

## 高等学校教育課程課題研究（数学）

### —数学的活動を通じた思考力・判断力・表現力を育成する指導と評価の工夫について—

平成30年度「県立高等学校教育課程課題研究（数学研究班）」で実践した，高等学校数学科の授業改善の研究について紹介する。新学習指導要領の趣旨を踏まえ，主体的・対話的で深い学びの実現のための方策として，一つ一つの授業において数学的活動を通じた学習活動を展開するために，単元構想や授業構想の際に，「算数・数学の学習過程」の位置付けを明確にした指導計画を作成した。さらに，思考力・判断力・表現力を育成する指導と評価に焦点を置いた授業実践を行い，指導と評価の一体化に関する成果を上げることができた。

＜検索キーワード＞ 主体的・対話的で深い学び 数学的活動 思考力・判断力・表現力  
学習評価 高等学校数学科 指導と評価の一体化

#### 研究協議会顧問

県立惟信高等学校校長 戸倉 隆（平成30年度）

県立吉良高等学校教頭 山崎 博司（平成30年度）

#### 研究協議会委員

県立惟信高等学校教諭 加藤 大真（平成30年度）

県立瀬戸北総合高等学校教諭 藤村 亮（平成30年度）

県立春日井南高等学校教諭 伊藤 卓哉（平成30年度）

県立春日井工業高等学校教諭 藤森 雄介（平成30年度）

県立旭野高等学校教諭 近藤 和雅（平成30年度）

県立一宮南高等学校教諭 小坂 正紀（平成30年度）

県立木曽川高等学校教諭 長坂 稔（平成30年度）

県立阿久比高等学校教諭 池谷 正文（平成30年度）

県立豊田北高等学校教諭 益田 高寛（平成30年度）

県立岡崎東高等学校教諭 村澤 英佑（平成30年度）

県立安城東高等学校教諭 森下 勲（平成30年度）

県立西尾東高等学校教諭 中西 悦子（平成30年度）

県立吉良高等学校教諭 岡野 岳（平成30年度）

県立豊橋東高等学校教諭 宮崎 智之（平成30年度）

県立蒲郡東高等学校教諭 加藤 雄介（平成30年度）

県立新城東高等学校教諭 岩口 敏也（平成30年度）

高等学校教育課指導主事 前田 憲一（平成30年度）

高等学校教育課指導主事 尾崎 和由（平成30年度）

総合教育センター研究指導主事 山本 治（平成30年度）

総合教育センター研究指導主事 井戸田勝弘（平成30年度）

総合教育センター教科研究室長 近藤 哲史（平成30年度主務者）

## 1 はじめに

平成 30 年 3 月に高等学校の新学習指導要領が公示され、同年 7 月には学習指導要領解説が公開された。今回の高等学校学習指導要領改訂のポイントとして、「『何ができるようになるか』を明確化」、  
「主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善」が挙げられる。「『何ができるようになるか』を明確化」については、全ての教科において育成すべき資質・能力を、①知識及び技能、②思考力、判断力、表現力等、③学びに向かう力、人間性等の三つの柱で再整理している。「主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善」については、生徒が各教科・科目等の特質に応じた見方・考え方を働かせながら、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、情報を精査して考えを形成したり、問題を見いだして解決策を考えたり、思いや考えを基に創造したりすることに向かう過程を重視した学習の充実が必要であるとしている。

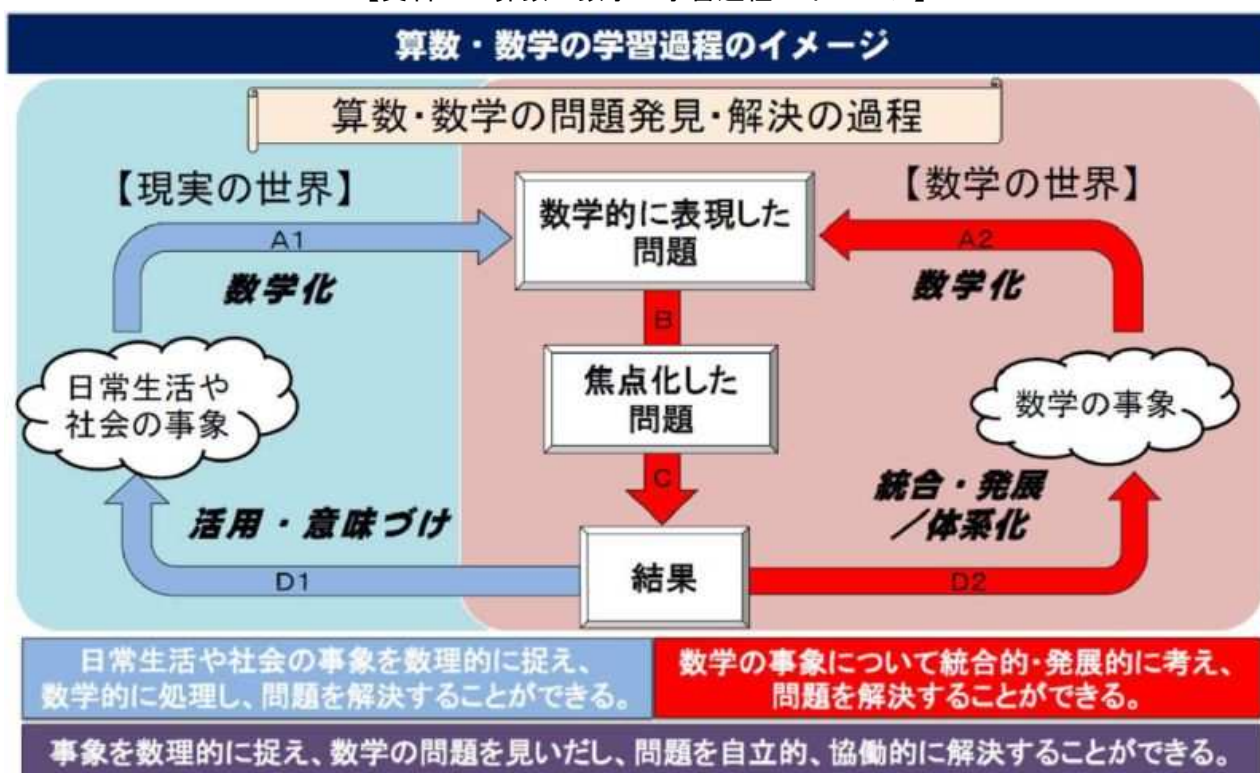
このことを踏まえて、高等学校数学科の目標は、以下のとおりとなっている。

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
- (3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

高等学校学習指導要領解説数学編（平成 30 年 7 月）では、「数学的活動」については、「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」（p26）とされており、（資料 1）のようなイメージ図（p27）で説明されている。また、目標の項目立ての(1)、

【資料 1 算数・数学の学習過程のイメージ】



(2), (3)が、それぞれ育成すべき資質・能力の、①知識及び技能、②思考力、判断力、表現力等、③学びに向かう力、人間性等に対応している。また、「数学的な見方・考え方」については、「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的、体系的に考えること」(p10)と定義している。

本研究では、一つ一つの授業において数学的活動を通した学習活動を展開するために、単元構想や授業構想の際に、「算数・数学の学習過程（以後、学習過程とする）」のどの位置付けになるかを明確にした指導計画を作成し、思考力・判断力・表現力を育成する指導と評価に焦点をおいた授業実践を行った。その成果と課題について報告する。

## 2 研究の目的

新学習指導要領の趣旨を踏まえ、数学的活動を通した主体的・対話的で深い学びの実現のための方策として、特に思考力・判断力・表現力を育成する指導と評価について、効果的な手だてを探る。

## 3 研究の方法

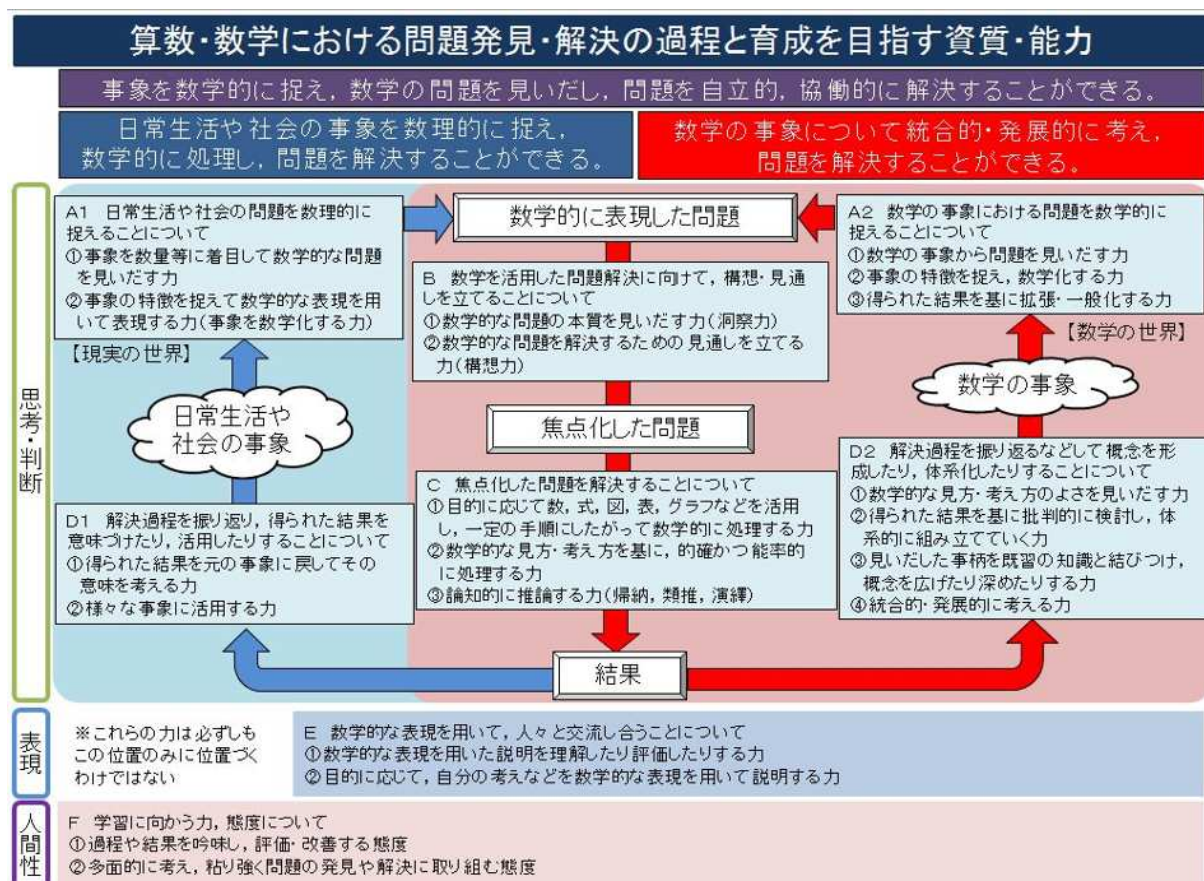
### (1) 各学校に応じた効果的な数学科学習指導に関する協議

研究員が、指導校長、指導教頭、指導主事、研究指導主事の指導の下、各学校の状況について情報交換を行い、それぞれの学校における効果的な指導と評価の在り方について協議する。

### (2) 研究員による授業実践と検証

各研究員が所属校において、思考力・判断力・表現力を育成する指導と評価について授業実践し、効果的な手だてについて検証する。授業実践については、次の二通りの方法のどちらかで行う。

### 【資料2 算数・数学における問題発見・解決の過程と育成を目指す資質・能力（一部改）】



平成28年12月21日 幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)一部改

ア 単元を見通した指導計画を作成し、実践する

イ 日々の授業に「思考力・判断力・表現力」を育成する場面を設定し、継続的に実践する

「どのような思考力・判断力・表現力を身に付けさせるか」ということについては、(資料2)を参考にした。ア、イのどちらの実践においても、まず(資料1)により授業ごとの学習過程の位置付け(A1, A2, B, C, D1, D2)を明確にし、次にその位置付けに対してどのような思考力・判断力・表現力が身に付くかを(資料2)により設定する。学習評価については、「数学的な見方や考え方(新学習指導要領では「思考力・判断力・表現力」)」を主たる観点として評価規準を設定する。また、「主体的・対話的で深い学び」の実現については、学習活動のどの部分が主体的な学び、対話的な学び、深い学びとなっているか、指導計画を立てる際に明確にする。

検証は、実践の様子、学習評価の結果、生徒アンケートなどにより、「数学的活動(授業ごとに学習過程を位置付けたこと)が有効であったか」「思考力・判断力・表現力を育成する活動であったか」

「学習評価は生徒の学習状況の把握ができ、教員の授業改善に役立ったか」「主体的・対話的で深い学びが実現できたか」について行う。

## 4 研究の内容

### (1) 各学校に応じた効果的な数学科学習指導に関する協議

ア 第1回研究協議会(平成30年6月26日(火))

新学習指導要領の概要を説明し、昨年度までに総合教育センターで行った高等学校数学科の指導と評価の在り方についての研究成果を紹介し、授業実践の方法について説明した。その後、各学校の状況について情報交換を行い、それぞれ実践を行う科目・分野を決めて、分野別のグループ協議を行った。

イ 第2回研究協議会(平成30年8月21日(火))

各研究員の研究計画について協議した。分野別(数学Ⅰ・A, 数学Ⅱ・B, 数学Ⅲ・学校設定科目)に三つのグループに分かれて、グループ協議を行った。内容は、計画の中で設定した学習過程の位置付け、思考力・判断力・表現力を育成する学習活動及びその評価の方法などである。

ウ 第3回研究協議会(平成30年9月26日(水))

各研究員の研究計画及び研究実践について協議した。実践前の研究員は、第2回の協議から修正した計画に基づき、第2回と同様に計画の検討を行った。実践後の研究員は、実践報告を行った。特に、授業実践後の生徒の学習評価について検証し、今後の改善点について協議した。

エ 第4回研究協議会(平成30年11月9日(金))

各研究員の研究実践について協議した。実践報告を行い、成果と課題について協議した。特に、取組内容の学習過程の位置付けを明確にしたことが、主体的・対話的で深い学びの実現、思考力・判断力・表現力の育成につながったかどうかを検証した。

オ 第5回研究協議会(平成31年1月30日(水))

各研究員の研究報告について協議する。実践についての成果と課題についてまとめた。

### (2) 研究員による授業実践と検証

ア 単元を見通した指導計画を作成し、実践する

研究員が現在指導している科目の一つの単元に着目し、単元指導計画を立てた。その際に、1時間ごとの内容が、学習過程(資料1)のどこに位置付けられるかを考えて計画した。また、1時間ごとに最も重視する評価の観点を決めて評価計画を立てた。単元計画の中で、「数学的な見方や考え方(新



学習指導要領では「思考力・判断力・表現力」の観点を重視する授業に注目して、詳細な授業計画を立てた。その授業計画に基づいて授業実践し、生徒の学習活動を評価した。評価結果等を基に、授業改善の視点で検証した。

研究報告については、以下のとおりである。

- (ア) 軌跡と領域における単元を見通した指導について
- (イ) 指数関数・対数関数における単元を見通した指導について
- (ウ) 微分法における単元を見通した指導について
- (エ) 数列における単元を見通した指導について
- (オ) 数学Ⅲ「不定積分」における単元を見通した指導について
- (カ) 整数の性質における単元を見通した指導について
- (キ) 微分法の応用（速度と加速度）における単元を見通した指導について

イ 日々の授業に「思考力・判断力・表現力」を育成する場面を設定し、継続的に実践する

科目を問わず、1時間の授業（場合によっては2時間以上）の構成を考え、「思考力・判断力・表現力」を育成する場面を設定した。その場面が、学習過程（資料1）のどこに位置付けられるかを考えて計画した。その際に、（資料2）を参考にして「数学的な見方や考え方」の観点についての評価計画を立てた。その授業計画に基づいて授業実践し、生徒の学習活動の評価をした。評価結果等を基に、授業改善の視点で検証した。検証結果を基に授業を改善しながら継続的に実践した。

研究報告については、以下のとおりである。

- (ア) 仮説を用いた授業での指導と評価について
- (イ) 解法のプロセス中の考え方を重視する授業での指導と評価について
- (ウ) 作問を用いた授業での指導と評価について
- (エ) お互いを意識した解答を用いた授業での指導と評価について
- (オ) 小テストの相互作用問・採点を用いた授業での指導と評価について
- (カ) キーワード確認を用いた授業での指導と評価について
- (キ) 生徒のスマートフォンを活用した授業での指導と評価について
- (ク) チームによる問題解決を用いた授業での指導と評価について
- (ケ) グループワークやループリックによる自己評価、ICTを利用して

## 5 研究の成果

研究員の報告を基に、以下の四つのことについて成果をまとめる。

### (1) 数学的活動（授業ごとに学習過程を位置付けたこと）について

- ・現実の世界の事象を扱う（A1）ことによって、生徒に興味・関心を持たせることができた。
- ・学習過程を位置付けたことで、育成を目指す資質・能力が明確になり、どのような学習活動を行うかも明確になる。
- ・解決過程を振り返るなどして概念を形成したり、体系化したりすること（D2）を意識し、実践したことにより、生徒が思考を広げ深める姿を見ることができた。
- ・数学の事象における問題を数学的に捉えること（A2）を意識して実践したことにより、生徒自ら発見した性質について、本当に成り立つのか、証明はどうやるのかという疑問が生徒から自然に生まれた。
- ・概念を形成したり、体系化したりすること（D2）を意識して実践した。個人では概念を広げられ

たとは言えなかったが、グループで話し合いをすることで一人では思いつかなかった概念を見出すことができていた。

- ・学習過程と授業の流れを整理できたので、思考力・判断力を育成する授業の実践方法を考えやすくなり、評価もしやすくなった。
- ・数学的に表現した問題から焦点化した問題へ、さらに結果への過程（B，C）という一般的な問題解決の授業でも、育成を目指す資質・能力（見通しを立てる力、的確かつ能率的に処理する力）を明確にすることで、生徒が試行錯誤したり、新たな発見をしたりする活動を行うことができた。

## **(2) 思考力・判断力・表現力の育成について**

- ・思考力・判断力を育成することを目的としたので、関数電卓を利用した（育成を目指す資質・能力を明確にすると、どのような学習活動を行うかも明確になる）。
- ・問題の正答か否かではなく、思考の過程を評価することを生徒に使えることによって、思考力について意識させることができた。
- ・ICTを活用して生徒が操作することにより、生徒自らが性質を発見する活動ができ、さらに発見した性質が正しいかどうかを主体的に思考・判断することができた。
- ・基となる問題をさらに発展させる問題を作問するという活動を行うことで、出題者の立場に立ち、問題を深く捉え、考察しようとする様子が見られた。
- ・問題を解く前に仮説（見通し、構想、計画）させることにより、ふだん答案には書かない思考や判断について意識させることができた。
- ・ペアで問題解決をするという学習活動の中で、ペアが解答を読むことを意識して解答をつくらせることで、より分かりやすい説明をすることに心がける姿勢が生まれ、表現力の育成につながった。

## **(3) 学習評価（生徒の学習状況の把握ができ、教員の授業改善に役立ったか）について**

- ・授業の最初に生徒にループリックを提示した。実施後にワークシートに評価結果を記入し返却した。その結果を踏まえて振り返りアンケートを行い、生徒自身に学習状況の把握をさせることができた。
- ・個人、ペア、グループとステップを踏んで活動させ、それぞれについて自己評価、他者評価を行った。それにより、不足している点やつまづいた箇所を確認させることができた。
- ・ICTを活用して生徒の振り返りを行うことで、短時間で学習状況を把握でき、一人一人へのアドバイスなども効果的に行うことができた。
- ・ループリックの評価基準について、最初に設定した基準からより明確に区別できるように具体的な基準に改めた。それにより、客観的な評価を行うことができた。
- ・仮説（見通し、構想、計画）について、記入率と正答率と分けて評価したことにより、生徒自身の考えを引き出すことと、その考えが正しいかどうかという二つを確認できた。
- ・同じ評価基準で自己評価を継続的に行うことで、教員としても生徒の学習状況の把握ができ、生徒自身も自分の成長を感じることができた。

