資料1)。

【資料1 評価点2点の解答例 (生徒のワークシートを基に作成)】

「(2)の確率をコイン40回投げて確かめてみよう」

記録欄			
正正一	正正正正	正正	

ルーブリックの観点2 (数学的な見方や考え方) においては、実験結果によって授業プリント①問(2)の確率が予想の2分の1ではなく3分の1になるということを理解することはできたが、論理的に説明することは難しかったようで多くの生徒が資料2, 資料3のような解答であった。

【資料2 評価点3点の解答例 (生徒のワークシートを基に作成)】

表・表	
表・裏	
裏・表	
裏・裏	A. $\frac{1}{3}$

【資料3 評価点3点の解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

○	○	
○	×	
×	○	
×	×	$\frac{1}{3}$

問（2）の解答について、言葉を用いて説明できていたのは資料4の生徒一人だけであった。

【資料4 評価点5点の解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

表表	表裏	裏表	裏裏	左の4通りあって、1枚は表なのは3通りあって、その中で2枚目も表であるのは1通りなので $\frac{1}{3}$
----	----	----	---------------	--

(4) アンケート結果

授業の最後に本時間の授業と4月からの授業のアンケートを実施した（資料7）。

1 集合・確率の分野は理解できたか			
できた	少し理解できた	あまり理解できなかった	全然理解できなかった
16%	79%	5%	0%
2 グループ学習を取り入れた授業について			
(i) あなた自身は話し合いにどのくらい参加したか			
積極的に参加した	やや参加した	ほとんど参加しなかった	全く参加しなかった
42%	53%	5%	0%
(ii) あなたのグループは協力して意見を出し合いながら活動することができたか			
みんな意見した	ほとんどの人が意見した	特定の人しか意見しない	誰も意見しない
58%	32%	10%	0%
(iii) グループ学習は授業内容理解に役に立ったか			
役に立った	少し役に立った	あまり役に立たなかった	全く役に立たなかった
68%	32%	0%	0%

3 今日の課題について

(i) 課題の難易度はどうでしたか

難しかった	やや難しかった	ちょうどよい	やや簡単	簡単
16%	74%	10%	0%	0%

(ii) 考える力（論理的思考力）は身に付いたと思いますか

思う	少し思う	あまり思わない	全く思わない
37%	63%	0%	0%

アンケートから、グループ学習を取り入れることにより、授業内容の理解や考える力が身に付くと生徒が感じていることが分かる。自由記述の授業の感想には「友達とグループになって話し合うことで楽しく勉強することができた」「グループで話し合って答えを出したりして、嫌だと思っていた数学が楽しく感じました」と記入する生徒が多く、グループ学習を取り入れることで生徒の数学に対する興味・関心が高まるということも分かった。しかし、定期考査の結果ではグループ学習を取り入れたクラスの点数が取り入れていないクラスより高いというわけではなく、確率の問題が解けるようになったというわけではない。グループ学習が定期考査の点数に顕著に表れるわけではないが、学習意欲の向上につながれば、定期考査の結果等にもつながると考える。

(5) 今後の課題

多くの授業において、教員が説明し黒板に板書したものを生徒が写すという授業が多く、生徒間で意見を交換する機会が少ない。パフォーマンス課題を実施してみて、内容理解はできている生徒は多くいるのだが、自らの考えを自分の言葉で表現することのできない生徒が多い。パフォーマンス課題のみでなくふだんの授業においても自らの考え方を言葉や数式で表現できる力を身に付けさせるためにグループワークや自分の考えを発表する機会を授業内において設けていきたい。

4 まとめ

今回、数学Aの単元においてパフォーマンス課題を実施することにより、単元計画をきちんと立て生徒にどのような力を身に付けさせたいかを考えることの大切さに改めて気付くことができた。

また、どのようなパフォーマンス課題にするのか、課題の難易度の設定などが生徒の様子をみて判断しないといけないことも難しく感じた。

本校は46分授業を実施しているため、他の高校より授業時間が短い。短い時間の中でパフォーマンス課題を実施するとなると課題の内容・難易度などが限られる。単元によっては2時間分をパフォーマンス課題として実施することも考えられるが、2単位の授業であると授業時間数も少なく、パフォーマンス課題に多くの時間を費やすことが困難な場合もある。

しかし、今回パフォーマンス課題を実施することにより、生徒の興味・関心が高まり、さまざまな視点で数学を考えさせるよいきっかけとなった。数学を理解させるだけでなく、生徒自ら試行錯誤し、問題に向き合えるよう多くの単元においてパフォーマンス課題を実施していきたい。

確率授業プリント①

1年__組__番 氏名_____

問 コインを2枚投げる

(1) 2枚とも表が出る確率は？

(2) そのうち1枚が表と知らされたとき、もう1枚も表である確率は？

(1) の確率

(2) の確率

ペアワーク

(2) の確率をコイン40回投げて確かめてみよう！！

記録欄

☆40回投げた結果

2枚とも裏

回

1枚表, 1枚裏

回

2枚とも表

回

実験結果による確率

* (2) の確率を理論的に説明してみよう

【資料6 課題プリント2】

確率授業プリント②

1年____組____番 氏名_____

問 赤玉3個，白玉5個入った袋から玉を1個ずつ2回取り出す。取り出した玉は元に戻さない。
このとき，次の確率を求めよ。

(1) 2回とも赤玉である確率

(2) 2回目が赤玉である確率

(3) 1回目に赤玉が出たとき，2回目に赤玉が出る確率

(4) 2回目が赤玉であるとき，1回目が赤玉である確率

【資料7 授業アンケート】

数学 A 授業アンケート

4月から10月までの授業を振り返ってみよう。

あてはまるものを○で囲むこと

1 集合・確率の分野は理解できたか。

- ①できた ②少し理解できた ③あまり理解できなかった ④全然理解できなかった

2 グループ学習を取り入れた授業について

(i) あなた自身は話し合いにどのくらい参加したか？

- ①積極的に参加した ②やや参加した
③ほとんど参加しなかった ④全く参加しなかった

(ii) あなたのグループは協力して意見を出し合いながら活動することができたか？

- ①みんな意見した ②ほとんどの人が意見した
③特定の人しか意見しない ④誰も意見しない

(iii) グループ学習は授業内容理解に役に立ったか

- ①役に立った ②少し役に立った
③あまり役に立たなかった ④全く役に立たなかった

3 今日の課題について

(i) 課題の難易度はどうでしたか

- ①難しかった ②やや難しかった ③ちょうどよい ④やや簡単 ⑤簡単

(ii) 考える力（論理的思考力）は身に付いたと思いますか

- ①思う ②少し思う ③あまり思わない ④全く思わない

4 半年の授業の感想を自由に書いてください。

【資料 8 単元計画書】

単元計画書

教科名(科目名)	数学(数学A)		単位数	2単位			
対象クラス	1年生		教科担当者				
単元名	場合の数と確率		単元の実施時期	4月中旬～10月中旬			
単元目標 (学習指導要領)	場合の数を求めるときの基本的な考え方や確率についての理解を深め、それらの事象の考察に活用できるようにする。						
1	単元の目指すべき生徒像(生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性等) 中学でも樹形図や数え上げを用いることで場合の数や確率を求めてきた。数学Aでの場合の数・確率は数え上げることが困難な場合に、順列・組合せなどを用いて場合の数を求めるので、順列・組合せを活用できる力を身に付けさせたい。また、集合の知識を用いて考察することができる問題では、和集合や補集合などの性質を用いることができるなど、さまざまな視点から問題を捉え、問題解決できるようにさせたい。						
2	このクラスの単元到達目標						
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能		④知識・理解		
	数学の論理に関心を持ち、数学的な見方を事象の考察に積極的に活用しようとする。	事象を数学的に考察し、思考の過程を多面的に考えることができる。	事象を数学的に表現・処理する仕方を身に付けている。		数学における基本的な概念、原理、法則などを理解し、知識を身に付けている。		
3	単元計画						
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④ 評価の方法等
	4	集合の要素の個数	和集合、補集合の法則を用いて要素の個数を求める。	○			○ 課題プリント
	2	場合の数	樹形図、和の法則・積の法則を用いて場合の数を求める。	○	○		
	4	順列	順列の考え方を事象の考察を通して理解させる。	○		○	課題プリント 小テスト
	3	組合せ	組合せの考え方を事象の考察を通して理解させる。	○		○	課題プリント 小テスト
	1	事象と確率	順列や組合せの計算を利用して確率を求める。	○			○
	3	確率の基本性質	事象と集合を結び付け確率を求める。	○	○		○ 課題プリント
	2	独立な試行と確率	独立事象の確率を公式や加法定理などを用いて求める。	○		○	課題プリント 小テスト
	2	条件付き確率	確率の乗法定理を用いて条件付き確率を求める。	○		○	小テスト
	1	パフォーマンス課題	単元の公式等を用いて課題に取り組む。	○	○		パフォーマンス課題
	1	定期考査	この分野の基本事項の確認をする。		○	○	○ 定期考査

4	パフォーマンス課題について			
	重点目標		身に付けてほしい知識・技能	
	・実験を通して条件付き確率の仕組みについて理解させる。		・条件付き確率の概念を理解する。 ・確率を論理的に考え、表現できる。	
	パフォーマンス課題の内容		指導方法・形態	
【課題】 コインを2枚投げる (1) 2枚とも表が出る確率は？ (2) そのうち1枚が表と知らされたとき、もう1枚も表である確率は？		・(1)の確率を求めたのち、(2)の確率を考える。 ・2人1組でコインを投げ(2)の確率を実験を用いて確かめる。 ・(2)の確率を数学的に考える。		
5	パフォーマンス課題についてのルーブリック			
		観点1 (関心・意欲・態度)		観点2 (数学的な見方や考え方)
	2	積極的にペアワークに参加し、ワークシートの記入もきちんとできている。	5	(1)と(2)の二つの問題の違いについて理解し、論理的に説明できている。
	1	意欲的に取り組めていない。	3	(1)の答えを求めることはできているが(2)の確率を論理的に説明できていない。
		1	(1)(2)ともに解くことができていない。	
6	育成したい能力 (キャリア教育の観点から)			
	論理的思考力	課題に対して論理的に考え、解決しようとする。		
	コミュニケーション能力	課題解決の場面で、グループ活動の中で他者と協力し、問題を解決しようとする。		
	問題解決力	与えられた課題に対して既習した知識を活用し、問題を解決する。		

