

実生活と関連した2次関数のパフォーマンス課題

1 はじめに

本校では、数学に苦手意識を抱いており、「数学は公式を覚えて数値を代入し、正しく計算さえすればよい」と考えている生徒が多い。そのため定理や公式の意味を熟考することや、それらを工夫して活用することができる生徒は大変少ない。しかし、これからの社会は与えられたことを正確にこなす能力も必要とされる一方で、それ以上に自らが考えて行動する能力が求められるようになって考えられる。そこで今回は「数学Ⅰ 第2章 2次関数」の課題学習の時間を利用し、高校数学と実生活とのつながりについて生徒に考える機会を与えることをねらいとして、パフォーマンス課題を設定した。また、その実践に向けて単元計画を立て授業実践を行った。これは数学を活用する能力を養うことで、上記の能力の育成につながると考えてのことである。

この単元を選択した理由は、放物線は斜方投射の軌跡など実生活で多く見られることや、特徴が理解しやすく扱いやすいなどの理由によるものである。

2 指導の方法（指導上の工夫）

今回の実践は、「第2章 2次関数」の内容が全て終了した上での課題学習の時間で実施することとした。

単元計画書作成に当たっては、実践を行ったクラスは本校において数学の能力が比較的高いクラスの生徒であるため、2次関数を活用させる能力を育てたいと考え、単元到達目標の「①関心・意欲・態度」という観点を最も重要な視点と捉え作成した（資料10）。

3 実践報告と考察

(1) 授業での実践について

パフォーマンス課題の実施時期が文化祭の前後になると予想されたため、文化祭企画でよく取り上げられる「縁日」に関わる題材を取り上げ、資料7、資料8のワークシートを作成した。またその発展として、対象クラスにはゴルフ部の生徒が在籍しているため、資料9のワークシートで数式を活用する実践例を取り上げることとした。

また、このパフォーマンス課題実施までの授業で考慮したことは、

- ・ 中学校で既習の「座標の有用性」について、授業の中で繰り返し指導する。
- ・ 「図形は点の集まりで作られる」ことをさまざまな場面で指導する。
- ・ グラフから条件を読み取らせることを意識した授業を展開する。

例) 2次関数の決定の授業において、条件を文章で始めから示すのではなく、グラフから条件を読み取らせることから行う。

- ・ 放物線の特徴（軸に対称なグラフとなるなど）を強調する。

などである。これらを意識して授業することにより、具体的な事象を数学的に捉える視点を養い、考察に活用できる能力を身に付けることができるようになることを期待してのことである。

(2) パフォーマンス課題の実践とその評価について

【パフォーマンス課題の実践】

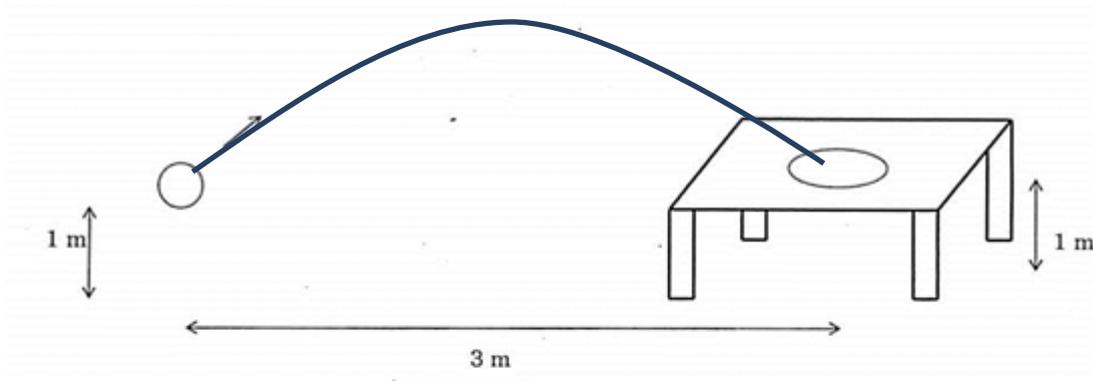
計画では2時間の授業を使って実践を行う予定であったが、1時間の授業で実践を行った。授業前半の30分はパフォーマンス課題のうちワークシート1及び2を実施した。実施に当たってはそれぞれのワークシートを各自で考え解答する時間を10分設け、その後数学の能力を考慮した上で、上位から下位まで均等になるように3～4人のグループに分け、実験を含むグループワークを行った。

