

指数関数・対数関数における単元を見通した指導について

1 はじめに

本校は、機械科・電子機械科・電気科・電子工学科の4学科を持つ工業高校であり、男子生徒が学校全体の98.0%を占めている。生徒の気質はおおむねおとなしく、静かに授業を受けている反面、分からない箇所があってもすぐに諦めてしまうことが多い。学力差が非常に大きく、基本的な計算を苦手とする生徒や学習意欲に欠ける生徒も数名見られる。

工業科目の内容と数学の内容とのつながりとしては、1年次に「機械設計」という科目の中で三角比を扱い、2年次に「電気基礎」という科目の中で複素数や三角関数を扱っている。関数電卓を用いて、長さや角を求める練習などは1年次に学習しており、関数電卓の取り扱いには慣れている。

今回、数学Ⅱの「指数関数・対数関数」の分野において、「人口増減のシミュレーション」について扱う。直感だけに捉われることなく、関数電卓を用いて計算させたり、グラフをイメージさせたりする中で、世界の人口や日本の人口の増減について考えさせたい。

この授業が、指数関数に興味をもつきっかけとなること、また、日常生活の問題を解決する中で数学の有用性を実感することで、さまざまな場面で数学を活用しようとする生徒の育成を目指した。

2 指導計画

(1) 指導学年、科目、単元名

指導学年：第2学年

科目：数学Ⅱ

単元名：指数関数・対数関数

(2) 単元目標

指数関数及び対数関数について興味をもち、関数の特徴や性質の理解を深めようとする。さらに、これらを具体的な事象の考察へと活用できることに気づき、実践することができる。

(3) 単元計画

単元の評価規準								
①関心・意欲・態度		②数学的な見方や考え方		③数学的な技能		④知識・理解		
指数や対数に関心をもつとともに、数学のよさを認識し、それらを事象の考察に活用しようとする。		指数や対数に関する事象を数学的に考察したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることができる。		指数や対数において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付け、問題を解決することができる。		指数や対数における基本的な概念、原理・法則などを理解し、知識を身に付けている。		
時限	学習内容 学習過程の位置付け	学習活動	評価の観点				評価規準	評価方法
			①	②	③	④		
1	指数の拡張（1） A 2	指数を有理数全体に拡張する。	○				既習事項である指数を、拡張しようとする。	観察
2	累乗根 B, C	累乗の意味を理解し、累乗根を導入する。		○			既習事項である $\sqrt{\quad}$ （2乗根）を基に、発展的に考えている。	観察
3	指数の拡張（2） B, C	指数を実数全体に拡張する。		○			指数を発展的に捉えて、拡張している。	小テスト

4・5 本時	指数関数のグラフ D 2, A 1	指数関数を定義し、諸性質を調べる。		○		指数関数のグラフの特徴を理解し、表現している。	ワークシートの記述内容
6	対数 B	指数を用いて、対数を定義する。			○	指数から、対数の概念へと結び付けて考えている。	小テスト
7	対数の性質 C	対数の基本性質を理解する。			○	指数法則から、対数の基本性質に結び付けて考えている。	小テスト
8	対数関数のグラフ C, D 2	対数関数を定義し、諸性質を調べる。		○		対数関数のグラフの特徴を理解し、表現することができる。	観察
9	常用対数 B, C, D 1	常用対数を導入し、応用例を幾つか学ぶ。		○		これまでに身に付けた対数の知識を基に、多面的・発展的に活用することができる。	ワークシートの記述内容

(4) 本時（第4・5時限）の目標（思考力・判断力・表現力を育成する授業を取り上げる）

「人口増減のシミュレーション」について考察する中で、問題提起に対して考え立式することにより、判断材料を揃えようとする。指数関数の特徴（増加・減少の様子）などに気付き、表現しようとする。また、グループ学習を通して、他の生徒とワークシートを共有する中で、自分の考えを他者へ伝え、他者の考えを受け入れようとする姿勢を培う。

(5) 本時（第4・5時限）の主となる課題（発問）とその設定理由

「世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう」

世界の人口増加率 1.2%、カタールの人口増加率 10.7%、日本の人口減少率 0.4%について、この割合が10年後やその後の人口にどの程度影響を及ぼすのか興味をもたせたい。この課題を通して、指数関数のグラフの局所的な特徴の違いなども含めて理解させたい。

(6) 本時（第4・5時限）の展開（2時間分）

1 時 限 目	学習内容（質問・発問・指示）	学習活動（○印） 予想される生徒、グループの反応 （生徒：S印、グループ：G印）	指導上の留意点 評価の観点（☆印）、方法
導入 10 分	ワークシートの配付、本時のテーマを説明 ①（1） 1、2年後に世界の人口はどの程度まで増えていることになるか？シミュレーションしてみよう。	○：関数電卓を用いて試算し、ワークシートに記述していく。 S1：「1.2%ずつ増加」の意味が分からず、手が止まる。 S2：1.2%を小数に変えずに計算を進める。 S3：1.2%を0.012に変えるが、 $\times 0.012$ と計算してしまう。 S4：早く済んでしまう。	指数関数・対数関数という話は、この段階ではあまり触れないように進める。 ループリックについて説明する。 場合によっては、割合の話しなどを復習として提示する。