実生活と関連した2次関数のパフォーマンス課題

1 はじめに

本校では、数学に苦手意識を抱いており、「数学は公式を覚えて数値を代入し、正しく計算さえすればよい」と考えている生徒が多い。そのため定理や公式の意味を熟考することや、それらを工夫して活用することができる生徒は大変少ない。しかし、これからの社会は与えられたことを正確にこなす能力も必要とされる一方で、それ以上に自らが考えて行動する能力が求められるようになって考えられる。そこで今回は「数学Ⅰ 第2章 2次関数」の課題学習の時間を利用し、高校数学と実生活とのつながりについて生徒に考える機会を与えることをねらいとして、パフォーマンス課題を設定した。また、その実践に向けて単元計画を立て授業実践を行った。これは数学を活用する能力を養うことで、上記の能力の育成につながると考えてのことである。

この単元を選択した理由は、放物線は斜方投射の軌跡など実生活で多く見られることや、特徴が理解しやすく扱いやすいなどの理由によるものである。

2 指導の方法（指導上の工夫）

今回の実践は、「第2章 2次関数」の内容が全て終了した上での課題学習の時間で実施することとした。

単元計画書作成に当たっては、実践を行ったクラスは本校において数学の能力が比較的高いクラスの生徒であるため、2次関数を活用させる能力を育てたいと考え、単元到達目標の「①関心・意欲・態度」という観点を最も重要な視点と捉え作成した（資料10）。

3 実践報告と考察

(1) 授業での実践について

パフォーマンス課題の実施時期が文化祭の前後になると予想されたため、文化祭企画でよく取り上げられる「縁日」に関わる題材を取り上げ、資料7、資料8のワークシートを作成した。またその発展として、対象クラスにはゴルフ部の生徒が在籍しているため、資料9のワークシートで数式を活用する実践例を取り上げることとした。

また、このパフォーマンス課題実施までの授業で考慮したことは、

- ・ 中学校で既習の「座標の有用性」について、授業の中で繰り返し指導する。
- ・ 「図形は点の集まりで作られる」ことをさまざまな場面で指導する。
- ・ グラフから条件を読み取らせることを意識した授業を展開する。

例) 2次関数の決定の授業において、条件を文章で始めから示すのではなく、グラフから条件を読み取らせることから行う。

- ・ 放物線の特徴（軸に対称なグラフとなるなど）を強調する。

などである。これらを意識して授業することにより、具体的な事象を数学的に捉える視点を養い、考察に活用できる能力を身に付けることができるようになることを期待してのことである。

(2) パフォーマンス課題の実践とその評価について

【パフォーマンス課題の実践】

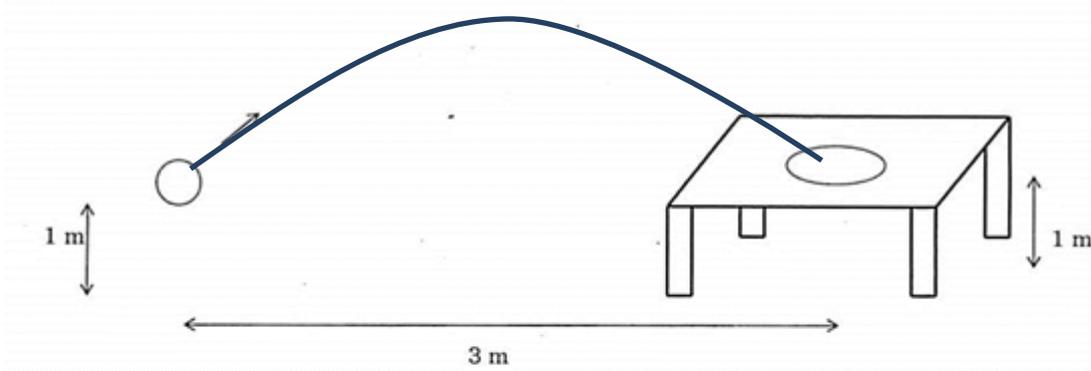
計画では2時間の授業を使って実践を行う予定であったが、1時間の授業で実践を行った。授業前半の30分はパフォーマンス課題のうちワークシート1及び2を実施した。実施に当たってはそれぞれのワークシートを各自で考え解答する時間を10分設け、その後数学の能力を考慮した上で、上位から下位まで均等になるように3～4人のグループに分け、実験を含むグループワークを行った。

道具として3mの紐1本、スーパーボール1個、的を記した用紙1枚、粘着テープを各グループに渡し、実験を行いながらそれぞれの考えを実践し考察を繰り返した上で、グループの考えをまとめるという方法で20分間行った。

残り20分でワークシート1及び2の回収及び解説をし、ワークシート3を配付し問題文の説明をした上で、各自で考えることとした。時間不足であったため、ワークシート3については次回までに考えてくるよう指示をした。

ワークシート1及び2を各自で考え解答する場面では、多くの生徒は当初どのように考察すればよいのか戸惑い、「コントロールの問題か?」「ゆっくり低めに投げる」など数学的な解答は見られなかった。そこで、「投げられたボールはどのような軌跡を描くのか」「その軌跡は今まで学習した内容と関連があるか」などのヒントを与え再度考える時間を設けた。その結果、資料1及び資料2の解答にあるように、ボールの軌跡が放物線になることに気付いた解答が見られるようになった。

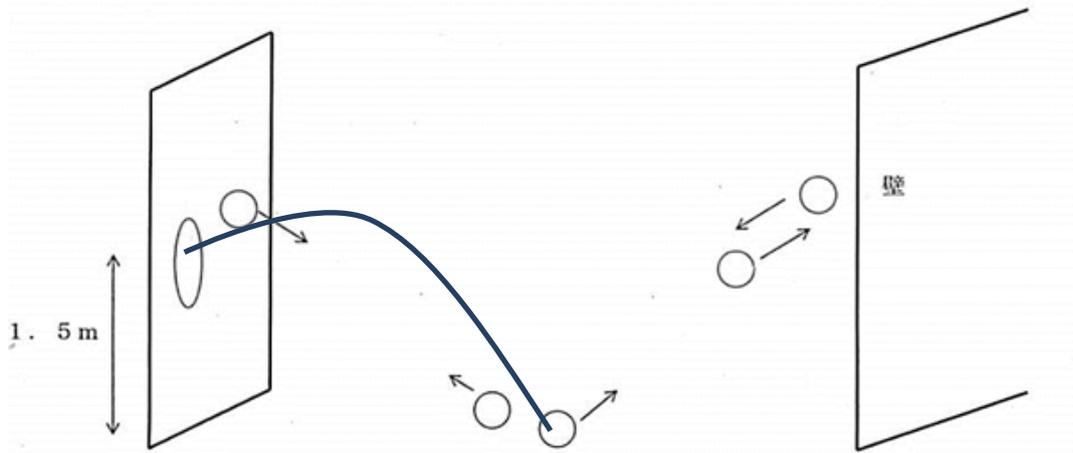
【資料1 ワークシート1の解答（生徒のワークシートを基に作成）】



【各自で考えた解答】

(勘! 手の感覚) 1. 5のところまで最高頂にさせる

【資料2 ワークシート2の解答（生徒のワークシートを基に作成）】



【各自で考えた解答】

壁と向かいの壁の距離の半分の地点でワンバウンドさせて投げる。

グループワークでは各自で考えた解答をグループで実証するために、試行錯誤を繰り返しながら行っていた。始めはゲーム感覚で行っていた生徒も、効率よく的に当てるにはどのようにすればよいのかを考え、ワークシート1では投げ手と的、ワークシート2では投げ手と壁との中間地点に目標を置くなどして実験を繰り返していた。ワークシート1の実験では多くのグループが正しい解答を確認できていたが、ワークシート2では跳ね返る際の抵抗・ボールの弾性等が大きく影響してしまい、うまくいくことはなかった。ワークシート2は理論上の考察にとどめておくべきであったと反省している。

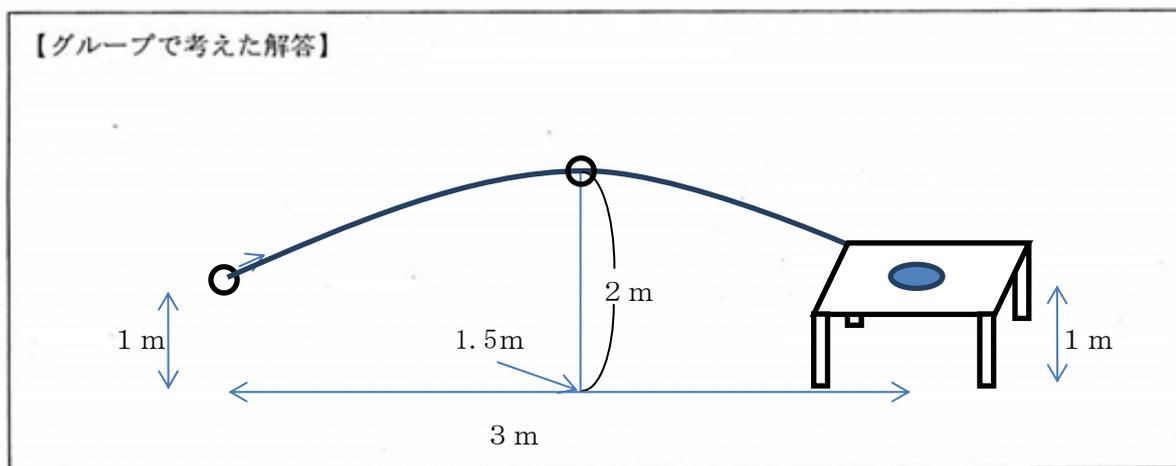
ワークシート3の解答においては、始めから2次関数の問題と捉え考察を行う姿が見られたが、当初は2次関数の方程式を利用しての解答が見受けられなかった。そこで、「ワークシート3は数値にこだわってみるところがポイントである」「これまでの授業で学習したことを用いて考えてみよう」などのヒントを与えたところ、「座標」「方程式」などのキーワードが生徒の中から発言され、解答の方向性に気付いたようであった。パフォーマンス課題実施までの授業で考慮したことが生かされたと思う瞬間であった。

【パフォーマンス課題の評価】

今回のパフォーマンス課題は、単元計画書の中にあるルーブリックにより評価した（資料10）。観点1については、ワークシート1及び2の解答の中に「放物線」という単語が書かれていた場合は2点を加点することにした。本校の生徒は文章で自分の考えを正しく伝えることを苦手としている者が少なくない。そこで、文章で正しく表現した解答に対しては加点を与え評価しようと考えた。しかし、加点を得た解答は2名にとどまった。多くは図を使って表現された解答であり、採点者が解答者の考えを推測して採点せざるを得ない状況であった。