道具として3mの紐1本、スーパーボール1個、的を記した用紙1枚、粘着テープを各グループに渡し、実験を行いながらそれぞれの考えを実践し考察を繰り返した上で、グループの考えをまとめるという方法で20分間行った。

残り20分でワークシート1及び2の回収及び解説をし、ワークシート3を配付し問題文の説明をした上で、各自で考えることとした。時間不足であったため、ワークシート3については次回までに考えてくるよう指示をした。

ワークシート1及び2を各自で考え解答する場面では、多くの生徒は当初どのように考察すればよいのか戸惑い、「コントロールの問題か?」「ゆっくり低めに投げる」など数学的な解答は見られなかった。そこで、「投げられたボールはどのような軌跡を描くのか」「その軌跡は今まで学習した内容と関連があるか」などのヒントを与え再度考える時間を設けた。その結果、資料1及び資料2の解答にあるように、ボールの軌跡が放物線になることに気付いた解答が見られるようになった。

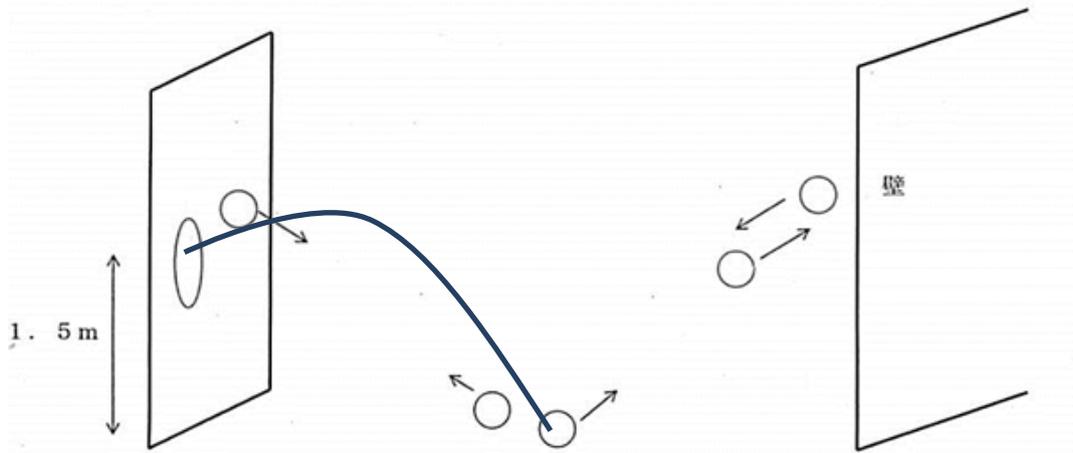
【資料1 ワークシート1の解答（生徒のワークシートを基に作成）】



【各自で考えた解答】

(勘! 手の感覚) 1. 5のところで最高頂にさせる

【資料2 ワークシート2の解答（生徒のワークシートを基に作成）】



【各自で考えた解答】

壁と向かいの壁の距離の半分の地点でワンバウンドさせて投げる。

グループワークでは各自で考えた解答をグループで実証するために、試行錯誤を繰り返しながら行っていた。始めはゲーム感覚で行っていた生徒も、効率よく的に当てるにはどのようにすればよいのかを考え、ワークシート1では投げ手と的、ワークシート2では投げ手と壁との中間地点に目標を置くなどして実験を繰り返していた。ワークシート1の実験では多くのグループが正しい解答を確認できていたが、ワークシート2では跳ね返る際の抵抗・ボールの弾性等が大きく影響してしまい、うまくいくことはなかった。ワークシート2は理論上の考察にとどめておくべきであったと反省している。