展開 I	先ほどシミュレーションした結果を基に、10年後の世界の人口がどの程度になっているか予想してみよう。また、その根拠も説明できるように書こう。 ①(2)	○: 2, 3年後のシミュレーションから、10年後を予想しワークシートに記入。その根拠も書く。	予想した数値に、根拠をもたせるよう注意喚起する。
展開 I 20分	数名の生徒を指名し、予想とその根拠を発表させる。 【ここからグループ学習に入る】 ①(2) 10年後の世界の人口をシミュレーションしよう。どのように考えると効率よく計算できるかを、グループ内で検討しよう。また、10年後以降の様子を予想するため、各グループで模造紙にグラフ化してみよう。	S1: 考えておらず、ワークシートに書き込めない。 S2: 直感だけに頼って、予想する。 S3: 単純に$\times 10$と判断する。 S4: この後の授業の流れを理解してしまい、指数を用いて根拠を示している。 ○: 指名された生徒は、発表する。 グループ学習の形態に変える。 ○: 各グループで協力し、ワークシートに過程を書き込んでいく。効率のよさをグループ内で追求する。また、各グループで協力し、模造紙に点をプロットしてグラフをかく。 G1: グループ内にリーダーシップを発揮する者がおらず、活動が進まない。 G2: 指数の形になることに気付かず、順番に出そうとして時間がかかってしまう。 G3: 指数を用いて、根拠となる式を効率よく立てている。	活動を促す。 根拠をもつように指示する。 発表をする生徒・聞く生徒の姿勢について、指導する。 活動を促す。 ヒントを与える。
展開 II 15分	①(3) カタールのペース(10.7%)で世界の人口が増加していくとしたとき、10年後以降をシミュレーションしよう。また、各グループでグラフ化してみよう。 【グループ学習を終える】	○: 各グループで協力をし、ワークシートに過程を書き込んでいく。また、模造紙に点をプロットしグラフをかく。	
まとめ 5分	①(4) (2)と(3)を比較することにより、気付いたことや考えられることを、個々でまとめよう。また、グラフの特徴などを各自でまとめよう。 最後に、ワークシート・模造紙を回収する。	○: (2)と(3)の結果を比較し、考察などをまとめる。グラフの特徴などを、個々でまとめる。	☆: 数学的な見方や考え方 ワークシートの記述内容

2 時 限 目	学習内容（質問・発問・指示）	学習活動（○印） 予想される生徒、グループの反応 （生徒：S印、グループ：G印）	指導上の留意点 評価の観点（☆印）、方法
導 入 5 分	前回の授業内容をチェックするため、振り返りを行う。 前回の授業内容を参考に、日本の人口が10年後以降でどのようになるのかをシミュレーションしよう。 ワークシートを返却し、本時のテーマの概要を説明する。	○：各自で振り返る。	前回の授業内容の振り返りを各自で行わせる。
展 開 I 20 分	【ここからグループ学習に入る】 ②（1） 10年後の日本の人口をシミュレーションしよう。どのように考えると効率よく計算できるかをグループ内で検討しよう。	グループ学習の形態に変える。 ○：各グループで協力をし、ワークシートに過程を書き込んでいく。また、効率のよさをグループ内で追求する。 G1：グループ内にリーダーシップを発揮する者がおらず、活動が進まない。 G2：指数の形になることを忘れてしまっている。 G3：指数を用いて、根拠となる式を効率よく立てている。	☆:数学的な見方や考え方 ワークシートの記述内容 活動を促す。 ヒントを与える。
展 開 II 20 分	②（2） このペースで日本の人口が減少していくとしたとき、人口が一人になってしまうのは、何年後なのか。題意を読み取り、立式するなどして、グループ内で検討しよう。 【グループ学習を終える】	○：各グループで協力をし、ワークシートに過程を書き込んでいく。	☆:数学的な見方や考え方 ワークシートの記述内容 題意が捉えづらそうであれば、立式のためのヒントを提示する。
ま と め 5 分	②（3） ①の（1）、（2）と②の（1）、（2）を比較することにより、気付いたことや考えられることを、個々でまとめよう。 最後に、ワークシートを回収する。	○：ワークシートに、考察したことや気付いたことなどをまとめる。	

(7) ルーブリックと評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

評価項目 【観点】	評価方法	十分満足できると判断する状況（a）	おおむね満足できると判断できる状況（b）	努力を要すると判断される状況（c）
題意から適切に立式し、事象を数学的に捉えようとしている。また、人口の問題を通じて指数関数の増減をイメージし、表現することができる。 【数学的な見方や考え方】	ワークシートの記述内容	ワークシート②（2）に、的確に立式している。さらに、ワークシート①（3）と②（3）に、指数関数のグラフの特徴を的確に考察し、記述している。	「ワークシート②（2）への適切な立式」または、「ワークシート①（3）と②（3）へのグラフの特徴」のいずれかを考察し、記述している。	ワークシートへの取り組み状況がよくない。指数関数の増減についての理解が、十分に見られない。

