

実験を用いた条件付き確率の考察

1 はじめに

数学Aという科目には「場合の数と確率」「図形の性質」「整数の性質」の3分野があり、その中の「場合の数と確率」の単元について実施した。

この分野では、不確定な事象を数量的に捉えることの有用性を認識させるとともに、事象を数学的に考察し、処理できるようにすることを生徒に身に付けさせたい。

2 指導の方法（指導上の工夫）

中学校で習う確率は、樹形図や書き出し、数え上げを用いて求めてきた。高校数学においては、順列・組合せなどの考えを正しく理解し、用いることができるかが大切であると考え、小テストなどを行い順列・組合せの単元の復習を行うことや数人のグループをつくりグループ内で意見交換をしながら問題に取り組む力を身に付けさせようと単元計画書を作成した（資料8）。

3 実践報告と考察

(1) 授業での実践について

条件付き確率の仕組みを再確認させることをパフォーマンス課題においての目的としていたので授業においても、時間をかけて条件付き確率の説明・演習を行った。条件付き確率を考えるに当たって、 $P_A(B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$ の $n(A)$ が全事象でないということが生徒にとって難しいと感じる点だと考え、確率の導入時より起こりうる全ての場合の数がどの事象のことを指しているのかを生徒に考えさせた。

また、授業においても何度かグループワークを取り入れることにより、自らの考えを他者に伝えたり、他者と協力して問題を解決したりする力を身に付けさせた。

(2) パフォーマンス課題の実践結果

確率の最後の授業においてパフォーマンス課題を実施した。授業プリント①を配付し(1)(2)の確率を求めさせた(資料5)。次に隣の席の生徒とペアになり、各自準備してきた10円玉2枚を40回投げ表裏の出た回数を記録し、実験による(2)の確率とさきほど求めた確率が同じになるか確かめさせた。それぞれのペアによる実験結果は(表1)のとおりであった。ほとんどの生徒が(2)の確率を2分の1と解答していたので、実験により確率が間違っていたことに気付くことができた。

次に(2)の確率を実験結果をふまえて再度考えさせた。確率が2分の1でなく3分の1になりそうだということは実験結果から理解することができていたため、図などを用いて確率が3分の1であることを表現できた生徒は多数いたが、言葉などで論理的に説明できた生徒は少数であった。

最後に確率の総復習として授業プリント②を取り組ませた。授業プリント②の正解率は(表2)のとおりであった。パフォーマンス課題に時間がかかってしまい、授業プリント②を解くのに十分な時間が確保することができなかった。そのため多くの生徒が(3)(4)まで解答できなかった。

【表1 各班の実験結果】

	1班	2班	3班	4班	5班	6班	7班	8班	9班	合計
2枚裏	12	10	10	12	11	11	8	11	12	97
表裏	18	24	19	21	19	19	22	17	16	175
2枚表	10	6	11	7	10	10	10	12	12	88
確率	$\frac{10}{28}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{7}{28}$	$\frac{10}{29}$	$\frac{10}{29}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{12}{29}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{88}{263}$

ふだんの授業では、生徒自身確率について考えることはあるが、実際に試してみることはあまりない。今回、実験を行うことにより、生徒自身で確率を求めること、また確率の仕組みについて考えさせることができた。生徒達も確率を予想してみても実験で確かめてみることで条件付き確率の公式の意味や本質について理解することができたのではないかな。

【表2 授業プリント②の正解率】

	(1)	(2)	(3)	(4)
正解	14人 (74%)	8人 (42%)	1人 (5%)	0人 (0%)
不正解	5人 (26%)	11人 (58%)	18人 (5%)	19人 (100%)

(3) ルーブリックを用いたパフォーマンス課題の評価

ルーブリックの観点1 (関心・意欲・態度) においては、生徒全員積極的にペアワークに取り組むことができ、ワークシートにも実験結果がきちんと記入されていた(資料1)。

【資料1 評価点2点の解答例 (生徒のワークシートを基に作成)】

「(2)の確率をコイン40回投げて確かめてみよう」

記録欄			
正正一	正正正正	正正	

ルーブリックの観点2 (数学的な見方や考え方) においては、実験結果によって授業プリント①問(2)の確率が予想の2分の1ではなく3分の1になるということを理解することはできたが、論理的に説明することは難しかったようで多くの生徒が資料2, 資料3のような解答であった。

【資料2 評価点3点の解答例 (生徒のワークシートを基に作成)】

表・表	
表・裏	
裏・表	
裏・裏	A. $\frac{1}{3}$

【資料3 評価点3点の解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

○	○	
○	×	
×	○	
×	×	$\frac{1}{3}$

問（2）の解答について、言葉を用いて説明できていたのは資料4の生徒一人だけであった。

【資料4 評価点5点の解答例（生徒のワークシートを基に作成）】

表 表	表 裏	裏 表	裏 裏	左の4通りあって、1枚は表なのは3通りあって、その中で2枚目も表であるのは1通りなので $\frac{1}{3}$
-----	-----	-----	----------------	--------------------------------------------------------------

