

解法のプロセス中の考え方を重視する授業での指導と評価について

1 はじめに

本校は総合学科の高校である。生徒の特長としては、少しでも困難なことに直面すると、投げ出してしまい継続することができない傾向がある。そのため成功体験が少ない。授業では学ぶ意欲が十分ではなく、分かる喜びを十分に味わっていないのが現状である。

しかし、数年前と比べ本校に入学する生徒の学力は少しずつであるが上昇している。以前は、単純な計算すら苦手な生徒が多かったが、最近では計算力については、ある程度身に付いている生徒が多数になってきた。したがって、計算力を土台とした思考力・判断力・表現力を育成することが最近の課題である。本校の生徒は、「数学は計算と暗記」という思い込みが強い。考え方の理解よりも計算と暗記に重点を置くため、学力が定着しない。定期考査前に問題を暗記することに慣れてしまっている。そのため、授業では思考することよりも、板書を書き写すことに意識が向いてしまっている。

そこで、本実践では日々の授業の中で、思考力・判断力・表現力を育成しながら、考え方（解法の手だて）を身に付けることを目指したい。

2 指導計画

(1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

ア 授業中の発問や解説の工夫

例題の解法のプロセスの中に含まれる「考え方」に当たる部分を考えさせる。まずは、一人で考えさせ、分からなければペアやグループで考えさせる。答えや計算よりもこの考え方を重視させる。

- ①解答をポイントごとに細分化する。
- ②細分化された一つ一つがどのような「考え方」で導かれたのか、言葉にする。
既存の知識や新しい知識をどのように利用したのか考えさせる。
- ③それぞれの「考え方」にどのようなつながりがあるのかを考察する。
ワークシートに解答だけでなく「考え方」のスペースを設ける。

イ 問題演習の工夫

答えを出すだけでなく、解法のプロセスを丁寧にたどれるようにする。ワークシートに一つ一つの「考え方」を自己評価できる欄を設け、答えを導くまでの過程を振り返り自己評価できるようにする。

(2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

B 問題演習を通して、洞察力と構想力を身に付けさせる

D 解決過程を振り返らせ、既習の知識と新たに見いだした事柄を結び付け概念を広げる力を身に付けさせる

(3) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

学習の目標 (観点)	評価 方法	評価規準		努力を要すると判断された生徒への対応 (C)
		おおむね満足できると判断できる状況 (B)	十分満足できると判断する状況 (A)	
解法のプロセス中の考え方を正しく理解し表現することができる。 (数学的な見方や考え方)	観察、答案・ワークシートの記述、発表内容による。	グループ内の協議に参加し、「考え方」を答えられる。ワークシートの自己評価の欄に「○と△」が5割以上ある。	グループ内の協議に積極的に参加し、「考え方」を答えられる。自分の考えを周囲の生徒に説明することができる。ワークシートの自己評価の欄に「○と△」が8割以上ある。	ワークシートの自己評価の欄に「○と△」が5割未満である。 声かけや助言をし、協議に参加するように促す。 机間指導をしながら、再度ワークシートに取り組みさせる。

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

	主体的な学び	対話的な学び	深い学び
実践内容	解法の結果だけでなく、それに至るまでの過程を大切にし、解法の考え方を見いださせる。	グループで協議することで、よりよい考えを導き、それを論理的に説明させる。	解法のプロセスを振り返ることで、新しい知識を既習の学習内容を結び付け、つながりがもてるようにする。

3 実践報告と考察

(1) 学習活動とその考察について

ア 1, 2時間目

教科書の例題を解説した後に、ワークシート（資料1, 2）を用いて解法の過程を振り返らせた。今回は導入として、あらかじめ用意しておいた解法のプロセス（1時間目は7項目、2時間目は5項目）を生徒に提示した。それを見ながら自分の解答を細分化することを重点的に行わせた。最初は個人で考えさせ、その後、ペアとグループでも考えさせた。1時間目は初めての試みであったため、生徒の反応も悪く戸惑っている様子であったが、2時間目は1時間目よりスムーズに進めることができた。その後、類題の演習問題を解かせ、解法のプロセスに含まれる考え方をどこまで理解できたかをルーブリックで自己評価をさせた。