ワークシート1の解答には、資料3のようにボールを投げる高さにこだわる解答が多々見受けられた。この解答には評価としては観点1及び2ともに満点の得点（5点）を与えているが、放物線の特徴から高さにはこだわらなくてもかまわないことを後に解説し、必要となる情報だけを選択することも大切なことを伝えた。しかし、この解説がワークシート3の課題に取り組む際に逆効果となってしまう、当初解答の方向性を見いだせない状況を招く結果となってしまった。

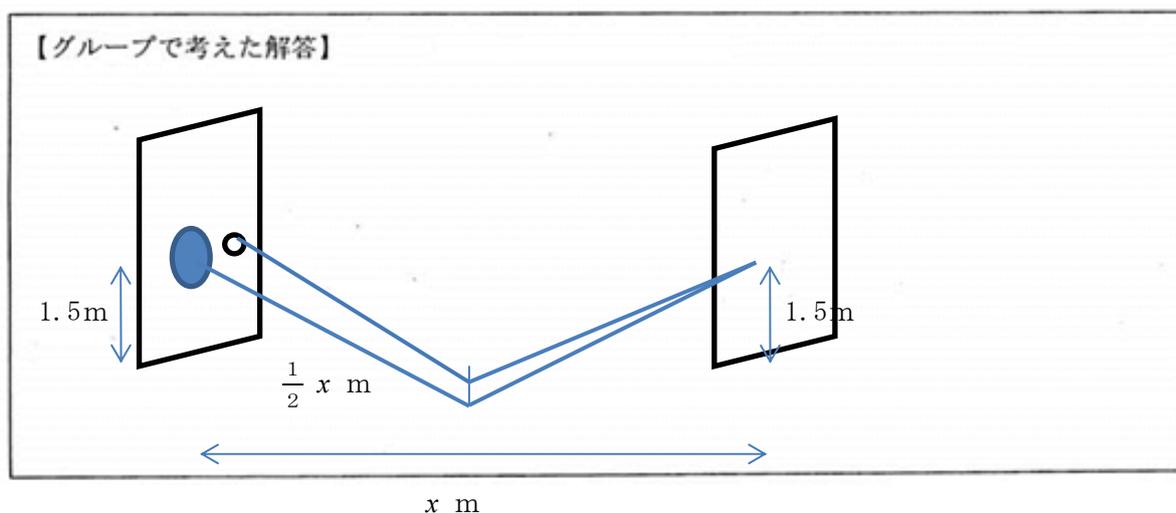
【資料3 ワークシート1の解答（生徒のワークシートを基に作成）】



ワークシート2の解答は、ワークシート内の図を見てイメージしたため資料4のようにボールの軌跡を放物線として捉えていない解答が目立った。ループリックに基づいた評価は観点1及び2ともに放物線を意識した解答ではないと考え1点（合計2点）とした。

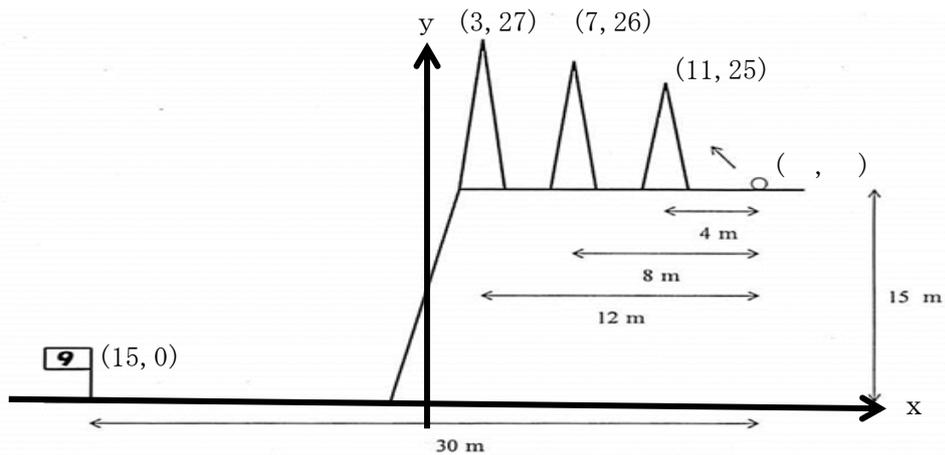
壁に衝突した際にどのように跳ね返るのかということがイメージされておらず、物理など他科目との連携の必要性を感じた。

【資料4 ワークシート2の解答（生徒のワークシートを基に作成）】



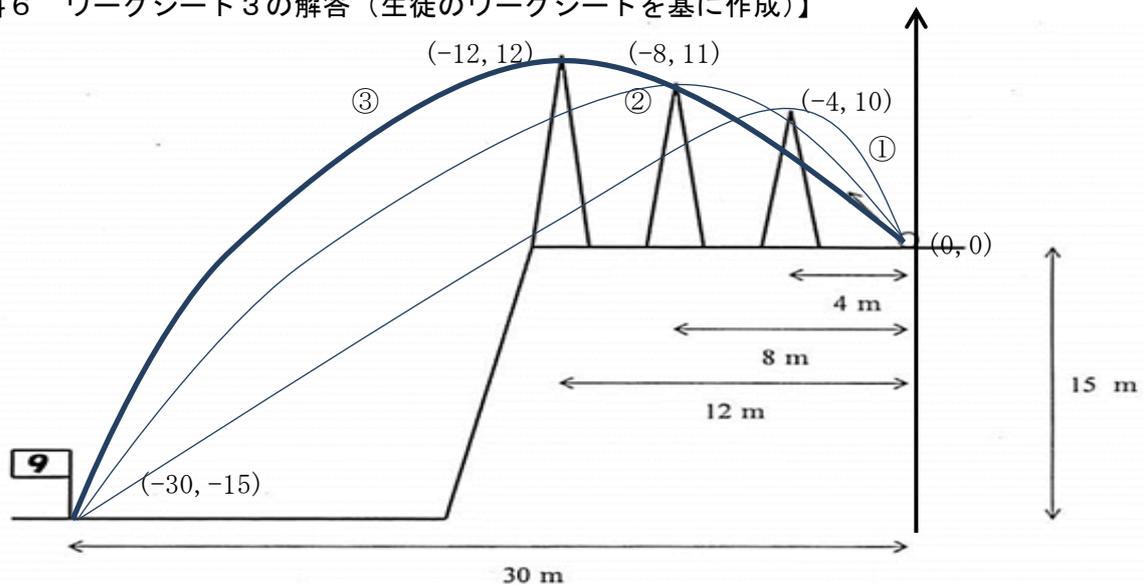
ワークシート3の解答は、資料5のように座標を置いて、2次関数の方程式を求めてそれを利用することには気付くものの、立式することができず断念する解答が目立った。このような解答には観点1（数学的な見方や考え方）において3点の得点を与えた。しかし、中には資料6のようにしっかりとした正答をつくり上げた解答もあり、今回の取組に手応えを感じた。

【資料5 ワークシート3の解答 (生徒のワークシートを基に作成)】



【答】	③	【考え方】	3点を通るやり方だと思いました。 この先は、わかりません。
-----	---	-------	----------------------------------

【資料6 ワークシート3の解答 (生徒のワークシートを基に作成)】



【答】	③	【考え方】	②のとき、①と同様に考えて $y = -\frac{1}{64}(x + 8)^2 + 11$ これに(-30, -15)を代入しても 成り立たない ③のとき、①と同様に考えて $y = -\frac{1}{12}(x + 12)^2 + 12$ これに(-30, -15)を代入すると成り立つ よって、答えは ③
		①のとき、 $y = a(x + 4)^2 + 10$ (0, 0)を通るので、 $0 = a \cdot 4^2 + 10$ より $a = -\frac{5}{6}$ よって、 $y = -\frac{5}{6}(x + 4)^2 + 10$ これに(-30, -15)を代入しても 成り立たない	

4 まとめ

今回の実践を通して、高校数学は日常生活に活用することができることを生徒は実感したようである。この点では当初の目的は達成できたように感じられるが、生徒全員が自ら考えて行動する能力の育成につながったかという点では、十分ではなかった。

やはりそのような能力はすぐに備わるものではなく、学習をはじめとしてさまざまな場面での指導を繰り返すことにより備わっていくものであると考えられる。だが、パフォーマンス課題への取組も確実に能力の育成の一助となっていることは、生徒の反応から感じられるところである。

また、各自が考えた解答を実際にグループで行ってみるという活動を取り入れた。この活動を行うことにより、机上の議論だけでは構築できない人間関係を育てることができ大変よかったと感じた。しかし、グループのメンバー構成や活動内容、活動時間などを事前によく検討しておかないと、まとまりのないものになってしまうおそれがあるので注意したいところである。

今回の実践では、生徒にどのような能力を身に付け育てたいかということを考えた上で、パフォーマンス課題及びその取り組みの評価（ルーブリック）、単元計画書を作成した。特に単元計画書を作成することでパフォーマンス課題に向けての授業展開を行うことができ、大変よかったと感じた。

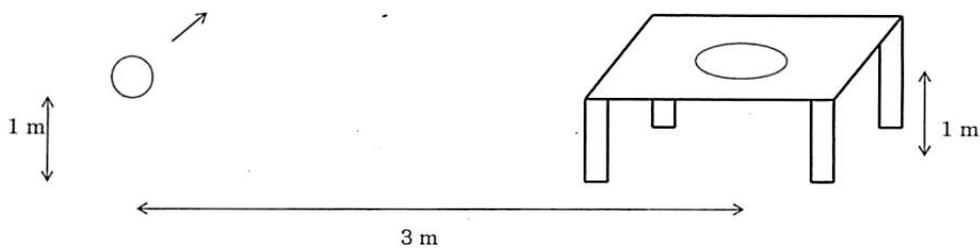
今後もこのような取組を積極的に行っていきたいと考えるが、パフォーマンス課題を行うことやグループ学習、またその活動の評価をすることが目的にならないことを念頭に置いた上で、実践していきたいと思う。

