

作問を用いた授業での指導と評価について

1 はじめに

本校の教育目標は、「不断に発展する社会に対応し、更に未来の要請にこたえられる心身ともに健康な国民の育成を期する」ことであり、「知性ある社会人、品格ある教養人、気力ある生活人」の育成に向けた教育活動の充実を図っている。本校の生徒は、真面目な生徒が多く、与えられた課題はきちんと取り組むことができる。しかし、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、問題を見いだして解決策を考えたりする「深い学び」が実現できているとは言いがたい。

そこで、数学においては、問題解決を振り返り、見いだした事柄を既習の知識と結び付け、新しい概念を形成したり、よりよい解法を見いだしたりする力を身に付けさせることを目標としている。

2 指導計画

(1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

本実践は、3年理型の数学Ⅲの授業で実施する。現在、数学Ⅲの授業は教科書の内容を終了し、習熟度別に授業を行っている。その中で、私が担当しているクラスは、数学Ⅲと数学Ⅰ・Ⅱ・A・Bの内容を融合させた発展問題に取り組んでいる。今回は、このクラスの生徒を対象にする。

手順（ ）内は時間配分

- ① 前回の授業の終わりにワークシートを渡し、基となる問題を1題解かせる。さらに、「この問題を発展させるとどのような問題を追加できるか」も考えさせる。注意点として、追加問題の作成の意図を考えることと、追加問題の解答は方針のみで、答えを求める必要はないことを伝える。以上を宿題とする。
- ② 授業の始めにグループをつくらせ（1グループ4人程度）、グループ内で基となる問題の答え合わせと、宿題で作成してきた追加問題を共有させる。（10分）
- ③ グループで話し合い、全体で発表する1問を選定させる。なお、話し合いの中でよりよい問題を作成できた場合は、その問題を選ばせる。（15分）
- ④ グループごとに黒板を使って発表させる。発表の際には、考えた問題とその出題意図のみを発表させる。（10分）
- ⑤ 発表が終わった後、生徒一人一人に自分が興味をもった問題を1題選ばせ、その解答をつくらせる。（15分）
- ⑥ 授業の終わりにワークシートを提出させる。

(2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

この指導は、学習過程のD2に位置付けられる。問題を発展的に捉えることにより、新しい概念を見いだす力を育成する。また、グループで作成した問題を共有することで、多面的に物事を捉え、概念を広げ深める力を育成する。さらに、あえて解答を全体に示さないことで、主体的に学習する力の育成も図る。

(3) ルーブリック（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

評価項目 【観点】	A (十分満足できる)	B (おおむね満足できる)	C (努力を要する)
追加した問題は基となる問題を発展させた内容となっているか。 【数学的な見方や考え方】	作成した追加問題は基の問題の出題意図を踏まえた発展的な問題となっている。	作成した追加問題は基の問題の設定を利用した問題となっている。	作成した追加問題は基の問題と関係のない問題となっている。
評価基準は実施後に修正（後述）			

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

	主体的な学び	対話的な学び	深い学び
実践内容	追加問題は、問題と出題意図だけを発表させ、解法を発表させないことによって、解法については自分で考えさせる。	それぞれが作成した追加問題をグループで共有することにより、他の生徒の考えを自分の考えに取り入れさせる。	発展的な問題を考えさせることにより、問題集の解答例だけを理解するのではなく、より深く問題について考察できるようにさせる。

3 実践報告と考察

(1) 学習活動について

ア 対象

3年理型 6・7組 20名 8・9・10組 8名 合計28名（男子12名 女子16名）

イ ワークシート（実物はB4判）

3年 理型 数A 数Ⅲ+IAⅡB発展クラス 研究プリント ～問題を自作してみよう～ No.2 3年()組()番 名前()

① a を実数とする。曲線 $C_1: y = x^2$ 上の点 (a, a^2) における接線を l とする。

(1) l の方程式を求めよ。

(2) $a = 2$ とする。曲線 $C_2: y = x^2 - 1$ と l とで囲まれた部分の面積を求めよ。

① 基となる問題を解く

② 左の問題を発展させるとどのような問題を追加できるか考えよ。また、その問題を作成した意図も記述せよ。

①追加する問題

① 追加問題を考える

②出題意図

① 出題意図を考える

③追加した問題の解法 ※どのように解くのか、方針を書く。答えまで求めなくてよい。

ここまでが宿題

以上が課題

③ グループで□の答え合わせをせよ。次に、追加した問題を発表し合い、その中からグループで発表する問題を1つ選べ。なお、話し合いの中で、よりよい問題が作成できたら、その問題を発表せよ。
①発表のメモ

