

微分法における単元を見通した指導について

1 はじめに

私は本校の2年生理系クラス（2クラス3展開の上位30名）に対して数学Ⅱの授業を週4回受け持っている。その授業で2学期当初から学習する単元である微分法は、有用性を感じさせる指導が難しいように思う。定義に従って微分することの意義、新しい記号や表記の意味、結果的には何を学び、何に生かせる分野なのかといったことが、1回だけの授業では伝わりにくいからである。そこで、単元を見通した丁寧な説明や板書、発問の工夫を通して発見的に気付かせることで微分法のよさを理解させ、解答を導ける思考力や正しい表現ができる力を身に付けさせたい。また、プリントを利用し、最後にそれを集めることで、時間短縮に加え、形に残る正確な評価ができると考え実践した。

2 指導計画

(1) 指導学年, 科目, 単元名

指導学年：第2学年

科 目：数学Ⅱ

単 元 名：微分法

(2) 単元目標

微分法の考えについて理解し、それらの有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できるようにする。

(3) 単元計画

| 単元の評価規準 | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------------------------|--------------------------------|-------|--------------------------|---|-------------------------------|-------------------------------------|------------------------------|
| ①関心・意欲・態度 | | ②数学的な見方や考え方 | | ③数学的な技能 | | ④知識・理解 | | |
| 授業態度が良好で、プリントへの取組も積極的である。 | | 微分係数や導関数を利用し、関数の増減・極値などを考察できる。 | | 数式を正確に表現でき、正しい計算や解答ができる。 | | 微分法の定義、微分係数や導関数の有用性などを理解している。 | | |
| 時限 | 学習内容 <small>学習過程の位置付け</small> | 学習活動 | 評価の観点 | | | | 評価規準 | 評価方法 |
| | | | ① | ② | ③ | ④ | | |
| 1 | 平均変化率 極限值 A 2 | 平均変化率、極限值について学ぶ。 | | | | ○ | 平均変化率、極限值の意味を理解している。 | 授業態度 解答・返答の正確性 |
| 2 | 微分係数 導関数 B | 微分係数、導関数について学ぶ。 | | | | ○ | 微分係数、導関数の意味を理解している。 | 授業態度 解答・返答の正確性 |
| 3 | 微分 C | 微分の計算を行う。 | | | ○ | | 微分の計算を正確にできる。 | 授業態度 解答・返答の正確性 |
| 4 | 接線の方程式 D 2 | 接線の方程式を求める。 | | ○ | | | 微分法を用いて接線の方程式を考察できる。 | 授業態度 解答・返答の正確性 |
| 5 本時 | 関数の増減 D 2 | 関数の増減・極値を調べ、グラフをかく。 | | ○ | | | 導関数のよさを認識し、関数の増減・極値を調べ、増減表やグラフをかける。 | 授業態度 解答・返答の正確性 プリントの取組 |

(4) 本時の目標

平均変化率、極限值、微分係数、導関数の学習により学んだことを利用して、関数の増減や極値について考察し、グラフをかくことができる。

(5) 本時の主となる課題（発問）とその設定理由

「微分係数を調べることが正確なグラフの完成につながることに気付かせること」を課題とする。微分係数を見て、ある1点で増加するのか減少するのかを思考させる。極値をとる点はどのようにして見つけるかを考えて判断させる。最終的にはどんなグラフが完成するのかを考え表現させる。

これらの数学的活動を通して、この単元で学習してきたことが関数のグラフの考察に生かされるという発見につながり、微分法の有用性の認識や深い理解を与えると考えられる。

また、例題の解説において発問や板書を利用して思考力や判断力が育成されているか、さらに、最後にプリントを回収することでそれらを正しく表現できているかを見て、より正確な評価につなげたい。

(6) 本時の展開

| | 学習内容 | 学習活動 | 指導上の留意点・評価 |
|-----|---|--|---|
| 導入 | 前回までのまとめと、本時の目標を確認 | 説明を聞く。 | これまで学んだことを確認させる。 |
| 展開 | 例8～10・例題5 を4問まとめて解説する。 (1) $f(x) = x^3 - 3x$ (2) $f(x) = x^3$ (3) $f(x) = -x^3 - x$ (4) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ 練習 15 (1) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ (2) $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 1$ (3) $f(x) = -x^3$ (4) $f(x) = x^3 + 2x$ | 説明を聞く。 関数の増減を考える。 関数の極値を考える。 グラフを考える。 問題を解く。 始めは自分の力で解き、 後で周囲と相談や確認を させる。 | 微分して導関数を正確に求めさせる。 $f'(x) = 0$ の解を求め、関数の増減を 考えさせる。 ・どこで増加するのか、どこで減少す るのかを考える。 ・どこで極値をとるのかを判断する。 ・どんなグラフが完成するのかを考え、 それを表現する。 上記の3点などを意識して生徒とやり とりしながら、全員で一緒に問題を4 問解く。 <u>数学的な見方・考え方</u> 例題から学んだことを生かして実際に 問題を解くことで理解度を測る。 始めから人に頼らず、まずは自力で解 かせる。 相談と私語を区別し、騒がしくなりす ぎないように配慮する。 |
| まとめ | 微分法の有用性の確認 | 説明を聞く。 | プリントを回収し、事後評価する。 |