## **(4) 主体的・対話的で深い学びの実現について**

- ・グループ学習を行うことで、指導役の生徒が現れたり、グループのワークシートの作成で協力する姿が見られたりして、授業が活性化した。
- ・現実の世界の事象を、既習内容を活用して問題解決することによって、深い学びが実現できた。
- ・ワークシートを生徒自身の思考の流れが分かるように工夫したことで、今までの学びから次はどのような学びにつながるかを各自で判断させることができ、主体的な学びにつながった。

- ・生徒一人一人に対して理解度や到達度に応じたコメントを返すことで、今後の学びへのヒントを与えることができた。
- ・教科書をひととおり学習した３年生に対しては、既習事項を結び付けて深く思考させることが可能であることが分かった。また、グループ学習なども活発に行うことができる。
- ・三つの学びを事前に設定したことで、実践中ではどのような学習活動を行っているかのチェックポイントとなるとともに、実施後に達成できたかを振り返ることができた。
- ・数学に対する苦手意識のある生徒に対して、自分の解答に自信のない生徒も多いため、ペアでの活動により、自分の考えをまず表現すること、他の生徒の解答を踏まえ自分の考えを深めることができるように配慮した。

## 6 研究のまとめと今後の課題

昨年度まで総合教育センターが行っていた「教科指導の充実に関する研究」と高等学校教育課が行っていた「県立高等学校教育課程課題研究」が、今年度より統合され新しい形で研究を進めている。そのため、研究員の実践が本年度の実践のみの報告となり、研究の蓄積という点では、やや不十分な研究であった。しかし、昨年度までの研究成果を参考に実践する中で、単元や授業の構想を立てる際に、学習過程の位置付けを明確にすることが、効果的な指導と評価につながることを検証できた。特に、思考力・判断力・表現力の育成に重点をおくことが、より深い知識及び技能を獲得することにつながり、学びに向かう力、人間性等をより高めることが分かった。そのためには、育成すべき資質・能力を明確にした課題設定や発問の工夫も必要であり、今後は、研究員の実践を踏まえた、それぞれの科目の各分野の効果的な課題例や発問例及びその評価方法を蓄積していきたい。

### 参考文献等

- ・文部科学省，高等学校学習指導要領解説 数学編，2018
- ・幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について，文部科学省，2016
- ・愛知県総合教育センター，高等学校における多様な学習成果の評価手法に関する調査研究，2016，
- ・愛知県総合教育センター，高等学校数学科における主体的・対話的で深い学びと評価に関する研究，2016
- ・愛知県総合教育センター，授業の手引（高等学校数学 平成 29 年度版），2018，

## 軌跡と領域における単元を見通した指導について

### 1 はじめに

本校の生徒は落ち着きがあり、授業に意欲的に参加し、どんなことにも真面目に取り組める生徒がほとんどである。しかし、自分に自信がなく、標準的な学力が身に付いているのにもかかわらず、勉強が苦手、数学が苦手だと感じている生徒も多くいる。そのため、学力こそ低くはないものの上を目指す気持ちに乏しく、自分の身の丈に合った大学を選んで進学していく生徒が多くいる。

現在第3学年を担当しており、第一の目標は、大学進学後も活用できる学力を身に付けさせることであるが、その過程で「数学的な見方や考え方」のよさを認識させ、事象の考察に活用できるような力を身に付けさせたい、と考え実践を行った。

### 2 指導計画

#### (1) 指導学年、科目、単元名

指導学年：第3学年文型

科 目：数学Ⅱ

単 元 名：軌跡と領域

#### (2) 単元目標

- ・座標や式を用いて、直線や円などの基本的な性質や関係を数学的に表現することができる。
- ・軌跡について理解し求めることができる。
- ・直線や曲線によって分けられる領域と不等式との関係について理解し活用できる。
- ・今まで習ったことを生かし、発展問題を解くことができる。

#### (3) 単元計画

| 単元の評価規準                                                                |                 |                                                                   |       |                                                              |   |                                                   |                                         |                       |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------------------------------------------------|-------|--------------------------------------------------------------|---|---------------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------|
| ①関心・意欲・態度                                                              |                 | ②数学的な見方や考え方                                                       |       | ③数学的な技能                                                      |   | ④知識・理解                                            |                                         |                       |
| 数学的活動を通して、軌跡と領域における考え方に関心をもち、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを事象の考察に積極的に活用しようとする。 |                 | 数学的活動を通して、軌跡と領域における数学的な見方や考え方を身に付け、具体的な事象を数学的に捉え、論理的な思考を行うことができる。 |       | 軌跡と領域において、事象を数学的に考察し、表現・処理する仕方や持論の方法を身に付け、よりよく問題を解決することができる。 |   | 軌跡と領域における基本的な概念、原理・法則、用語・記号などを理解し、基礎的な知識を身に付けている。 |                                         |                       |
| 時限                                                                     | 学習内容            | 学習活動                                                              | 評価の観点 |                                                              |   |                                                   | 評価規準                                    | 評価方法                  |
|                                                                        | 数学的活動の位置付け      |                                                                   | ①     | ②                                                            | ③ | ④                                                 |                                         |                       |
| 1                                                                      | 基本的な軌跡<br>C     | 軌跡に関する基礎問題を解く。<br>(グループ学習)                                        |       |                                                              |   | ○                                                 | 与えられた問題を、途中式も含めてしっかり記述し、最後まで解けている。      | 観察<br>小テスト<br>振り返りシート |
| 2                                                                      | 領域<br>A 1、A 2、B | 領域に関する問題を解く。<br>(ペア学習)                                            | ○     |                                                              |   |                                                   | 不等式の表す領域を図示し、それを利用して解いている。また、それらを発表できる。 | 観察<br>ノート<br>振り返りシート  |



|   |                   |                     |  |   |   |                                           |                      |
|---|-------------------|---------------------|--|---|---|-------------------------------------------|----------------------|
| 3 | 応用問題挑戦<br>C<br>本時 | 基礎問題を1問, 応用問題を2問解く。 |  | ○ |   | 前時の内容を振り返り, 更に解説を聞くことにより, 各自が自力で応用問題を解ける。 | 観察<br>ノート<br>振り返りシート |
| 4 | 発展問題挑戦<br>D       | 難易度の高い発展問題に挑戦する。    |  |   | ○ | 今まで習ったことを生かして, 自力で問題を解けるか。                | 観察<br>プリント回収         |

(4) 本時の目標 (思考力・判断力・表現力を育成する授業を取り上げる)

不等式の表す領域を図示し, 題意を掴み, 直線及び曲線と領域の共有点の関係を説明できる。

(5) 本時の主となる課題 (発問) とその設定理由

発展問題に挑戦させても, 数学が苦手だと感じている生徒は途中で手を止めてしまい, 答え合わせの時間を待つのみである。そこで, 前時の2回分で基礎的な問題を復習し, 更にはペアワークで最後まで解き切ることを経験させる。本時で扱う問題は容易に解ける問題ではないが, ペアワークを通して基礎の定着を図り, ポイントを絞って発展問題を解説し合い, 全員が発展問題を最後まで解けるようにしたい。

(6) 本時の展開

|     | 学習内容<br>数学的活動の位置付け                                                               | 学習活動                                                                                                                  | 指導上の留意点・評価                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導入  | 宿題プリントを見ながら, 前回の内容を振り返る。<br>(5分)                                                 | 各自で前時の振り返りをする。                                                                                                        | 机間指導を行い, 質問等にはできるだけ答えるようにする。                                                                                                                                                                                                                                          |
| 展開  | 宿題プリントの答え合わせをペアで行う。<br>(10分)<br><br>代表生徒が問題の解説を行う。<br>(15分)<br><br>類題を解く。C (15分) | 分からない箇所を隣同士で教え合い, お互い理解し, 他人に説明できるようにする。<br><br>領域を図示することと, 共有点を求めることを説明する。<br><br>類題を配付し, 「抜き打ちテスト」という名目で, 各自で問題を解く。 | <ul style="list-style-type: none"> <li>領域を図示できているかを確認し, 図示できていないペアにはヒントを与えるようにする。</li> <li>解けないと諦めているペアにもヒントを与えるようにする。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">           ・領域Dをしっかり図示でき, 直線と円との共有点を考えることができる。         </div> |
| まとめ | 本時の振り返り。(5分)                                                                     | テストを提出した後に, 解答を受け取る。<br>振り返りシートを記入, 提出する。                                                                             | 振り返りシートから生徒の理解度を高め, 次時に解かせる問題を考える。                                                                                                                                                                                                                                    |

(7) 評価規準と評価方法 (思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点)

| 学習の目標 (観点)                                                   | 評価方法                   | 評価規準                                 | 十分満足できると判断する状況 (a)                      | 努力を要すると判断された生徒への対応 (c)          |
|--------------------------------------------------------------|------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------|
|                                                              |                        | おおむね満足できると判断できる状況 (b)                |                                         |                                 |
| 不等式の表す領域を図示し, 題意を掴み, 直線及び曲線と領域の共有点の関係を説明できる。<br>(数学的な見方や考え方) | 観察<br>確認テスト<br>振り返りシート | 確認テストにおいて, 不等式の表す領域を図示し, (1)まで解けている。 | 確認テストにおいて, 不等式の表す領域を図示し, (2)(3)まで解けている。 | 基礎プリントを配付し, 業後の時間などを使って補充授業を行う。 |

(8) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                                                       | 対話的な学び                                                                            | 深い学び                                                                    |
|------|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 実践内容 | 前時までの活動内容を振り返ることで、問題解決に向けての見通しをもつことができる。最後まで粘り強く取り組ませるために、ペア学習やグループ学習を取り入れる。 | 答え合わせは生徒に板書させるだけでなく、授業形式で説明をさせるようにしている。またグループ学習を通して、領域と不等式の関係について話し合ったり教え合ったりさせる。 | 今まで習ったことをもとに、発展問題に挑戦し、粘り強く最後まで解かせるようにする。自分の解き方を他者と共有できるよう、グループ学習を取り入れる。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

前時では、ワークシート①（資料１）の答え合わせと、各自が用意していた問題を発表し、解説が必要な問題については簡単に解説を加えた。残り時間が少なくなってきたところで、ワークシート②（資料２）を配付し、少し考えさせた後に授業が終了した。残りは宿題とした。本時は、その答え合わせから始まった。最初に宿題をやってきたかの確認をしながら、生徒の理解度を机間指導しながら確認した。その後はペアワークに移り、ペアごとに答え合わせをしながら理解を深めていった。ワークシートの中に「解法の手順」を書かせる欄を設け、生徒に書かせた。全員が「領域を図示する」という点を押さえており、また書き方に差はあるが「共有点の座標を求める」といった点も押さえられていた。ペアワークの後に、生徒を指名して、黒板を使って解説させた。説明を聞いている生徒たちの表情や、メモを取る生徒の姿から、生徒たちが一所懸命理解しようとしていることが分かった。

#### 【資料１ ワークシート①】

|                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 10/1 課題 ペアワーク                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ( )組( )番 名前( ) |
| <p>① <math>x^2 + y^2 - 2y \leq 5, y \geq 0</math> の範囲において、(1) <math>x + y</math> の最大値と最小値を求めよ。</p> <p>① 個人で問題を解く。<br/>② ペアワークで完璧な解答を作る。<br/>③ 上記の問題を発展させて、(2)を作成し、解答も作成せよ。</p> | <p>② <math>x, y</math> が不等式 <math>x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 8, 3x + 2y \leq 12</math> を満たすとき、<br/>(1) <math>3x + 4y</math> は<br/> <math>x = \boxed{\text{ア}}, y = \boxed{\text{イ}}</math> のとき最大値 <math>\boxed{\text{ウエ}}</math> をとり、<br/> <math>x = \boxed{\text{オ}}, y = \boxed{\text{カ}}</math> のとき最小値 <math>\boxed{\text{キ}}</math> をとる。</p> <p>① 個人で問題を解く。<br/>② ペアワークで完璧な解答を作る。<br/>③ 上記の問題を発展させて、(2)を作成し、解答も作成せよ。</p> |                |

#### 【資料２ ワークシート②】

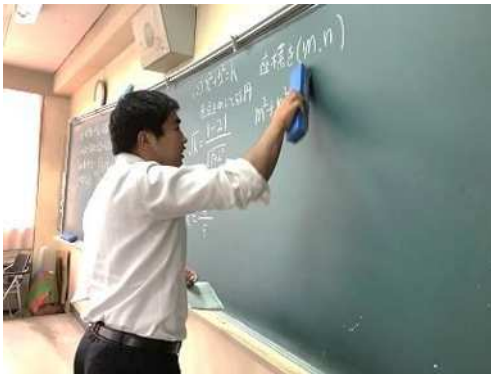
|                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                    |                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------|
| 10/4 課題 ペアワーク                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                    | ( )組( )番 名前( ) |
| <p>① <math>xy</math> 平面において、不等式 <math>3x^2 + 7xy + 2y^2 - 9x - 8y + 6 \leq 0</math> の表す領域を <math>D</math> とする。<br/>(1) 領域 <math>D</math> を <math>xy</math> 平面上に図示せよ。<br/>(2) 点 <math>(x, y)</math> が領域 <math>D</math> を動くとき、<math>x^2 + y^2</math> の最小値を求めよ。</p> | <p>② 領域の問題を解くにあたって、解法の手順を書け。</p> <p>①</p> <p>②</p> |                |



【グループワークの様子】



【ペアワークの様子】



【発表の様子】



【解説の様子】

生徒の説明が終わった後、少し解説を加え、その後に小テスト（資料3）を行った。テストを回収した後に、振り返りシート（資料4）を配付し回収した。

【資料3 小テスト】

10/5 課題 個人学習(確認テスト) ( )組( )番 名前( )

- 1 実数  $x, y$  が2つの不等式  $x^2 + y^2 \leq 1$ ,  $x - y \leq 0$  を同時に満たすとする。
- (1)  $x$  の最大値を求めよ。
  - (2)  $x + y$  の最大値と最小値を求めよ。
  - (3)  $y - \sqrt{5}x$  の最大値と最小値を求めよ。

3回の授業を通して、軌跡と領域に関するさまざまな問題を解かせた。ただ単に解き方を暗記させるのではなく、作問させたり、解法の手順を書かせたりした。また、ペアワークを積極的に取り入れ、更に生徒に授業形式で解説を行わせるなどした。このような取組によって、数学を苦手としている生徒も積極的に授業に参加し、また得意な生徒も生き生きと授業を受けていたように思う。

生徒のコメントの一部を箇条書きにて紹介する。

- ・作問することで、作成者の意図が分かるようになることが分かった。
- ・領域の問題は図示を間違えたら終了。
- ・一つの分野でもこんなに多くのパターンや考え方があることが分かった。
- ・単に公式を覚えているだけでは太刀打ちできないと再確認した。
- ・作問することで、問題の本質が分かる。

- ・ペア学習では自分が分からなくても理解しようと頑張ることができる。
- ・図示することが大事であることが分かった。
- ・ペアで話し合うことで理解が深まると思った。
- ・作問することで問題の真意が分かり、実際に出る問題の予測ができる。
- ・作問するときは、求めたいものを決めて、逆算して解法を決定するので大変。
- ・作問することで、自分自身がその問題を理解しているかが分かる。
- ・解けても人に説明できないとダメだと思った。

ペアワークは生徒にとっては心強く感じられるようであり、積極的に取り入れてほしいという意見が多かった。今回取り入れた作問についても好評であった。

#### 【資料4 ペアワークシート】

### 振り返りシート ～ 3回の授業を振り返ってみよう。

3年1組 ( ) 番 氏名 ( )

#### 【第1時間目】領域を含む最大・最小①

(2)を各自(各ペア)で考え、解答を作成。(問題作成)

- 評価→→ A 完璧な解答を作成している。  
B 領域を図示し、直線の傾きを考えている。  
C 領域を図示できない。

#### 【第2時間目】領域を含む最大・最小②

解法の手順を書く(説明できるように)

- 評価→→ A 問1を解くことができた。解法の手順も書けた。  
B 問1は解けなかったが、図示はできた。解法の手順は書けた。  
C 問1の領域を図示できなかった。解法の手順が書けなかった。

#### 【第3時間目】領域を含む最大・最小③

確認テスト

- 評価→→ A 確認テストで正解できた。  
B 領域を図示することができた。  
C 領域を図示できなかった。

| 自己評価    |          | 先生の評価    |          |
|---------|----------|----------|----------|
| 【第1時間目】 | 【      】 | 【      】 | 【      】 |
| 【第2時間目】 | 【      】 | 【      】 | 【      】 |
| 【第3時間目】 | 【      】 | 【      】 | 【      】 |

#### ① ペアワークについて

- 1) しっかりとペアワークを行うことができましたか? 1・2・3・4・5  
2) 発展問題を作問することができましたか? 1・2・3・4・5  
3) 今後の授業に積極的に取り入れて欲しいですか? 1・2・3・4・5  
4) 成績向上に繋がると感じますか? 1・2・3・4・5

#### ② 作問について

作問することの意義は何だと思いますか?