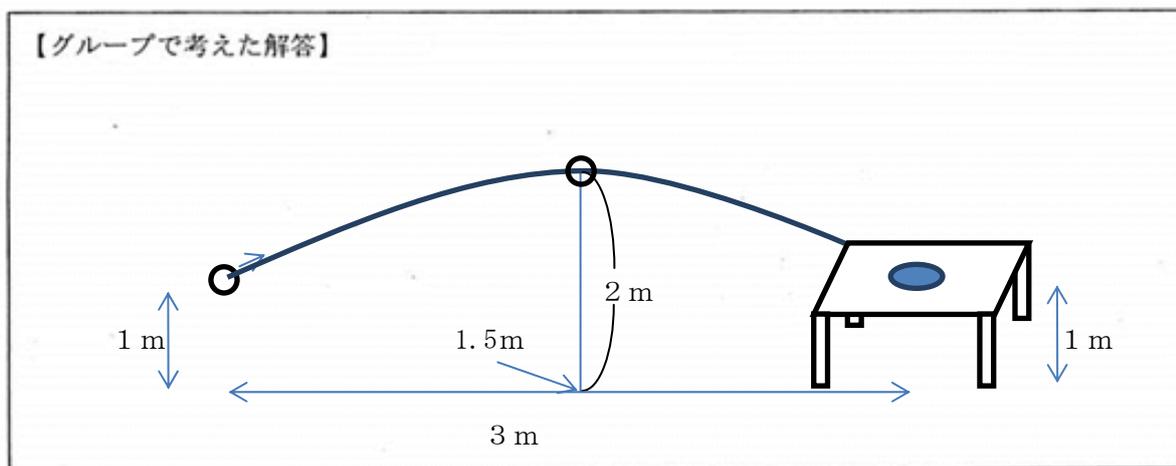
ワークシート3の解答においては、始めから2次関数の問題と捉え考察を行う姿が見られたが、当初は2次関数の方程式を利用しての解答が見受けられなかった。そこで、「ワークシート3は数値にこだわってみるところがポイントである」「これまでの授業で学習したことを用いて考えてみよう」などのヒントを与えたところ、「座標」「方程式」などのキーワードが生徒の中から発言され、解答の方向性に気付いたようであった。パフォーマンス課題実施までの授業で考慮したことが生かされたと思う瞬間であった。

【パフォーマンス課題の評価】

今回のパフォーマンス課題は、単元計画書の中にあるルーブリックにより評価した（資料10）。観点1については、ワークシート1及び2の解答の中に「放物線」という単語が書かれていた場合は2点を加点することにした。本校の生徒は文章で自分の考えを正しく伝えることを苦手としている者が少なくない。そこで、文章で正しく表現した解答に対しては加点を与え評価しようと考えた。しかし、加点を得た解答は2名にとどまった。多くは図を使って表現された解答であり、採点者が解答者の考えを推測して採点せざるを得ない状況であった。

ワークシート1の解答には、資料3のようにボールを投げる高さにこだわる解答が多々見受けられた。この解答には評価としては観点1及び2ともに満点の得点（5点）を与えているが、放物線の特徴から高さにはこだわらなくてもかまわないことを後に解説し、必要となる情報だけを選択することも大切なことであることを伝えた。しかし、この解説がワークシート3の課題に取り組む際に逆効果となってしまい、当初解答の方向性を見いだせない状況を招く結果となってしまった。