(7) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 学習の目標 (観点) | 評価方法 | 評価規準 | | 努力を要すると判断 された生徒への対応 (c) |
|--|--------------------------------------|---|---|--|
| | | おおむね満足できると判 断できる状況 (b) | 十分満足できると判断 する状況 (a) | |
| 関数の増減・極 値を考察し、グ ラフをかく。 (数学的な見方 や考え方) | 授業態度 プリント の取組 返答・解答 の正確性 | 微分法により、関数 のグラフ上の点に おける微分係数を 求めることで、増 減や極値を調べ、グ ラフがかける。 | 微分法により、関数のグ ラフ上の点における微 分係数を求めること で、増減・極値を調べ、 グラフも早く正確にかく ことができる。 | 微分法の定義や目的 の再確認をさせ、周 囲と協力して正確な 計算をさせる。 |

(8) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

| | 主体的な学び | 対話的な学び | 深い学び |
|------|---|---|---|
| 実践内容 | 微分係数を求めることが、何にどう生かされるのかを考えさせ、関数のグラフを正確にかくことにつながることを理解させる。 また、問題演習では、まずは人と相談せず自力で問題を解かせる。 | 微分係数を見て、その点における増減を答えさせる。関数の増減や極値を考えさせる発問をする。 また、問題演習では、ある程度時間が経ったら周囲と相談し答え合わせや解法の確認をさせる。 | 微分係数を調べることにより、関数の増減・極値を調べ、グラフをかくことは、次数が増えても可能であることに気付かせる。 また、微分係数がゼロでも極値をとるとは限らないことも理解させる。 |

3 実践報告と考察

(1) 学習活動について

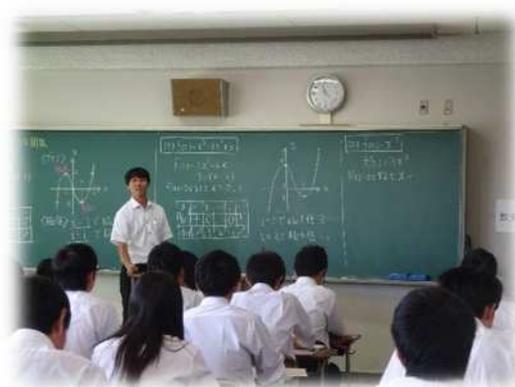
この単元を見通した指導で、平均変化率、極限值、微分係数、導関数、接線の傾きの順にキーワードを与え、それらについて詳しく扱ってきた。その度に例題解説や問題演習を行い、発問や説明を増やして丁寧な板書をするこゝで、生徒全員の理解を目指してきた。また、授業の取組や解答・返答の正確性を見て評価をしてきた。

最後に研究授業として行った授業では、それらの点と点が一つの線につながる授業を意識した。これまで断片的に理解してきたことがどういう関連があるのかが分かって理解が深まることを目標に、増減表や極値について考察し、最終的には3次関数のグラフの完成を目指した授業を行うことができた。

50分の授業の中に多くの数学的活動が入っていて、生徒は大変だったかもしれないが最後まで意欲的に取り組んでいた。これらは初めて学んだ内容だったが理解度も高かった。ただ、例題の解説に時間がかかり、残りの時間内に問題演習を最後までやりきれた生徒は少なかった。生徒はチャイムが鳴っても夢中になっており、そのまま続いていた。回収したプリントは全員分のコピーを取ってその日のうちに返却すると、次回までには全員が完成させてきた。



【前時までの確認】



【例題の解説・発問】



【問題の演習】



【周囲と相談】

(2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

始めの数回の授業ではノート点検などは行っていないため、評価する手段が、授業中の観察のみである。質問した生徒の返答や、板書させた生徒の解答の正確性を見て評価するしかないというのが現状であった。

最後の研究授業ではそれに加えて、プリントに記入させ、それを授業の終わりに回収することでその取組を評価することができた。まず、復習と例題ではほとんどの生徒は板書を写しており、内容にほとんど差はない。しかし、問題演習をさせると、残り時間内に何問解くことができたか、それが正解にたどり着いているかなどに個人差が見られた。さらに、グラフの概形の細かい部分で、例えば増加は増加でも、直線のような増加になっていないか、急激な増加と緩やかな増加の区別がきちんと表現できているかという所を正確に見ることができた。微分係数が変わっていくということは、接線の傾きが変わっていくということであり、それを正しく理解し、より正確に表現できた生徒を高く評価するべきであると考えられる。

以上により、解くことができた問題数とそのグラフの正確性を総合的に判断して評価をすると、評価 a が 6 人、評価 b が 24 人、評価 c は 0 人という結果になった。次回の授業で、生徒には概評的な話はしたが、一人一人に評価結果は伝えていない。その理由は問題演習の時間が十分には確保できなかったからである。まだ学習を進めている途中の段階であり、全員が今後の家庭学習等を通して理解を深めることを期待したい。