#### ③ 理解度

領域を含む最大・最小の授業を通して理解は深まりましたか? 1・2・3・4・5

#### ④ 3回の授業で気付いたこと。まとめ。

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

生徒の振り返りシート(自己評価)の集計結果を以下に示す。

|       | 自己評価 |    |   | 教員評価 |    |   |
|-------|------|----|---|------|----|---|
|       | a    | b  | c | a    | b  | c |
| 1 時間目 | 8    | 18 | 2 | 11   | 17 | 0 |
| 2 時間目 | 10   | 15 | 3 | 10   | 18 | 0 |
| 3 時間目 | 4    | 16 | 8 | 13   | 9  | 6 |

1 時間目は領域の問題を扱った。作問し、自分たちで解答を作成するという内容で、ペアワークを取り入れた。予想どおり求積の問題が幾つかあったものの、一次関数の傾きを変えて最大・最小を求めさせるなどの問題が多く、こちらの意図する授業展開となった。しかし、完璧な解答を書けたペアが少なく、「 $\sim=k$  とおく」などの書き方も細かく指導する必要があった。

2 時間目は円の半径の最大・最小を求める問題を扱った。今までに解いたことがないパターンの問題であったが、生徒はよく考えて正解までたどり着いていた。解法の手順も「この問題の解法の手順」なのか、それとも「領域の問題を解くときの一般的な解法の手順」なのかで迷った生徒が多数いたが、いずれも、しっかり書けていた生徒が多くいた。

本時が 3 時間目である。評価は確認テストで行った。生徒の自己評価の観点では

a 「正解できた」、b 「領域を図示できた」、c 「領域を図示できなかった」

としたが、こちらの評価としては

a 「最大・最小の位置を図示できた」、b 「領域を図示できた」、c 「図示できなかった」

とした。計算ミスによる不正解でも a 評価となるように配慮した。

テストを採点したところ、時間内に完璧な解答を作成できた生徒は 4 名しかいなかった。しかし、領域を図示し、最大値と最小値を取るときの直線まで図示できた生徒は 13 名いた。この生徒たちを a 評価とした。また、6 名の生徒を c 評価とした。6 名とも円と直線は図示できているものの、不等式が表す領域を示すことができなかった。この生徒たちにはプリントを再度配付し、業後に補充を行った。

## (3) 数学的活動の中での位置付け

前時の振り返りをさせる場面では、教員主導ではなくペアワークを用いた。それによって、全ての生徒が活動することができた。また、頻繁に授業で取り入れている「生徒が先生役となる」活動では、生徒が問題の本質を理解できているかどうかを確認することができる。説明している生徒はもちろんのこと、聞いている生徒の表情やメモを取る様子をよく観察し、「分からなければ質問しなさい」と声かけをした結果、ペアの生徒も積極的に質問や補足をしている。3 回の授業を通して、「領域を図示し、最大・最小は図で考えることが大事」だと生徒は理解し、最後の確認テストに臨んだ。その結果、評価もしやすく、生徒も「どこまでできればいいのか」という自己評価がしやすかったように思う。

## (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

ペアワークによって、全ての生徒が授業に参加することができた。数学が苦手な生徒も生き生きと活動をしていた。数学が苦手な生徒同士のペアもあったが、苦手なりにお互い声をかけ合って解答の作成にがんばって取り組んでいた。

また、「生徒が先生役となる」活動は、生徒も発言や質問がしやすく、理解を深めるのに一役買っている。1 年次より実施しているが、生徒アンケートではおおむね好評である。自分が説明するのは嫌だ、教員の説明の方が分かりやすいという意見もあるが、「自分が説明するためには問題の本質を理解



しなきゃいけないからためになる」「質問が気楽にできるし、補足もできるからおもしろい」という意見も多くあった。

発展問題に関しては自力で解けるようになるのが目標ではある。しかし、数学が苦手な生徒はすぐに諦めてしまうし、得意な生徒も解けたら終わりになってしまうので、グループワークやペアワークを取り入れることによって両方にメリットがある。苦手な生徒は最後まで粘り強く問題に向かうことができ、得意な生徒は苦手な生徒に教える中で、より理解が深まっていくからである。

## 4 まとめ

### (1) 成果

以前は、2年次の数学Ⅱにおいて領域を図示する問題を扱う際には、基本問題に取り組む程度であった。しかし、今回、軌跡と領域の発展問題をペアワークや作問、解法の手順を明らかにさせることなどを取り入れたことで、生徒の理解は深まったと思われる。最後の確認テストも、領域を図示することができなかった生徒がいたものの、どういうときに最大値や最小値をとるのかについてはほとんどの生徒が理解できるようになった。あらかじめ生徒には、きちんと図示した上で解けるかどうかを評価すると伝えていたため、ほとんどの生徒が丁寧に図形を書き、それをもとに問題を解いていた。評価基準を明らかにすることで授業の方針も明確になり、生徒も理解しやすいことが再確認できた。

### (2) 課題

生徒のコメントの中に、「双方が理解していない場合、話し合いが全く進まなくて意味がない」というものがあった。ペアワークを取り入れる場合は、ペアの組み方も工夫しなければいけない。また、相変わらず生徒の計算ミスが多く、せっかく問題を理解しても正解までたどり着かない生徒もたくさんいる。「思考力・判断力・表現力」を見取るという目的で取り組んだ場合に、考え方は合っていても計算ミスにより不正解だった場合の評価方法について再考する必要がある。

振り返りシートで生徒が自分で判断した理解度は、平均すると3.5点(30名、満点5.0点)となっている。基本的に自己評価の点数を低めに付ける生徒たちではあるが、少し低めの点数ではある。もう少し問題配列を工夫するなどしていく必要がある。

## 5 おわりに

今回のように、評価基準を明確にしていくことや、ペアワークを用いることによって、数学が苦手な生徒でも授業に積極的に参加し、成果を上げることができることが分かった。3年生ということで、目前にセンター試験を控え、年度後半は更に多くの問題を解かせていくことが必要になってくる。しかし、今回のように問題を解く上でのポイントを明確にし、時折ペアワークを取り入れるなどして、今後も生徒が積極的に参加しやすい授業展開を心がけていこうと思う。



## 指数関数・対数関数における単元を見通した指導について

### 1 はじめに

本校は、機械科・電子機械科・電気科・電子工学科の4学科を持つ工業高校であり、男子生徒が学校全体の98.0%を占めている。生徒の気質はおおむねおとなしく、静かに授業を受けている反面、分からない箇所があってもすぐに諦めてしまうことが多い。学力差が非常に大きく、基本的な計算を苦手とする生徒や学習意欲に欠ける生徒も数名見られる。

工業科目の内容と数学の内容とのつながりとしては、1年次に「機械設計」という科目の中で三角比を扱い、2年次に「電気基礎」という科目の中で複素数や三角関数を扱っている。関数電卓を用いて、長さや角を求める練習などは1年次に学習しており、関数電卓の取り扱いには慣れている。

今回、数学Ⅱの「指数関数・対数関数」の分野において、「人口増減のシミュレーション」について扱う。直感だけに捉われることなく、関数電卓を用いて計算させたり、グラフをイメージさせたりする中で、世界の人口や日本の人口の増減について考えさせたい。

この授業が、指数関数に興味をもつきっかけとなること、また、日常生活の問題を解決する中で数学の有用性を実感することで、さまざまな場面で数学を活用しようとする生徒の育成を目指した。

### 2 指導計画

#### (1) 指導学年、科目、単元名

指導学年：第2学年

科目：数学Ⅱ

単元名：指数関数・対数関数

#### (2) 単元目標

指数関数及び対数関数について興味をもち、関数の特徴や性質の理解を深めようとする。さらに、これらを具体的な事象の考察へと活用できることに気づき、実践することができる。

#### (3) 単元計画

| 単元の評価規準                                       |                   |                                                       |       |                                                           |   |                                         |                                            |      |
|-----------------------------------------------|-------------------|-------------------------------------------------------|-------|-----------------------------------------------------------|---|-----------------------------------------|--------------------------------------------|------|
| ①関心・意欲・態度                                     |                   | ②数学的な見方や考え方                                           |       | ③数学的な技能                                                   |   | ④知識・理解                                  |                                            |      |
| 指数や対数に関心をもつとともに、数学のよさを認識し、それらを事象の考察に活用しようとする。 |                   | 指数や対数に関する事象を数学的に考察したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることができる。 |       | 指数や対数において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付け、問題を解決することができる。 |   | 指数や対数における基本的な概念、原理・法則などを理解し、知識を身に付けている。 |                                            |      |
| 時限                                            | 学習内容<br>学習過程の位置付け | 学習活動                                                  | 評価の観点 |                                                           |   |                                         | 評価規準                                       | 評価方法 |
|                                               |                   |                                                       | ①     | ②                                                         | ③ | ④                                       |                                            |      |
| 1                                             | 指数の拡張（1）<br>A 2   | 指数を有理数全体に拡張する。                                        | ○     |                                                           |   |                                         | 既習事項である指数を、拡張しようとする。                       | 観察   |
| 2                                             | 累乗根<br>B, C       | 累乗の意味を理解し、累乗根を導入する。                                   |       | ○                                                         |   |                                         | 既習事項である $\sqrt{\quad}$ （2乗根）を基に、発展的に考えている。 | 観察   |
| 3                                             | 指数の拡張（2）<br>B, C  | 指数を実数全体に拡張する。                                         |       | ○                                                         |   |                                         | 指数を発展的に捉えて、拡張している。                         | 小テスト |

|           |                      |                     |  |   |   |                                        |             |
|-----------|----------------------|---------------------|--|---|---|----------------------------------------|-------------|
| 4・5<br>本時 | 指数関数のグラフ<br>D 2, A 1 | 指数関数を定義し、諸性質を調べる。   |  | ○ |   | 指数関数のグラフの特徴を理解し、表現している。                | ワークシートの記述内容 |
| 6         | 対数<br>B              | 指数を用いて、対数を定義する。     |  |   | ○ | 指数から、対数の概念へと結び付けて考えている。                | 小テスト        |
| 7         | 対数の性質<br>C           | 対数の基本性質を理解する。       |  |   | ○ | 指数法則から、対数の基本性質に結び付けて考えている。             | 小テスト        |
| 8         | 対数関数のグラフ<br>C, D 2   | 対数関数を定義し、諸性質を調べる。   |  | ○ |   | 対数関数のグラフの特徴を理解し、表現することができる。            | 観察          |
| 9         | 常用対数<br>B, C, D 1    | 常用対数を導入し、応用例を幾つか学ぶ。 |  | ○ |   | これまでに身に付けた対数の知識を基に、多面的・発展的に活用することができる。 | ワークシートの記述内容 |

(4) 本時（第4・5時限）の目標（思考力・判断力・表現力を育成する授業を取り上げる）

「人口増減のシミュレーション」について考察する中で、問題提起に対して考え立式することにより、判断材料を揃えようとする。指数関数の特徴（増加・減少の様子）などに気付き、表現しようとする。また、グループ学習を通して、他の生徒とワークシートを共有する中で、自分の考えを他者へ伝え、他者の考えを受け入れようとする姿勢を培う。

(5) 本時（第4・5時限）の主となる課題（発問）とその設定理由

「世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう」

世界の人口増加率 1.2%、カタールの人口増加率 10.7%、日本の人口減少率 0.4%について、この割合が 10 年後やその後の人口にどの程度影響を及ぼすのか興味をもたせたい。この課題を通して、指数関数のグラフの局所的な特徴の違いなども含めて理解させたい。

(6) 本時（第4・5時限）の展開（2 時間分）

| 1<br>時<br>限<br>目      | 学習内容（質問・発問・指示）                                                               | 学習活動（○印）<br>予想される生徒、グループの反応<br>（生徒：S 印，グループ：G 印）                                                                                                             | 指導上の留意点<br>評価の観点（☆印），方法                                                                  |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導<br>入<br><br>10<br>分 | ワークシートの配付、本時のテーマを説明<br>①（1）<br>1，2 年後に世界の人口はどの程度まで増えていることになるか？シミュレーションしてみよう。 | ○：関数電卓を用いて試算し、ワークシートに記述していく。<br><br>S1：「1.2%ずつ増加」の意味が分からず、手が止まる。<br>S2：1.2%を小数に変えずに計算を進める。<br>S3：1.2%を 0.012 に変えるが、 $\times 0.012$ と計算してしまう。<br>S4：早く済んでしまう。 | 指数関数・対数関数という話は、この段階ではあまり触れないように進める。<br>ループリックについて説明する。<br><br>場合によっては、割合の話しなどを復習として提示する。 |

|                     |                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                   |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 展開<br>I             | <p>先ほどシミュレーションした結果を基に、10年後の世界の人口がどの程度になっているか予想してみよう。また、その根拠も説明できるように書こう。</p> <p>①(2)</p>                                                                                   | <p>○: 2, 3年後のシミュレーションから、10年後を予想しワークシートに記入。その根拠も書く。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>予想した数値に、根拠をもたせるよう注意喚起する。</p>                                                                   |
| 展開<br>I<br><br>20分  | <p>数名の生徒を指名し、予想とその根拠を発表させる。</p> <p>【ここからグループ学習に入る】</p> <p>①(2)</p> <p>10年後の世界の人口をシミュレーションしよう。どのように考えると効率よく計算できるかを、グループ内で検討しよう。また、10年後以降の様子を予想するため、各グループで模造紙にグラフ化してみよう。</p> | <p>S1: 考えておらず、ワークシートに書き込めない。</p> <p>S2: 直感だけに頼って、予想する。</p> <p>S3: 単純に<math>\times 10</math>と判断する。</p> <p>S4: この後の授業の流れを理解してしまい、指数を用いて根拠を示している。</p> <p>○: 指名された生徒は、発表する。</p> <p>グループ学習の形態に変える。</p> <p>○: 各グループで協力し、ワークシートに過程を書き込んでいく。効率のよさをグループ内で追求する。また、各グループで協力し、模造紙に点をプロットしてグラフをかく。</p> <p>G1: グループ内にリーダーシップを発揮する者がおらず、活動が進まない。</p> <p>G2: 指数の形になることに気付かず、順番に出そうとして時間がかかってしまう。</p> <p>G3: 指数を用いて、根拠となる式を効率よく立てている。</p> | <p>活動を促す。</p> <p>根拠をもつように指示する。</p> <p>発表をする生徒・聞く生徒の姿勢について、指導する。</p> <p>活動を促す。</p> <p>ヒントを与える。</p> |
| 展開<br>II<br><br>15分 | <p>①(3)</p> <p>カタールのペース(10.7%)で世界の人口が増加していくとしたとき、10年後以降をシミュレーションしよう。また、各グループでグラフ化してみよう。</p> <p>【グループ学習を終える】</p>                                                            | <p>○: 各グループで協力をし、ワークシートに過程を書き込んでいく。また、模造紙に点をプロットしグラフをかく。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                   |
| まとめ<br><br>5分       | <p>①(4)</p> <p>(2)と(3)を比較することにより、気付いたことや考えられることを、個々でまとめよう。また、グラフの特徴などを各自でまとめよう。</p> <p>最後に、ワークシート・模造紙を回収する。</p>                                                            | <p>○: (2)と(3)の結果を比較し、考察などをまとめる。グラフの特徴などを、個々でまとめる。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>☆: 数学的な見方や考え方<br/>ワークシートの記述内容</p>                                                              |

| 2<br>時<br>限<br>目            | 学習内容（質問・発問・指示）                                                                                             | 学習活動（○印）<br>予想される生徒、グループの反応<br>（生徒：S印、グループ：G印）                                                                                                                                 | 指導上の留意点<br>評価の観点（☆印）、方法                                          |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 導<br>入<br><br>5<br>分        | 前回の授業内容をチェックするため、振り返りを行う。<br>前回の授業内容を参考に、日本の人口が10年後以降でどのようになるのかをシミュレーションしよう。<br>ワークシートを返却し、本時のテーマの概要を説明する。 | ○：各自で振り返る。                                                                                                                                                                     | 前回の授業内容の振り返りを各自で行わせる。                                            |
| 展<br>開<br>I<br><br>20<br>分  | 【ここからグループ学習に入る】<br>②（1）<br>10年後の日本の人口をシミュレーションしよう。どのように考えると効率よく計算できるかをグループ内で検討しよう。                         | グループ学習の形態に変える。<br><br>○：各グループで協力をし、ワークシートに過程を書き込んでいく。また、効率のよさをグループ内で追求する。<br><br>G1：グループ内にリーダーシップを発揮する者がおらず、活動が進まない。<br>G2：指数の形になることを忘れてしまっている。<br>G3：指数を用いて、根拠となる式を効率よく立てている。 | ☆:数学的な見方や考え方<br>ワークシートの記述内容<br><br>活動を促す。<br><br>ヒントを与える。        |
| 展<br>開<br>II<br><br>20<br>分 | ②（2）<br>このペースで日本の人口が減少していくとしたとき、人口が一人になってしまうのは、何年後なのか。題意を読み取り、立式するなどして、グループ内で検討しよう。<br><br>【グループ学習を終える】    | ○：各グループで協力をし、ワークシートに過程を書き込んでいく。                                                                                                                                                | ☆:数学的な見方や考え方<br>ワークシートの記述内容<br><br>題意が捉えづらそうであれば、立式のためのヒントを提示する。 |
| ま<br>と<br>め<br><br>5<br>分   | ②（3）<br>①の（1）、（2）と②の（1）、（2）を比較することにより、気付いたことや考えられることを、個々でまとめよう。<br>最後に、ワークシートを回収する。                        | ○：ワークシートに、考察したことや気付いたことなどをまとめる。                                                                                                                                                |                                                                  |

(7) ルーブリックと評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 評価項目<br>【観点】                                                                      | 評価方法        | 十分満足できると判断する状況（a）                                                     | おおむね満足できると判断できる状況（b）                                              | 努力を要すると判断される状況（c）                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 題意から適切に立式し、事象を数学的に捉えようとしている。また、人口の問題を通じて指数関数の増減をイメージし、表現することができる。<br>【数学的な見方や考え方】 | ワークシートの記述内容 | ワークシート②（2）に、的確に立式している。さらに、ワークシート①（3）と②（3）に、指数関数のグラフの特徴を的確に考察し、記述している。 | 「ワークシート②（2）への適切な立式」または、「ワークシート①（3）と②（3）へのグラフの特徴」のいずれかを考察し、記述している。 | ワークシートへの取り組み状況がよくない。指数関数の増減についての理解が、十分に見られない。 |

(8) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                                               | 対話的な学び                                                                      | 深い学び                                                                                          |
|------|----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 実践内容 | ワークシートに取り組む際に、効率よく数年後の人口を計算しようとする。増減率に注目し、グラフ化することにより増減の様子を把握しようとする。 | グループ学習を通し、「問題提起に対する立式」や「グラフの作成」などについて話し合うことで、自分の考えを他者へ伝え、他者の考えを受け入れようとしている。 | この課題に取り組む中で、指数関数の存在や特徴に気付き、既習の関数との相違点などを、ワークシートに記述している。また、工業科目で学んだことを踏まえて、対数関数を利用して考えることができる。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

機械科 37 名と、電子工学科 37 名の 2 クラスで、50 分×2 時間構成の授業実践を行った。1 時限目はワークシート①、2 時限目はワークシート②に取り組ませた（資料 1, 2, 3）。また授業の冒頭で、今回の課題学習のテーマ設定理由や評価規準について次のように説明した。

世界の人口増加率 1.2%，カタールの人口増加率 10.7%，日本の人口減少率 0.4%を用いて人口増減をシミュレーションする際、10 年後やそれ以降の動きにどの程度興味・関心をもって考察できるか、指数の必要性に気付き、関数電卓の活用によりグラフ化し特徴を掴むことができるかを目標とする。

（ループリックを提示し）評価は、ループリックに基づいて評価をする。正しい答えを導くことだけに拘りすぎず、思考過程やグラフについての考察内容により、よい評価が与えられる。

##### ○ ワークシート①（1）の記述内容について

初めに 2018 年の世界の人口を基に、1 年後・2 年後を計算させた。大半の生徒は  $\times (1+0.012)^n$  の形で計算できていた。 $\times 0.012^n$  で増加分を求めた後に、前年に加えて求めるという生徒もいた。中には割合が分かっておらず、 $\times 0.012^n$  と計算し減少していることに気付かない生徒や、 $\times 1.2^n$  と計算する生徒もいた。また、%を小数に正しく直すことができない生徒も若干見られた。

##### ○ ワークシート①（2）の記述内容について

次に 2019 年・2020 年の計算値を踏まえて、2028 年（10 年後）にどの程度の人口になっているかを、関数電卓を用いずに予想しその根拠を明確にするよう指示した。「1 年でおおよそ 1 億人ずつ増えているから、10 年後には 86 億人ぐらい」「1 年で 9,200 万人程増えているから、10 年ではその 10 倍の 9 億 2,000 万人増加で 85 億人ぐらい」「10 年後には、1.2%の 10 倍で 12%，76 億人に  $\times 0.12$  したのが増加分なので、91 億人ぐらい」などと予想していた。

グループ学習に形態を変え、(1) で立てた予想を比べさせ、数名の生徒を指名し発表もさせた。その後、関数電卓を用いて 2028 年のシミュレーションなどに取り組ませた。ここでは、割合に関する理解が乏しい生徒に対し、指導役に回る生徒が現れているグループが見られた。また、各グループに模造紙を準備しグラフを作成させた。模造紙の作業については、各グループで役割分担を考え、協力して作成するよう指示した。点をプロットし曲線で滑らかに結ぶよう指導したが、定規を当てて直線で結び、



【発表の様子】

折れ線で作成しているグループが見られた。



【模造紙にグラフをかく様子】



【折れ線で作成した模造紙】

○ ワークシート①（３）の記述内容について

増加率が高いカタールの例を、世界の人口に当てはめたときのシミュレーションをさせた。（２）の流れを踏まえたグループ活動であったので、方針を立てて取り組んでいる生徒が大半であった。関数電卓の機能により「2.109460858 E10」のような表示が出るため、「21,094,608,580」と読み替えができず戸惑っているグループが若干あった。また（２）と同じように模造紙にグラフ化させた。