②追加問題をグループで共有

②グループとして発表する問題とその出題意図

問題

③④発表する問題を決定し
発表する

出題意図

③④出題意図も発表する

④ 全体の発表を聞いて、もっとも興味のある問題を選び、その問題を解け。
①選んだ問題

②解答

⑤全てのグループの発表後、
最も興味ある問題を解く

ウ 展開

「2 指導計画(1)」の手順に従って実施した。基となる問題は以下となる(ワークシート①)。

① a を実数とする。曲線 $C_1: y = x^2$ 上の点 (a, a^2) における接線を ℓ とする。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) $a = 2$ とする。曲線 $C_2: y = x^2 - 1$ と ℓ とで囲まれた部分の面積を求めよ。



【手順③の様子】



【手順④の様子】

6・7組は5グループ、8・9・10組は2グループで活動を行った。それぞれのグループが発表した問題と出題意図は、以下のとおりである。

問題	出題意図
y軸上に中心をもつ半径2の円 C_3 を作る場合、 C_1 と C_3 が接するとき、 C_1 と C_3 とで囲まれた部分の面積を求めよ。	複雑な計算と柔軟な発想力を問う。
$a=2$ とする。 ℓ と C_1 と C_1 上の点 (b, b^2) ($b < 0$)における接線で囲まれた面積が $\frac{16}{3}$ になるときの b の値を求めよ。	二つの接線からなる面積の求め方が分かるか。
(2)で求めた面積の部分をy軸の周りに1回転してできる体積を求めよ。	(2)ができないと解けない問題。面積だけでなく、体積も求められるか。
$y = x^2 - 1$ ①, $y = 2x$ ②, $y = \frac{8}{x}$ ③, ②と③の交点は、A(-2, -4), B(2, 4)とする。点Aと点Cを通り、③との交点をC(8, 1)とすると、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。	グラフが原点对称になることの理解ができてきているか。分数関数を理解できているか。
aの値がどんな時でも C_2 と ℓ の面積が $\frac{4}{3}$ となることを証明せよ。	(1)と(2)を使わせたい。証明させたい。計算の工夫をさせたい。
$a=2$ として直線 ℓ と C_2 とy軸で囲まれた面積を2等分し、 C_2 の頂点を通る直線の方程式を求めよ。	(2)を利用しつつ、更に複雑にして、時間をかける問題にしたい。
ℓ と C_2 で囲まれた面積をSとするときのSの範囲を求めよ。	(1), (2)の誘導に乗れるか。場合分けが正しくできるか。文字が入っても計算できるか。面積公式を使えるか。

(2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

今回の評価は、ワークシートの2に対してのみ行った。生徒が作成した追加問題を分類すると以下のとおりとなる（問題として成立していない問題も含む）。

曲線と直線で囲まれた面積を求めよ。	(2)で求めた面積を2等分する直線を求める。	回転体の体積を求めよ。	三角形の面積を求めよ。	(2)で求めた面積は、aの値によらず一定となることを証明する。	定積分を求めよ。	共通接線を持つ曲線を求めよ。
11問	5問	3問	3問	3問	1問	1問

評価について、当初は「2 指導計画(3)」に示したとおり、基となる問題の設定を利用し、発展的な問題を作成できた場合「A」、設定を利用しているだけは「B」と考えていたが、実際に生徒が作成した問題を評価しようとしたとき、客観的に見て発展的な問題と判断することが難しいと感じた。そこで、ルーブリックの評価基準を客観的に判断しやすいように、基の問題の設定を利用している点と問題が成立している点と問題と出題意図が合致している点の3点に着目し、以下のように変更した。

【修正したルーブリック】

評価項目	A (十分満足できる)	B (おおむね満足できる)	C (努力を要する)
追加した問題は基となる問題を発展させた内容となっているか。 【数学的な見方や考え方】	作成した追加問題は基の問題の設定を利用した問題となり、出題意図と合致している。	作成した追加問題は基の問題の設定を利用しているが、問題や出題意図に不備がある。	作成した追加問題は基の問題の設定を利用していない。

この規準によって評価をした結果、評価の分布は以下のようになった。さらに、評価例も次に示す。

A	B	C
17人	7人	3人

【資料1 評価例】

①追加する問題

$C_1: \theta = x^2$ 上の点 (a, a^2) における接線 l と $C_2: \theta = x^2 - 1$ とで囲まれた図形の面積は点の位置にかかわらず一定であることを示せ

基の問題の設定を利用している。

②出題意図

証明問題にして文章で説明できるかがあるかを示す。
 (2) と答える同じだけと、ただ公式にあてはめればいいとは違う、本質がわかっているかを示す。

問題と出題意図が合致している。

A

評価Aの例

①追加する問題

C_1, C_2 の各自点を結ぶ直線 l の傾きを θ とし、この直線 l が C_1 と C_2 の両方に接線となるような直線 l の存在を求めよ。

基の問題の設定を利用しているが、 C_1 と C_2 には共通点が存在しないため問題が成立しない。

②出題意図

問題を文を渡すことで解説を試みて、計算の量も同じなので計算も同じになる。

B

評価Bの例

評価については、ワークシートにA, B, Cの3段階を付け、生徒に返却した。

(3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

今回の授業は、計画段階で学習過程のD2に位置付けて指導を行った。宿題として考えてきた個人の追加問題は、基の問題と同じ面積の問題が多く、この段階では概念を広げられたとは言い難い。しかし、お互いの問題を共有し、話し合いをする中で、一人では思いつかなかった概念を新たに見出すグループも見受けられた。このことにより、数学的活動を展開する中で、概念を形成したり、体系化したりするためには、他の意見を取り入れることが大きな手助けになると考えられる。