(3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

まず、平均変化率の学習をしている段階では、a から b までの変化率について考えることで、事象の数学化を行い、問題を数学的に表現できた。次に極限值について考え、不定形にならないようにするにはどう変形してから求めればよいかを判断させることができた。そのあとに微分をするときは、定義を使わないで簡単に導関数を求めることに焦点化して、ただの作業だけにならないように問題を解くことができた。さらに、接線の方程式を問う場面では、微分法の有用性を認識させ、図や解答に表現させることができた。

このように単元を通して数学的活動を多く行うことで生徒の理解を深め、最後の研究授業ではこれまでの集大成として、3次関数の増減・極値・グラフを完成させることができた。1回の授業だけでは伝わりにくい分野であったが、毎回の授業の位置付けを整理することで有意義な学習の手助けになったと考えられる。

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

単元を通して常に問題演習があり、その時間で自力で解くことになるので毎回主体的な学びは行っている。特にこの分野は、簡単な問題でもそれを学ぶ意義や毎回の内容のつながりがすぐには見えてこないのが常に頭を働かせて話を聞く必要があったと思われる。最終的にはそれがグラフの完成につながるという発見をし、有意義な学びになっていた。

また、全ての授業で生徒への発問や対話を通して一方的でない授業を心がけた。特に最後の研究授業では生徒同士で相談する時間も与え、互いに教え合うことで相互の理解を深める対話的な学びを体験することができた。

さらにこの後も、最大・最小の問題、文章問題、実数解の個数の問題、不等式の証明と続き、充実した応用問題演習ができる。その上でも、ここで築いた知識の土台がこのあとも重要な意味を持ち、生かされていくことを身をもって知り、生徒一人一人の深い学びへとつながっていくことに期待したい。

4 まとめ

(1) 成果

今回の研究のために、特別な活動はほとんど何もしていない。あくまでもふだんどおりの授業、ふだんどおりの教科指導の中で、「数学的活動」「数学的な見方・考え方」「思考力・判断力・表現力」「主体的・対話的で深い学び」というキーワードを意識し、計画を立て、実践し、評価し、それらを分析につなげることが目的であった。

特に数学的活動はいつもどおりを心がけた。例題を解説し、発問し、生徒と対話し、問題演習をさせる。時には生徒同士で相談させたり、課題を提出させたりもした。いずれもありふれた指導であり、どんな学校のどんな教員でも行っていることである。これらを繰り返し、「主体的」と「対話的」を使い分け、飽きさせない指導がある程度以上はできていたと考えている。

その中で、微分して導関数を求め、増減を考える「思考力」、増減表にまとめ、極値を見極める「判断力」、これらを基に3次関数のグラフを完成させる「表現力」が研ぎ済まされていけたかどうかが重要である。授業プリントの評価・分析、後に行われた定期考査の結果を踏まえてもある程度はできたと判断できる。今後も続く微分法の学習、更に積分法や数学Ⅲの学習につながる「深い学び」になっていることを期待している。

(2) 課題

最も難しかったのは、生徒が持っている「数学的な見方や考え方」を表現させ、それを評価につなげることである。ふだんどおり教科書を進める授業の中で、生徒の考えたことや判断したことを全員に書かせて回収し、公平さを保ったまま評価することは容易ではなかった。今回はグラフの正確性を見ることである程度評価はできた。しかしもっと根本の部分で、微分係数の考察がグラフの増減を示していることに気付いているか、発見できているか、のような見方や考え方を引き出す工夫が足りず、評価するには届かなかったと考える。

発問や対話の中でその生徒一人に対してはできるかもしれない。しかし、全員を対象に「数学的な見方や考え方」の評価をするには、もっといっそうの努力と準備、工夫、アイデアが必要だと感じた。

5 おわりに

新学習指導要領や新入試制度がもたらす新しい時代の数学教育は、これまでのように単に知識を与え、定理や公式を覚え、問題が解ければよいというだけのものではない。さまざまな事象を数学的に捉え、問題を焦点化し本当の意味で解決する力を身に付けさせなければならない。また、自分自身が理解するだけでなく、他者に説明したり的確に表現したりする能力も不可欠である。これらの力、すなわち「思考力・判断力・表現力」を身に付けさせるには、どのような授業・教科指導を行えばよいかを教員自身も日々研究し、研鑽を積まなければならない。日常の授業において、どのような意識でどのような工夫を取り入れればより深い学びにつながるかを考えることを忘れずにいたい。

今回の研究では一定の成果を得るとともに、教科書から脱線せずに的確な指導をし続けることや、公平で的を射た評価を全員に対してすることの難しさを知ることができた。考查範囲まで進みたい、成績も落とさないように指導したい、と考えるのは当然であるが、生徒の視点を無視して、活動も対話もない指導では時代に沿わない。考查の結果や偏差値、提出物の状況しか見ていない評価手法も、これから社会が求める人材の育成にはつながらない。教育の本来の目的と、目先に迫ったノルマの狭間で葛藤することはこれからも続くであろうが、この経験を糧に一つの単元を通した指導の中の「深い学び」を追求していきたい。