(4) アンケート結果

授業の最後に本時間の授業と4月からの授業のアンケートを実施した（資料7）。

1 集合・確率の分野は理解できたか			
できた	少し理解できた	あまり理解できなかった	全然理解できなかった
16%	79%	5%	0%
2 グループ学習を取り入れた授業について			
(i) あなた自身は話し合いにどのくらい参加したか			
積極的に参加した	やや参加した	ほとんど参加しなかった	全く参加しなかった
42%	53%	5%	0%
(ii) あなたのグループは協力して意見を出し合いながら活動することができたか			
みんな意見した	ほとんどの人が意見した	特定の人しか意見しない	誰も意見しない
58%	32%	10%	0%
(iii) グループ学習は授業内容理解に役に立ったか			
役に立った	少し役に立った	あまり役に立たなかった	全く役に立たなかった
68%	32%	0%	0%

3 今日の課題について

(i) 課題の難易度はどうでしたか

難しかった	やや難しかった	ちょうどよい	やや簡単	簡単
16%	74%	10%	0%	0%

(ii) 考える力（論理的思考力）は身に付いたと思いますか

思う	少し思う	あまり思わない	全く思わない
37%	63%	0%	0%

アンケートから、グループ学習を取り入れることにより、授業内容の理解や考える力が身に付くと生徒が感じていることが分かる。自由記述の授業の感想には「友達とグループになって話し合うことで楽しく勉強することができた」「グループで話し合って答えを出したりして、嫌だと思っていた数学が楽しく感じました」と記入する生徒が多く、グループ学習を取り入れることで生徒の数学に対する興味・関心が高まるということも分かった。しかし、定期考査の結果ではグループ学習を取り入れたクラスの点数が取り入れていないクラスより高いというわけではなく、確率の問題が解けるようになったというわけではない。グループ学習が定期考査の点数に顕著に表れるわけではないが、学習意欲の向上につながれば、定期考査の結果等にもつながると考える。

(5) 今後の課題

多くの授業において、教員が説明し黒板に板書したものを生徒が写すという授業が多く、生徒間で意見を交換する機会が少ない。パフォーマンス課題を実施してみて、内容理解はできている生徒は多くいるのだが、自らの考えを自分の言葉で表現することのできない生徒が多い。パフォーマンス課題のみでなくふだんの授業においても自らの考え方を言葉や数式で表現できる力を身に付けさせるためにグループワークや自分の考えを発表する機会を授業内において設けていきたい。

4 まとめ

今回、数学Aの単元においてパフォーマンス課題を実施することにより、単元計画をきちんと立て生徒にどのような力を身に付けさせたいかを考えることの大切さに改めて気付くことができた。

また、どのようなパフォーマンス課題にするのか、課題の難易度の設定などが生徒の様子をみて判断しないといけないことも難しく感じた。

本校は46分授業を実施しているため、他の高校より授業時間が短い。短い時間の中でパフォーマンス課題を実施するとなると課題の内容・難易度などが限られる。単元によっては2時間分をパフォーマンス課題として実施することも考えられるが、2単位の授業であると授業時間数も少なく、パフォーマンス課題に多くの時間を費やすことが困難な場合もある。

しかし、今回パフォーマンス課題を実施することにより、生徒の興味・関心が高まり、さまざまな視点で数学を考えさせるよいきっかけとなった。数学を理解させるだけでなく、生徒自ら試行錯誤し、問題に向き合えるよう多くの単元においてパフォーマンス課題を実施していきたい。