(8) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

	主体的な学び	対話的な学び	深い学び
実践内容	ワークシートに取り組む際に、効率よく数年後の人口を計算しようとする。増減率に注目し、グラフ化することにより増減の様子を把握しようとする。	グループ学習を通し、「問題提起に対する立式」や「グラフの作成」などについて話し合うことで、自分の考えを他者へ伝え、他者の考えを受け入れようとしている。	この課題に取り組む中で、指数関数の存在や特徴に気付き、既習の関数との相違点などを、ワークシートに記述している。また、工業科目で学んだことを踏まえて、対数関数を利用して考えることができる。

3 実践報告と考察

(1) 学習活動について

機械科 37 名と、電子工学科 37 名の 2 クラスで、50 分×2 時間構成の授業実践を行った。1 時限目はワークシート①、2 時限目はワークシート②に取り組ませた（資料 1, 2, 3）。また授業の冒頭で、今回の課題学習のテーマ設定理由や評価規準について次のように説明した。

世界の人口増加率 1.2%，カタールの人口増加率 10.7%，日本の人口減少率 0.4%を用いて人口増減をシミュレーションする際、10 年後やそれ以降の動きにどの程度興味・関心をもって考察できるか、指数の必要性に気付き、関数電卓の活用によりグラフ化し特徴を掴むことができるかを目標とする。

（ループリックを提示し）評価は、ループリックに基づいて評価をする。正しい答えを導くことだけに拘りすぎず、思考過程やグラフについての考察内容により、よい評価が与えられる。

○ ワークシート①（1）の記述内容について

初めに 2018 年の世界の人口を基に、1 年後・2 年後を計算させた。大半の生徒は $\times (1+0.012)^n$ の形で計算できていた。 $\times 0.012^n$ で増加分を求めた後に、前年に加えて求めるという生徒もいた。中には割合が分かっておらず、 $\times 0.012^n$ と計算し減少していることに気付かない生徒や、 $\times 1.2^n$ と計算する生徒もいた。また、%を小数に正しく直すことができない生徒も若干見られた。

○ ワークシート①（2）の記述内容について

次に 2019 年・2020 年の計算値を踏まえて、2028 年（10 年後）にどの程度の人口になっているかを、関数電卓を用いずに予想しその根拠を明確にするよう指示した。「1 年でおおよそ 1 億人ずつ増えているから、10 年後には 86 億人ぐらい」「1 年で 9,200 万人程増えているから、10 年ではその 10 倍の 9 億 2,000 万人増加で 85 億人ぐらい」「10 年後には、1.2%の 10 倍で 12%，76 億人に $\times 0.12$ したのが増加分なので、91 億人ぐらい」などと予想していた。

グループ学習に形態を変え、(1) で立てた予想を比べさせ、数名の生徒を指名し発表もさせた。その後、関数電卓を用いて 2028 年のシミュレーションなどに取り組ませた。ここでは、割合に関する理解が乏しい生徒に対し、指導役に回る生徒が現れているグループが見られた。また、各グループに模造紙を準備しグラフを作成させた。模造紙の作業については、各グループで役割分担を考え、協力して作成するよう指示した。点をプロットし曲線で滑らかに結ぶよう指導したが、定規を当てて直線で結び、



【発表の様子】

折れ線で作成しているグループが見られた。



【模造紙にグラフをかく様子】



【折れ線で作成した模造紙】

○ ワークシート①（３）の記述内容について

増加率が高いカタールの例を、世界の人口に当てはめたときのシミュレーションをさせた。（２）の流れを踏まえたグループ活動であったので、方針を立てて取り組んでいる生徒が大半であった。関数電卓の機能により「2.109460858 E10」のような表示が出るため、「21,094,608,580」と読み替えができず戸惑っているグループが若干あった。また（２）と同じように模造紙にグラフ化させた。

○ ワークシート①（４）の記述内容について

グループ学習を終え、各々でまとめを行わせた。（２）と（３）の結果や、模造紙に作成したグラフをワークシートに再現し形状の比較により、まとめるよう指示した。想定以上にグループ学習に時間をかけてしまったため、個でのまとめの時間を十分に確保できなかったが、時間のなかでグラフの特徴や気付いたことをよくまとめた。ワークシートの記述例を挙げる。



【グループ学習のまとめの様子】

【ワークシートの記述例】

○計算について

- ・ 10年後の計算は最初 1.012 を 10 回かけていたが、後で 10 乗すればよいことに気付いた。
- ・ 人口増加の場合、 $(\text{前の年}) \times \left(\frac{101.2}{100}\right)^n$ の形である。
- ・ 計算の仕方と答えは合っていたが、1年ずつ順番に増加分を出し加えていったため、無駄な計算に時間をとられた。もっと頭を柔らかくしたい。

○増減について

- ・ 人口爆発が起こりそうだなと思った。増加率が 10.7%だと、人口がすごいことになる。
- ・ 1.2%の増加率だと、人が増えても大きく増加量は変わらず直線のグラフのように見える。10.7%だとなめらかな曲線のグラフで上がっていく。
- ・ どちらのケースも右上がりになっているものの、9.5%の差によって 2028 年には大きな差に変わっていった。
- ・ 世界の人口の 10 年後はだいたい予想どおりになり、カタールのペースだと 2 倍と少し大きめであった。（←（３）の計算を間違えている）
- ・ 1.2%、10.7%いずれのケースも同じような増え方をしている。（←比較できていない）