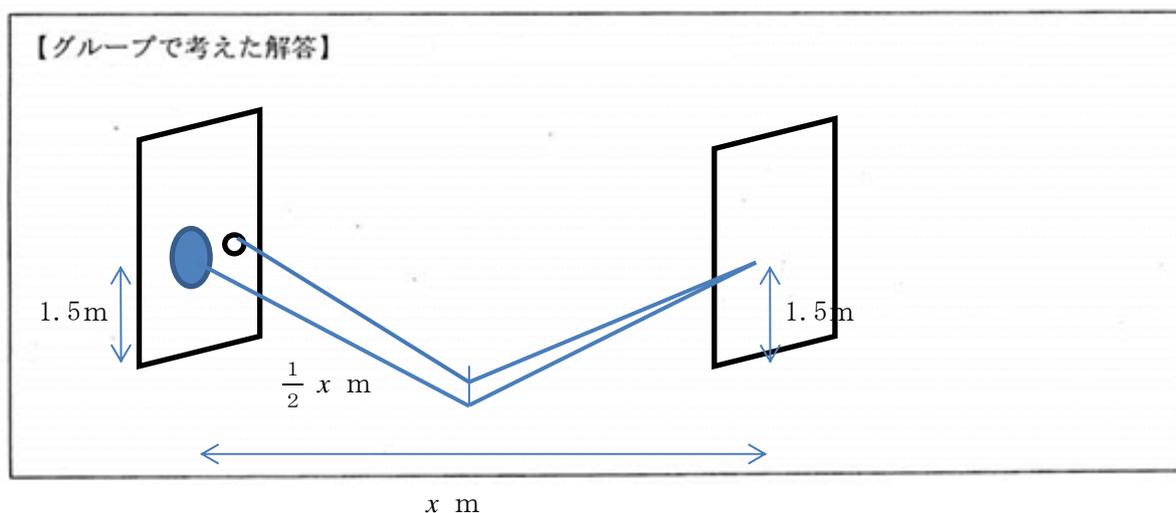
【資料3 ワークシート1の解答（生徒のワークシートを基に作成）】



ワークシート2の解答は、ワークシート内の図を見てイメージしたため資料4のようにボールの軌跡を放物線として捉えていない解答が目立った。ループリックに基づいた評価は観点1及び2ともに放物線を意識した解答ではないと考え1点（合計2点）とした。

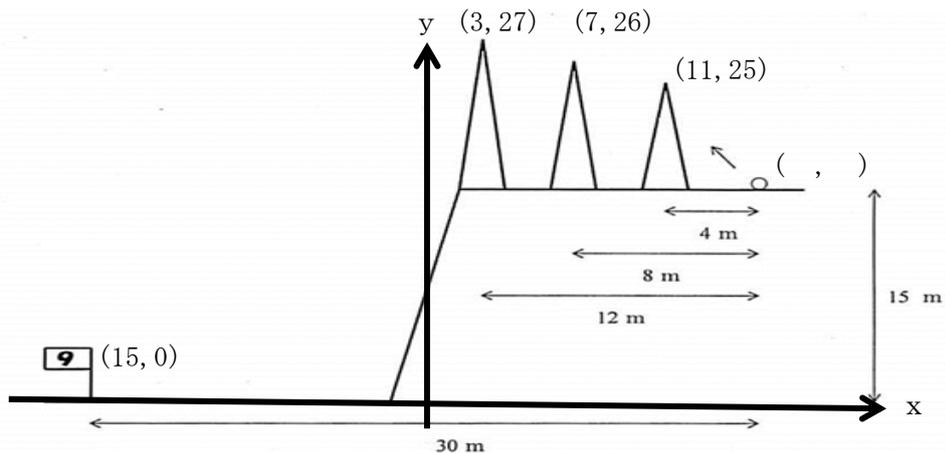
壁に衝突した際にどのように跳ね返るのかということがイメージされておらず、物理など他科目との連携の必要性を感じた。