数学I 【緑日の必勝法】

ワークシート1

次の2種類の玉入れゲームのコツを考えよう！

- ① 図のように1mの高さの机に空いた穴に1mの高さからボールを投げて入れたい。何かコツはないだろうか？
但し、空気抵抗等は考えなくてよいとする。



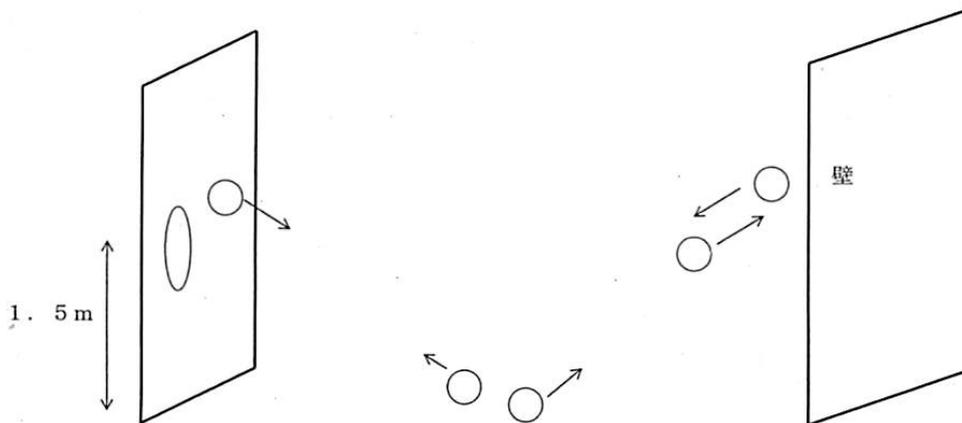
【各自で考えた解答】

【グループで考えた解答】

数学1 【緑日の必勝法】

ワークシート2

- ② 図のように壁に1.5mの高さに空いた穴がある。穴の横からボールを投げて、ワンバウンドさせた後向かいにある壁に当て、跳ね返らせてワンバウンドさせた後穴に入りたい。何かコツはないだろうか？
但し、空気抵抗や摩擦力などは考えなくてよいとする。



【各自で考えた解答】

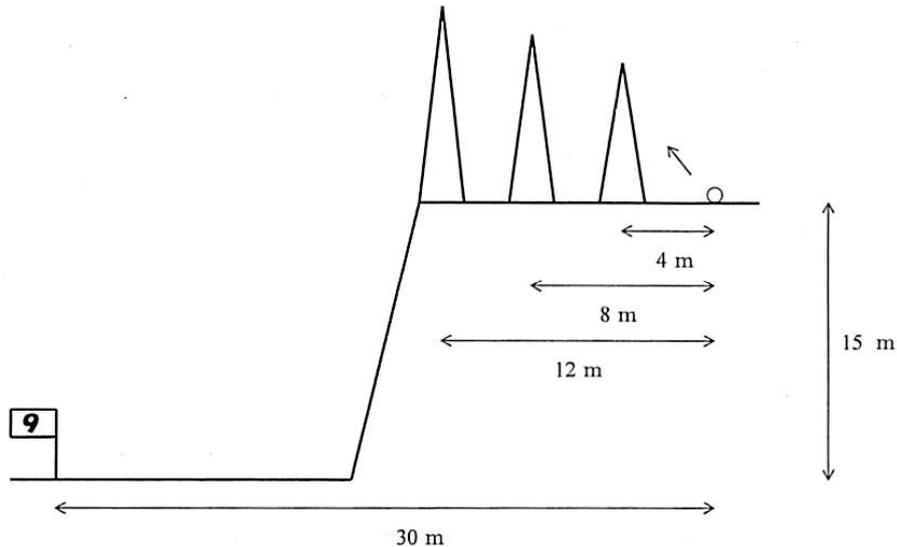
【グループで考えた解答】

1年 組()番()

数学I 【ホールインワンを狙え!!】 ワークシート3

図のように崖の上のティーインググラウンドから崖下のホールカップに向けてボールを打つ。このホールで逆転をしたいのでホールインワンを狙いたい。バウンド等をさせないで直接カップにボールを入れるためには、どこを目掛けて打てば良いか。次のうちから選べ。但し、風の影響や空気抵抗などは考えなくてよいとする。

- ①ティーインググラウンドから水平方向に4m先にある高さ10mの防風ネットの支柱の先端にボールの軌道の頂点がくるようにする。
- ②ティーインググラウンドから水平方向に8m先にある高さ11mの防風ネットの支柱の先端にボールの軌道の頂点がくるようにする。
- ③ティーインググラウンドから水平方向に12m先にある高さ12mの防風ネットの支柱の先端にボールの軌道の頂点がくるようにする。



【答】	【考え方】

1年 組()番()

【資料 10 単元計画書】

単元計画書

教科名(科目名)	数学(数学 I)		単位数	3 単位				
対象クラス	1 年生		教科担当者					
単 元 名	2 次関数		単元の実施時期	6 月中旬～9 月下旬				
単元目標 (学習指導要領)	二次関数とそのグラフについて理解し、二次関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。							
1	単元の目指すべき生徒像(生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性等)							
	本校の生徒は学習習慣が身についておらず、課題等においても必要最低限のことしか行わない生徒が少なくない。そのような状況であるためか、自ら進んで学ぶという意欲に欠けている。そこで、生徒の積極的に学習する意欲を育てることを重視するとともに、授業で学習した基本的事項を応用できる能力を身に付けさせたい。							
2	このクラスの単元到達目標							
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能	④知識・理解				
	2 次関数の有用性に関心をもち、それらを事象の考察に積極的に活用することができる。	2 次関数の値の変化を式やグラフなどと関連付けて考え、問題を解決することができる。	正確な立式、式変形、グラフ作成などを行うことができ、問題を正しく処理することができる。	2 次関数の基礎的な知識を理解し、それを利用する能力を身に付けることができる。				
3	単元計画							
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④	評価の方法等
	1	関数とグラフ	関数、定義域、値域などの語句を学習し、関数を座標平面上の図形として表したものがグラフであることを理解する。	○				課題プリント
	5	2 次関数のグラフ	2 次関数のグラフの特徴を捉え、さまざまな形の 2 次関数のグラフを正確にかける。		○	○		小テスト 課題プリント
	3	2 次関数の最大・最小	2 次関数のグラフを利用し、最大・最小を求める。		○		○	小テスト 課題プリント
	3	2 次関数の決定	与えられた条件から、条件を満たす 2 次関数を求める。			○	○	小テスト
	3	2 次方程式	2 次方程式を解き、解の種類について考察する。			○		小テスト 課題プリント
	2	2 次関数のグラフと x 軸の位置関係	2 次方程式と 2 次関数のグラフとの関係を考え、方程式の実数解が持つ意味を理解する。また 2 次方程式の解を利用し、2 次関数のグラフと x 軸との位置関係を求める。	○	○			課題プリント
	4	2 次不等式	2 次関数のグラフを利用して、2 次不等式を解く。	○	○			小テスト 課題プリント
	1	パフォーマンス課題による演習	2 次関数が実生活でどのような場面で有用性があるのかを考え、利用できるようにする。	○	○	○	○	ワークシート

4	パフォーマンス課題について			
	重点目標		身に付けてほしい知識・技能	
	<ul style="list-style-type: none"> ・2次関数のグラフの基本性質を理解し、活用することができる。 ・条件から2次関数の方程式を求めて、問題解決のために活用することができる。 		<ul style="list-style-type: none"> ・実生活の現象に対して、数学（2次関数）の概念を利用できることに気付き、興味をもつことができる。 ・問題から数学的構造を解析し、2次関数を利用して解決することができる。 	
	パフォーマンス課題の内容		指導方法・形態	
<p>「縁日の必勝法」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・次の2種類の玉入れゲームのコツを考えよう。 <p>【ゲームのルール】</p> <ol style="list-style-type: none"> ①机に空いた穴に離れた位置から直接ボールを入れる。 ②ワンバウンドしたボールを壁に当て、跳ね返ったボールをワンバウンドさせた後、床に対して垂直な壁に空いた穴に入れる。 <p>「ホールインワンを狙え」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・崖の上のティーグラウンドから崖下のホールカップに向けてボールを打つ。ホールインワンを狙いたい。どのようにショットを打てばよいか。 		<ul style="list-style-type: none"> ・グループで実験を行い、成功するための方法を数学的に考察し発見する。 ・応用として、別の問題に個人で取り組み、ワークシートを完成させる。 		
5	パフォーマンス課題についてのルーブリック（ワークシート1，2）			
		観点1（関心・意欲・態度）		観点2（知識・理解）
	2	ボールの軌跡が既習内容の放物線となることに気付いている。	3	放物線の性質を利用して、解答を正確に導いている。
	1	ボールの軌跡が既習内容の放物線となることに気付くことができなかった。	2	放物線の性質には気付いているが解答を導くことはできなかった。
	加 点	「放物線」という単語があった場合は2点を加点する。	1	放物線の性質を利用できていない。
	パフォーマンス課題についてのルーブリック（ワークシート3）			
		観点1（数学的な見方や考え方）		観点2（数学的な技能）
	5	カップの位置、ティーグラウンドの場所などの位置を座標でおき、2次関数の概念など数学的考察で解答している。	5	与えられた条件から、2次関数の方程式を求めている。
	3	カップの位置、ティーグラウンドの場所などの位置を座標でおいているが、数学的考察による解答ではない。	3	与えられた条件から2次関数の方程式をつくらうとした痕跡は見られるが、求めることはできていない。
	1	座標などは使用しておらず、数学的な考えでは解答できていない。	1	数学の概念や定理、公式が使用されていない。
6	育成したい能力（キャリア教育の観点から）			
	コミュニケーション能力	グループ学習等を通して、相手の意見をしっかりと聞き理解した上で自分の意見を正しく相手に伝える。		
	主体的に行動する力	疑問点や問題点に関して、積極的に解決しようとする。		
	課題対応能力	実験や理論から得られた結果から、その結果が生じた原因などを究明し、問題解決に向けての考察をする。		

ベクトルの有用性を理解させる

1 はじめに

数学Bでは、「数列」、「ベクトル」、「確率分布と統計的な推測」の3分野を学習するが、今回はその中の「ベクトル」の「平面上のベクトル」という単元についてのパフォーマンス課題を実施した。

この単元は、学習指導要領において「ベクトルの基本的な概念について理解し、その有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できるようにする」となっており、ベクトルの有用性を生徒に理解させることが重要なポイントになっているため、それを目的としたパフォーマンス課題を設定した。

2 単元計画書を作成するに当たって

ベクトルの有用性を理解させる上で、ベクトルの一次独立、ベクトルの一意性を十分理解させる必要があると考え、ベクトルの和・差・実数倍では時間数を多めに設定した。また、パフォーマンス課題は、位置ベクトルを学習した直後に行うことにした。その後学習するベクトル方程式、及び空間ベクトルにおいてもベクトルの有用性を理解した上で学習できるように配慮したためである（資料7）。