○ ワークシート②（１）の記述内容について

簡単に前時の振り返りを行った後に、同じような流れにより日本の人口の減少について問題提起した。0.4%の減少率を $\times(1-0.04)^n$ と扱っている生徒が大半であるが、最初は個々で考える時間としているため、割合を苦手に行っている生徒は $\times(1-\bigcirc)^n$ と計算することが理解できないようであった。後のグループ学習で、分かっている生徒が分からない生徒に教える場面が見られ、ほぼ全員が理解した。

○ ワークシート②（２）の記述内容について

次に日本人が0.4%のペースで減少していくとき、一人になってしまうのは何年後なのかを、グループで式を立てて考察するよう指示した。生徒にとっては興味深い内容であったようで、グループでの学習が盛り上がりを見せた。②（２）の内容をループリックによる評価の材料としているため、机間指導によりグループ学習の様子を見て回った。目立った記述としては指数方程式を立てるのではなく、比例と考え1次方程式を解く生徒が多かった。また、驚いたのは、指数方程式を立てた後に未習である対数を用いて方程式を解いたグループが出たことである。これは、関数電卓の検定である計算技術検定2級の保有者は、対数の存在を若干知っているからだと後に分かった。逆関数というキーワードは登場していないが、指数と対数の関係という未習事項にアプローチできており、深い学びを実践した例であると考え。その他、ワークシートの記述例を挙げる。

【ワークシートの記述例】

- ・ $126,177,000 \times (0.996)^{\square}$ で、 $\square$ の数字を関数電卓でひたすら変えながら、1に近づけた。その結果、 $126,177,000 \times (0.996)^{4653} = 1.00388$ なので4,653年後となる。
- ・ $126,177,000 \times \left(\frac{99.6}{100}\right)^x = 1$ から $\left(\frac{99.6}{100}\right)^x = \frac{1}{126,177,000}$ となり、 $\log_{\frac{99.6}{100}}\left(\frac{1}{126,177,000}\right) = 4653.966\dots$
- ・ $\log_{\frac{99.6}{100}}\left(\frac{1}{126,177,000}\right) = 4653.966232\dots$ から、 $126,177,000 \times (0.996)^{4653.96623} = 1.000000008$,
 $126,177,000 \times (0.996)^{4653.966232} = 0.999999999$ なので、4653.96623年後。
- ・ $126,177,000 - (126,177,000 \times 0.004x) = 1$ から $126,177,000 - 504,708x = 1$ なので、250年後。
(←比例と考え、1次方程式を立てている)

○ ワークシート②（３）の記述内容について

前時と同じように、最後に個人でまとめを行った。ワークシートの記述例を挙げる。

【ワークシートの記述例】

○計算について

- ・ 日本人が1人になるのは1000年以上かかると思ったので、まず1000年で試してそれから年数を増やしていった。
- ・ 人口を a 人、増加率を b %、 x 年ごとに变化する人数を y 人とする、 $y = a \times \left(1 + \frac{b}{100}\right)^x$ という式で求められる。増加なら b はプラス、減少なら b はマイナス。
- ・ $\log$ を使うことを思い出した。 $\log_a b = C$ は、 $a^C = b$ だったはず。

○増減について

- ・ 日本の人口が、減っている傾向にあることに驚いた。一人になるのは、まだ先の方なので安心した。

- ・人口減少は最初の方は1年に約50万人だが、年がたつごとに減少数は減り、3000～4000年の間には50人程しか減らない計算になる。
- ・日本人が一人になるのは計算したら4654年後となったが、人がある程度減ったら一気に減ってもっと早く一人になってしまうのではと思った。
- ・増加のグラフは母数が大きくなるので増加量は少しずつ増えていくが、減少のグラフは母数が小さくなるので減少量が小さくなり、ゆるやかに減少していく。
- ・日本の人口はおよそ50万人ずつ減っていき、比例のようなグラフになる。（←比例として扱っている）

(2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

「授業の冒頭で、ループリックを生徒に提示し、評価の基準を明確にしておくこと」と、「授業後に、評価結果を生徒へ還元すること」の二つを実践した。

ワークシート内の3箇所（①（3）・②（3）・②（2））に絞って授業後に点検した。評価箇所、評価基準を明確にしておいたため、困ることもなくおよそループリックどおりに評価することができた。またグラフの評価については、正確さよりも増減の様子をかけているかを点検するようにした。前述のとおり、曲線を折れ線でかいているものについてはグラフの理解が十分ではないと判断したため、『c』となった生徒が当初の想定よりも若干多く出てしまった。評価の分布については、『b』が54.2%，『a』が27.4%，『c』が18.4%であった。また評価の例については、（資料4，5）のとおりである。

次の授業の前半に、評価したワークシートを返却することにより、評価結果を生徒に還元し知らせた。振り返りアンケートを用いて感想を聞いた。4割程の生徒が、「自分の予想どおりの評価であった」と答えていた。「予想どおり」、「予想よりよかった」と回答した生徒を合わせると9割程になり、おおむね評価結果について生徒は満足していたものと思われる。さらに、10点満点で2時間の課題学習を自己採点させた結果、平均6.86点となった。自己採点の結果にばらつきがあったが、点数の高い生徒は取組に手応えを感じており、逆に点数の低い生徒は数学への苦手意識が現れていると思われる。