【資料4 ワークシート2の解答（生徒のワークシートを基に作成）】



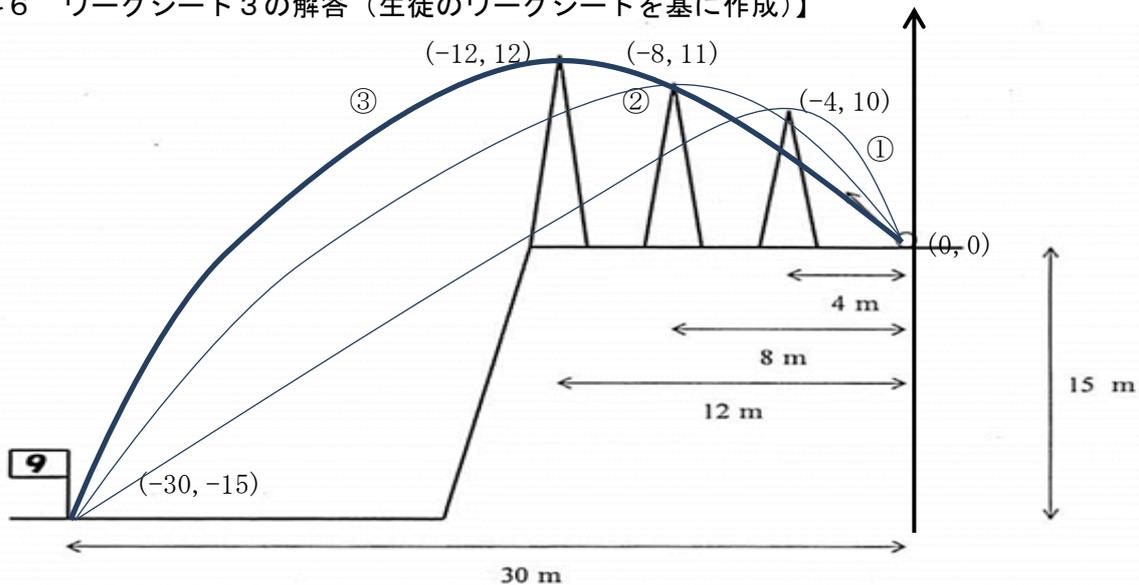
ワークシート3の解答は、資料5のように座標を置いて、2次関数の方程式を求めてそれを利用することには気付くものの、立式することができず断念する解答が目立った。このような解答には観点1（数学的な見方や考え方）において3点の得点を与えた。しかし、中には資料6のようにしっかりとした正答をつくり上げた解答もあり、今回の取組に手応えを感じた。

【資料5 ワークシート3の解答 (生徒のワークシートを基に作成)】



【答】 ③	【考え方】 3点を通るやり方だと思いました。 この先は、わかりません。
--------------	--

【資料6 ワークシート3の解答 (生徒のワークシートを基に作成)】



【答】 ③	【考え方】
①のとき、 $y = a(x + 4)^2 + 10$ (0, 0)を通るので、 $0 = a \cdot 4^2 + 10$ より $a = -\frac{5}{6}$ よって、 $y = -\frac{5}{6}(x + 4)^2 + 10$ これに(-30, -15)を代入しても 成り立たない	②のとき、①と同様に考えて $y = -\frac{1}{64}(x + 8)^2 + 11$ これに(-30, -15)を代入しても 成り立たない ③のとき、①と同様に考えて $y = -\frac{1}{12}(x + 12)^2 + 12$ これに(-30, -15)を代入すると成り立つ よって、答えは ③

4 まとめ

今回の実践を通して、高校数学は日常生活に活用することができることを生徒は実感したようである。この点では当初の目的は達成できたように感じられるが、生徒全員が自ら考えて行動する能力の育成につながったかという点では、十分ではなかった。

やはりそのような能力はすぐに備わるものではなく、学習をはじめとしてさまざまな場面での指導を繰り返すことにより備わっていくものであると考えられる。だが、パフォーマンス課題への取組も確実に能力の育成の一助となっていることは、生徒の反応から感じられるところである。

また、各自が考えた解答を実際にグループで行ってみるという活動を取り入れた。この活動を行うことにより、机上の議論だけでは構築できない人間関係を育てることができ大変よかったと感じた。しかし、グループのメンバー構成や活動内容、活動時間などを事前によく検討しておかないと、まとまりのないものになってしまうおそれがあるので注意したいところである。