3 実践報告と考察

(1) 授業での実践について

計画した当初は復習プリント（資料3）のパフォーマンス課題に各自で取り組んだ後、ベクトルの有用性を考えてもらうという授業を考えたが、これらのことを1時間の授業の中で全て一人でやるのは難しいと考え、当日はグループで取り組むスタイルで行うことにした。

また問題について、(ア)の点A、Bの座標をA(3, 0)、B(0, 5)と設定したが、実際解答してみると、案外簡単にAD:DBの比まで計算できてしまうことが分かった。これではベクトルを用いる有用性を感じることができないと考え、2点A、Bの座標を変更し、生徒に提示した。

授業当日は、まず4人の5グループに分けた上で、復習プリント、討議用プリント2種類（資料5、資料6）を配付し、本日の授業の進め方の説明をした。説明では、確認テストの2通りの解答を手分けして解くこと、解法が分からない場合は、他のグループに聞いてもよいことを伝えた。さらに主たる目的は確認テストの解答ではなく、2通りの解答それぞれの長所、短所をグループで討論することであり、その討論の内容については評価をすることを伝えた。なお、評価基準は、ベクトルの有用性に生徒自らが気付くことを期待して、観点2は伝えずに観点1のみ伝えた。

その後生徒は復習プリントに取り組んだ。従来ベクトルで解答する(イ)の解答は、各班15分くらいでおおむね解答できたが、(ア)の解答に時間がかかってしまった。多くの生徒が内分点の座標及び直線の方程式の公式を忘れていたことが主な原因であった。そのため、全てのグループで(ア)、(イ)の解答ができたのは開始から35分経過したところであった。そこで残りの15分で個人の討議用プリントに書き込み、ほぼ同時進行でグループで討論し、長所・短所を出し合った。最後に個人及びグループ討議用プリントを提出させて授業終了となった。

次の授業で、まとめの報告、授業アンケート（資料4）を行った。各グループでの発表は時間的に余裕がなかったため割愛し、教員で主なものを報告する形をとった。その上で、ベクトルの有用性は解きやすさだけではないことや、(イ)の解法はどのような三角形でも成り立つことを示していること

を伝えた。そのことから、(ア)の解法は一般性がなく、テストなどでは使えない解法であることも伝えた。

(2) パフォーマンス課題の実践とその評価について

パフォーマンス課題

三角形OABにおいて、辺OAを1:2に内分する点をP、辺OBを3:2に内分する点をQ、AQとBPの交点をR、さらに線分ORの延長と辺ABとの交点をDとする。

このとき、AD:DBを次の2通りの求め方で答えよ。

(ア) 3点O(0, 0), A(6, 0), B(5, 4)とにおいて、

(i) 直線AQ, BP, ABの方程式を求めよ。(ii) 点R, Dの座標を求めよ。

(iii) AD:DBを求めよ。

(イ) $\vec{OA} = \mathbf{a}$, $\vec{OB} = \mathbf{b}$ とにおいて、(i) \vec{OR} を \mathbf{a} , \mathbf{b} を用いて表せ。

(ii) AD:DBを求めよ。

評価の仕方については、観点2については加算方式をとった。授業実施前に作成したルーブリックでは加算方式をとっていなかったが、(ア), (イ)の長所・短所それぞれ複数の記述があり、それらをひとまとめで評価するのは難しいと考え、変更した。

次に、各解法の長所、短所として挙げた主なものを示す。なお()内の数字は、加点と評価したものである。また内容的に不十分若しくは内容的に合っていないと考えたものについては、特に減点はしなかった。

(ア)の解法の長所

- ・ 文字が少ない(+1)
- ・ 具体的な数字が出てくるので解きやすい(+1)
- ・ 計算方法が割と単純(+1)
- ・ 中学校の知識でも解ける(+1)
- ・ 文字を置かずに解ける(+1)

(ア)の解法の短所

- ・ 計算量が多い(+1)
- ・ 補助線の引き方が難しい
- ・ 比の求め方が分からないと解けない

(イ)の解法の長所

- ・ 計算が単純(+1)
- ・ 座標が分からなくても解ける(+2)
- ・ 授業で習った解法で解ける
- ・ どの公式を使えばよいか、ひらめけば解ける
- ・ 位置ベクトルだけで解ける

(イ)の解法の短所

- ・ 文字が多い(+1)
- ・ 計算が長い(+1)
- ・ 解法が理解できていないと解けない(+1)

- ・ 順序立てて解かないといけない (+1)
- ・ 二つ式が必要なので, 計算が大変
- ・ 途中式がない

【資料1 評価結果】

グループ	生徒	観点1	ア長所	ア短所	イ長所	イ短所	合計
1	a	4	2	2	2	3	13
1	b	4	2	2	1	2	11
1	c	4	2	2	1	3	12
1	d	4	2	2	1	3	12
2	e	4	1	2	1	2	10
2	f	4	2	2	1	2	11
2	g	4	2	2	1	2	11
2	h	4	2	2	1	2	11
3	i	4	3	2	1	2	12
3	j	4	1	2	1	1	9
3	k	4	2	2	1	1	10
3	l	4	2	2	1	1	10
4	m	4	1	2	1	1	9
4	n	4	2	2	1	1	10
4	o	4	2	2	1	1	10
4	p	4	2	2	1	1	10
5	q	4	2	2	1	1	10
5	r	4	2	2	1	2	11
5	s	4	2	2	3	2	13
5	t	4	2	2	3	2	13
	平均	4.0	1.9	2.0	1.3	1.8	10.9

資料1において、観点1については、全ての生徒が（ア）、（イ）の解法の長所、短所について何かしら述べていたので4点をつけた。

観点2については、（ア）の解法の長所はほとんどの生徒が、「式さえ立てられれば解ける」などの内容を書いており、このような記述があれば加点した。また、（ア）の解法の短所はほぼ全員の生徒が、「計算量が多い」と書いており、このような記述があれば加点した。それに比べ（イ）の解法の長所はなかなか難しかったらしく、多くの生徒が「授業で習ったことを使えば解ける」という主旨の記述が目立った。これに関しては、あまり数学的な内容を含んでいないと考え、加点しなかった。こうした中、2名の生徒が「座標が分からなくても解ける」と書いており、ベクトルを用いた解法の一般性に気付いていると考えて加点した。（イ）の解法の短所は多くの生徒が「文字が多い」と書いており、このような記述があれば加点した。また、内分点の公式、ベクトルの一意性、3点が一直線上にあるときの条件など、「複数の考え方が必要である」と書いている生徒には加点した。

(3) アンケート結果 (【資料4 授業アンケート】)

【資料2 アンケート結果 (単位:人)】

1 今回の授業は、ベクトルの有用性を理解することに有効だと思いますか。

ア そう思う	イ まあそう思う	ウ あまり思わない	エ 全く思わない
6	12	2	0

2 課題の難易度はあなたにとってどうでしたか。

ア 難しかった	イ やや 難しかった	ウ 普通だった	エ やや 易しかった	オ 易しかった
1	16	2	1	0

3 今回のような討論は、以下の力を身に付けることに有効だと思いますか。

① 文章表現力

ア そう思う	イ まあそう思う	ウ あまり思わない	エ 全く思わない
2	13	5	0

② 論理的思考力

ア そう思う	イ まあそう思う	ウ あまり思わない	エ 全く思わない
8	12	0	0

③ コミュニケーション力

ア そう思う	イ まあそう思う	ウ あまり思わない	エ 全く思わない
8	9	3	0

4 このような討論を行う授業の感想を述べてください。(主な意見)

- ・ 解法はどっちがよいか議論できるので、今後似た問題が出たら、やりやすかった解法で解ける。
- ・ たまにはこんな授業はあってもおもしろいかもしれない。
- ・ 班の子と話し合えたのは楽しかったが、班の子全員が分からないとすごく困る。
- ・ 自分たちで一から考えてやっていくので、頭に残りやすいと思った。
- ・ 協力しないと答えが出ないので、コミュニケーション力を付けるにはよい授業だと思った。
- ・ 分からないところを気軽に聞けていいと思いました。
- ・ 自分の考えをもっていることが、第一条件だと思います。問題を通して、自分で考え、相手の考えを聞くことは大切だと思った。
- ・ 自力で考える力がつく。
- ・ 数学の問題について討論を行ったことはなかったので難しかったです。
- ・ 正直めんどうくさかったけど、お互いに教え合うのは理解が深まっていいと思いました。

5 今日の授業全般の感想を述べてください。(主な意見)

- ・ 一つの問題に時間がかかって次の章に行くのが遅くなるので、グループで解くなら難易度の高いものをやりたいと思った。

- ・ 自分や班の人で答えを出せたときの達成感があったり、できている人の解答を見せてもらって教えてもらうことで、この問題の印象が残ってよかった。
- ・ (ア)しか解いていないので、ベクトルの有用性はよく分からなかったです。
- ・ 解き方には長所と短所があることがよく分かった。
- ・ 問題で行き詰まったときに、誰かと協力して解くのは思ったよりも楽しかった。
- ・ 難しい問題だったけど、分かる人に解き方を教えてもらえたので身になった。

資料2では、9割の生徒が今回の授業がベクトルの有用性を理解することに有効と答えている。これは座標、方程式を用いた(ア)の解答に時間がかかった結果、ベクトルによる解法である(イ)の方が解きやすいと感じ、有用性があると答えたものと思われる。ただ、解きやすいことだけが有用性ではない。ベクトルの解法は一般性があるという点でも有用性があることを伝えたかったが、十分伝えられなかった点は課題として残った。

次に特徴的な点としては、今回の授業方式についてほとんどの生徒が、論理的思考力及びコミュニケーション力を身に付けることに有効であると答えている。これは生徒アンケートで授業の感想を述べてもらう設問4で、多くの生徒が、協力して問題を解くことで、分からないことをすぐに周囲に聞けることがよかったと答えていることと無関係ではないであろう。通常の授業では分からないことがあってもそのままにしていたことも、周囲に聞くことで理解することができたこと、また、他の生徒に教えることを通して、論理的思考力及びコミュニケーション力が身に付くと感じたと思われる。

4 まとめ

今回2通りの解法を比較・検討することでベクトルの有用性に気付かせることを目的に取り組んだ。グループワークの取組も含め、初めての試みだったため不安も大きかったが、生徒の取り組む姿勢もよく、何とかやりきることができた。

各解法の長所、短所を議論することについては、提出するレポートの評価基準を事前に示したことが、周囲との議論を活発化させることにつながったように思う。そういう意味で事前の評価基準提示には意味があると感じた。また、評価方法を加点にしたことについては、生徒の記述内容を積極的に評価できると感じた。ただ評価基準の設定は難しく、現段階においても、評価に妥当性があるか分からない部分もある。さらにこれを学年全体で行うためには、教員間の評価のすり合わせが必ず必要になるため、なかなか大変である。