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

ア 主体的な学びについて

追加問題については、出題意図のみで、解法は発表しないとしたが、グループで話し合いをしている時間に積極的に他の生徒が考えた問題を解いている生徒が多く見受けられた。また、グループの代表者が前で発表しているときも、何も言われなくてもその問題を解いている生徒もいた。ふだんは問題集の問題を積極的に取り組もうとしない生徒も、同級生が考えた問題には強い関心を示すことが分かった。

イ 対話的な学びについて

グループ学習を行ったが、こちらが想像していたよりも活発に話し合いが行われた。ふだんは、あまりそのような素振りを見せないが、生徒は数学に関する興味・関心が高く、お互いに自分の考えを発表する機会を設ければ、積極的に意見を交わすことを知ることができた。

ウ 深い学びについて

基となる問題をシンプルにし、追加問題を考えるときにさまざまな既習の知識と結び付けられるように工夫をした。しかし、結果として、基となる問題と同じ単元の問題を作成する生徒が多かった。また、問題を作成する上で、ふだん使用している問題集や参考書を参考にした生徒が多かったが、その結果、問題集などの解答例を表面的に理解するのではなく、一つの問題に対して、ふだんより深く考察できたと考えられる。

4 まとめ

(1) 成果

2回の実践後に行ったアンケートの結果は以下のとおりである。

質問事項	10分以下	15分程度	30分程度	45分程度	1時間以上
追加問題をつくるのに かかった時間	5人	10人	10人	1人	2人

質問事項	そう思う	ややそう思う	どちらでもない	ややそう思わない	そう思わない
この授業は数学の力を高めるのに役に立つと思うか。	14人	12人	2人	0人	0人
評価は妥当だと思うか。	16人	10人	1人	0人	1人
今後も受けてみたいと思うか。	11人	5人	7人	2人	3人

アンケート結果から、多くの生徒が今回の授業を数学の力を高めるのに役に立つと考えていることが分かった。生徒の感想からは、「追加するときに、他の知識も使わせたいと考えると、自分も復習することができていいと思った」「出題者が問題を出す意図を考えながら問題をつくっていることも分かった」「問題をつくるというのは、本当に理解していないとできないことだと思うので、数学の理解を深めるのにすごくいいと思う」など、出題者の立場に立ち、問題を深く捉え、考察しようとした様子がうかがえた。また、グループ学習を行ったことに対しては、多くの生徒が楽しかったと感想を述べており、先述したとおり、ほとんどのグループで活発に意見を言い合う姿が見られた。また、「他の人と話すことで、こんな考え方もあるんだと発見できた」と他の考えを取り入れることで、理解を深めることができたという感想をもつ生徒もいた。

問題の作成時間は15分～30分程度が半数以上を占めている。3年生ということもあり、なかなか時間がとれなかったようである。問題作成を宿題にしたことに対して、不満をもった生徒も数名いた。

評価については、ほとんどの生徒が妥当であったと考えている。そう思わないと回答した生徒は、自分の問題がそこまでよい問題だと思わないからという理由であった。

(2) 課題

今回の授業実践は、教科書をひとつおりの学習した3年に向けて行ったため、既習事項と結び付けて深く思考させる機会を与えることができた。この授業を1年や2年で実践する場合、既習の内容が広がらないため、その時点での生徒の知識量や理解の状況をきちんと把握した上で取り組む必要がある。同じ作問の授業でも、作問のさせ方にさまざまな工夫が必要であると思われる。また、今回は作問をメインとしたため解答まで求めさせなかったが、逆に問題の設定を調整させて解答がつけられる問題を作成させてもよいと思った。

評価については、本来は発展的な問題に対して高い評価を与えたかったのだが、客観的に何をもって発展的とするかを明確にしたルーブリックの評価基準をつくることができなかった。もし、そのようなルーブリックを作成するとしたら、個人ではなく複数の意見をもって作成する必要があると感じた。思考力などを評価するためにはチームの力が必要であると分かった。

5 おわりに

今回の授業実践では、目標としていた「深い学び」をさせることができた。本校の生徒は、元々思考力が低いわけではなく、物事を深く考えることに興味・関心を持っていることが分かった。ただ、それを育む機会が少ないだけだと改めて感じることもできた。今後は、数学科の先生方と協力し合い、受け身の授業を行うだけでなく、生徒自身が考え、話し合い、発表する機会をつくれるような授業を実践していきたい。