(3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

単元計画や授業計画を立てる際に、それぞれの時間について学習過程の位置付けを明確にして実施した。今回実践した課題学習は、学習過程の位置付けでは「D2」「A1」に相当する。指数関数のまとめを行い、それを踏まえて、人口問題という社会の問題を題材とし、現実の世界の事象についての学習を行った。生徒がこの問題に興味・関心をもち、数学の題材として扱おうとするかに注目していた。全体として取組が活発であり、アンケート結果からも分かるように想定以上に反応がよかった。

今回の課題学習では、興味・関心を持たせることや思考力・判断力・表現力を付けることを目的としたので、計算には関数電卓を用いた。しかし、学習過程の位置付けの「B」「C」の過程では、計算力や数学的に処理する力を付けることも必要なので関数電卓を使うのはふさわしくない。このように、学習過程の位置付けから育成を目指す資質・能力は何かを明確にして、そのための効果的な学習活動を設定することが重要である。

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

ア 主体的な学びについて

生徒自らが、効率よくシミュレーションしようとする姿勢やグラフの増減をより深く分析しようとする姿勢で取り組めるよう、全体への解説や指示を控え、机間指導を密にすることに専念した。身近な話題でありグループ学習という形態からも、数学嫌いの生徒や苦手としている生徒からも、このよ

うな授業なら頑張れるという前向きな意見が挙がっており、主体性が現れたと考える。

イ 対話的な学びについて

グループ学習などを通し、意見交換や協働を経験する機会にしたいと考えた。前述のとおり指導役に回る生徒が現れたこと、模造紙作成の作業で役割分担によりグループ内である程度の協力ができていたことや、他者と自分の意見の共通点・相違点を表現する生徒が現れたことから、授業の活性化に一定の効果があったと考える。

ウ 深い学びについて

既習の関数との相違点、指数方程式の扱い、対数などの内容が生徒から出てくるか注目した。数学が得意な生徒や既に他分野で学習を済ませている生徒の影響により、発展的な学習にまで見通しを立てる生徒も見受けられた。一部の生徒にとって、深い学びにつながるような題材にすることができたと思う。

4 まとめ

(1) 成果

生徒の振り返りアンケートの全体の結果は、(資料6)のとおりになった。課題学習への取組はおおむね良好であり、グループ学習に対しても積極性や意欲が見られ、このような形式の授業の意義を感じている様子であった。課題学習への取組、グループ学習の取組ともに9割以上の生徒が手ごたえを感じているようであった。またアンケート内の生徒の記述には、以下のようなものがあった。

【振り返りシートアンケートの記述例】

○課題学習について

- ・10年後の予想は難しかった。
- ・ x 年後を求めるための $\log$ への式変形が難しかった。
- ・大きな紙にグラフをかきづらかった。もう少し用紙が小さくてもよかった。
- ・百分率の計算が思っていたよりもできなかった。
- ・グラフを見て、気付いたことをまとめることが難しかった。
- ・日本の人口を、電卓で一人まで減らすのに時間がかかった。
- ・数学が苦手ではあるが、こういうのは頑張りたい。

○グループ学習について

- ・グループ学習であれば、ちゃんと学習に取り組むことができそう。
- ・グループワークは中学の時によくやっていたとてもよかったので、懐かしかった。こういう授業が増えるといいと思った。
- ・班で協力できてよかった。ただ効率が悪く、意見をまとめたりグラフを作成したりにするのに手間がかかった。
- ・グループのメンバーで話し合い、意見をまとめたり役割分担を決めたりするのが難しかった。
- ・予想がグループのみんなと違いすぎて戸惑った。改めて仲間の意見も大切だと思った。
- ・よく分からなくて難しかったが、いつもと違う感じで楽しかった。
- ・自分の発想・思考力に限界を感じた。
- ・近くで考えていない人がいたのでイヤだった。

グループ活動の場面と、個々での活動の場面との線引きをはっきりさせる必要性を感じている。2時間の実践の中でも、この二つの活動の区別を明確に指示するようにした。グループ学習に重点を置

き過ぎてしまうことにより、個々の生徒の理解度を把握しづらくなる。生徒側の視点では、グループで課題解決したことにより、自分も理解できたと勘違いが起きる。グループ学習で学び得たことを、もう一度個々の生徒が自分の力でまとめていくというプロセスを重視した。さらに、グループ活動の際には、本当に協働し学び合っているのか確認する必要があるため、机間指導しながら声かけを繰り返した。

また、生徒の反応や行動などを事前にある程度想定しておくことができたため、授業の進度やルーブリックによる評価を、それほど大きな変更することなく進めることができた。

(2) 課題

今回の指数関数の課題学習を通じて、生徒がどの程度有用性を感じることができたのかを点検する工夫に欠けてしまった。「指数関数になりそうな身近な例を挙げさせる」など、もう一步踏み込んだ指導の工夫が必要だったと考える。