○ ワークシート①（４）の記述内容について

グループ学習を終え、各々でまとめを行わせた。（２）と（３）の結果や、模造紙に作成したグラフをワークシートに再現し形状の比較により、まとめるよう指示した。想定以上にグループ学習に時間をかけてしまったため、個でのまとめの時間を十分に確保できなかったが、時間のなかでグラフの特徴や気付いたことをよくまとめた。ワークシートの記述例を挙げる。



【グループ学習のまとめの様子】

【ワークシートの記述例】

○計算について

- ・ 10年後の計算は最初 1.012 を 10 回かけていたが、後で 10 乗すればよいことに気付いた。
- ・ 人口増加の場合、( 前の年 )  $\times \left( \frac{101.2}{100} \right)^n$  の形である。
- ・ 計算の仕方と答えは合っていたが、1年ずつ順番に増加分を出し加えていったため、無駄な計算に時間をとられた。もっと頭を柔らかくしたい。

○増減について

- ・ 人口爆発が起こりそうだなと思った。増加率が 10.7%だと、人口がすごいことになる。
- ・ 1.2%の増加率だと、人が増えても大きく増加量は変わらず直線のグラフのように見える。10.7%だとなめらかな曲線のグラフで上がっていく。
- ・ どちらのケースも右上がりになっているものの、9.5%の差によって 2028 年には大きな差に変わっていった。
- ・ 世界の人口の 10 年後はだいたい予想どおりになり、カタールのペースだと 2 倍と少し大きめであった。（←（３）の計算を間違えている）
- ・ 1.2%、10.7%いずれのケースも同じような増え方をしている。（←比較できていない）



○ ワークシート②（１）の記述内容について

簡単に前時の振り返りを行った後に、同じような流れにより日本の人口の減少について問題提起した。0.4%の減少率を $\times(1-0.04)^n$ と扱っている生徒が大半であるが、最初は個々で考える時間としているため、割合を苦手になっている生徒は $\times(1-\bigcirc)^n$ と計算することが理解できないようであった。後のグループ学習で、分かっている生徒が分からない生徒に教える場面が見られ、ほぼ全員が理解した。

○ ワークシート②（２）の記述内容について

次に日本人が0.4%のペースで減少していくとき、一人になってしまうのは何年後なのかを、グループで式を立てて考察するよう指示した。生徒にとっては興味深い内容であったようで、グループでの学習が盛り上がりを見せた。②（２）の内容をループリックによる評価の材料としているため、机間指導によりグループ学習の様子を見て回った。目立った記述としては指数方程式を立てるのではなく、比例と考え1次方程式を解く生徒が多かった。また、驚いたのは、指数方程式を立てた後に未習である対数を用いて方程式を解いたグループが出たことである。これは、関数電卓の検定である計算技術検定2級の保有者は、対数の存在を若干知っているからだと後に分かった。逆関数というキーワードは登場していないが、指数と対数の関係という未習事項にアプローチできており、深い学びを実践した例であると考えられる。その他、ワークシートの記述例を挙げる。

【ワークシートの記述例】

- ・  $126,177,000 \times (0.996)^{\square}$  で、 $\square$ の数字を関数電卓でひたすら変えながら、1に近づけた。その結果、 $126,177,000 \times (0.996)^{4653} = 1.00388$  なので4,653年後となる。
- ・  $126,177,000 \times \left(\frac{99.6}{100}\right)^x = 1$  から  $\left(\frac{99.6}{100}\right)^x = \frac{1}{126,177,000}$  となり、 $\log_{\frac{99.6}{100}}\left(\frac{1}{126,177,000}\right) = 4653.966\dots$
- ・  $\log_{\frac{99.6}{100}}\left(\frac{1}{126,177,000}\right) = 4653.966232\dots$  から、 $126,177,000 \times (0.996)^{4653.96623} = 1.000000008$  ,  
 $126,177,000 \times (0.996)^{4653.966232} = 0.999999999$  なので、4653.96623年後。
- ・  $126,177,000 - (126,177,000 \times 0.004x) = 1$  から  $126,177,000 - 504,708x = 1$  なので、250年後。  
(←比例と考え、1次方程式を立てている)

○ ワークシート②（３）の記述内容について

前時と同じように、最後に個人でまとめを行った。ワークシートの記述例を挙げる。

【ワークシートの記述例】

○計算について

- ・ 日本人が1人になるのは1000年以上かかると思ったので、まず1000年で試してそれから年数を増やしていった。
- ・ 人口を  $a$  人、増加率を  $b$  %、 $x$  年ごとに变化する人数を  $y$  人とする、 $y = a \times \left(1 + \frac{b}{100}\right)^x$  という式で求められる。増加なら  $b$  はプラス、減少なら  $b$  はマイナス。
- ・  $\log$  を使うことを思い出した。 $\log_a b = C$  は、 $a^C = b$  だったはず。

○増減について

- ・ 日本の人口が、減っている傾向にあることに驚いた。一人になるのは、まだ先の方なので安心した。

- ・人口減少は最初の方は1年に約50万人だが、年がたつごとに減少数は減り、3000～4000年の間には50人程しか減らない計算になる。
- ・日本人が一人になるのは計算したら4654年後となったが、人がある程度減ったら一気に減ってもっと早く一人になってしまうのではと思った。
- ・増加のグラフは母数が大きくなるので増加量は少しずつ増えていくが、減少のグラフは母数が小さくなるので減少量が小さくなり、ゆるやかに減少していく。
- ・日本の人口はおよそ50万人ずつ減っていき、比例のようなグラフになる。（←比例として扱っている）

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

「授業の冒頭で、ループリックを生徒に提示し、評価の基準を明確にしておくこと」と、「授業後に、評価結果を生徒へ還元すること」の二つを実践した。

ワークシート内の3箇所（①（3）・②（3）・②（2））に絞って授業後に点検した。評価箇所、評価基準を明確にしておいたため、困ることもなくおよそループリックどおりに評価することができた。またグラフの評価については、正確さよりも増減の様子をかけているかを点検するようにした。前述のとおり、曲線を折れ線でかいているものについてはグラフの理解が十分ではないと判断したため、『c』となった生徒が当初の想定よりも若干多く出てしまった。評価の分布については、『b』が54.2%，『a』が27.4%，『c』が18.4%であった。また評価の例については、（資料4，5）のとおりである。

次の授業の前半に、評価したワークシートを返却することにより、評価結果を生徒に還元し知らせた。振り返りアンケートを用いて感想を聞いた。4割程の生徒が、「自分の予想どおりの評価であった」と答えていた。「予想どおり」、「予想よりよかった」と回答した生徒を合わせると9割程になり、おおむね評価結果について生徒は満足していたものと思われる。さらに、10点満点で2時間の課題学習を自己採点させた結果、平均6.86点となった。自己採点の結果にばらつきがあったが、点数の高い生徒は取組に手応えを感じており、逆に点数の低い生徒は数学への苦手意識が現れていると思われる。

## (3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

単元計画や授業計画を立てる際に、それぞれの時間について学習過程の位置付けを明確にして実施した。今回実践した課題学習は、学習過程の位置付けでは「D2」「A1」に相当する。指数関数のまとめを行い、それを踏まえて、人口問題という社会の問題を題材とし、現実の世界の事象についての学習を行った。生徒がこの問題に興味・関心をもち、数学の題材として扱おうとするかに注目していた。全体として取組が活発であり、アンケート結果からも分かるように想定以上に反応がよかった。

今回の課題学習では、興味・関心を持たせることや思考力・判断力・表現力を付けることを目的としたので、計算には関数電卓を用いた。しかし、学習過程の位置付けの「B」「C」の過程では、計算力や数学的に処理する力を付けることも必要なので関数電卓を使うのはふさわしくない。このように、学習過程の位置付けから育成を目指す資質・能力は何かを明確にして、そのための効果的な学習活動を設定することが重要である。

## (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

### ア 主体的な学びについて

生徒自らが、効率よくシミュレーションしようとする姿勢やグラフの増減をより深く分析しようとする姿勢で取り組めるよう、全体への解説や指示を控え、机間指導を密にすることに専念した。身近な話題でありグループ学習という形態からも、数学嫌いの生徒や苦手としている生徒からも、このよ

うな授業なら頑張れるという前向きな意見が挙がっており、主体性が現れたと考える。

#### イ 対話的な学びについて

グループ学習などを通し、意見交換や協働を経験する機会にしたいと考えた。前述のとおり指導役に回る生徒が現れたこと、模造紙作成の作業で役割分担によりグループ内である程度の協力ができていたことや、他者と自分の意見の共通点・相違点を表現する生徒が現れたことから、授業の活性化に一定の効果があったと考える。

#### ウ 深い学びについて

既習の関数との相違点、指数方程式の扱い、対数などの内容が生徒から出てくるか注目した。数学が得意な生徒や既に他分野で学習を済ませている生徒の影響により、発展的な学習にまで見通しを立てる生徒も見受けられた。一部の生徒にとって、深い学びにつながるような題材にすることができたと思う。

## 4 まとめ

### (1) 成果

生徒の振り返りアンケートの全体の結果は、(資料6)のとおりになった。課題学習への取組はおおむね良好であり、グループ学習に対しても積極性や意欲が見られ、このような形式の授業の意義を感じている様子であった。課題学習への取組、グループ学習の取組ともに9割以上の生徒が手ごたえを感じているようであった。またアンケート内の生徒の記述には、以下のようなものがあった。

#### 【振り返りシートアンケートの記述例】

##### ○課題学習について

- ・10年後の予想は難しかった。
- ・ $x$  年後を求めるための  $\log$  への式変形が難しかった。
- ・大きな紙にグラフをかきづらかった。もう少し用紙が小さくてもよかった。
- ・百分率の計算が思っていたよりもできなかった。
- ・グラフを見て、気付いたことをまとめることが難しかった。
- ・日本の人口を、電卓で一人まで減らすのに時間がかかった。
- ・数学が苦手ではあるが、こういうのは頑張りたい。

##### ○グループ学習について

- ・グループ学習であれば、ちゃんと学習に取り組むことができそう。
- ・グループワークは中学の時によくやっていたとてもよかったので、懐かしかった。こういう授業が増えるといいと思った。
- ・班で協力できてよかった。ただ効率が悪く、意見をまとめたりグラフを作成したりにするのに手間がかかった。
- ・グループのメンバーで話し合い、意見をまとめたり役割分担を決めたりするのが難しかった。
- ・予想がグループのみんなと違いすぎて戸惑った。改めて仲間の意見も大切だと思った。
- ・よく分からなくて難しかったが、いつもと違う感じで楽しかった。
- ・自分の発想・思考力に限界を感じた。
- ・近くで考えていない人がいたのでイヤだった。

グループ活動の場面と、個々での活動の場面との線引きをはっきりさせる必要性を感じている。2時間の実践の中でも、この二つの活動の区別を明確に指示するようにした。グループ学習に重点を置

き過ぎてしまうことにより、個々の生徒の理解度を把握しづらくなる。生徒側の視点では、グループで課題解決したことにより、自分も理解できたと勘違いが起きる。グループ学習で学び得たことを、もう一度個々の生徒が自分の力でまとめていくというプロセスを重視した。さらに、グループ活動の際には、本当に協働し学び合っているのか確認する必要があるため、机間指導しながら声かけを繰り返した。

また、生徒の反応や行動などを事前にある程度想定しておくことができたため、授業の進度やルーブリックによる評価を、それほど大きな変更することなく進めることができた。

## (2) 課題

今回の指数関数の課題学習を通じて、生徒がどの程度有用性を感じることができたのかを点検する工夫に欠けてしまった。「指数関数になりそうな身近な例を挙げさせる」など、もう一步踏み込んだ指導の工夫が必要だったと考える。

また生徒自身に「どこまでできていて、どこからができていないか」を気付かせることも、大切なプロセスであるが、振り返りの際に意識付けすることができなかった。ルーブリックはこのプロセスの一助になると考えられるので、評価のよしあしだけに注目させることなく、評価の結果から自己の振り返りをさせることまで発展させていくことが必要ではないか。ルーブリックを用いた評価については、信頼性のある評価が今後も課題になると思われるので、今回のように評価基準を明確にする必要がある。

## 5 おわりに

今回この高等学校教育課程課題研究の実践に携わり、いろいろな挑戦をした。生徒の学力層の2極化などの現状などもあり、実施前は不安であった。何事にも一生懸命に取り組むという生徒の気質にも助けられ、無事に実施しまとめることができた。

新学習指導要領の実施を間近に控え、授業形態や指導方法の工夫を更に充実させなければならず課題の多さを感じている。各学校の実情、生徒の実態を踏まえて目指すべき生徒像をはっきりさせることにより、生徒にとって最適な授業形態や指導方法を模索しなければならない。今後も、このような授業の研究や評価方法の研究を授業に取り入れ、実践例を増やしていき、多くの先生方と共有していきたい。

## 世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう

### ① 世界の人口は、爆発的に増加していく？

世界の人口は、年平均でおおよそ 1.2% ずつ増加している傾向にあるというデータがある。

- (1) 2018 年の世界人口 7,633,000,000 人を起点に、この増加率が続くとき、1 年後、2 年後の世界の人口はどの程度になっているか計算してみよう。また、その結果から 10 年後(2028 年)の世界の人口を予想しよう。ただし、根拠をはっきりさせること。

- (2) 10 年後の世界の人口をシミュレーションしよう。又、10 年後以降の様子を考えるため、各グループで横造紙にグラフ化してみよう。

- (3) カタールでは、人口が年平均でおおよそ 10.7% ずつ増加している傾向にあるという。この増加率を世界の人口に当てはめて、2028 年以降をシミュレーションしてみよう。又、同様に各グループでグラフ化してみよう。

- (4) (2)、(3)の計算結果やグラフの形状を比べることにより、考えられることや気がついたことを文章にしてまとめよう。

【グループのメンバー

### ② 日本の人口は？

では日本の人口。年平均でおおよそ 0.4% ずつ減少している傾向にあるというデータがある。

- (1) 2018 年の日本人口 126,177,000 人を起点に、この減少率が 2028 年まで続くとき、2028 年にはどの程度の人口になっているか？ 予想し、実際にシミュレーションしてみよう。

- (2) このままのペースで人口が減っていくとき、日本人が 1 人になってしまうのは何年後か？

- (3) 予想と実際の計算結果やグラフの概形を比べたり、「①世界の人口」の結果と比べたりする中で、考えられることや気がついたことを文章にしてまとめよう。

【数学Ⅱ 課題学習 ワークシート】

世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう

① 世界の人口は、爆発的に増加していく？

(1) 10 年後(2028 年)での世界の人口を予想する。(根拠も記述する)

|  |
|--|
|  |
|--|

(2) 実際に 10 年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)

又、各グループで横造紙にグラフ化する。

| 年     | 世界の人口           |
|-------|-----------------|
| 2018  | 7,633,000,000 人 |
| 2019  |                 |
| 2020  |                 |
| ..... | .....           |
| 2028  |                 |

(3) 増加率 10.7%として、10 年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)  
又、各グループでグラフ化する。

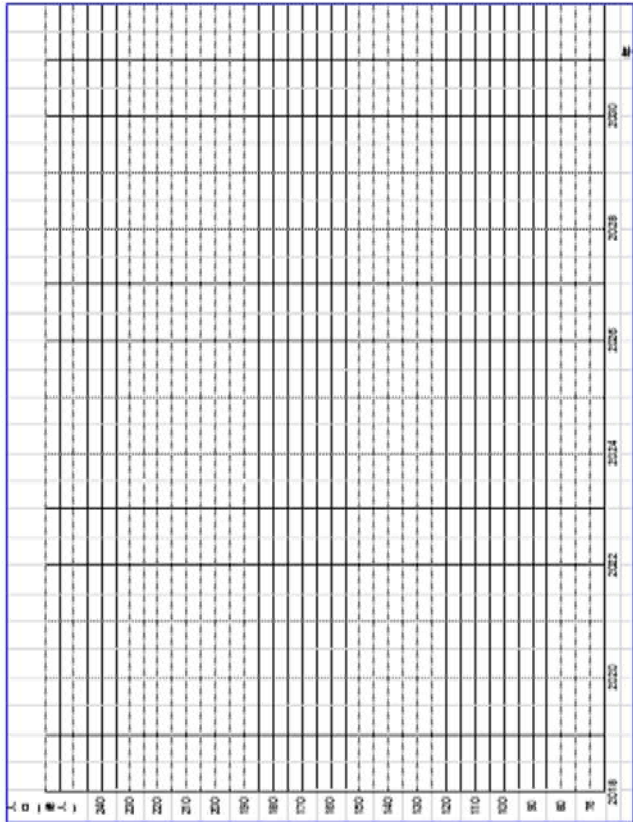
| 年     | 世界の人口           |
|-------|-----------------|
| 2018  | 7,633,000,000 人 |
| 2019  |                 |
| ..... | .....           |
| 2028  |                 |

(グループのメンバー

| 課題学習についてのルーブリック(評価基準) |                                                                       |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 3段階の評価                | 観 点 ( 数 学 的 な 見 方 や 考 え 方 )                                           |
| b(概ね満足できる)            | 「ワークシート①(4)、②(3)へのグラフの特徴」または、<br>「ワークシート②(2)への適切な立式」のいずれかを考察し、記述している。 |
| a(十分満足できる)            | 「ワークシート①(4)、②(3)」にグラフの特徴を適確に考察しており、<br>「ワークシート②(2)」に立式できている。          |
| c(努力を要する)             | ワークシートへの取組み状況が良くない、グラフの増減についての理解が<br>十分にみられない。                        |

(4) 題々でまとめを行う。

|  |
|--|
|  |
|--|





【数学Ⅱ 課題学習 ワークシート】  
② 日本の人口は？  
(1) 2028 年での日本の人口を予想する。(根拠も記述する)

実際に 2028 年での日本の人口をシミュレーションしてみる。(考察の過程も記述する)  
又、各グループで横造紙にグラフ化する。

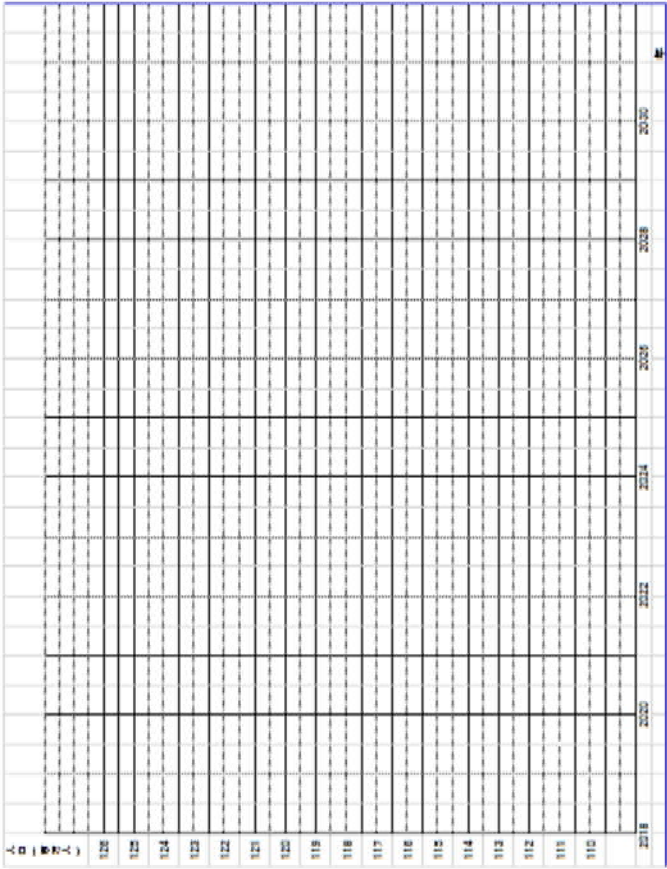
| 年     | 日本の人口         |
|-------|---------------|
| 2018  | 126,177,000 人 |
| 2019  |               |
| 2020  |               |
| ..... | .....         |
| 2028  |               |