今回の実践では、生徒にどのような能力を身に付け育てたいかということを考えた上で、パフォーマンス課題及びその取り組みの評価（ルーブリック）、単元計画書を作成した。特に単元計画書を作成することでパフォーマンス課題に向けての授業展開を行うことができ、大変よかったと感じた。

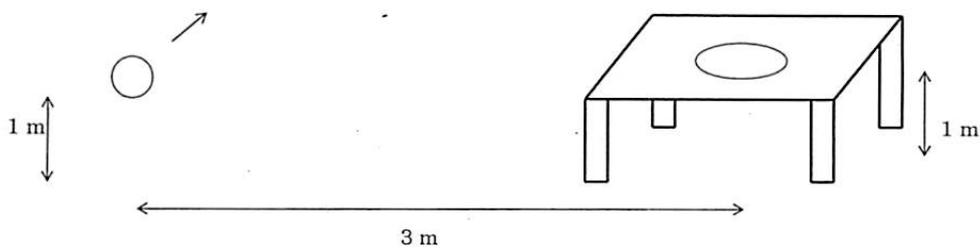
今後もこのような取組を積極的に行っていきたいと考えるが、パフォーマンス課題を行うことやグループ学習、またその活動の評価をすることが目的にならないことを念頭に置いた上で、実践していきたいと思う。

数学I 【緑日の必勝法】

ワークシート1

次の2種類の玉入れゲームのコツを考えよう！

- ① 図のように1mの高さの机に空いた穴に1mの高さからボールを投げて入れたい。何かコツはないだろうか？
但し、空気抵抗等は考えなくてよいとする。



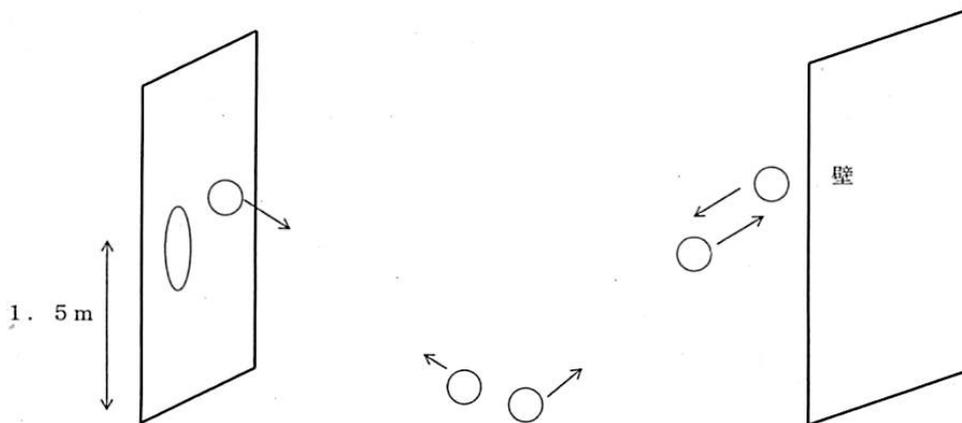
【各自で考えた解答】

【グループで考えた解答】

数学1 【緑日の必勝法】

ワークシート2

- ② 図のように壁に1.5mの高さに空いた穴がある。穴の横からボールを投げて、ワンバウンドさせた後向かいにある壁に当て、跳ね返らせてワンバウンドさせた後穴に入りたい。何かコツはないだろうか？
但し、空気抵抗や摩擦力などは考えなくてよいとする。