今回の授業でベクトルの有用性を十分生徒に伝えることはできなかった。このような方法で本質を伝えることの難しさを感じた。まだまだ工夫が必要である。一方生徒たちは、このようなグループに分かれて問題を解くこと、話し合うこと、教え合うことが自身の理解度の向上につながると気付くことができたようである。その点は良かったと思うし、自分自身も単元計画、パフォーマンス課題、評価基準を考えることによって、どこに重点をおいて授業すべきかが明確になりふだんの授業がやりやすくなったように思う。以前であれば文型の生徒に対しあまり理屈っぽい授業にならないようにしていたが、文型であれ理型であれ、伝えないといけないことは変わらないことを改めて実感した。また、私自身も生徒同士が学び合うことで生徒の理解度、定着度の向上に効果があるとも実感できた。そういう点で収穫も多く、授業の仕方に幅ができたと思う。課題は多いが、今後も研究を続けていきたい。

ペタブル復習プリント

()組()番 名前()

三角形 $\triangle OAB$ において、辺 OA を $1:2$ に内分する点を P 、辺 OB を $3:2$ に内分する点を Q 、 AQ と BP の交点を R 、さらに線分 OR の延長と辺 AB との交点を D とする。
 このとき、比 $AD:DB$ の値を次の(ア)、(イ)の空欄のそれぞれで求めよう。

(ア) 3点 $O(0, 0)$ 、 $A(6, 0)$ 、 $B(5, 4)$ と置いて以下の問いに答えよ。
 (1) 直線 AQ 、 BP 、 AB の方程式を求めよ。
 (2) 点 R 、 D の座標を求めよ。
 (3) 比 $AD:DB$ の値を求めよ。

(イ) $OA = \vec{a}$ 、 $OB = \vec{b}$ と置いて、次の問いに答えよ。
 (1) OR を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。
 (2) 比 $AD:DB$ の値を求めよ。

【資料5 課題プリント討議用紙（個人用）】

課題プリント討議用紙（個人用）

組 番 氏名 _____ 班 _____

① (ア) の解法について、良い点（長所）、悪い点（短所）を挙げよう。

良い点（長所）

悪い点（短所）

② (イ) の解法について、良い点（長所）、悪い点（短所）を挙げよう。

良い点（長所）

悪い点（短所）

【資料6 課題プリント討議用紙】

課題プリント討議用紙

班 メンバー

① (ア) の解法について、良い点 (長所)、悪い点 (短所) を挙げよう。

良い点 (長所)

悪い点 (短所)

② (イ) の解法について、良い点 (長所)、悪い点 (短所) を挙げよう。

良い点 (長所)

悪い点 (短所)

【資料7 単元計画書】

単元計画書

教科名(科目名)	数学(数学B)		単位数	3単位				
対象クラス	2年生 文型クラス		教科担当者					
単元名	第2章ベクトル		単元の実施時期	9月上旬～10月下旬				
単元目標 (学習指導要領)	ベクトルの基本的な概念について理解し、その有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できるようにする。							
1	単元の目指すべき生徒像(生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性等)							
	<p>本校はほとんどの生徒が進学を志望している。また、このクラスは文型クラスで、多くの生徒が国立大学への進学を志望している。そのため、数学に対しても積極的に取り組むことができる反面、苦手を感じている生徒も少なくない。またこの単元に限ればベクトル特有の表現、式的意味が理解できず、そのことによりベクトルの有用性を理解できない生徒も多いと思われる。</p> <p>以上のことを踏まえ以下の事柄を重視したい。</p> <p>①ベクトルの基本的な概念をしっかりと理解させる。</p> <p>②他の単元を用いた解法と比較することにより、ベクトルの有用性を理解させる。</p>							
2	このクラスの単元到達目標							
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能		④知識・理解			
	数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを事象の考察に活用する。	平面上の直線や円などの図形が、ベクトルを用いて表現されることを知る。	1次独立である二つのベクトルの1次結合として、平面上の任意のベクトルが表現できることを理解する。		平面上のベクトルの概念を理解し、ベクトルに関する基本的な用語・記号に習熟する。			
3	単元計画							
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④	評価の方法等
	1	有向線分とベクトル	ベクトルの概念を理解し、ベクトルの表現、相等、及び逆ベクトルなどの用語について習熟させる。	○			○	課題プリント
	3	ベクトルの加法・減法・実数倍	ベクトルの演算に関していろいろな法則が成り立つことを、図を利用して確認させる。			○	○	課題プリント
	3	ベクトルの成分	成分からベクトルの大きさを求める練習、和、差、実数倍の成分による演算規則の練習をさせる。			○	○	課題プリント 小テスト
	4	ベクトルの内積	ベクトルの内積を紹介し、内積と成分との関係を考察させる。		○		○	小テスト
	3	位置ベクトル	図形の問題を解くのに位置ベクトルの考え方が有効な手段であることを理解させる。		○		○	課題プリント 小テスト
	1	パフォーマンス課題	ここまでの知識や技能を活用して、課題に取り組ませる。	○	○			パフォーマンス課題
	4	ベクトル方程式	平面上の直線をベクトルを用いて表現できることを理解させる。		○	○		課題プリント 小テスト
	2	ベクトルの図形への応用	ベクトルの性質を用いてさまざまな図形の性質を調べさせる。		○	○		課題プリント
	1	2学期中間考査	この分野の基本事項の確認をする。		○	○	○	定期考査

	1	空間における直線と平面	直線や平面の位置関係について確認させる。		○		○	課題プリント
	1	空間座標	空間における原点からの距離の公式を理解させる。		○	○		課題プリント 小テスト
	4	空間のベクトル	平面の場合と同様に考えることができることを理解させる。	○	○			課題プリント
	3	位置ベクトルと空間の図形	空間上の直線や球をベクトルを用いて記述させる。	○			○	課題プリント 小テスト
	1	2 学期 期末 考 査	この分野の基本事項の確認をする。		○	○	○	定期考査
4	パフォーマンス課題について							
	重点目標			身に付けてほしい知識・技能				
	一つの問題を2通りの求め方で求めることで、ベクトルの有用性を理解させる。			<ul style="list-style-type: none"> ・ $\vec{0}$ でない2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} が平行でないならば、任意のベクトル \vec{p} はただ1通りに $m\vec{a} + n\vec{b}$ の形に表される。 ・ 3点A, B, Cが一直線上にあるとき、 $\vec{AC} = k\vec{AB}$ となる実数 k がある。 				
	パフォーマンス課題の内容				指導方法・形態			
<p>三角形OABにおいて、辺OAを1:2に内分する点をP、辺OBを3:2に内分する点をQ、AQとBPの交点をR、さらに線分ORの延長と辺ABとの交点をDとする。このとき、AD:DBを次の2通りの求め方で答えよ。</p> <p>(ア) 3点O(0, 0), A(6, 0), B(5, 4)とにおいて</p> <p>(i) 直線AQ, BP, ABの方程式を求めよ。</p> <p>(ii) 点R, Dの座標を求めよ。</p> <p>(iii) AD:DBを求めよ。</p> <p>(イ) $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$とにおいて、</p> <p>(i) \vec{OR} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。</p> <p>(ii) AD:DBを求めよ。</p>				<p>①プリントを準備して、4人の5グループに分けて課題に取り組みさせる。</p> <p>②課題に取り組んだ後、グループ内で(ア), (イ)それぞれの解法の長所、短所について議論させる。</p>				
5	パフォーマンス課題(討議用プリント)についてのルーブリック							
		観点1 (関心・意欲・態度)				観点2 (数学的な見方・考え方)		
		(ア), (イ)それぞれの解法の長所、短所が的確に論じられている。			加	(ア), (イ)の長所、短所それぞれで評価		
	4				点	的確に論じられている。その数に応じて1点加点		
	3	(ア), (イ)のいずれかの長所または短所が論じられていない。			加	ベクトルの解法の一般性について述べている場合は、さらに1点加点		
2	(ア), (イ)いずれかの長所及び短所が論じられていない。			加	何かしら記述されていれば1点与える。			
1	課題が提出されない。							
6	育成したい能力(キャリア教育の観点から)							
	問題解決力		与えられた課題に対して、何らかの方法を活用して問題を解決していこうとする。					
	コミュニケーション力		与えられた課題に対して集団討議を行い、何らかの結論を導き出す。					
	文章表現力		集団討議によって導き出した結論が他者に伝わるように書こうとすることで、文章により表現する。					

正弦・余弦定理を利用し，長さを測定してみよう

1 はじめに

図形と計量については，中学において三平方の定理を学び，また相似な図形の性質を利用することで，工夫して木の高さを求める方法なども学んでいる。また，小学校以来，図形の基本的な性質も学んできた。これらを踏まえた上で三角比としての正弦，余弦，正接を定義し，線分の長さや角の大きさ，面積などの計算に応用することを学ぶ。

中学校の第3学年で学び，受験勉強でよく学習していることもあり， $1:2:\sqrt{3}$ や $1:1:\sqrt{2}$ の三角形は多くの生徒が覚えていて，鋭角の三角比までは比較的取り組みやすく，定着もいい。また，身近な測量（長さを測る）という題材があり，有用性などを実感しやすいと考える。

2 単元計画書作成に当たって

今回初めて単元計画書を作成してみて，事前に単元の指導計画を今まで以上に考えることができた（資料5）。そして単元全体を通して計画書を書いてみることで，途中での小テストのタイミングやその内容，授業中に重要視する内容を考えることができ，最終目標であるパフォーマンス課題に向けての取組がより明確になった。また，今回は自分自身だけで行ったが，学年の他の先生方と一緒にする場合にもこの単元計画書が有効であると思う。ふだんも学習内容の打ち合わせは行っているが，今までよりも目標が明確になり，意思疎通ができ，統一した内容で授業ができるのではないかと感じた。

3 実践報告と考察

(1) 授業での実践について

三角比の拡張において，一般角や単位円の概念は学習していないが，三角方程式において余弦と正接の理解を深めるため， 360° まで拡張して指導した。また， $\sin 120^\circ$ や $\cos 150^\circ$ などを早く求められるようにするため，小テストを実施して基本事項について繰り返し練習をした。その際，ただやり方を覚えたり，丸暗記をしたりするのではなく，意味を理解して解くことが大切だということを繰り返し指導した。