(2) 日本人が1人になってしまうのは何年後か？ (考察の過程も記述する)

( )組( )番 名前( )

【グループのメンバー

(3) 個々でまとめを行う。



# 【資料4 評価例①】

世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう

① 世界の人口は、爆発的に増加していく？

(1) 10年後(2028年)での世界の人口を予想する。(根拠も記述する)

1,780,000,000 年々増加して10年後には18億人ほどになる。

(2) 実際に10年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)  
又、各グループで模造紙にグラフ化する。

| 年     | 世界の人口           |
|-------|-----------------|
| 2018  | 7,633,000,000 人 |
| 2019  | 7,729,996,000   |
| 2020  | 7,827,992,000   |
| ..... | .....           |
| 2028  | 8,600,000,000   |

$7633 \times 10^6 \times (1.0125)^{10} = 8600 \times 10^6$   
 $7633 \times 10^6 \times (1.0125)^{10}$

(3) 増加率1.25%として、10年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)  
又、各グループでグラフ化する。

| 年     | 世界の人口           |
|-------|-----------------|
| 2018  | 7,633,000,000 人 |
| 2019  | 7,727,711,000   |
| ..... | .....           |
| 2028  | 8,607,948,850   |

$7633 \times 10^6 \times (1.0125)^{10}$   
 $7633 \times 10^6 \times (1.0125)^{10}$

② 日本の人口は？

(1) 2028年までの日本の人口を予想する。(根拠も記述する)

126,177,000 年々減少して10年後には12億人ほどになる。

実際に2028年までの日本の人口をシミュレーションしてみる。(考察の過程も記述する)  
又、各グループで模造紙にグラフ化する。

| 年     | 日本の人口         |
|-------|---------------|
| 2018  | 126,177,000 人 |
| 2019  | 125,672,292   |
| 2020  | 125,169,600   |
| ..... | .....         |
| 2028  | 121,219,803   |

$126177 \times 100 \times (0.9975)^{10}$   
 $126177 \times 100 \times (0.9975)^{10}$

(2) 日本人が1人になってしまうのは何年後か？(考察の過程も記述する)

455,768,129 年後  
121,219,803 人を1人にするには  
式を立てる

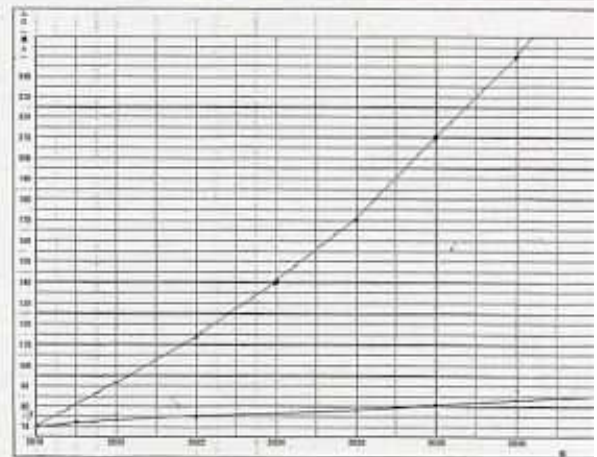
【グループのメンバー】

課題学習についてのルーブリック(評価基準)

| 達成度の評価     | 観点(数学的な見方や考え方)                                                 |
|------------|----------------------------------------------------------------|
| ①(概ね満足できる) | ワークシート①(3)、②(3)へのグラフの特徴または「ワークシート②(2)への適切な立式」のいずれかを考察し、記述している。 |
| ②(十分満足できる) | ワークシート①(3)、②(3)にグラフの特徴を正確に考察しており、ワークシート②(2)に立式できている。           |
| ③(努力を要する)  | ワークシートへの取組み状況が良くない。グラフの増減についての理解が十分にみられない。                     |

(4) 個々でまとめを行う。

1. 上のグラフは、人口が増えるグラフである。人口が増えるグラフは、人口が増えるグラフである。

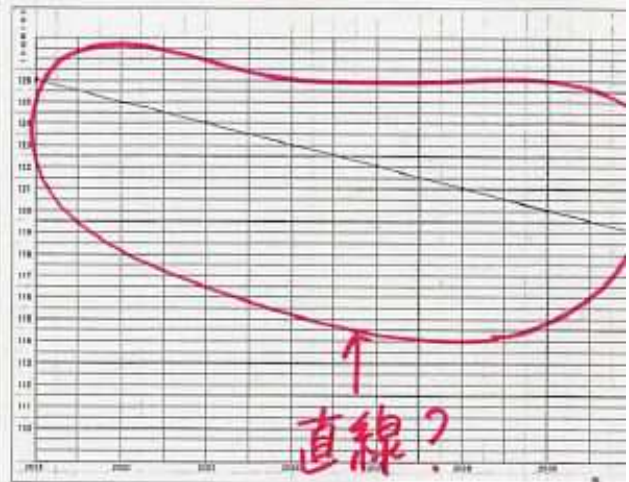


【グループのメンバー】

(3) 個々でまとめを行う。

日本の人口は減少している。人口が増えるグラフは、人口が増えるグラフである。

good!



## 【資料5 評価例②】

世界の人口・日本の人口の増減をシミュレーションしてみよう

① 世界の人口は、爆発的に増加していく？

(1) 10年後(2028年)での世界の人口を予想する。(根拠も記述する)

8,673,000,000人

1年ごとに約1億人増加しているため、10年後には約1億人増加すると思われる。

(2) 実際に10年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)

又、各グループで横道紙にグラフ化する。

| 年     | 世界の人口           |
|-------|-----------------|
| 2018  | 7,633,000,000 人 |
| 2019  | 7,724,576,000 人 |
| 2020  | 7,817,291,852 人 |
| ..... | .....           |
| 2028  | 8,600,036,341 人 |

(3) 増加率1.07%として、10年後の世界の人口をシミュレーションする。(考察の過程も記述する)

又、各グループでグラフ化する。

| 年     | 世界の人口                          |
|-------|--------------------------------|
| 2018  | 7,633,000,000 人                |
| 2019  | 8,449,951,000 人                |
| ..... | .....                          |
| 2028  | 2,107910858 $\times 10^{10}$ 人 |

② 日本の人口は？

(1) 2028年までの日本の人口を予想する。(根拠も記述する)

121,177,000人

毎年約50万人減少しているため、10年後には約50万人減少すると思われる。

実際に2028年までの日本の人口をシミュレーションしてみる。(考察の過程も記述する)

又、各グループで横道紙にグラフ化する。

| 年     | 日本の人口           |
|-------|-----------------|
| 2018  | 126,177,000 人   |
| 2019  | 125,672,792 人   |
| 2020  | 125,169,602.5 人 |
| ..... | .....           |
| 2028  | 121,214,805.2 人 |

(2) 日本人が1人になってしまうのは何年後か？(考察の過程も記述する)

毎年約50万人減少している。

$$126,177,000 \div 500,000 = 252.354$$

よって、約252年後には1人になると思われる。X ← 約252年後には1人になる。

$$126,177,000 \times \left(\frac{15.6}{100}\right)^x = 1$$

$$x = 4254 \text{ 約4254年後には1人になる。}$$

課題学習についてのルーブリック(評価基準)

| 3段階の評価     | 観点 ( 数学的な見方や考え方 )                                                        |
|------------|--------------------------------------------------------------------------|
| b(概ね満足できる) | 「ワークシート①(3)」「②(3)」へのグラフの特徴「または」<br>「ワークシート②(2)」への適切な立式」のいずれかを考察し、記述している。 |
| a(十分満足できる) | 「ワークシート①(3)」「②(3)」にグラフの特徴を正確に考察しており、<br>「ワークシート②(2)」に立式できている。            |
| a(努力を要する)  | ワークシートへの取組み状況が良くない。グラフの増減についての理解が<br>十分にみられない。                           |

④ 個々でまとめを行う。

12億7千万増加の場合、毎年約1億2千万増加する。  
10.7%増加の場合、毎年約8億1千万増加する。  
10.7%増加の場合、グラフは、自己一致になるはず。増加が速くなる。  
人口増加率、計算式は、 $1.07 \times \left(\frac{100}{100}\right)^x$  で、10年後の人口は、



④ 個々でまとめを行う。

1年約50万人減少している。  
10年約500万人減少している。  
1年約50万人減少している。単純に計算すると、25年後には1人になる。  
人口減少率、計算式は、 $1.07 \times \left(\frac{100}{100}\right)^x$  で、10年後の人口は、



O.K. 修正している!



【資料6 生徒の振り返りアンケートの結果】

○ 今回の課題学習全般について

(1) 課題の難易度は、あなたにとってどの程度でしたか。

|         |           |         |           |         |
|---------|-----------|---------|-----------|---------|
| ① 難しかった | ② やや難しかった | ③ 普通だった | ④ やや易しかった | ⑤ 易しかった |
| 15.5%   | 45.1%     | 26.7%   | 8.5%      | 4.2%    |

(2) 課題には意欲的に取り組むことができましたか。

|         |              |               |
|---------|--------------|---------------|
| ① 取り組めた | ② それなりに取り組めた | ③ あまり取り組めなかった |
| 42.3%   | 52.1%        | 5.6%          |

(3) グループでの活動に、どの程度参加できましたか。

|             |              |              |
|-------------|--------------|--------------|
| ① 積極的に参加できた | ② それなりに参加できた | ③ あまり参加しなかった |
| 43.7%       | 50.7%        | 5.6%         |

(4) 今回の課題学習により、指数関数の有用性を感じましたか。

|         |            |             |            |
|---------|------------|-------------|------------|
| ① 強く感じた | ② それなりに感じた | ③ あまり感じなかった | ④ 全く感じなかった |
| 11.3%   | 71.8%      | 15.5%       | 1.4%       |

(5) 今回の課題学習で、考える力(考えようとする力)は身に付いたと思いますか。

|        |           |           |          |
|--------|-----------|-----------|----------|
| ① 強く思う | ② それなりに思う | ③ あまり思わない | ④ 全く思わない |
| 15.5%  | 66.2%     | 16.9%     | 1.4%     |

(6) 課題を解決する際、グループの意義についてどう感じましたか。

|             |          |              |
|-------------|----------|--------------|
| ① 非常に大切と感じた | ② 大切と感じた | ③ 特に何も感じなかった |
| 43.7%       | 46.5%    | 9.8%         |

(7) 今後もこのような形式の授業を期待しますか。

|          |        |            |           |
|----------|--------|------------|-----------|
| ① 強く期待する | ② 期待する | ③ あまり期待しない | ④ 全く期待しない |
| 19.7%    | 57.8%  | 19.7%      | 2.8%      |

(8) ルーブリックに基づき、皆さんを評価しました。予想していた自分の評価と比べて、どうでしたか。

|                |            |             |            |
|----------------|------------|-------------|------------|
| ① 予想よりはるかによかった | ② 予想よりよかった | ③ 予想どおりであった | ④ 予想より悪かった |
| 7.1%           | 45.7%      | 44.4%       | 2.8%       |

(9) 2時間の課題学習を振り返り、自己採点してください(10点満点として)。

平均点:6.86 点

○ 数学の授業全般について

(10) 今回の授業と一斉授業を比べてください。

|             |                     |           |
|-------------|---------------------|-----------|
| ① 一斉授業の方がよい | ② 実技、計測やグループ学習の方がよい | ③ どちらでもない |
| 35.2%       | 46.5%               | 18.3%     |

(11) グループ学習についてどう思いますか。

|                    |                    |          |
|--------------------|--------------------|----------|
| ① 得意であり、まとめることができる | ② それなりに得意であり、協力できる | ③ 不得意である |
| 4.2%               | 78.9%              | 16.9%    |

(12) 身近な課題を解決するために、数学はどの程度必要だと思いますか。

|            |              |               |
|------------|--------------|---------------|
| ① 絶対に必要である | ② それなりに必要である | ③ あまり必要性を感じない |
| 25.7%      | 67.1%        | 7.2%          |

## 微分法における単元を見通した指導について

### 1 はじめに

私は本校の2年生理系クラス（2クラス3展開の上位30名）に対して数学Ⅱの授業を週4回受け持っている。その授業で2学期当初から学習する単元である微分法は、有用性を感じさせる指導が難しいように思う。定義に従って微分することの意義、新しい記号や表記の意味、結果的には何を学び、何に生かせる分野なのかといったことが、1回だけの授業では伝わりにくいからである。そこで、単元を見通した丁寧な説明や板書、発問の工夫を通して発見的に気付かせることで微分法のよさを理解させ、解答を導ける思考力や正しい表現ができる力を身に付けさせたい。また、プリントを利用し、最後にそれを集めることで、時間短縮に加え、形に残る正確な評価ができると考え実践した。

### 2 指導計画

#### (1) 指導学年、科目、単元名

指導学年：第2学年

科 目：数学Ⅱ

単 元 名：微分法

#### (2) 単元目標

微分法の考えについて理解し、それらの有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できるようにする。

#### (3) 単元計画

| 単元の評価規準                   |                         |                                |       |   |                          |   |                                     |                               |  |
|---------------------------|-------------------------|--------------------------------|-------|---|--------------------------|---|-------------------------------------|-------------------------------|--|
| ①関心・意欲・態度                 |                         | ②数学的な見方や考え方                    |       |   | ③数学的な技能                  |   |                                     | ④知識・理解                        |  |
| 授業態度が良好で、プリントへの取組も積極的である。 |                         | 微分係数や導関数を利用し、関数の増減・極値などを考察できる。 |       |   | 数式を正確に表現でき、正しい計算や解答ができる。 |   |                                     | 微分法の定義、微分係数や導関数の有用性などを理解している。 |  |
| 時限                        | 学習内容<br>学習過程の位置付け       | 学習活動                           | 評価の観点 |   |                          |   | 評価規準                                | 評価方法                          |  |
|                           |                         |                                | ①     | ② | ③                        | ④ |                                     |                               |  |
| 1                         | 平均変化率<br>極限值 <b>A 2</b> | 平均変化率、極限值について学ぶ。               |       |   |                          | ○ | 平均変化率、極限値の意味を理解している。                | 授業態度<br>解答・返答の正確性             |  |
| 2                         | 微分係数<br>導関数 <b>B</b>    | 微分係数、導関数について学ぶ。                |       |   |                          | ○ | 微分係数、導関数の意味を理解している。                 | 授業態度<br>解答・返答の正確性             |  |
| 3                         | 微分<br><b>C</b>          | 微分の計算を行う。                      |       |   | ○                        |   | 微分の計算を正確にできる。                       | 授業態度<br>解答・返答の正確性             |  |
| 4                         | 接線の方程式<br><b>D 2</b>    | 接線の方程式を求める。                    |       | ○ |                          |   | 微分法を用いて接線の方程式を考察できる。                | 授業態度<br>解答・返答の正確性             |  |
| 5<br>本時                   | 関数の増減<br><b>D 2</b>     | 関数の増減・極値を調べ、グラフをかく。            |       | ○ |                          |   | 導関数のよさを認識し、関数の増減・極値を調べ、増減表やグラフをかける。 | 授業態度<br>解答・返答の正確性<br>プリントの取組  |  |

#### (4) 本時の目標

平均変化率、極限值、微分係数、導関数の学習により学んだことを利用して、関数の増減や極値について考察し、グラフをかくことができる。

## (5) 本時の主となる課題（発問）とその設定理由

「微分係数を調べることが正確なグラフの完成につながることに気付かせること」を課題とする。微分係数を見て、ある1点で増加するのか減少するのかを思考させる。極値をとる点はどのようにして見つけるかを考えて判断させる。最終的にはどんなグラフが完成するのかを考え表現させる。

これらの数学的活動を通して、この単元で学習してきたことが関数のグラフの考察に生かされるという発見につながり、微分法の有用性の認識や深い理解を与えると考えられる。

また、例題の解説において発問や板書を利用して思考力や判断力が育成されているか、さらに、最後にプリントを回収することでそれらを正しく表現できているかを見て、より正確な評価につなげたい。

## (6) 本時の展開

|     | 学習内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 学習活動                                                                                                       | 指導上の留意点・評価                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導入  | 前回までのまとめと、本時の目標を確認                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 説明を聞く。                                                                                                     | これまで学んだことを確認させる。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 展開  | <p>例8～10・例題5を4問まとめて解説する。</p> <p>(1) <math>f(x) = x^3 - 3x</math></p> <p>(2) <math>f(x) = x^3</math></p> <p>(3) <math>f(x) = -x^3 - x</math></p> <p>(4) <math>f(x) = x^3 - 3x^2 + 3</math></p> <p>練習 15</p> <p>(1) <math>f(x) = x^3 - 6x^2 + 5</math></p> <p>(2) <math>f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 1</math></p> <p>(3) <math>f(x) = -x^3</math></p> <p>(4) <math>f(x) = x^3 + 2x</math></p> | <p>説明を聞く。<br/>関数の増減を考える。<br/>関数の極値を考える。<br/>グラフを考える。</p> <p>問題を解く。<br/>始めは自分の力で解き、<br/>後で周囲と相談や確認をさせる。</p> | <p>微分して導関数を正確に求めさせる。<br/><math>f'(x) = 0</math>の解を求め、関数の増減を考えさせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>どこで増加するのか、どこで減少するのかを考える。</li> <li>どこで極値をとるのかを判断する。</li> <li>どんなグラフが完成するのかを考え、それを表現する。</li> </ul> <p>上記の3点などを意識して生徒とやりとりしながら、全員で一緒に問題を4問解く。</p> <p><b>数学的な見方・考え方</b></p> <p>例題から学んだことを生かして実際に問題を解くことで理解度を測る。<br/>始めから人に頼らず、まずは自力で解かせる。<br/>相談と私語を区別し、騒がしくなりすぎないように配慮する。</p> |
| まとめ | 微分法の有用性の確認                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 説明を聞く。                                                                                                     | プリントを回収し、事後評価する。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

## (7) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 学習の目標<br>(観点)                        | 評価方法                         | 評価規準                                                | 十分満足できると判断する状況 (a)                                          | 努力を要すると判断された生徒への対応 (c)             |
|--------------------------------------|------------------------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|------------------------------------|
|                                      |                              | おおむね満足できると判断できる状況 (b)                               |                                                             |                                    |
| 関数の増減・極値を考察し、グラフをかく。<br>(数学的な見方や考え方) | 授業態度<br>プリントの取組<br>返答・解答の正確性 | 微分法により、関数のグラフ上の点における微分係数を求めることで、増減や極値を調べ、グラフがかけられる。 | 微分法により、関数のグラフ上の点における微分係数を求めることで、増減・極値を調べ、グラフも早く正確にかくことができる。 | 微分法の定義や目的の再確認をさせ、周囲と協力して正確な計算をさせる。 |

(8) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                                                                      | 対話的な学び                                                                                      | 深い学び                                                                                        |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 実践内容 | 微分係数を求めることが、何にどう生かされるのかを考えさせ、関数のグラフを正確にかくことにつながることを理解させる。<br>また、問題演習では、まずは人と相談せず自力で問題を解かせる。 | 微分係数を見て、その点における増減を答えさせる。関数の増減や極値を考えさせる発問をする。<br>また、問題演習では、ある程度時間が経ったら周囲と相談し答え合わせや解法の確認をさせる。 | 微分係数を調べることで、関数の増減・極値を調べ、グラフをかくことは、次数が増えても可能であることを気付かせる。<br>また、微分係数がゼロでも極値をとるとは限らないことも理解させる。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