確率授業プリント①

1年__組__番 氏名_____

問 コインを2枚投げる

(1) 2枚とも表が出る確率は？

(2) そのうち1枚が表と知らされたとき、もう1枚も表である確率は？

(1) の確率

(2) の確率

ペアワーク

(2) の確率をコイン40回投げて確かめてみよう！！

記録欄

☆40回投げた結果

2枚とも裏

回

1枚表, 1枚裏

回

2枚とも表

回

実験結果による確率

* (2) の確率を理論的に説明してみよう

【資料6 課題プリント2】

確率授業プリント②

1年____組____番 氏名_____

問 赤玉3個，白玉5個入った袋から玉を1個ずつ2回取り出す。取り出した玉は元に戻さない。
このとき，次の確率を求めよ。

(1) 2回とも赤玉である確率

(2) 2回目が赤玉である確率

(3) 1回目に赤玉が出たとき，2回目に赤玉が出る確率

(4) 2回目が赤玉であるとき，1回目が赤玉である確率

【資料7 授業アンケート】

数学 A 授業アンケート

4月から10月までの授業を振り返ってみよう。

あてはまるものを○で囲むこと

1 集合・確率の分野は理解できたか。

- ①できた ②少し理解できた ③あまり理解できなかった ④全然理解できなかった

2 グループ学習を取り入れた授業について

(i) あなた自身は話し合いにどのくらい参加したか？

- ①積極的に参加した ②やや参加した
③ほとんど参加しなかった ④全く参加しなかった

(ii) あなたのグループは協力して意見を出し合いながら活動することができたか？

- ①みんな意見した ②ほとんどの人が意見した
③特定の人しか意見しない ④誰も意見しない

(iii) グループ学習は授業内容理解に役に立ったか

- ①役に立った ②少し役に立った
③あまり役に立たなかった ④全く役に立たなかった

3 今日の課題について

(i) 課題の難易度はどうでしたか

- ①難しかった ②やや難しかった ③ちょうどよい ④やや簡単 ⑤簡単

(ii) 考える力(論理的思考力)は身に付いたと思いますか

- ①思う ②少し思う ③あまり思わない ④全く思わない

4 半年の授業の感想を自由に書いてください。

【資料 8 単元計画書】

単元計画書

教科名(科目名)	数学(数学A)		単位数	2単位				
対象クラス	1年生		教科担当者					
単元名	場合の数と確率		単元の実施時期	4月中旬～10月中旬				
単元目標 (学習指導要領)	場合の数を求めるときの基本的な考え方や確率についての理解を深め、それらの事象の考察に活用できるようにする。							
1	単元の目指すべき生徒像(生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性等) 中学でも樹形図や数え上げを用いることで場合の数や確率を求めてきた。数学Aでの場合の数・確率は数え上げることが困難な場合に、順列・組合せなどを用いて場合の数を求めるので、順列・組合せを活用できる力を身に付けさせたい。また、集合の知識を用いて考察することができる問題では、和集合や補集合などの性質を用いることができるなど、さまざまな視点から問題を捉え、問題解決できるようにさせたい。							
2	このクラスの単元到達目標							
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能		④知識・理解			
	数学の論理に関心を持ち、数学的な見方を事象の考察に積極的に活用しようとする。	事象を数学的に考察し、思考の過程を多面的に考えることができる。	事象を数学的に表現・処理する仕方を身に付けている。		数学における基本的な概念、原理、法則などを理解し、知識を身に付けている。			
3	単元計画							
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④	評価の方法等
	4	集合の要素の個数	和集合、補集合の法則を用いて要素の個数を求める。	○			○	課題プリント
	2	場合の数	樹形図、和の法則・積の法則を用いて場合の数を求める。	○	○			
	4	順列	順列の考え方を事象の考察を通して理解させる。	○		○		課題プリント 小テスト
	3	組合せ	組合せの考え方を事象の考察を通して理解させる。	○		○		課題プリント 小テスト
	1	事象と確率	順列や組合せの計算を利用して確率を求める。	○			○	
	3	確率の基本性質	事象と集合を結び付け確率を求める。	○	○		○	課題プリント
	2	独立な試行と確率	独立事象の確率を公式や加法定理などを用いて求める。	○		○		課題プリント 小テスト
	2	条件付き確率	確率の乗法定理を用いて条件付き確率を求める。	○		○		小テスト
	1	パフォーマンス課題	単元の公式等を用いて課題に取り組む。	○	○			パフォーマンス課題
	1	定期考査	この分野の基本事項の確認をする。		○	○	○	定期考査

4	パフォーマンス課題について			
	重点目標		身に付けてほしい知識・技能	
	・実験を通して条件付き確率の仕組みについて理解させる。		・条件付き確率の概念を理解する。 ・確率を論理的に考え、表現できる。	
	パフォーマンス課題の内容		指導方法・形態	
【課題】 コインを2枚投げる (1) 2枚とも表が出る確率は？ (2) そのうち1枚が表と知らされたとき、もう1枚も表である確率は？		・(1)の確率を求めたのち、(2)の確率を考える。 ・2人1組でコインを投げ(2)の確率を実験を用いて確かめる。 ・(2)の確率を数学的に考える。		
5	パフォーマンス課題についてのルーブリック			
		観点1 (関心・意欲・態度)		観点2 (数学的な見方や考え方)
	2	積極的にペアワークに参加し、ワークシートの記入もきちんとできている。	5	(1)と(2)の二つの問題の違いについて理解し、論理的に説明できている。
	1	意欲的に取り組めていない。	3	(1)の答えを求めることはできているが(2)の確率を論理的に説明できていない。
		1	(1)(2)ともに解くことができていない。	
6	育成したい能力 (キャリア教育の観点から)			
	論理的思考力	課題に対して論理的に考え、解決しようとする。		
	コミュニケーション能力	課題解決の場面で、グループ活動の中で他者と協力し、問題を解決しようとする。		
	問題解決力	与えられた課題に対して既習した知識を活用し、問題を解決する。		