イ 3時間目

教科書の応用例題を解説した後に、ワークシート（資料3）を用いて解法のプロセスを次の手順で振り返らせた。

①解答をポイントごとに細かく分ける。

②分けた一つ一つが、どのような考え方なのか、自分なりの言葉にする。

①については、分け方が全員同じになるように発問を工夫して調整した。②については、最初は個人、その後ペアとグループで考えさせる予定であった。しかし、個人で考えさせたとき、ほとんどの生徒が考え方を言葉にできなかった。そのため、考え方に含まれるキーワードをこちらで提示した。すると、1割くらいの生徒が考え方を言葉にできるようになった。ただ、内容としては不十分で、その後にペアやグループで考えさせても、何が正しいのか生徒同士で判断できない様子であった。最後に各グループの言葉が同じになるようにこちらでまとめを行った。その後、類題の演習問題を解かせ、解法のプロセスに含まれる考え方をどこまで理解できたかをルーブリックで自己評価をさせた。

ワークシート (1 時間目)

円の接線の方程式

P. 87

応用例題 2

点から円 $A(1,3)$ から円 $x^2 + y^2 = 5$ に引いた接線の方程式をと接点の座標を求めよ。

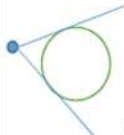
2年 () 組 () 番 氏名 ()

練習 28

点から円 $A(2,1)$ から円 $x^2 + y^2 = 1$ に引いた接線の方程式をと接点の座標を求めよ。

【解法のプロセス】

(ア) 図をイメージする
→接線が2本あることが分かる



(イ) 接点が分からないので文字でおく
 p, q と文字を2個おいたので、式が2本必要

(ウ) 「接点は円上」→「代入」式1本目完成

(エ) 接点がおけたので、接線の方程式をかくことができる

【既習】接点→接線の方程式 (公式)

(オ) 「通る」→「代入」式2本目完成
連立方程式であることを気づく

(カ) 連立方程式を解く
2乗が含まれているので、代入法で解く

(キ) (ア)で確かめたとおり、答えが2つある

	自己評価 OΔ×	振り返り
(ア)		
(イ)		
(ウ)		
(エ)		
(オ)		
(カ)		
(キ)		

ワークシート(2時間目)

2年()組()番 氏名()

練習3.2

点 $A(-3,0)$ からの距離と、点 $B(2,0)$ からの距離の比が $3:2$ である点 P の軌跡を求めよ。

P. 91

例1.4

2点 $A(0,2)$, $B(4,0)$ に対して、 $AP = PB$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。

【解法のプロセス】

(ア) 図をかく

$AP = PB$ となる点を取り、補助記号(線分の長さが同じ)をかく
ここで、軌跡が直線になることが予想できる。

(イ) 軌跡は点の集合だから、まずは1点だけで考えて $P(x,y)$ とおく。

(ウ) (ア) でかいた図の性質を式で表す。

(エ) x,y だけの式になるように変形する。

(オ) 式の形から、図形の名前を考える。

練習3.1

2点 $A(-6,0)$, $B(0,4)$ に対して、 $AP = PB$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。

	自己評価 OΔx	記述欄
(ア)		
(イ)		
(ウ)		
(エ)		
(オ)		

	自己評価 OΔx	記述欄
(ア)		
(イ)		
(ウ)		
(エ)		
(オ)		