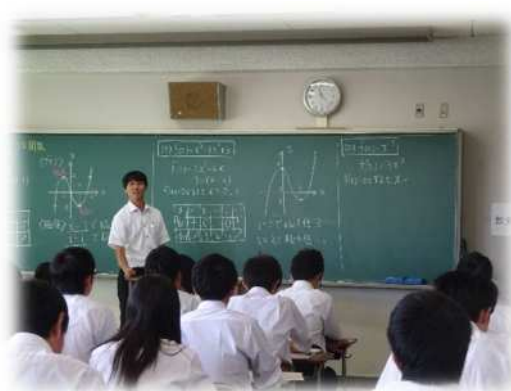
この単元を見通した指導で、平均変化率、極限值、微分係数、導関数、接線の傾きの順にキーワードを与え、それらについて詳しく扱ってきた。その度に例題解説や問題演習を行い、発問や説明を増やして丁寧な板書をする中で、生徒全員の理解を目指してきた。また、授業の取組や解答・返答の正確性を見て評価をしてきた。

最後に研究授業として行った授業では、それらの点と点が一つの線につながる授業を意識した。これまで断片的に理解してきたことがどういう関連があるのかが分かって理解が深まることを目標に、増減表や極値について考察し、最終的には3次関数のグラフの完成を目指した授業を行うことができた。

50分の授業の中に多くの数学的活動が入っていて、生徒は大変だったかもしれないが最後まで意欲的に取り組んでいた。これらは初めて学んだ内容だったが理解度も高かった。ただ、例題の解説に時間がかかり、残りの時間内に問題演習を最後までやりきれた生徒は少なかった。生徒はチャイムが鳴っても夢中になっており、そのまま続いていた。回収したプリントは全員分のコピーを取ってその日のうちに返却すると、次回までには全員が完成させてきた。



【前時までの確認】



【例題の解説・発問】





【問題の演習】



【周囲と相談】

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

始めの数回の授業ではノート点検などは行っていないため、評価する手段が、授業中の観察のみである。質問した生徒の返答や、板書させた生徒の解答の正確性を見て評価するしかないというのが現状であった。

最後の研究授業ではそれに加えて、プリントに記入させ、それを授業の終わりに回収することでその取組を評価することができた。まず、復習と例題ではほとんどの生徒は板書を写しており、内容にほとんど差はない。しかし、問題演習をさせると、残り時間内に何問解くことができたか、それが正解にたどり着いているかなどに個人差が見られた。さらに、グラフの概形の細かい部分で、例えば増加は増加でも、直線のような増加になっていないか、急激な増加と緩やかな増加の区別がきちんと表現できているかという所を正確に見ることができた。微分係数が変わっていくということは、接線の傾きが変わっていくということであり、それを正しく理解し、より正確に表現できた生徒を高く評価するべきであると考えられる。

以上により、解くことができた問題数とそのグラフの正確性を総合的に判断して評価をすると、評価 a が 6 人、評価 b が 24 人、評価 c は 0 人という結果になった。次回の授業で、生徒には概評的な話はしたが、一人一人に評価結果は伝えていない。その理由は問題演習の時間が十分には確保できなかったからである。まだ学習を進めている途中の段階であり、全員が今後の家庭学習等を通して理解を深めることを期待したい。

## (3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

まず、平均変化率の学習をしている段階では、a から b までの変化率について考えることで、事象の数学化を行い、問題を数学的に表現できた。次に極限值について考え、不定形にならないようにするにはどう変形してから求めればよいかを判断させることができた。そのあとに微分をするときは、定義を使わないで簡単に導関数を求めることに焦点化して、ただの作業だけにならないように問題を解くことができた。さらに、接線の方程式を問う場面では、微分法の有用性を認識させ、図や解答に表現させることができた。

このように単元を通して数学的活動を多く行うことで生徒の理解を深め、最後の研究授業ではこれまでの集大成として、3次関数の増減・極値・グラフを完成させることができた。1回の授業だけでは伝わりにくい分野であったが、毎回の授業の位置付けを整理することで有意義な学習の手助けになったと考えられる。

#### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

単元を通して常に問題演習があり、その時間で自力で解くことになるので毎回主体的な学びは行っている。特にこの分野は、簡単な問題でもそれを学ぶ意義や毎回の内容のつながりがすぐには見えてこないで常に頭を働かせて話を聞く必要があったと思われる。最終的にはそれがグラフの完成につながるという発見をし、有意義な学びになっていた。

また、全ての授業で生徒への発問や対話を通して一方的でない授業を心がけた。特に最後の研究授業では生徒同士で相談する時間も与え、互いに教え合うことで相互の理解を深める対話的な学びを体験することができた。

さらにこの後も、最大・最小の問題、文章問題、実数解の個数の問題、不等式の証明と続き、充実した応用問題演習ができる。その上でも、ここで築いた知識の土台がこのあとも重要な意味を持ち、生かされていくことを身をもって知り、生徒一人一人の深い学びへとつながっていくことに期待したい。

## 4 まとめ

### (1) 成果

今回の研究のために、特別な活動はほとんど何もしていない。あくまでもふだんどおりの授業、ふだんどおりの教科指導の中で、「数学的活動」「数学的な見方・考え方」「思考力・判断力・表現力」「主体的・対話的で深い学び」というキーワードを意識し、計画を立て、実践し、評価し、それらを分析につなげることが目的であった。

特に数学的活動はいつもどおりを心がけた。例題を解説し、発問し、生徒と対話し、問題演習をさせる。時には生徒同士で相談させたり、課題を提出させたりもした。いずれもありふれた指導であり、どんな学校のどんな教員でも行っていることである。これらを繰り返し、「主体的」と「対話的」を使い分け、飽きさせない指導がある程度以上はできていたと考えている。

その中で、微分して導関数を求め、増減を考える「思考力」、増減表にまとめ、極値を見極める「判断力」、これらを基に3次関数のグラフを完成させる「表現力」が研ぎ済まされていけたかどうかが重要である。授業プリントの評価・分析、後に行われた定期考査の結果を踏まえてもある程度はできたと判断できる。今後も続く微分法の学習、更に積分法や数学Ⅲの学習につながる「深い学び」になっていることを期待している。

### (2) 課題

最も難しかったのは、生徒が持っている「数学的な見方や考え方」を表現させ、それを評価につなげることである。ふだんどおり教科書を進める授業の中で、生徒の考えたことや判断したことを全員に書かせて回収し、公平さを保ったまま評価することは容易ではなかった。今回はグラフの正確性を見ることである程度評価はできた。しかしもっと根本の部分で、微分係数の考察がグラフの増減を示していることに気付いているか、発見できているか、のような見方や考え方を引き出す工夫が足りず、評価するには届かなかったと考える。

発問や対話の中でその生徒一人に対してはできるかもしれない。しかし、全員を対象に「数学的な見方や考え方」の評価をするには、もっといっそうの努力と準備、工夫、アイディアが必要だと感じた。

## 5 おわりに

新学習指導要領や新入試制度がもたらす新しい時代の数学教育は、これまでのように単に知識を与え、定理や公式を覚え、問題が解ければよいというだけのものではない。さまざまな事象を数学的に捉え、問題を焦点化し本当の意味で解決する力を身に付けさせなければならない。また、自分自身が理解するだけでなく、他者に説明したり的確に表現したりする能力も不可欠である。これらの力、すなわち「思考力・判断力・表現力」を身に付けさせるには、どのような授業・教科指導を行えばよいかを教員自身も日々研究し、研鑽を積まなければならない。日常の授業において、どのような意識でどのような工夫を取り入れればより深い学びにつながるかを考えることを忘れずにいたい。

今回の研究では一定の成果を得るとともに、教科書から脱線せずに的確な指導をし続けることや、公平で的を射た評価を全員に対してすることの難しさを知ることができた。考查範囲まで進みたい、成績も落とさないように指導したい、と考えるのは当然であるが、生徒の視点を無視して、活動も対話もない指導では時代に沿わない。考查の結果や偏差値、提出物の状況しか見ていない評価手法も、これから社会が求める人材の育成にはつながらない。教育の本来の目的と、目先に迫ったノルマの狭間で葛藤することはこれからも続くであろうが、この経験を糧に一つの単位を通した指導の中の「深い学び」を追求していきたい。

## 数列における単元を見通した指導について

### 1 はじめに

本校は普通科と総合ビジネス科の併設校で、第2学年は普通科5クラス、総合ビジネス科2クラスで構成される。2年生に限らず、多くの生徒が素直で、こちらが提示した課題には真面目に取り組むことができる。しかし、学習に対しての興味・関心があまり高いとは言えず、自主的に学習に取り組むことに課題がある。

本報告は、理系2年生の生徒を対象に、漸化式の導入において「数列の一意性」に目を向けてもらうために行った試みに関するものである。高等学校数学科の授業は、指導する事柄（定義・定理など）を始めに与え、その事柄を用いて問題を解く、という形式で行われることがほとんどではないかと思われる。特に、数列、とりわけ漸化式に関しては、漸化式で定義された数列の一般項を求めるための解法に重点を置かれることが多いのではないだろうか。そのためか、数列の漸化式での定義は一意性という点において優れた定義であることを生徒が認識することはまれであると思われる。そこで、漸化式での定義の優位性を認識するために、数列の具体的な項の値から一般項を類推するという方法では一意性が必ずしも得られないことを生徒自身の体験から学んでもらうということを試みたい。この試みを通して、生徒たちに与えられた漸化式から一般項を求めることの意義を少しでも感じてもらえればと思う。

### 2 指導計画

#### (1) 指導学年、科目、単元名

指導学年：第2学年（理系）

科 目：数学B

単 元 名：第3章 数列

#### (2) 単元目標

- ・ 数列の概念を理解し、数列の規則性を見つけ、一般項を求めようとする。
- ・ 等差数列・等比数列の定義や性質を理解し、一般項や和を求めることができる。
- ・ 漸化式から一般項を求めることができる。
- ・ 数学的帰納法を理解し、等式や不等式の証明に利用することができる。

#### (3) 単元計画

| 単元の評価規準                                                            |                                                                      |                                             |                                          |
|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------|
| ① 関心・意欲・態度                                                         | ② 数学的な見方や考え方                                                         | ③ 数学的な技能                                    | ④ 知識・理解                                  |
| 数列の論理や体系に関心をもつとともに、数学のよさを認識し、それらを事象の考察に積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断しようとする。 | 事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、数学的な見方や考え方を身に付けている。 | 数列において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。 | 数列における基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、知識を身に付けている。 |

| 時限 | 学習内容<br>数学的活動の位置付け | 学習活動                                | 評価の観点 |   |   |   | 評価規準                          | 評価方法           |
|----|--------------------|-------------------------------------|-------|---|---|---|-------------------------------|----------------|
|    |                    |                                     | ①     | ② | ③ | ④ |                               |                |
| 1  | 数列と一般項<br>A 2      | 数列の概念を理解し、数列の規則性を見つけ、一般項を求めようとする。   | ○     |   |   |   | 与えられた一般項から具体的な項を求めようとする。      | 発問に対する反応       |
| 2  | 等差数列<br>B          | 等差数列の定義や性質を理解し、一般項を求めることができる。       |       | ○ |   |   | 等差数列の一般項を求めることができる。           | ノートの観察         |
| 3  | 等差数列の和<br>C        | 和の公式を利用して、いろいろな問題を解くことができる。         |       |   | ○ |   | 等差数列の和を求めることができる。             | ノートの観察         |
| 4  | 等比数列<br>B          | 等比数列の定義や性質を理解し、一般項を求めることができる。       |       | ○ |   |   | 等比数列の一般項を求めることができる。           | ノートの観察         |
| 5  | 等比数列の和<br>C        | 和の公式を利用して、いろいろな問題を解くことができる。         |       |   | ○ |   | 等比数列の和を求めることができる。             | ノートの観察         |
| 6  | 和の記号 $\Sigma$<br>C | 公式を利用して、和を求めることができる。                |       |   |   | ○ | $\Sigma$ 記号を自由に活用できる。         | ノートの観察         |
| 7  | 階差数列<br>C          | 階差数列の定義や性質を理解し、もとの数列の一般項を求めることができる。 |       |   | ○ |   | 与えられた階差数列をもつ数列の一般項を求めることができる。 | ノートの観察         |
| 8  | いろいろな数列の和<br>D 2   | 部分分数分解などの工夫を見つけようとしている。             |       |   |   | ○ | 和の求め方を活用することができる。             | ノートの観察         |
| 9  | 漸化式<br>A 2<br>本時   | 漸化式から一般項を求めることができる。                 |       | ○ |   |   | 与えられた数列を等差数列や等比数列に帰着できる。      | ノート及びワークシートの観察 |
| 10 | 数学的帰納法<br>B        | 数学的帰納法を理解し、等式や不等式の証明に利用できる。         |       |   | ○ |   | 数学的帰納法を用いて等式を証明できる。           | ノートの観察         |

#### (4) 本時の目標

数列の初項から第3項までの値から一般項を類推する難しさと多様な解があることを通して、漸化式の有用性（主に一意性）を伝える。

#### (5) 本時の主となる課題（発問）とその設定理由

- ・ 数列の一般項を考える。
- ・ 初項から第3項までの数列から一般項の類推をする。
- ・ 出題者の一般項と解答者の一般項が一致しているかどうかを確認する。

上記の手順を踏ませた上で、出題者の一般項と解答者の一般項が一致していない例が出ることを期待する。その例をもとに、数列の具体的な項の値から特定の一般項を導くことの難しさ（一意性のなさ）を伝え、漸化式（数列の帰納的定義）の導入としたい。

## (6) 本時の展開

|       | 学 習 内 容<br>数学的活動の位置付け                                                                                                        | 学 習 活 動                                                                                                                                                                       | 指導上の留意点・評価                                                                                              |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導 入   | ・ 前回の宿題の答え合わせと本時の授業の説明                                                                                                       | ・ 前回の内容を宿題の答え合わせを通して振り返る。<br>・ 本時の取組の説明を聴く。                                                                                                                                   | ・ ワークシートを配布し、本時の内容を説明する。                                                                                |
| 展 開   | ・ 数列の一般項を自分で考え、第1項から第3項までを書き並べる。<br><br>・ ペアをつくり、自分の数列（初項から3項）をペアに見せ、互いに一般項を類推する。 <b>A2</b><br><br>・ 一定の時間が経過したところで答え合わせをする。 | ・ 数列の一般項を自分で考える。（等差・等比数列でなくてもよい。）<br><br>・ ペアの人に自分の数列の一般項を類推してもらうとともに、相手の数列の一般項を類推する。<br><br>・ 解答者の一般項が、出題者の提示した3項を満たしているかどうかを確認する。<br>・ 時間に余裕があれば、出題者と解答者の一般項が一致していない例を発表する。 | ・ 相手の数列の一般項を類推する際、複数の可能性はないかを確認する。<br><br>・ 出題者と解答者の一般項が一致しているかどうかを確認する。3項からの類推では、一般項の一意性が保たれないことを確認する。 |
| ま と め | ・ 本時のまとめと次回の予告（漸化式）をする。                                                                                                      | ・ まとめを聴く。<br>・ ワークシートを提出する。                                                                                                                                                   | ・ 板書等を利用して本時のまとめを行う。                                                                                    |

## (7) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 学習の目標（観点）                                          | 評価方法          | 評価規準                             | 十分満足できると判断する状況<br>(a)        | 努力を要すると判断された生徒への対応<br>(c) |
|----------------------------------------------------|---------------|----------------------------------|------------------------------|---------------------------|
|                                                    |               | おおむね満足できると判断できる状況<br>(b)         |                              |                           |
| 与えられた数列の項から一般項を類推するとともに一意性の重要性を知る。<br>(数学的な見方・考え方) | ワークシートの記述及び観察 | 与えられた3項から一般項をその手順も含めて類推することができる。 | 3項の値をみたと数列の一般項を複数提示することができる。 | 机間指導の際に一般項の求め方の一つを提示する。   |

## (8) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                                                                       | 対話的な学び                                          | 深い学び                              |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------|
| 実践内容 | 与えられた数列の一般項を求めるのではなく、出題者の立場となって一般項を用意し、その数列の具体的な項（初項から第3項まで）から一般項が求められるかを確認する（ペアの人に確認してもらう）。 | ペアワーク（出題と採点）で出題者の用意した一般項と解答者の一般項が一致するかどうかを検討する。 | まとめの際に、漸化式の定義における数列の一意性について認識をする。 |

## 3 実践報告と考察

### (1) 学習活動について

#### ア 実践報告

個人で考える部分（作問）に関しては、こちらが想定するより時間がかかった生徒が多かった。作問に時間をかけたにも関わらず、“奇抜”な数列を挙げる生徒は皆無であった。特に、等差数列（自然



数の列、奇数の列、偶数の列)を例に挙げた(出題した)生徒が16人中11人もいた。この時点で、今回の意図(3項目までが一致する複数の数列の提示)から大きく外れてしまう(複数の一般項の提示に時間がかかる)ことに、恥ずかしながら実施後に気が付いた。

一方で、ペアワーク・グループワークに関しては、こちらが想定する以上に積極的に取り組む姿勢が見られた。しかし、話の内容は充実しているとは言い難いものであった。



【個人で考えている様子】



【グループで協議している様子①】



【グループで協議している様子②】



【発表している様子】

#### イ 考察

まず、今回の授業に関して改善すべき点について述べる。等差数列の例もできれば活用したいのだが、ここまで等差数列に偏ってしまうとここでの意図から外れてしまう。そこで、次の機会では「等差数列・等比数列以外の数列」のようにやや限定された状態で行ってみたい。次にワークシートだが、今回使用したのは(資料1)と(資料2)である。

ワークシートB(資料2)に「推測の過程」なども書く(そしてこちらが評価できる)欄を設けるべきであったが、仮に設けたとしても今回のように多くの例が等差数列の場合は「推測の過程」を文章で表現するのは難しいと思われる。(「思いついた」と言われればそれ以上のものは出ない。)やはり、こちらが例(出題)にある程度の制約を設ける必要がある。一方で、第3項までが一致する“別の”一般項に関しては、例えば「 $a_n = 2n$  と  $a_n = 4 \cdot \frac{1}{2}n$ 」のように、本質的に同じ一般項のものを“別”と『判断』してしまう生徒が少なからずいた(資料3)。また、多くの生徒はやや積極性に欠ける部分があり、時間もそれ程与えることができなかったことも相まって「授業の感想」を記入する者が少なかった。

#### (2) 評価(と評価結果の生徒への還元)について

今回、上述のように、生徒たちのワークシートは等差数列のものばかりで「ほぼ横一線」となって

しまった。(等差数列 11 人, 等比数列 5 人で, 等比数列の 5 例のうち 2 人は一般項と「初項からの 3 項」が一致していない。) また, 上述のように, 初項から第 3 項までが共通するような 2 つの数列を考えてほしかったのだが, 単なる表記上の違いを“別の”数列と『判断』してしまうことが想定できなかった。やはり今回の主題である「同一の 3 項をもつ複数の数列」が提示できてこそその「評価」であるとする。以上の理由から, 今回は「評価」自体が難しい結果となってしまった。今回の反省を基に修正・改善し, 「評価」ができるような形に整えて再挑戦したい。

今回の試みで達した一つの仮説の検証をする上でも, 生徒たちに『思考力』『判断力』『表現力』を養成することを目標に見据えた知識・技能の習得をさせて, この試みに協力してくれた生徒たちに還元していきたいと考えている。

さらに, 今回はグループワーク後に各グループに発表をさせたが, 企画者である私よりも生徒たちの方がグループワークや発表そのものには慣れており, 発表の仕方についても評価の規準を設けるべきと考えた。次の機会では, 発表も『表現力』の観点で評価したい。

### (3) 数学的活動(学習過程の位置付け)について

「学習活動について」の「イ 考察」でも述べたが, 生徒たちに一定量以上の知識が定着していない現状はあるが, 活発なグループワークを行うための工夫や働きかけが必要であることを痛感した。活発な議論が行われるとは, 生徒たちが「主体的」に発言し, 「対話」において相手の意見を冷静に「判断」し, ときには受け入れる姿勢を持ち, より正確に自分の意見を「表現」することであるとする。生徒たちの知識量を的確に把握し, 「教え込み」にならないように気を付けながら必要な働きかけを行い, 生徒たちの「考える」「判断する」場面をつくっていけるように心がけていきたい。

### (4) 学習活動の工夫(主体的・対話的で深い学びの実現に向けて)

今回, 自分自身は数学の授業としては初めてグループワークを試みたが, 数列に対する苦手意識は活動しだいである程度払拭できるのではないと思われる。グループワークには「主体性」と「対話」があり, それによって「深い」学習効果が期待できるからである。ただ, 題材や形式が吟味し切れていないこともあり, 今回の 2 (8) で述べた「主体的学び」や「深い学び」へ向けての工夫に沿うような学びであったとは言い難い。しかし, 「対話的な学び」に関しては概ね計画通りであったと思われる。今回の授業から得られた結果を基に, 2 (8) で述べた「主体的学び」や「深い学び」に向けての活動に昇華できるように検討したい。

## 4 まとめ

### (1) 成果

「成果」と呼べるものは得られていないが, 本校に通う生徒たちについて, 新たな指導の指針が得られた。「思考力・判断力・表現力」を身に付けさせるためには, その基本となる知識・技能をしっかりを身に付けさせなければならことももちろん大切である。しかし, それ以上に生徒たち自ら「考える」「判断する」ための発問や課題設定を工夫すること, そして「表現する」場面の設定を行うことが重要であることに気が付いた。この経験を生かして今後の指導の方向性を再構築したい。

### (2) 課題

まずはこの授業形式を「評価」を前提とした形に昇華させたい。そのためには, 「知識・技能」「思考力・判断力・表現力」の二つの観点について, どのような学習活動を行い, どのような方法で評価するかを明確にしなければならないということが分かった。

また, “ $n$ ” や “ $3^n \cdot (n-1)^n$ ” のような「奇抜」な数列の例(理系のもう一方のクラスの生徒が実

際に挙げたもの)が出てくるような,ある種の「ゲーム性」を学習活動の中に組み込み,生徒の興味・関心を引き出すような仕掛けも検討したい。

## 5 おわりに

今回,このような試みをする機会をいただき,有意義な考察・検討をすることができた。その中で,自分一人では発見できないような見落としなどを研究会の中で御指摘いただいた。この研究会での御指摘などからさまざまなことに気付くことができ,今後それを生徒に還元していきたいと思う。

## ワークシート A

---

1. 数列の一般項

$$a_n =$$

2. 数列の初項から第3項まで

$$a_1 = \boxed{\phantom{000}}, \quad a_2 = \boxed{\phantom{000}}, \quad a_3 = \boxed{\phantom{000}}, \quad \cdots$$

(この3項をワークシートのB 1. に転記する.)