正弦・余弦定理では， a ， b ， c で公式を覚えさせることはせず，とにかく図で視覚的に式を立てさせた。練習でも黒板に問題を書くときは三角形の頂点に A ， B ， C を振らず，実際に三角形に角や辺の大きさを直接書き入れたものを用いて，公式に頼ることができないようにした。また，本校には正弦・余弦定理の式が立てられても計算できない生徒が多いので，計算過程をなるべく黒板に書かず，演習時間を多く取り，自力で（周りの友達と相談して）最後まで解くよう指導した。どうしても分からない場合は，本人たちの計算の方法の途中から教えるというスタンスをとった。パフォーマンス課題と関連付けるため，正弦・余弦定理の使い分けができることが重要だということを繰り返し指導し，たまに混ぜた問題を出したり（余弦定理の授業中に正弦定理の問題を出したり），プリントでの課題はランダムになるようつくったりして定着を図った。

最後に実際に測定することで，ただ計算しているだけでなく，長さの測定に生かすことができることを実感し，今まで学習してきたことにつなげるために，パフォーマンス課題を行った。

(2) パフォーマンス課題の実践

【パフォーマンス課題】(資料3 課題プリント)

この教室の、黒板、扉、机が古くなったので、買い換えたいと思います。そこで、業者にサイズを伝えるため「黒板の幅」「扉の高さ」「机の幅」を測りたいが、あいにくメジャーがありません。その代わりに「分度器」「3mの紐(1mずつ印あり)」「三角比の表(90°まで)」があります。さらに、必要なら「長さのわからない紐」もあります。これらを上手に使い、班で協力して角度を測定し、それぞれの長さを計算してください。その際、どこの角を求め、何の定理を用いたか書いておいてください。

生徒は、4人～5人の班をつくり、各班に「大きい分度器」、「3mの紐(1mずつ印あり)」、「三角比の表」を渡した。(電卓は持参)なるべく正確に、今までに習ってきた正弦・余弦定理を利用して求めること、その際測定する角度等はより少ない方がよいことを伝えた。今回は、事前に測定した結果を踏まえて、誤差が1%を超えたら減点とすることにした(後に採点前のループリック変更時に1%以内なら加点に変更)。こちらが想定した方法及び実際の長さは以下のようなものである。

【扉の高さ(1.875m)】

3mの紐の端と端を扉の上と下で押さえ、2mと1mで折り曲げその間の角の大きさを測り余弦定理で解く。

【机の幅(60cm)】

3mの紐の2m分を使い、1mと1mで折り曲げその間の角の大きさを測り余弦定理で解く。

【黒板の幅(3.72m)】

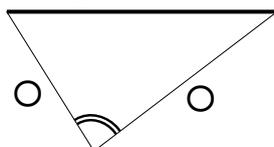
3mの紐では足りないため、長さのわからない紐と3mの紐の端をそれぞれ黒板の左右で押さえ、それぞれを一辺とする。その間の角と3mの紐の対角の大きさを測り、正弦定理で解く。その際紐同士の間角が鈍角になるため、三角比の表になく、 $180^\circ - \theta$ の三角比を利用する。

「扉の高さ」や「机の幅」で慣れた後に「黒板の幅」の計測にチャレンジし、これを評価の対象にすることにした。どの班も何とか長さを求めようと試行錯誤しており、他の班が測定している様子を見たり、他の班に聞きに行ったりすることはなく、何とか自力でやりたいという気持ちを感じた。しかし、ある程度予想はしていたが、なかなかこちらが思ったような方法で求めることができなかった。対角線の長さを測ろうとしたり、紐を折って小さくし、それが何個分あるかを求めようとする姿が見られた。しかし、何とか長さを求めてやろうという意欲は全員から感じ取られ、こちらの想像以上だった。その後全ての班に「ヒントカード①」を見せ、測定方法を考えさせた。

ヒントカード ①

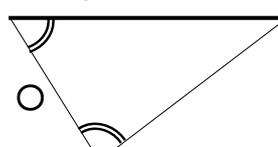
余弦定理は

求めたい辺



正弦定理は

求めたい辺



ですね。上の図形のような辺や角の大きさを求めるには紐をどう使えばいいでしょう。

しばらくすると多くの班が測定方法に気付き進めることができた。しかし、なかなか協力できない

班が一つあった。数学が得意な一人の生徒がヒントを見せてもそれを考えず、自分の方法にこだわり、勝手にやっている状態だった。班で活動することに慣れていないこともあると思うが、こちらも「みんなで協力しなよ」と声掛けはしたが、うまく導くことができず、結局この班は一つしか求めることができなかつた。これには大いに反省した。

(3) 評価について

まず、採点をする前にループリックの書き換えを行った。理由は、観点1においては上記にあるように取り組んではいたが班の人たちと協力できない生徒がいたことである。また、観点2においては「ヒントカードを使った場合は1点減点とする」を削除することとした。最初の「ヒントカード①」から始まり、なかなか進まない状況を解消するため途中から積極的にヒントカードを貰いにくるようにしたことと、取組状況と彼らの状況に対する課題の難易度を考えて配点を変えた方がいいと判断したためである。

	観点1 (関心・意欲・態度)		観点2 (数学的スキル)
5	①班の人たちと協力して、積極的に測定をしている。 ②既習事項を用いて長さを求めようと計算に取り組んでいる。 ①, ②の両方できている。	10	余分な角の大きさを測ることなく、最小限の情報で適切に計算できている。
3	①, ②の片方しかできていない。	8	最小の情報ではないが、きちんと長さを求めることができている。
1	取り組んではいるが、班の人たちと協力できない。	6	測定の方法がよくなく、明らかにおかしい長さが求まっている。
0	興味・関心を示さず、何もしようとしない。	4	計算をしようとはしているが、できていない。
		2	計算ではなく、紐の長さを頼りにするなど正確な求め方でない。
		0	計算を全くしようとしない。または、できていない。
※ 誤差が1%以内の場合は1点加点する。			

観点1の関心・意欲・態度については活動中にこちらで採点したので主観が大きいですが、ワークシートの記入状況も参考にした。採点結果について、点数の分布は以下のようである。

5点	3点	1点	0点
12人	3人	2人	0人

上記に書いたようにほとんどの生徒が、班の人たちと協力して積極的に測定をしていた(観点1①)が、既習事項を用いて長さを求めようと計算に取り組んでいる(観点1②)になると、できない生徒が何人かいた。これが3点の生徒である。小テスト等で全員合格するまで追試をしたりしたが、なかなか定着していないようである。

観点2はワークシートを見て採点したが、測定から計算まで班ごとの活動であったため、点数は班内で同じになった。

9点	6点	4点	0点
4人	4人	5人	4人

資料1が9点(8点+1点)をとした解答例である。

【資料1 解答例①（生徒のワークシートを基に作成）】

黒板

$$180 - 96 = 84$$

$$\frac{300}{\sin 54^\circ} = \frac{x}{\sin 96^\circ}$$

$$x = \frac{300}{\sin 54^\circ} \times \sin 84^\circ$$

$$x = \frac{300}{0.8090} \times 0.9945$$

$$x = 368.789$$

3. 68789m

計算に必要な 30° を測定してはいるが、正弦定理で正確に計算されている。ただ、 $\sin 96^\circ$ が $\sin 84^\circ$ と等しいことについては気付くことができず、ヒントカードを貰いにきた。そのとき渡したのが「ヒントカード⑤」である。

ヒントカード ⑤

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ なので $\sin 30^\circ = \sin 150^\circ$ ということですね。

$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\sin 135^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ なので $\sin 45^\circ = \sin 135^\circ$ ということですね。

ということは・・・

結果は 3.68789m と、実際の 3.72m と誤差約 0.86%（1%以下）と非常に正確であった。

6点の解答は、資料2のとおりである。

【資料2 解答例②（生徒のワークシートを基に作成）】

黒板

$$\frac{a}{\sin 150^\circ} = \frac{2}{\sin 25^\circ}$$

$$a \times 0.4226 = 2 \times \frac{1}{2}$$

$$0.4226 a = 1$$

$$a = \frac{1}{0.4226} = 2.3663$$

2. 4 m

計算自体は正確に行われているが、結果が1m以上もずれており、明らかに測定がおかしいことが分かる。図を見ると紐を3m使わず、2m分で行っている。長さの分からない紐は約1.8mだったので、合計3.8mと黒板の幅と約10cmしか違わない。ほとんど三角形にならなかったと思われる中で、無理やり求めたことによりこのような結果になったのだろう。また、0点は黒板の測定の問題まで行かなかった班で、白紙だった。

以下にその他用意していたヒントカードを示す。上記にも書いたように積極的に取りに来るようにしたため、多くの班がヒントカードを基に考えていた。

ヒントカード ②

3mの紐は1mごとに印があります。折り曲げれば2辺作れますね。

「ヒントカード②」は扉の高さを測るときのヒントとして用意した。

ヒントカード ③

3mの紐は3m分使わなければならないことはないですよ。2m分だけでも・・・

「ヒントカード③」は3m分を使うと、机の幅を測るときに「 $1\text{m} + 0.6\text{m} < 2\text{m}$ 」となり、三角形が作れなくなってしまう。そのためのヒントとして用意した。

ヒントカード ④

長さの分からない紐を一辺に使うと、長さの分かる辺が一つしかない。そういうときに使う定理は何定理だったかな？それが分かれば、どの角度を測れば良いか分かるはず！

「ヒントカード④」は黒板の幅を測るときのヒントとして用意した。

(4) アンケート結果について

授業後に簡単なアンケート（資料4）を実施し、本時の振り返りを行った。

1 課題（授業）の難易度はあなたにとってどうでしたか。				
難しかった	やや難しかった	普通だった	やや易しかった	易しかった
70.6 %	17.6 %	5.9 %	0.0 %	5.9 %
2 課題には意欲的に取り組むことができましたか。				
取り組めた	まあまあ取り組めた	あまり取り組めなかった	取り組めなかった	
64.7 %	23.5 %	5.9 %	5.9 %	
3 グループでの活動への参加度を教えてください。				
積極的に参加した	まあまあ参加した	あまり参加できなかった	全く参加できなかった	
64.7 %	35.3 %	0.0 %	0.0 %	
4 考える力（考えようとする力）が身に付いたと思いますか。				
そう思う	まあそう思う	あまり思わない	全く思わない	
58.8 %	41.2 %	0.0 %	0.0 %	

5 今日の授業の感想を教えてください。

とてもよかった	よかった	あまりよくなかった	全然よくなかった
70.6 %	23.5 %	5.9 %	0.0 %
今後も続けて実施してほしい	たまには実施してほしい	あまり実施してほしくない	実施してほしくない
70.6 %	29.4 %	0.0 %	0.0 %