【資料3 3時間目に使用したワークシート】

<p>ワークシート (3時間目) 2年 () 組 () 番 氏名 ()</p> <p>P. 99 応用問題</p> <p>x, y が 4 つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12$ を同時に満たすとき、$x + y$ の最大値、最小値を求めよ。</p> <p>【解】(解答欄は略 (1ページ目は以下、解答欄である))</p> <p>(2ページ目)</p> <p>【解法のポイントを考えてみよう】</p> <p>①解答をポイントごとに細かく分けてみよう。</p> <p>②分けた一つ一つが、どのような考え方なのか、自分なりの言葉にしてみよう。</p> <p>【自分】 『ペア、グループ』</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr><td style="width: 20px;">(ア)</td><td style="width: 80px;"></td></tr> <tr><td>(イ)</td><td></td></tr> <tr><td>(ウ)</td><td></td></tr> <tr><td>(エ)</td><td></td></tr> <tr><td>(オ)</td><td></td></tr> <tr><td>(カ)</td><td></td></tr> </table> <p>【まとめ】</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr><td style="width: 20px;">(ア)</td><td style="width: 80px;"></td></tr> <tr><td>(イ)</td><td></td></tr> <tr><td>(ウ)</td><td></td></tr> <tr><td>(エ)</td><td></td></tr> <tr><td>(オ)</td><td></td></tr> <tr><td>(カ)</td><td></td></tr> </table>	(ア)		(イ)		(ウ)		(エ)		(オ)		(カ)		(ア)		(イ)		(ウ)		(エ)		(オ)		(カ)		<p>(3ページ目)</p> <p>練習 40</p> <p>x, y が 4 つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0, x + 3y \leq 5, 3x + 2y \leq 8$ を同時に満たすとき、$x + y$ の最大値、最小値を求めよ。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 20px;"></td> <td style="width: 20px;">自己評価</td> <td style="width: 60px;"></td> </tr> <tr> <td>(ア)</td> <td>○△×</td> <td>記述欄</td> </tr> <tr><td>(イ)</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>(ウ)</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>(エ)</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>(オ)</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>(カ)</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>【今日の授業の感想】</p> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div>		自己評価		(ア)	○△×	記述欄	(イ)			(ウ)			(エ)			(オ)			(カ)		
(ア)																																														
(イ)																																														
(ウ)																																														
(エ)																																														
(オ)																																														
(カ)																																														
(ア)																																														
(イ)																																														
(ウ)																																														
(エ)																																														
(オ)																																														
(カ)																																														
	自己評価																																													
(ア)	○△×	記述欄																																												
(イ)																																														
(ウ)																																														
(エ)																																														
(オ)																																														
(カ)																																														

1 時間目で 1 問，2 時間目で 2 問，3 時間目で 1 問の合計 4 問のルーブリックでの自己評価の結果を以下に示す（(ア)～(キ) は各問題の解法過程）。

	1 時間目 練習 2 8			2 時間目 練習 3 1			2 時間目 練習 3 2			3 時間目 練習 4 0		
	○	△	×	○	△	×	○	△	×	○	△	×
(ア)	22 人 79%	4 人 14%	2 人 7%	24 人 85%	1 人 4%	3 人 11%	19 人 68%	5 人 18%	4 人 14%	15 人 56%	10 人 37%	2 人 7%
(イ)	25 人 89%	0 人 0%	3 人 11%	24 人 86%	2 人 7%	2 人 7%	20 人 71%	4 人 14%	4 人 14%	10 人 37%	15 人 56%	2 人 7%
(ウ)	24 人 86%	0 人 0%	4 人 14%	20 人 71%	5 人 18%	3 人 11%	12 人 43%	11 人 39%	5 人 18%	11 人 41%	13 人 48%	2 人 7%
(エ)	24 人 86%	0 人 0%	4 人 14%	18 人 64%	5 人 18%	5 人 18%	11 人 39%	12 人 43%	5 人 18%			
(オ)	18 人 64%	6 人 21%	4 人 14%	16 人 57%	8 人 29%	4 人 14%	14 人 50%	8 人 29%	6 人 21%			
(カ)	8 人 29%	9 人 32%	11 人 39%									
(キ)	5 人 18%	8 人 29%	15 人 53%									