【各自で考えた解答】

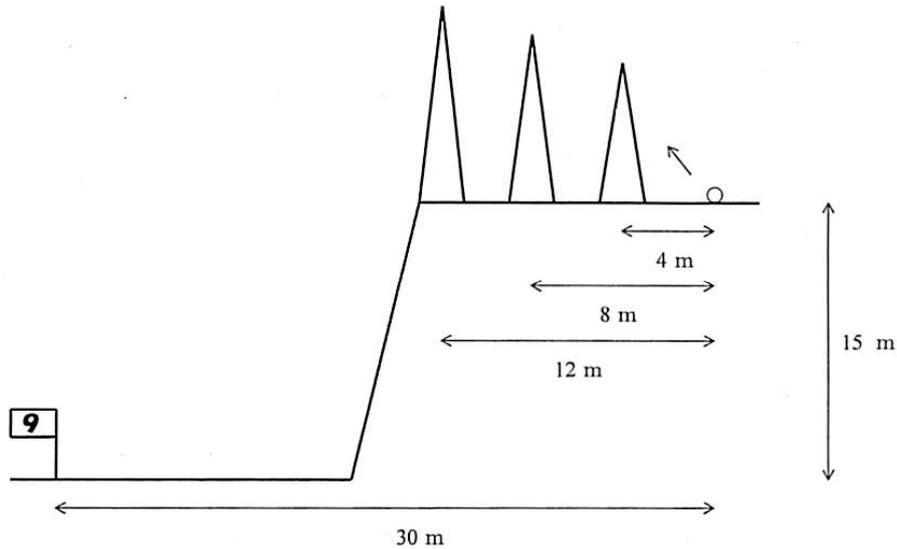
【グループで考えた解答】

1年 組()番()

数学I 【ホールインワンを狙え!!】 ワークシート3

図のように崖の上のティーインググラウンドから崖下のホールカップに向けてボールを打つ。このホールで逆転をしたいのでホールインワンを狙いたい。バウンド等をさせないで直接カップにボールを入れるためには、どこを目掛けて打てば良いか。次のうちから選べ。但し、風の影響や空気抵抗などは考えなくてよいとする。

- ①ティーインググラウンドから水平方向に4m先にある高さ10mの防風ネットの支柱の先端にボールの軌道の頂点がくるようにする。
- ②ティーインググラウンドから水平方向に8m先にある高さ11mの防風ネットの支柱の先端にボールの軌道の頂点がくるようにする。
- ③ティーインググラウンドから水平方向に12m先にある高さ12mの防風ネットの支柱の先端にボールの軌道の頂点がくるようにする。



【答】	【考え方】

1年 組()番()

【資料 10 単元計画書】

単元計画書

教科名(科目名)	数学(数学 I)		単位数	3 単位				
対象クラス	1 年生		教科担当者					
単 元 名	2 次関数		単元の実施時期	6 月中旬～9 月下旬				
単元目標 (学習指導要領)	二次関数とそのグラフについて理解し、二次関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。							
1	単元の目指すべき生徒像(生徒の実態・教科の本質・社会に出てからの必要性等)							
	本校の生徒は学習習慣が身についておらず、課題等においても必要最低限のことしか行わない生徒が少なくない。そのような状況であるためか、自ら進んで学ぶという意欲に欠けている。そこで、生徒の積極的に学習する意欲を育てることを重視するとともに、授業で学習した基本的事項を応用できる能力を身に付けさせたい。							
2	このクラスの単元到達目標							
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能	④知識・理解				
	2 次関数の有用性に関心を持ち、それらを事象の考察に積極的に活用することができる。	2 次関数の値の変化を式やグラフなどと関連付けて考え、問題を解決することができる。	正確な立式、式変形、グラフ作成などを行うことができ、問題を正しく処理することができる。	2 次関数の基礎的な知識を理解し、それを利用する能力を身に付けることができる。				
3	単元計画							
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④	評価の方法等
	1	関数とグラフ	関数、定義域、値域などの語句を学習し、関数を座標平面上の図形として表したものがグラフであることを理解する。	○				課題プリント
	5	2 次関数のグラフ	2 次関数のグラフの特徴を捉え、さまざまな形の 2 次関数のグラフを正確にかける。		○	○		小テスト 課題プリント
	3	2 次関数の最大・最小	2 次関数のグラフを利用し、最大・最小を求める。		○		○	小テスト 課題プリント
	3	2 次関数の決定	与えられた条件から、条件を満たす 2 次関数を求める。			○	○	小テスト
	3	2 次方程式	2 次方程式を解き、解の種類について考察する。			○		小テスト 課題プリント
	2	2 次関数のグラフと x 軸の位置関係	2 次方程式と 2 次関数のグラフとの関係を考え、方程式の実数解が持つ意味を理解する。また 2 次方程式の解を利用し、2 次関数のグラフと x 軸との位置関係を求める。	○	○			課題プリント
	4	2 次不等式	2 次関数のグラフを利用して、2 次不等式を解く。	○	○			小テスト 課題プリント
	1	パフォーマンス課題による演習	2 次関数が実生活でどのような場面で有用性があるのかを考え、利用できるようにする。	○	○	○	○	ワークシート