- 
3. ワークシートBの結果から、この出題では複数の正解が存在してしまうことがわかる。では、正解が1つになるようにするためには、どのように出題すればよいか。

4. この授業の感想

2年( )組( )番 氏名( )

## ワークシート B

問. 数列の初項から第3項までがそれぞれ次の数であるような数列について考える.

$$a_1 = \boxed{\phantom{00}}, \quad a_2 = \boxed{\phantom{00}}, \quad a_3 = \boxed{\phantom{00}}, \quad \dots$$

(この3項はワークシートAの2. を転記したもの 出題者: )

(1) 第4項, 第5項, 第6項それぞれ

$$a_4 = \boxed{\phantom{00}}, \quad a_5 = \boxed{\phantom{00}}, \quad a_6 = \boxed{\phantom{00}}, \quad \dots$$

(この3項をワークシートのB 1. に転記する.)

と推測できる.

(2) 一般項は,

$$a_n =$$

と推定できる.

(3) 与えられた数列の一般項は, (2)以外で

$$a_n =$$

とも考えられる.

2年 ( ) 組 ( ) 番 氏名 ( )

## ワークシート B

問. 数列の初項から第3項までがそれぞれ次の数であるような数列について考える.

$$a_1 = \boxed{2}, \quad a_2 = \boxed{4}, \quad a_3 = \boxed{6}, \quad \dots$$

(この3項はワークシートAの2. を転記したもの 出題者: ○○○ ○○ )

(1) 第4項, 第5項, 第6項それぞれ

$$a_4 = \boxed{8}, \quad a_5 = \boxed{10}, \quad a_6 = \boxed{12}, \quad \dots$$

(この3項をワークシートのB 1. に転記する.)

と推測できる.

(2) 一般項は,

$$a_n = 2n$$

と推定できる.

(3) 与えられた数列の一般項は, (2)以外で

$$a_n = 4 \cdot \frac{1}{2}n$$

とも考えられる.

2年 ( ) 組 ( ) 番 氏名 (



## 数学Ⅲ「不定積分」における単元を見通した指導について

### 1 はじめに

本校は岡崎市の東部に位置しており、1学年が総合学科6クラスで編成されている。開校44年目を迎え、総合学科に改編して11年目となる。進学型総合学科として、普通科進学校と変わらない進学体制と科目選択の柔軟性の両面をもっている。

本校の生徒は落ち着いていて素直な生徒が多い。だが、自分で考えて行動するという面では物足りなさがある。そしてメンタル面で弱さのある生徒が増えており、個々に応じた対応が必要である。

数学の授業においても、問いに対しての発想力をもっているが、表現することができない生徒が多くいる。そこで、生徒が自身で考えた数学的な見方等を表現し、相手に伝える力を少しでも身に付けさせたいと考えた。それによって、数学に対してだけでなく、学校生活のあらゆる面でも自信につなげることができるのではないかと期待し、主題を設定した。

### 2 指導計画

#### (1) 指導学年、科目、単元名

指導学年：第3学年 自然科学系列（理系国公立大学進学希望）及び環境系列（理系私立大学進学希望）

科 目：数学Ⅲ

単 元 名：積分法とその応用 不定積分

#### (2) 単元目標

いろいろな関数についての積分法を理解し、問題解決に意欲的に取り組む姿勢を身に付ける。特に、置換積分と部分積分について、その有用性を理解し表現する力を身に付ける。

#### (3) 単元計画

| 単元の評価規準                       |                       |                                              |       |                                                   |   |                                            |                                      |      |
|-------------------------------|-----------------------|----------------------------------------------|-------|---------------------------------------------------|---|--------------------------------------------|--------------------------------------|------|
| ①関心・意欲・態度                     |                       | ②数学的な見方や考え方                                  |       | ③数学的な技能                                           |   | ④知識・理解                                     |                                      |      |
| 不定積分について関心をもち、事象の考察に活用しようとする。 |                       | 置換積分法や、部分積分法を理解することにより、具体的な事象の考察に活用することができる。 |       | 具体的な事象において、必要に応じて置換積分法や部分積分法を用いながら、的確に処理することができる。 |   | 置換積分法や部分積分法を含めた不定積分について理解し、基礎的な知識を身に付けている。 |                                      |      |
| 時限                            | 学習内容<br>学習活動の位置付け     | 学習活動                                         | 評価の観点 |                                                   |   |                                            | 評価規準                                 | 評価方法 |
|                               |                       |                                              | ①     | ②                                                 | ③ | ④                                          |                                      |      |
| 1                             | 不定積分とその基本性質<br>A2     | 不定積分の定義や性質を理解して、不定積分を計算する。                   |       |                                                   | ○ | ○                                          | 不定積分の定義や性質を理解し、種々の関数の不定積分を求めることができる。 | 観察   |
| 2                             | $f(ax+b)$ の不定積分<br>A2 | 合成関数が1次式であるとき、微分の逆演算を利用して、係数に留意しながら積分する。     |       |                                                   | ○ | ○                                          | 微分法の逆演算として、不定積分を計算することができる。          | 観察   |
| 3                             | 置換積分法<br>(1) A2       | 置換積分の方法を理解し、実際の問題に活用する。                      | ○     |                                                   |   |                                            | 被積分関数の形の特徴から、置換積分を利用しようとする。          | 観察   |

|   |                                                       |                                     |  |  |   |                                             |              |
|---|-------------------------------------------------------|-------------------------------------|--|--|---|---------------------------------------------|--------------|
| 4 | 置換積分法<br>(2) $\boxed{A2}$ , $\boxed{B}$               | 置換積分の方法を理解し、実際の問題に活用する。             |  |  | ○ | 被積分関数の形の特徴から、置換積分を利用して、不定積分を求めることができる。      | 観察           |
| 5 | 置換積分法<br>(3)・課題研究<br>$\boxed{C}$ , $\boxed{D2}$<br>本時 | 被積分関数の特徴から、置換する式をどのように見つけるか考え、まとめる。 |  |  | ○ | 被積分関数の特徴から、置換する式を見つけて、的確に処理しようとする。          | ワークシート       |
| 6 | 部分積分法<br>$\boxed{A2}$ , $\boxed{B}$                   | 部分積分の方法を理解し、実際の問題に活用する。             |  |  | ○ | 積の微分の逆演算として、部分積分を理解することができる。                | ノート提出        |
| 7 | いろいろな関数の不定積分<br>$\boxed{A2}$ , $\boxed{B}$            | 被積分関数を工夫して変形し、不定積分を求める。             |  |  | ○ | さまざまな工夫によって被積分関数を求めることで、不定積分を求めることができる。     | 観察<br>ノート提出  |
| 8 | 単元のまとめ<br>$\boxed{B}$ , $\boxed{C}$                   | 置換積分、部分積分、式変形をして積分など、状況に合わせて積分する。   |  |  | ○ | 被積分関数の形の特徴から、さまざまな関数の不定積分の問題を的確に処理することができる。 | 観察<br>ワークシート |

#### (4) 本時の目標（思考力・判断力・表現力を育成する授業を取り上げる）

不定積分を求めるとき、どの部分を置換して積分すればよいかを考え、具体的な事象に活用する。

#### (5) 本時の主となる課題（発問）とその設定理由

「被積分関数を適切に置換することによって、不定積分を求めることができるようにする。では、「適切に置換」とは？」

置換積分を利用して不定積分を求めることは、これまでに練習を重ねてきているが、具体的な事象を見て、何を置換するとよいか判断する力が求められる。そこで、自分で置換のルールをつくり、そのルールに基づいて置換し、不定積分を求めることができるか考えることが思考力の育成になると考えた。また、ルールを他の生徒に説明できるようにすることも実施して、言語活動の充実にもつながり、表現力の育成にもなると考え、設定した。

#### (6) 本時の展開

|    | 学習内容<br>$\boxed{\text{学習過程の位置付け}}$ | 学習活動                    | 指導上の留意点・評価                       |
|----|------------------------------------|-------------------------|----------------------------------|
| 導入 | 前回の復習                              | 置換積分を用いて、不定積分を求める復習をする。 | 置換する式を与えておき、置換積分の方法を身に付けたか確認させる。 |

|     |                         |                                                |                                                                                             |
|-----|-------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 展開  | 置換のルール作成<br>C           | 今まで解いた具体的な事象から、どこを置換するかを考え、ルールとして作成する。         | ルールが全く考えられない生徒に対しては、具体的な事象を解くことで、何か見つけられないか指導する。                                            |
|     | ルールの適用<br>C             | 作成したルールを具体的な事象に適用できるか自分で試し、必要があればルールの修正をする。    | 机間指導をして、ことばで表現することを積極的に行わせる。<br>評価【 <u>数学的な見方や考え方</u> 】<br>具体的な事象を通して、置換する式を見つけて、的確に処理できたか。 |
|     | グループでの話し合い<br>D2        | グループで自分が作成したルールを発表し合い、理解を深める。                  | ルールの発表だけでなく、困っていることなども発表させることで考え方や理解を深めさせる。                                                 |
|     | ルールの適用<br>C             | グループで深めたルールを再度具体的な事象に適用する。                     | 積極的に修正し、具体的な事象に活用できるように指導する。                                                                |
| まとめ | 本時のまとめ<br>フィードバック<br>D2 | ルールを理解し、適用させることができたか確認する。<br>ループリックを基に自己評価を行う。 | 自己評価を厳しく行いすぎないように指導する。<br>(本校生徒集団の特徴に対する支援)                                                 |

(7) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

ワークシートを用いて実施する（資料1）。あらかじめループリックで到達目標を示して、生徒自身による自己評価を行う。評価規準は、自らルールを考えることができたか、ルールを適用して置換積分をすることができたかをワークシートから判断して評価を行う。

| 学習の目標（観点）                                                    | 評価方法         | 評価規準                          | 十分満足できると判断する状況（a）                         | 努力を要すると判断された生徒への対応（c）                      |
|--------------------------------------------------------------|--------------|-------------------------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------|
|                                                              |              | おおむね満足できると判断できる状況（b）          |                                           |                                            |
| 不定積分を求めるとき、どの部分を置換して積分すればよいかを考え、具体的な事象に活用する。<br>(数学的な見方や考え方) | ワークシート<br>観察 | ルールを適用して具体的な事象で置換積分をすることができる。 | 自分の作成したルールを相手に伝えることができ、具体的な事象で活用することができる。 | 具体的な事象を繰り返し扱い、置換積分を用いた不定積分を求めることができるようにする。 |

(8) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                         | 対話的な学び                                              | 深い学び                                               |
|------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 実践内容 | 置換積分のルールづくりについて、ことばを用いて自ら行い、対話的な学びの後で振り返りをさせる。 | グループに分かれて、作成したルールを発表し合う。また、困ったこと等も話し合うことでルールの改善を行う。 | 具体的な事象においてルールを適応させて、修正を行う。また、個人、グループの取組の2段階で修正を行う。 |

## 置換積分について

氏名( )

目標：関数を適切に置き換えることによって、不定積分を求めることができるようにする。

1 次の不定積分を求めなさい。( ) 内の置換を利用してよい。

$$(1) \int \frac{x+2}{(x-1)^3} dx \quad \left( \frac{t}{t-1} = 1 + \frac{1}{t-1} \right) \quad (2) \int 2x(x^2+1)^3 dx \quad \left( \frac{t}{t-1} = 1 + \frac{1}{t-1} \right) \quad (3) \int \frac{\cos x}{1+\sin x} dx \quad (t = 1 + \sin x)$$

2 次の不定積分を求めなさい。(置換はごうか下さい。けとるえ、余剰がはいり積分する)

$$(1) \int \sqrt{2+x} dx \quad (2) \int 3(x^3+2)^2 x^2 dx \quad (3) \int \frac{e^{x+1} dx}{e^x+x}$$

③ 置換のルールについて自分のことばでまとめよう。  
(時間があたら説明してもらいます)

4 3のルールに基づいて不定積分を求めなさい。

- (1)  $\int \frac{3x-1}{x^2+1} dx$
- (2)  $\int (2x+1)e^{x^2+x+5} dx$
- (3)  $\int \frac{1}{x \log x} dx$
- (4)  $\int \cos^3 x \sin x dx$

$$(5) \int \frac{x^2 + 2x}{x^3 + 3x^2 + 1} dx \quad (6) \int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx \quad (7) \int \frac{dx}{\cos^2 x \tan x}$$

5 ファードバック

- (1) 自分で置換のルールを作成することができたか？      ア   イ   ウ   エ   オ   (ア→オ   の順)
- (2) 相手のルールを聞いて理解を深めることができたか？      ア   イ   ウ   エ   オ   (ア→オ   の順)
- (3) ルールに基づいて積分できたか？      ア   イ   ウ   エ   オ   (ア→オ   の順)
- (4) その他（感想等）

評估段階

| 評価基準 | A                                      | B                              | C                                    | D                         | E                   |
|------|----------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|---------------------|
|      | 置換のルールを理解し、相手に説明できる。それに基づいて積分することができる。 | 置換のルールを理解している。それに基づいて積分することができ | 置換のルールを理解している。それに基づいてある程度積分することができる。 | 置換のルールを理解していないが、積分することができ | 置換のルールや積分することができない。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

ルールを考えるとという取組に最初は戸惑う様子が見られたが、少しずつことばで表現していた。話し合いの場面では、ある程度ルールができて、ルールに当てはまらない例をどうするか困っていることなどを話し合うグループもあり、考え方や表現力を深めていると感じた。

一方で、問題を繰り返し解くことに固執する生徒も見られ、そのグループの話し合いはあまり深まりがないように感じたが個人で考えを深めていると捉えることもできる。

ワークシートには以下のような記述があった。(抜粋)

次数が大きい方を置換する  $\sqrt{\quad}$  や  $(\quad)$  の中は優先して置き換える  
 置換する式を微分した式と置換しない式が一致するように置換する式を決める  
 $\sqrt{\quad}$  は  $\sqrt{\quad}$  を含めて置換する  $(\quad)$  は  $(\quad)$  の中身だけ置換する

また、記述後に「？」がついている記述も見られ、まだルールに納得できていないことも見られた。

単元全体では、発問を多くして、ことばで説明させる機会を積極的に取り入れたが、徐々に隣同士で話し合う場面が見られるようになった。ノート記述においても、数式だけでなく、ことばを用いてまとめる生徒が増えてきた。

#### (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

評価については、ワークシートの問題の取組状況を見て b と c の判断をした。話し合いの時間が多かったため、積分して解答を求める時間が少なく、最後まで取り組めていない生徒もいた。

資料 2 は、置換するところまでできている段階のものである。積分したという段階までは到達していないが、この生徒の評価を b とした。この規準で評価付けした結果、c は一人もつかなかった。

#### 【資料 2 ワークシートの生徒の記述①】

1 次の不定積分を求めなさい。( ) 内の置換を利用してよい。

(1)  $\int \frac{x+2}{(x-1)^3} dx$  ( $t=x-1$ )

$t=x-1$  とおくと  $x=t+1$   
 $\frac{dx}{dt} = 1$  より  $dx = dt$

$\int \frac{t+3}{t^3} dt = \int \left( \frac{1}{t^3} + \frac{3}{t^2} \right) dt$   
 $= \int (t^{-3} + 3t^{-2}) dt$   
 $= -\frac{1}{2t^2} - \frac{3}{t} + C$   
 $= -\frac{1}{2(x-1)^2} - \frac{3}{x-1} + C$

(2)  $\int 2x(x^2+1)^3 dx$  ( $t=x^2+1$ )

$t=x^2+1$  とおくと  $\frac{dt}{dx} = 2x$   
 $dt = 2x \cdot dx$

$\int t^3 dt = \frac{1}{4} t^4 + C$   
 $= \frac{1}{4} (x^2+1)^4 + C$

(3)  $\int \frac{\cos x}{1+\sin x} dx$  ( $t=1+\sin x$ )

$t=1+\sin x$  とおくと  $\frac{dt}{dx} = \cos x$   
 $dt = \cos x dx$

$\int \frac{1}{t} dt = \log |t| + C$   
 $= \log (1+\sin x) + C$

2 次の不定積分を求めなさい。(置換はどうすればいいかを考え、解答があれば積分する)

(1)  $\int x\sqrt{2+x} dx$

$t=\sqrt{2+x}$  とおくと  
 $t^2=2+x$   $x=t^2-2$   
 $\frac{dx}{dt} = 2t$   $dx = 2t dt$

$\int (t^2-2) \cdot t \cdot 2t dt$   
 $= \int (2t^4 - 4t^2) dt$   
 $= \frac{2}{5} t^5 - \frac{4}{3} t^3 + C$