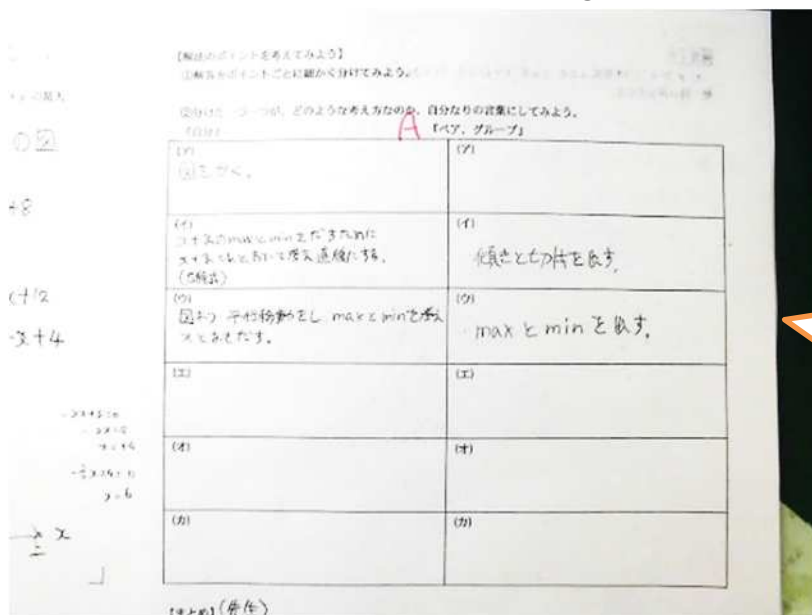
(2) 評価について

2 (3) の評価規準に基づき評価を行おうとしたが，解法の考え方の部分とルーブリックでの自己評価を総合的に評価することが難しいと判断し，別々に評価をすることにした。その結果を以下に示す（資料 4，5）。

ア 解法の考え方の評価について

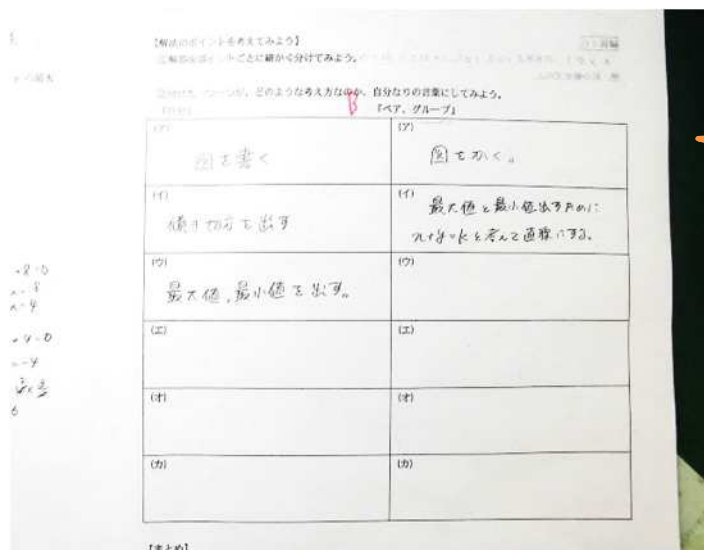
A	B	C
2 人	6 人	20 人
7 %	21 %	71 %

【資料 4 生徒の記述例及び評価①】



考え方がきちんと記述されているので A とした。

【資料5 生徒の記述例及び評価②】



考え方ではなく、解法の過程が記述されているだけなのでBとした。

生徒にとって、考え方を言葉で表現することは予想していた以上に難しかったようだった。評価Cが70%を超えたため、ほとんどの生徒が表現できなかったことになる。ある程度数学ができる生徒も空白であることが多かった。何を書いてよいのか見当もつかなかったのではないかと考えられる。

イ ワークシートの自己評価について

2 (3)の評価基準に基づいて評価をした。

	1時間目 練習28	2時間目 練習31	2時間目 練習32	3時間目 練習40
(A)	17人 61%	23人 82%	23人 82%	23人 82%
(B)	7人 25%	2人 7%	0人 0%	2人 7%
(C)	4人 14%	3人 11%	5人 18%	3人 11%