【授業の感想】

- ・ ヒントなしでは解けないぐらい難しかったです。でも、グループのみんなと協力しながら解いたことで答えまでたどりついたときの達成感はずごかったです。
- ・ 難しくてヒントを出してもらわないと全然解けなかった。(多数)
- ・ またこうやってグループでやるのをやってほしいと思った。
- ・ 難しかったけど、頭を使ってすごくよかったと思います。
- ・ ヒントをもらってやることで考えることができたし、答えが出たときはうれしかったです。
- ・ ゲーム感覚でできたので楽しんでやることができました。
- ・ とても楽しかったです。分かったときのうれしさはずごかった。(多数)
- ・ 一つ分かると次のものも分かってくるので楽しい。
- ・ 分からなかったけど楽しかった。

4 まとめ

パフォーマンス課題は、グループで行う、実際に動いて測定するなどのアクティブ・ラーニング的な要素を入れたが、生徒の活動はとても積極的でよかったと感じた。生徒の感想にもあるように、達成感や、できたときのうれしさや、取組の楽しさについて書かれたものが多く、生徒は難しくても取り組むようだ。また、ヒントカードをなかなかもらいに来なかったように自力で何とかしようという意欲も見られた。ふだんの問題だとなかなか難しい問題はすぐにあきらめたり、答えを見てしまったりする生徒が多いので、主体的・協働的に学ぶアクティブ・ラーニングは生徒の学習意欲向上に効果があることが改めて分かった。また、今年は単元計画書を作成したことで、単元全体を見通した上でパフォーマンス課題を作成できたこと、パフォーマンス課題に向けて授業構成ができたことがよかった。これは、他の先生方と行う場合は大変重要であると感じた。しかし、グループ学習は声かけが難しく、活発な議論ができない班ができてしまった。学び合いの大切さを日頃から伝え、グループ学習を多く取り入れるなどの工夫が必要であると痛感した。

昨年苦勞したがやはり評価についてはまだまだ改善が必要であると感じた。ループリックの作成については、どこまでできたら何点にするのか、どの項目の配点をどれくらいにするのが妥当なのかなど昨年も悩んだがやはり今年もこれという自信がなかった。これらについては一人でやるより、多くの教員でやった方が妥当な点数に決めやすいかもしれない。そして、事前に決めたループリックから、観点ごとの段階の線引き、重み(点数)など変更が必要になった。事前に生徒に知らせる場合は注意が必要だろう。また、大きな反省点は、観点2の評価は測定から計算まで班ごとの活動であったため、点数は班内で同じになってしまった。班ごとの活動をした後で、振り返りとして個人個人で測定方法を説明させたり、改めて別の用紙に計算させたりしてそれを評価するなどすればよかった。

まだお互いに慣れていなくてうまくいかない部分もあるが、パフォーマンス課題、アクティブ・ラーニングは学びに効果があることは実感できた。これからも積極的に取り入れてよりよい方法を見つけていきたい。今後実施することがあれば、今回の反省を生かし、よりよい課題で効果のある評価ができるよう取り組んでいきたい。

数学 I 課題学習 ～正弦・余弦定理を利用し、長さを測定してみよう～

まずは約束事です。

この1時間は個人で考えたり、グループで協力したりしながら、課題に取り組んでください。

- あなたがどのように考えたのか、その考え方を評価します。
- 式、言葉、図、絵などを使って、わかりやすく書いてください。
- 正しい答えが出せなくても、考え方がきちんと書けていれば、点数がもらえます。しかし、答えが正しくても考え方を書いていないければ、点数はもらえません。
- 途中でしからかわからないときでも、自分が考えたところまで書いてください。
- どうにもならないときはヒントカードがあります。ただし、点数は下がります。

では課題です。

【課題】

この教室の、黒板、扉、机が古くなったので、買い換えたいと思います。そこで、業者にサイズを伝えるため「黒板の幅」「扉の高さ」「机の幅」を測りたいが、生憎メジャーがありません。その代わり「分度器」「3mの紐（1mずつ印あり）」「三角比の表（90°まで）」があります。さらに、必要なら「長さのわからない紐」もあります。これらを上手に使い、班で協力して角度を測定し、それぞれの長さを計算してください。その際、どの角を求め、何の定理を用いたが書いておいてください。

黒板

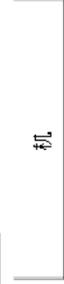


72

扉の高さ



机の幅



73

74

【資料4 事後アンケート】

【本時の振り返り】

- 1 課題（授業）の難易度はあなたにとってどうでしたか。
① 難しかった ② やや難しかった ③ 普通だった
④ やや易しかった ⑤ 易しかった

- 2 課題には意欲的に取り組むことができましたか。
① 取り組めた ② まあまあ取り組めた
③ あまり取り組めなかった ④ 取り組めなかった

- 3 グループでの活動への参加度を教えてください。
① 積極的に参加した ② まあまあ参加した
③ あまり参加できなかった ④ 全く参加できなかった

- 4 考える力（考えようとする力）が身についたと思いますか。
① そう思う ② まあそう思う ③ あまり思わない ④ 全く思わない

- 5 今日の授業の感想を教えてください。
(1) ① とてもよかった ② よかった
③ あまりよくなかった ④ 全然よくなかった

(2) ① 今後も続けて実施してほしい ② たまには実施してほしい
③ あまり実施して欲しくない ④ 実施して欲しくない

(3) その他（感想など何でも書いてください。）

【資料5 単元計画書】

単元計画書

教科名(科目名)	数学(数学I)		単位数	3単位				
対象クラス	1年生		教科担当者					
単元名	図形と計量		単元の実施時期	5月下旬～9月上旬				
単元目標	三角比の意味やその基本的な性質について理解し、計量における三角比の有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。							
1	単元の目指すべき生徒像(生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性等)							
	<p>学力差が非常に大きく、計算能力(できるかできないかだけでなく、速さや正確さも)の差も大きい。しかし、何とか理解したい、できるようになりたいという意識がある生徒が多い。そこで、あまり細かなことにこだわらず、全体像が掴めるようになる、内容が理解でき、問題に取り組むことができるようになることに重点を置いて指導するよう心がけている。</p> <p>この単元は、物理とも関わりがある。他の教科でも数学が使われていることを実感することで有用性が理解できること、多方面(物理基礎でも同時期に力学で三角比が使われる)から学ぶことで定着が図れることなどを考え、本年は2次関数より先に学習している。三角比を用いることで、直接測定できない長さや角の大きさを間接的に測定することができる。この考え方が測量にも使われていることを知り、三角比の有用性を実感してほしい。また、さまざまな場面で使いこなせるようになってほしい。さらに、社会に出てから必要である、「限られた(与えられた)情報をうまく利用して、問題を解決する力」が身に付くようパフォーマンス課題を設定した。</p>							
2	このクラスの単元到達目標							
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能	④知識・理解				
	三角比に関心をもつとともに、その有用性を認識し、それらを事象の考察に活用しようとする。また、課題に対して積極的に取り組もうとする。	事象を数学的に考察し表現したり、多面的・発展的に考えたりすることができる。	問題・課題を数学的に表現・処理することができる。	基本的な概念、原理・法則、用語・記号などを理解し、基礎的な知識を身に付けている。				
3	単元計画							
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④	評価の方法等
	2	三角比	鋭角の正弦、余弦、正接の意味を理解し、その有用性を認識する。		○			
	3	三角比の相互関係	鋭角の三角比の性質として、正弦、余弦、正接の相互関係を理解する。				○	
	2	三角比の拡張	$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲にある角 θ の三角比について学ぶ。与えられた三角比の θ を求められるようにする。				○	小テスト
	2	正弦定理	正弦定理を導き、三角形の辺や角の計量に活用する。			○		小テスト
	2	余弦定理	余弦定理を導き、三角形の辺や角の計量に活用する。			○		小テスト
	5	正弦定理と余弦定理の応用	問題の解決に正弦・余弦定理を適切に用いることができるようにする。			○		
	2	三角形の面積	いろいろな三角形の面積を求められるようにする。			○	○	
	2	空間図形への応用	空間図形に含まれる三角形に着目して、長さや面積を求める方法を理解する。		○	○		

1	パフォーマンス課題	この単元の知識や技能を活用して、課題に取り組む。	○	○	○	パフォーマンス課題
4	パフォーマンス課題について					
	重点目標			身に付けてほしい知識・技能		
	実際に自分たちで考え計測することで、学習している内容や問題の意味を理解させたい。			直接長さを測れない場合に、三角形を用いて他の角や辺の大きさを計測することで目的の長さを、三角比を用いて求めることができる。この考え方が測量にも使われていることを知り、三角比の有用性を実感し、日常生活の場面で活用できる。		
	パフォーマンス課題の内容			指導方法・形態		
「さまざまな物の長さを測定してみよう」 『黒板の幅、扉の高さ、机の幅を各班に与えられた紐（3m）と分度器を用いて測定する。』 問1. 与えられたものをどのように使い、長さを測るか各班で考える。 問2. 実際に（角を）測定する。 問3. 各定理を利用してそれぞれの長さを計算する。 問4. 実際の長さを伝え、誤差を比較する。			4人～5人の班をつくり、各班に「大きい分度器」、「3mの紐（1mずつ印あり）」、「三角比の表」を渡す。（電卓は持参） 手のつかない班があることを考え、ヒントカードを用意しておく。			
5	パフォーマンス課題についてのルーブリック					
		観点1（関心・意欲・態度）			観点2（数学的技能）	
	5	①班の人たちと協力して、積極的に測定をしている。 ②既習事項を用いて長さを求めようと計算に取り組んでいる。 ①、②の両方できている。		5	余分な角の大きさを測ることなく、最小限の情報で適切に計算できている。	
	3	①、②の片方しかできていない。		4	最小の情報ではないが、きちんと長さを求めることができている。	
	1	取り組んではいるが、班の人たちと協力できない。		3	計算をしようとはしているが、できていない。	
	0	興味・関心を示さず、何もしようとしない。		2	計算ではなく、紐の長さを頼りにするなど正確な求め方でない。	
				0	計算を全くしようとしない。	
※ ヒントカードを使った場合は1点減点とする。 ※ 誤差が大き過ぎる場合は1点減点する。						
6	育成したい能力（キャリア教育の観点から）					
	問題解決力		限られた（与えられた）情報をうまく利用して、問題を解決する。			
	論理的思考力		課題に対して、いかにして学習した内容を活用していくのかを考える。			
	仲間と協力する力		班の人たちと役割分担したり、相手の意見を聞いたり、自分の意見を伝えるなど協力して、問題に取り組む。			