また生徒自身に「どこまでできていて、どこからができていないか」を気付かせることも、大切なプロセスであるが、振り返りの際に意識付けすることができなかった。ルーブリックはこのプロセスの一助になると考えられるので、評価のよしあしだけに注目させることなく、評価の結果から自己の振り返りをさせることまで発展させていくことが必要ではないか。ルーブリックを用いた評価については、信頼性のある評価が今後も課題になると思われるので、今回のように評価基準を明確にする必要がある。

5 おわりに

今回この高等学校教育課程課題研究の実践に携わり、いろいろな挑戦をした。生徒の学力層の2極化などの現状などもあり、実施前は不安であった。何事にも一生懸命に取り組むという生徒の気質にも助けられ、無事に実施しまとめることができた。

新学習指導要領の実施を間近に控え、授業形態や指導方法の工夫を更に充実させなければならず課題の多さを感じている。各学校の実情、生徒の実態を踏まえて目指すべき生徒像をはっきりさせることにより、生徒にとって最適な授業形態や指導方法を模索しなければならない。今後も、このような授業の研究や評価方法の研究を授業に取り入れ、実践例を増やしていき、多くの先生方と共有していきたい。

世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう

① 世界の人口は、爆発的に増加していく？

世界の人口は、年平均でおおよそ 1.2% ずつ増加している傾向にあるというデータがある。

- (1) 2018 年の世界人口 7,633,000,000 人を起点に、この増加率が続くとき、1 年後、2 年後の世界の人口はどの程度になっているか計算してみよう。また、その結果から 10 年後(2028 年)の世界の人口を予想しよう。ただし、根拠をはっきりさせること。

- (2) 10 年後の世界の人口をシミュレーションしよう。又、10 年後以降の様子を考えるため、各グループで横造紙にグラフ化してみよう。

- (3) カタールでは、人口が年平均でおおよそ 10.7% ずつ増加している傾向にあるという。この増加率を世界の人口に当てはめて、2028 年以降をシミュレーションしてみよう。又、同様に各グループでグラフ化してみよう。

- (4) (2)、(3)の計算結果やグラフの形状を比べることにより、考えられることや気がついたことを文章にしてまとめよう。

② 日本の人口は？

では日本の人口。年平均でおおよそ 0.4% ずつ減少している傾向にあるというデータがある。

- (1) 2018 年の日本人口 126,177,000 人を起点に、この減少率が 2028 年まで続くとき、2028 年にはどの程度の人口になっているか？ 予想し、実際にシミュレーションしてみよう。

- (2) このままのペースで人口が減っていくとき、日本人が 1 人になってしまうのは何年後か？

- (3) 予想と実際の計算結果やグラフの概形を比べたり、「①世界の人口」の結果と比べたりする中で、考えられることや気がついたことを文章にしてまとめよう。

【数学Ⅱ 課題学習 ワークシート】

世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう

① 世界の人口は、爆発的に増加していく？

(1) 10 年後(2028 年)での世界の人口を予想する。(根拠も記述する)

--

(2) 実際に 10 年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)

又、各グループで横造紙にグラフ化する。

年	世界の人口
2018	7,633,000,000 人
2019	
2020	
.....	
2028	

(3) 増加率 10.7%として、10 年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)
又、各グループでグラフ化する。

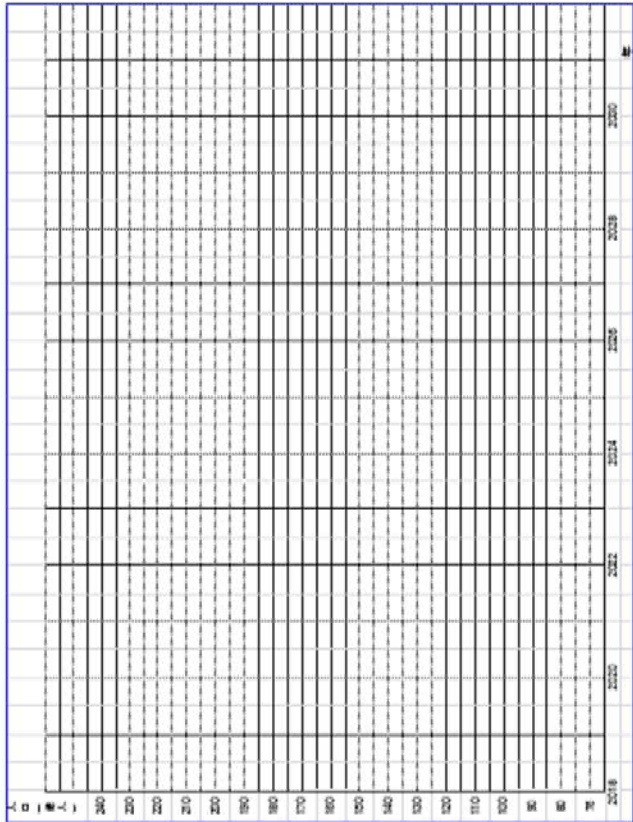
年	世界の人口
2018	7,633,000,000 人
2019	
.....	
2028	

(グループのメンバー

課題学習についてのルーブリック(評価基準)	
3段階の評価	観点 (数学的な見方や考え方)
b(概ね満足できる)	「ワークシート①(4)、②(3)へのグラフの特徴」または、 「ワークシート②(2)への適切な立式」のいずれかを考察し、記述している。
a(十分満足できる)	「ワークシート①(4)、②(3)」にグラフの特徴を適確に考察しており、 「ワークシート②(2)」に立式できている。
c(努力を要する)	ワークシートへの取組み状況が良くない、グラフの増減についての理解が 十分にみられない。