練習28は、細分化した考え方の項目が七つと多かったことと、問題の難易度が高かったため、他の問題より、評価(A)の生徒が少なかった。2時間目と3時間目については、評価(A)の生徒が8割を超えた。ただ、各時間とも考え方の項目数が異なることと、問題の難易度に差があるため、各時間で比較することは難しかった。

(2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

解法の過程を振り返らせることで、既習の知識と新しい知識を区別して生徒に説明できるようになった。生徒にとっても、答えに到達するまで長いと感じ意欲に欠ける部分があったが、このように整理することで、以前よりは前向きに問題に取り組んでくれるのではないかと感じた。

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

解法のプロセスを振り返り考え方をまとめることで、より理解が深まることを生徒に実感させることを目指した。今回は3時間の授業のみの実践だったので、ごく一部の生徒しかそれを実感させることができなかった。対話的な学びについては、ペアやグループで話し合う以前に個人で考えることがほとんどできなかった。そのため、ペアやグループで話し合う場面を十分につくることができなかつ

た。個人、ペア、グループと考えが深まるような工夫が必要であった。

4 まとめ

(1) 成果

本実践では、解答だけでなく解法の考え方を重視する授業を3時間行った。1, 2時間目は、解法の考え方はこちらで提示し、その考え方が解答のどの部分に当たるのかをメインにしたかったが、練習問題をループリックで自己評価することがメインになってしまった。これは、生徒が考え方よりも、練習問題を解こうとすることに意識が向いたためだと思う。ただ、ループリックで生徒自身がどこまで理解できたのかを、客観的に知ることができたことはよかったと思う。

3時間目は、解法の考え方を言葉にすることを目標にしたが、こちらが予想したよりも多くの生徒は苦戦していた。数学が苦手な生徒にとってはかなりハードルが高かったのではないかと感じた。これは授業後に行った生徒の感想からも分かった。ただ、考え方を言葉にすることで理解が深まったと感じた生徒も少数いた。

【授業後のアンケート結果：一部抜粋】

解法の考え方の評価「B, C」の生徒

- ・何をすればいいかなんとなく分かるけど、説明できない。
- ・簡単に3ステップというわけにはいかなかった。
- ・よく分からないところがあった。

解法の考え方の評価「A」の生徒

- ・前回よりも考え方が明確で分かりやすいと感じた。
- ・解答を分けて考えることで、いつもより理解するまでにかかる時間が短かった。

(2) 課題

本校の生徒の基礎学力はある程度身に付いてきたが、応用力に欠ける部分がある。教科書の応用問題を解説すると、生徒の声からもれるのは、「答えまで長い」という感想である。解答を考え方によって細分化し、既習知識と新しい知識を組み合わせることで、解答が成り立っていることを少しでも実感してほしいが、ほんの一部の生徒にしかそれを実感させることができなかった。今回は3時間の授業のみでの結果報告で、本校の生徒の学力を考えてみると、多数の生徒に実感させることは無理があったかもしれない。また、考え方を言葉にする部分の評価が大変難しかった。表現の仕方が一つではないので、規準をどのように設定するのかを再考する必要があった。例えば、キーワードのみを空欄にして考え方を答えさせるなどの工夫をしてもよいと感じた。

5 おわりに

今回の授業実践では、思考力・判断力・表現力を育成しながら、考え方の理解を深めることを目標としたが、それを達成できたのは一部の生徒となってしまった。ただ、今回は1回だけの実践であったのが、この取組を継続して行い徐々に改善をすることで、目標を達成できる生徒を増やすことができるのではないかと考える。生徒も今回の授業形態に慣れ、答えを出すこと以上に考え方を重視する習慣ができれば、数学のおもしろさに気付くきっかけになると思っているため、今後の授業でも継続していきたい。