4	パフォーマンス課題について			
	重点目標		身に付けてほしい知識・技能	
	<ul style="list-style-type: none"> ・2次関数のグラフの基本性質を理解し、活用することができる。 ・条件から2次関数の方程式を求めて、問題解決のために活用することができる。 		<ul style="list-style-type: none"> ・実生活の現象に対して、数学（2次関数）の概念を利用できることに気付き、興味をもつことができる。 ・問題から数学的構造を解析し、2次関数を利用して解決することができる。 	
	パフォーマンス課題の内容		指導方法・形態	
<p>「縁日の必勝法」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・次の2種類の玉入れゲームのコツを考えよう。 <p>【ゲームのルール】</p> <ol style="list-style-type: none"> ①机に空いた穴に離れた位置から直接ボールを入れる。 ②ワンバウンドしたボールを壁に当て、跳ね返ったボールをワンバウンドさせた後、床に対して垂直な壁に空いた穴に入れる。 <p>「ホールインワンを狙え」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・崖の上のティーグラウンドから崖下のホールカップに向けてボールを打つ。ホールインワンを狙いたい。どのようにショットを打てばよいか。 		<ul style="list-style-type: none"> ・グループで実験を行い、成功するための方法を数学的に考察し発見する。 ・応用として、別の問題に個人で取り組み、ワークシートを完成させる。 		
5	パフォーマンス課題についてのルーブリック（ワークシート1，2）			
		観点1（関心・意欲・態度）		観点2（知識・理解）
	2	ボールの軌跡が既習内容の放物線となることに気付いている。	3	放物線の性質を利用して、解答を正確に導いている。
	1	ボールの軌跡が既習内容の放物線となることに気付くことができなかった。	2	放物線の性質には気付いているが解答を導くことはできなかった。
	加 点	「放物線」という単語があった場合は2点を加点する。	1	放物線の性質を利用できていない。
	パフォーマンス課題についてのルーブリック（ワークシート3）			
		観点1（数学的な見方や考え方）		観点2（数学的な技能）
	5	カップの位置、ティーグラウンドの場所などの位置を座標でおき、2次関数の概念など数学的考察で解答している。	5	与えられた条件から、2次関数の方程式を求めている。
	3	カップの位置、ティーグラウンドの場所などの位置を座標でおいているが、数学的考察による解答ではない。	3	与えられた条件から2次関数の方程式をつくらうとした痕跡は見られるが、求めることはできていない。
	1	座標などは使用しておらず、数学的な考えでは解答できていない。	1	数学の概念や定理、公式が使用されていない。
6	育成したい能力（キャリア教育の観点から）			
	コミュニケーション能力	グループ学習等を通して、相手の意見をしっかりと聞き理解した上で自分の意見を正しく相手に伝える。		
	主体的に行動する力	疑問点や問題点に関して、積極的に解決しようとする。		
	課題対応能力	実験や理論から得られた結果から、その結果が生じた原因などを究明し、問題解決に向けての考察をする。		