(4) 題々でまとめを行う。

--



()組()番 名前()
【グループのメンバー】

(3) 個々でまとめを行う。

人口(百万人)	2018	2020	2022	2024	2026	2028	2030	年
120								
125								
124								
123								
122								
121								
120								
119								
118								
117								
116								
115								
114								
113								
112								
111								
110								
2018								

【数学Ⅱ 課題学習 ワークシート】

② 日本の人口は？

(1) 2028 年での日本の人口を予想する。(根拠も記述する)

実際に 2028 年での日本の人口をシミュレーションしてみる。(考察の過程も記述する)
又、各グループで横造紙にグラフ化する。

年	日本の人口
2018	126,177,000 人
2019	
2020	
.....	
2028	

(2) 日本人が1人になってしまうのは何年後か？ (考察の過程も記述する)

【資料4 評価例①】

世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう

① 世界の人口は、爆発的に増加していく？

(1) 10年後(2028年)での世界の人口を予想する。(数式も記述する)

1,739,000,000 年々増加して10年後には17億3900万人になる。

(2) 実際に10年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)
又、各グループで模造紙にグラフ化する。

年	世界の人口
2018	7,633,000,000 人
2019	7,729,996,000
2020	7,827,992,000
.....	
2028	8,600,000,000

(3) 増加率10.7%として、10年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)
又、各グループでグラフ化する。

年	世界の人口
2018	7,633,000,000 人
2019	8,457,711,000
.....	
2028	21,874,868,000

② 日本の人口は？

(1) 2028年までの日本の人口を予想する。(数式も記述する)

126,177,000 年々減少して10年後には12億6177万人になる。

実際に2028年までの日本の人口をシミュレーションしてみる。(考察の過程も記述する)
又、各グループで模造紙にグラフ化する。

年	日本の人口
2018	126,177,000 人
2019	125,672,292
2020	125,164,602
.....	
2028	121,219,803

(2) 日本人が1人になってしまうのは何年後か？(考察の過程も記述する)

455,768,129 年後
121,219,803 人を1人にする
式を立てる

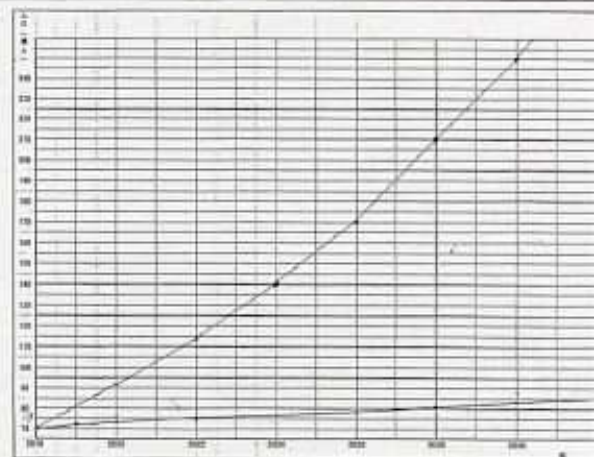
【グループのメンバー】

課題学習についてのルーブリック(評価基準)

達成度の評価	観点(数学的な見方や考え方)
①(概ね満足できる)	ワークシート①(3)、②(3)へのグラフの特徴または「ワークシート②(2)への適切な立式」のいずれかを考察し、記述している。
②(十分満足できる)	ワークシート①(3)、②(3)にグラフの特徴を正確に考察しており、ワークシート②(2)に立式できている。
③(努力を要する)	ワークシートへの取組み状況が良くない。グラフの増減についての理解が十分にみられない。

(4) 個々でまとめを行う。

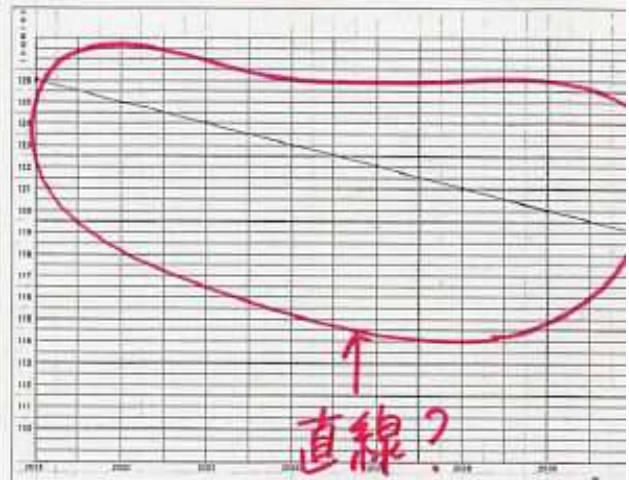
1. 上のグラフは、人口が増えるグラフである。人口が増えるグラフは、人口が増えるグラフである。



【グループのメンバー】

(3) 個々でまとめを行う。

日本の人口は減少している。人口が増えるグラフは、人口が増えるグラフである。
good!



【資料5 評価例②】

世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう

① 世界の人口は、爆発的に増加していく？

(1) 10年後(2028年)での世界の人口を予想する。(根拠も記述する)

8,673,000,000人

1年ごとに約1億人増加しているため、10年後には約1億人増加すると思われる。

(2) 実際に10年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)

又、各グループで横道紙にグラフ化する。

年	世界の人口
2018	7,633,000,000 人
2019	7,724,576,000 人
2020	7,817,291,852 人
.....	
2028	8,600,036,341 人

(3) 増加率1.07%として、10年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)

又、各グループでグラフ化する。

年	世界の人口
2018	7,633,000,000 人
2019	8,449,951,000 人
.....	
2028	2,107910858 $\times 10^{10}$ 人

② 日本の人口は？

(1) 2028年までの日本の人口を予想する。(根拠も記述する)

121,177,000人

毎年約50万人減少しているため、10年後には約50万人減少すると思われる。

実際に2028年までの日本の人口をシミュレーションしてみる。(考察の過程も記述する)

又、各グループで横道紙にグラフ化する。

年	日本の人口
2018	126,177,000 人
2019	125,672,792 人
2020	125,169,602.5 人
.....	
2028	121,214,805.2 人

(2) 日本人が1人になってしまうのは何年後か？(考察の過程も記述する)

毎年約50万人減少している。

$126,177,000 \div 500,000 = 252.354$

よって、約252年後には1人になると思われる。

$126,177,000 \times \left(\frac{15.6}{100}\right)^x = 1$

$x = 4254$ 約4254年後には1人になる。

課題学習についてのルーブリック(評価基準)

3段階の評価	観点 (数学的な見方や考え方)
b(概ね満足できる)	「ワークシート①(3)」「②(3)」へのグラフの特徴または、「ワークシート②(2)」への適切な立式」のいずれかを考察し、記述している。
a(十分満足できる)	「ワークシート①(3)」「②(3)」にグラフの特徴を正確に考察しており、「ワークシート②(2)」に立式できている。
a(努力を要する)	ワークシートへの取組み状況が良くない。グラフの増減についての理解が十分にみられない。

④ 個々でまとめを行う。

12億7千万増加の場合、毎年約1億2千万増加する。
10.7%増加の場合、毎年約8億2千万増加する。
10.7%増加の場合、グラフは、自己一致になるはず。増加が速くなる。
人口増加率、計算式は、 $1.07 \times \left(\frac{100}{100}\right)^x$ で、10年後の人口は、



④ 個々でまとめを行う。

1年約50万人減少している。
10年約500万人減少している。
1年約50万人減少している。単純に計算すると、25年後には1人になると思われる。
人口減少率、計算式は、 $1.07 \times \left(\frac{100}{100}\right)^x$ で、10年後の人口は、



O.K. 修正している!

【資料6 生徒の振り返りアンケートの結果】

○ 今回の課題学習全般について

(1) 課題の難易度は、あなたにとってどの程度でしたか。

① 難しかった	② やや難しかった	③ 普通だった	④ やや易しかった	⑤ 易しかった
15.5%	45.1%	26.7%	8.5%	4.2%

(2) 課題には意欲的に取り組むことができましたか。

① 取り組めた	② それなりに取り組めた	③ あまり取り組めなかった
42.3%	52.1%	5.6%

(3) グループでの活動に、どの程度参加できましたか。

① 積極的に参加できた	② それなりに参加できた	③ あまり参加しなかった
43.7%	50.7%	5.6%

(4) 今回の課題学習により、指数関数の有用性を感じましたか。

① 強く感じた	② それなりに感じた	③ あまり感じなかった	④ 全く感じなかった
11.3%	71.8%	15.5%	1.4%

(5) 今回の課題学習で、考える力(考えようとする力)は身に付いたと思いますか。

① 強く思う	② それなりに思う	③ あまり思わない	④ 全く思わない
15.5%	66.2%	16.9%	1.4%

(6) 課題を解決する際、グループの意義についてどう感じましたか。

① 非常に大切と感じた	② 大切と感じた	③ 特に何も感じなかった
43.7%	46.5%	9.8%

(7) 今後もこのような形式の授業を期待しますか。

① 強く期待する	② 期待する	③ あまり期待しない	④ 全く期待しない
19.7%	57.8%	19.7%	2.8%

(8) ルーブリックに基づき、皆さんを評価しました。予想していた自分の評価と比べて、どうでしたか。

① 予想よりはるかによかった	② 予想よりよかった	③ 予想どおりであった	④ 予想より悪かった
7.1%	45.7%	44.4%	2.8%

(9) 2時間の課題学習を振り返り、自己採点してください(10点満点として)。

平均点:6.86 点

○ 数学の授業全般について

(10) 今回の授業と一斉授業を比べてください。

① 一斉授業の方がよい	② 実技、計測やグループ学習の方がよい	③ どちらでもない
35.2%	46.5%	18.3%

(11) グループ学習についてどう思いますか。

① 得意であり、まとめることができる	② それなりに得意であり、協力できる	③ 不得意である
4.2%	78.9%	16.9%

(12) 身近な課題を解決するために、数学はどの程度必要だと思いますか。

① 絶対に必要である	② それなりに必要である	③ あまり必要性を感じない
25.7%	67.1%	7.2%