(2)  $\int 3(x^2+2)^2 x^2 dx$

$t=x^2+2$  とおくと  
 $\frac{dt}{dx} = 2x$   $dt = 2x \cdot dx$

$\int t^2 dt = \frac{1}{3} t^3 + C$   
 $= \frac{1}{3} (x^2+2)^3 + C$

(3)  $\int \frac{e^x+1}{e^x+x} dx$

$t=e^x+x$  とおくと  
 $\frac{dt}{dx} = e^x+1$   $dt = (e^x+1) \cdot dx$

$\int \frac{1}{t} dt = \log |t| + C$   
 $= \log (e^x+x) + C$

次に、ルールを相手に伝えることができたかは授業内の話し合いの観察（積極的にルールを伝えていくかどうか）によってaとするかどうか判断した。また、ワークシートに示したフィードバックやループリックで自己評価をさせたので、それも参考にした。資料3は、観察においても積極的にルールを伝えていたものである。話し合いも積極的に行っており、感想にもあるが、説明の難しさ等も感じることができていることが読み取れるため、この生徒を含め、aは5人（24人中）と評価した。

### 【資料3 ワークシートの生徒の記述②（抜粋）】

3 置換のルールについて自分のことばでまとめてみましょう。

（時間があったら説明してもらいます）

置換する式と、しない式を見比べて、置換する式を微分し、置換しない式が一変するものに置換する式を求める。

5 フィードバック

(1) 自分で置換のルールを作成することができたか？ ア ☒ イ ウ エ オ (ア→オ の順)

(2) 相手のルールを聞いて理解を深めることができたか？ ア ☒ イ ウ エ オ (ア→オ の順)

(3) ルールに基づいて積分できたか？ ☒ ア イ ウ エ オ (ア→オ の順)

(4) その他（感想等）

明確に説明できなくてとても難しかった。

評価については、「置換積分の方法を伝えることができたか」と「置換積分をして計算ができたか」の二つの観点が入ってしまったため、どちらかに絞って評価をすべきであった。また、「置換積分をして計算ができたか」という観点についても「置換できた」という観点のみで評価を設定することでもきたため、評価の観点の設定の難しさを感じた。また、評価規準について、より具体的かつ明確に焦点を絞らないと評価ができないことを痛感した。

事後指導として、教員側から「ルールはこうです」という説明はせずに、生徒自身が考えたルールを答えとすることを話して還元した。その後、部分積分等も扱いながら置換積分に関するルールを必要ならばワークシートに書き込む、ノートにまとめ直す等、各自で修正をするように指導した。

生徒の感想では、ルールをことばで設定するのは難しいという意見があった。実際、生徒の自己評価においてもうまく表現できないと感じている生徒が多かった。しかし、具体的な事象を見ると、適切に置換を利用して不定積分を求めることができていた生徒が多かった。

### (3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

授業の中で数学的活動を取り入れることは簡単そうで難しい。しかし、単純に問題を解くことができるかどうかだけに捉われやすい中で、疑問をもちながら問題を解くことや、試行錯誤して問題を解くという姿勢を身に付ける授業を取り入れることは効果的であると感じた。

### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

話し合う時間や振り返る時間を設定したことで、徐々に生徒同士で対話する場面が増えてきた。また、場面を設定しなくても放課や授業後等も含めて数学の問題等について対話的に学習を深める場面が増えてきたことは学習活動全体という視点から見ても大きな効果があったと考える。



## 4 まとめ

### (1) 成果

与えられた問題を解くだけでなく、置換積分についてのルールを考える時間を設定したことで、生徒が置換積分を抵抗なく解く姿勢が見られた。また、今回の活動後、部分積分や式変形でもことばで説明させることを随時取り入れた。具体的には以下のような場面を設定した。

部分積分  $\int f(x)g'(x)dx$  では、二つの関数のうち、 $f(x)$ 、 $g'(x)$ をどう設定するか

式変形では、 $\int \frac{1}{x(x+1)}dx$  はどのように変形すれば積分できるか

いろいろな考えが出ることを想定して、 $\int \sin x \cdot \cos x dx$  をどう積分するか

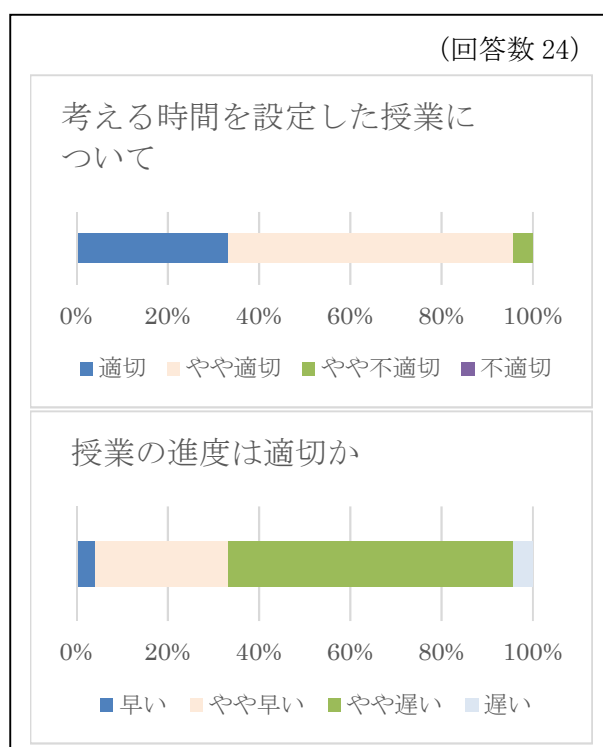
これらの場面において、グループの話し合いは設定しなかったが、隣同士で積極的に話し合い、生徒が自分の考えを深めたり修正したりする様子が見られるようになった。

### (2) 課題

グループで話し合いをしたが、クラス全体で話し合う場面を設定すれば、より深い還元ができるとも考えたが、特定の生徒の考えがそのままクラス全体の意見になってしまうことを懸念し、グループでの話し合いにとどめた。それぞれの利点を踏まえながら、クラス全体での学び合いも実践してみたいと考えた。

本校では生徒による授業アンケートを実施している(資料4)。考える時間の設定について質問したところ、適切と回答した生徒が多くいた。自ら考え、ことばで表現する姿勢が徐々に身に付いていると感じている。また、考える時間の設定により授業の進度がやや遅くなることも課題である。アンケートの結果、進度がやや遅い、または遅いと回答する生徒が全体の半数以上いたので、バランスをとる必要がある。

### 【資料4 授業アンケート】



## 5 おわりに

今回の実践だけでは、すぐに生徒の変容が見られることはなかったが、グループ内での発表によって少しずつ表現することができるようになってきた。クラスなどの大きな集団においても表現する力を身に付けることで、いっそう自信を付けると数学の活動だけでなく学校のあらゆる活動にもよい影響を与えるのではないかと考える。



## 整数の性質における単元を見通した指導について

### 1 はじめに

本校の生徒は、大多数が大学進学を目標とし、学習に対して真摯に取り組む生徒が多い。しかしながら、指示された問題、定型的な形式の問題は解けるが、思考力を伴う問題や、これまでに習った内容と関連付けて解くことに関しては苦手な生徒が多い。よって、問題に対して粘り強く取り組む態度を養い、自ら考え、試行錯誤しながら問題を解決する力を身に付けさせたいと考え実践を行った。

### 2 指導計画

#### (1) 指導学年、科目、単元名

指導学年：第1学年

科目：数学A

単元名：整数の性質

#### (2) 単元目標

素因数分解を利用して、最大公約数と最小公倍数を求められるようにする。

互いに素という概念を理解する。

最大公約数と最小公倍数が与えられたときに2数を決定できるようにする。

2数の和または積、最大公約数または最小公倍数が与えられたときに2数を決定できるようにする。

#### (3) 単元計画

| 単元の評価規準                                             |                      |                                                                               |       |                                                |   |                                          |                                         |                   |
|-----------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------|-------|------------------------------------------------|---|------------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------|
| ①関心・意欲・態度                                           |                      | ②数学的な見方や考え方                                                                   |       | ③数学的な技能                                        |   | ④知識・理解                                   |                                         |                   |
| 整数の性質に関心をもつとともに、それらを事象の考察に活用して数学的論拠に基づいて判断しようとしている。 |                      | 事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、整数の性質における数学的な見方や考え方を身に付けている。 |       | 整数の性質において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。 |   | 整数の性質における基本的な概念・法則などを体系的に理解し、知識を身に付けている。 |                                         |                   |
| 時限                                                  | 学習内容<br>数学的活動の位置付け   | 学習活動                                                                          | 評価の観点 |                                                |   |                                          | 評価規準                                    | 評価方法              |
|                                                     |                      |                                                                               | ①     | ②                                              | ③ | ④                                        |                                         |                   |
| 1                                                   | 最大公約数と最小公倍数<br>C     | 素因数分解を利用して最大公約数・最小公倍数を求める。                                                    |       |                                                | ○ |                                          | 最大公約数・最小公倍数を求めることができる。                  | ワークシート            |
| 2                                                   | 互いに素<br>A2<br>本時     | 例題を通して、互いに素の概念を理解する。                                                          |       | ○                                              |   |                                          | 互いに素の概念を理解し、問題を解く際、論理立てがきちんとした解答が記述できる。 | ワークシート<br>振り返りシート |
| 3                                                   | 最大公約数、最小公倍数の性質<br>D2 | 2数の和または積と、最大公約数または最小公倍数が与えられた2数を求める。                                          |       |                                                |   | ○                                        | 与えられた問題を、途中式も含めて正しく記述できる。               | ワークシート<br>確認テスト   |

(4) 本時の目標（思考力・判断力・表現力を育成する授業を取り上げる）

互いに素の概念を理解し、さまざまな問題を解決しようとする。

必要十分性を意識して解答を記述できるようにする。

(5) 本時の主となる課題（発問）とその設定理由

発問：「 $a$  の倍数であり、かつ  $b$  の倍数でもある数は、 $ab$  の倍数である」の真偽を調べ、さらに、  
どのような条件を追加、または書き換えれば真の命題になるかを考える。

理由：条件を付ける、書き換えることで真の命題になることを生徒自ら気付かせたいため。

理由：次問の証明問題において、論理立てがきちんとした記述を書かせたいため。

(6) 本時の展開

ア 1 時間目

|     | 学習内容<br>数学的活動の位置付け                                                                                                                                           | 学習活動                                                                                                                       | 指導上の留意点・評価                                                                                                               |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導入  | 前時の復習<br>二つの整数が互いに素であるか答えよ。<br>(1) 9 と 26<br>(2) 24 と 39                                                                                                     | 生徒を指名し、理由とともに答えさせる。                                                                                                        | $a$ と $b$ が互いに素であるとは、 $a$ と $b$ の最大公約数が 1（ $a$ と $b$ を共通に割れる数が 1 しかない）であるということは前時に既習済み。<br>素因数分解をすると公約数を見つけやすくなることを確認する。 |
| 展開  | e x) 「 $a$ の倍数であり、かつ $b$ の倍数である数は $a$ $b$ の倍数である」の真偽を調べる。<br><br>どのような条件を付ける、または書き換えれば真の命題になるかを考える。<br><br>倍数証明の問題（例題 4）に取り組む。<br><br>類題（練習 13）に取り組む。<br>A 2 | 個人で考える（2 分）。<br>真偽を調べ、もし偽であると考えらるならば反例を求める。<br><br>グループワークを行う（5 分）。<br><br>個人でワークシートに取り組む。<br>早く解答ができた生徒は、周囲の他の生徒の答案と比較する。 | 「互いに素」という言葉を使って条件が表現されているかを確認する。<br>「 $a$ と $b$ の最小公倍数の倍数」と書き直してもよい。<br><br>論理立てがきちんとした解答が記述できているかを確認する。                 |
| まとめ | 本時のまとめ                                                                                                                                                       | 自分の解答を見直す。                                                                                                                 | ふだんから論理立てがきちんとした解答を心がけることが、記述力を身に付けることにつながることを伝える。                                                                       |

イ 2 時間目（途中まで。最初の 10 分）

|    | 学習内容<br>数学的活動の位置付け  | 学習活動                         | 指導上の留意点・評価                                                 |
|----|---------------------|------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 導入 | 確認テストと振り返りシートに取り組む。 | 個人で解答をした後、ペアの生徒と答案を交換し、採点する。 | 5 点満点。完璧な解答だと思うのなら 5 点で、減点すべき箇所があると思うのなら、その箇所につき 1 点減点させる。 |

(7) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 評価項目<br>【観点】                                                            | A<br>(十分満足できる)                                                                         | B<br>(おおむね満足できる)                                   | C<br>(努力を要する)                           |
|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 評価項目①<br>ex) の命題の真偽を調べ、どのような条件を付ければ真の命題になるかに気付くことができたか。<br>【数学的な見方や考え方】 | 反例を見つけ、偽であることに気が付き、「互いに素である」という条件を付け加えるか、または「a と b の最小公倍数の倍数である」という条件に変えれば真になることに気付いた。 | 反例を見つけ、偽であることに気付けたが、どのような条件を付ければ真の命題になるのかは気付けなかった。 | 反例を見つけることができなかった。                       |
| 評価項目②<br>例題 4 において、論理立てがきちんとした解答が記述できたか。<br>【数学的な技能】                    | 例題 4 において 2 問とも、論理立てがきちんとした解答が記述できた。                                                   | 例題 4 において 1 問だけ、論理立てがきちんとした解答が記述できた。               | 例題 4 において 2 問とも、論理立てがきちんとした解答が記述できなかった。 |

(8) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                          | 対話的な学び                                      | 深い学び                                   |
|------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------|
| 実践内容 | 小テストの記述、他者の答案の採点を通して、論理立てがきちんとした解答を作成しようと意識させる。 | グループワークを通して、他者へ説明する力、または他者の説明を聞いて理解する力を育てる。 | 偽の命題に、どんな条件を付ければ真の命題に変えることができるかを考えさせる。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

前時の授業で、「互いに素」という用語の意味について説明をして、与えられた 2 数が互いに素であるか否かを答える問題を課題にして終了した。本時はその答え合わせから開始した。「互いに素」という用語については、数学 I の単元「集合と命題」において「背理法を利用した無理数の証明」で登場していることを覚えていた生徒も多く、理解できている生徒が多かった。

次に、「a の倍数であり、かつ b の倍数である数は、a b の倍数である」の真偽については、多くの者が直感的に偽であると感じているようであったが、すぐに反例が正しく書けた生徒と、書き方に迷っている生徒とが半々であった。そして、次の「どのような条件を付ける、または、どのような条件に書き換えれば真の命題になるか」という発問の後、4 人ずつ 10 組に分け、グループワークを開始した。開始後 2 分が経過したところで、あるグループから「互いに素という条件を付け加えればよい」という声上がり、また他のグループからは、「最小公倍数を考えればよいのでは」という声ほぼ同時に出了。徐々に周囲に伝わり、全てのグループが、そのどちらかの答えに到達した。グループワークを終了し、最初に気付いたグループの生徒を指名し発表させた。

例題 4 は、「 $a + 3$  は 4 の倍数」、「 $a + 4$  は 7 の倍数」という条件を利用して、「 $a + 11$  は 28 の倍数」であることを示す問題なのだが、まず条件をすぐに数式に書き直せない者が多数いた（4 分の 1 程度）。本時は「整数の性質」の 4 時間目であるが、倍数条件の数式化は 1 時間目に既習の内容であり、更に数学 I の単元「集合と命題」でも既習の内容である。それにも関わらず、文章で書かれた条件を、数式に変換するという習慣がまだ身に付いていないとは言えない。また、「28 の倍数であることを示す」ので、 $a + 11$  を直接  $28 \times (\text{整数})$  の形にしようとして苦しんでいる者も多くいた。そのため、グループワークで議論した命題をヒントにすることと、 $a + 11$  を二とおりで表現するとよいという助言をクラ

ス全体に行った。すると多くの生徒が解答を進められるようになった。 $a+11$ を $(a+3)$ と8の和に分けて解いている者と、 $a=4n-3$ を代入して解いている者の割合は半々であった。証明の過程において必要な技能的な部分で苦戦していた生徒は予想より多かったように思えるが、最後に結論を書く際に、「4と7は互いに素であるから」と記述できていた生徒が多かった。

その後、例題4(2)「 $a+2$ は6の倍数であり、 $a+6$ は8の倍数であるとき、 $a+14$ は24の倍数であることを証明せよ」に取り組んだ。この問題は、教科書には掲載されておらず、追加した問題である。この問題についても、「最小公倍数の倍数であるから」と記述できている生徒がほとんどであった。想定よりもよくできていたという印象である。ワークシートを以下に示す(資料1)。

### 【資料1 ワークシート(一部)】

ex)  $a, b$ は自然数であるとする。

「 $a$ の倍数であり、かつ $b$ の倍数でもある数は、 $ab$ の倍数である」の真偽を調べよ。

(2)  $a$ は自然数とする。 $a+2$ は6の倍数であり、 $a+6$ は8の倍数であるとき、 $a+14$ は24の倍数であることを証明せよ。

例題4. (1)  $a$ は自然数とする。 $a+3$ は4の倍数であり、 $a+4$ は7の倍数であるとき、 $a+11$ は28の倍数であることを証明せよ。

練習13.

$a$ は自然数とする。 $a+1$ は5の倍数であり、 $a+2$ は9の倍数であるとき、 $a+11$ は45の倍数であることを証明せよ。

次の授業で確認テストを行った(資料2)。後でペアの人が細かく採点する旨も伝えた。従来は、このような確認テストのとき、早く解答を終えた生徒は手持ちぶさたな様子になることが多かったが、今回は解答が終わった後も、よく見直している生徒が多かった。

### 【資料2 確認テスト】

#### 4 プロセス数学A 問題246

$a$ は自然数とする。 $a+2$ は3の倍数であり、 $a+1$ は5の倍数であるとき、 $a+11$ は15の倍数であることを証明せよ。

(証明)  $a+2=3m$

$a+1=5n$  とする

$m$  と  $n$  について書く - 1.

$a+11$  を  $3m$  を使って表すと

$$a+11 = 3m + 9$$

$$= 3(m+3)$$

また  $5n$  を使って表すと

$$a+11 = 5n + 10$$

$$= 5(n+2)$$

よって  $a+11$  は 3の倍数かつ5の倍数である。

よって  $a+11$  は 15の倍数である。

互いに素が必要. -1

ch



【グループワークの様子】



【発表の様子】

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

評価項目①の「 $e x$ 」の命題の真偽を調べ、どのような条件を付ければ真の命題になるかに気付くことができたか。」については、振り返りシートから評価した。グループワーク内で誰が積極的に発言をしたかというのは、机間指導では限界があり、教員1名で評価するのは難しい。積極的に他者へ教えたり、または他者の説明を理解しようとしていたりするかについては、振り返りシートの中で自己評価をするという形にとどめた。

評価項目②の「例題4において、論理立てがきちんとした解答が記述できたか。」については、次の授業で確認テストを実施し、その答案を基に評価した。採点は、模範解答を与えず、困ったらペアで相談するという形で行った。その後回収し、生徒の採点に間違いや不備がないかを教員が点検した。さらに次の授業で、この答案を返却し、採点に誤りがあれば、採点者に伝えるよう指示した。結果としては、解答は明示しなかったにも関わらず、非常に正しく採点されていた。

評価項目①②について3段階で評価し、組合せで、AA、ABの場合はA、BB、BCの場合はB、CCの場合はCと評価し、確認テストに記載し返却した。その割合は、A評価が72%、B評価が23%、C評価が5%であった。

## (3) 数学的活動（学習過程の位置付け）

これまでに習った数学の知識とのつながりを振り返ってから例題や演習に入る、または、授業の中で生徒同士が対話をしながら活動をする、という形式の授業は、日常的に取り入れていた。しかし、これまでの自分の授業構成を振り返ると、授業の進度などを考慮して、最後は例題を解けるようになって終わることを目標とし、あくまでもその授業で完結することを優先としていた。今回の授業実践で、数学的活動（学習過程の位置付け）との関連を考えたことによって、教員が一方的に例題を説明し、同様の練習問題を生徒が説明どおり解けるようにすることよりも、生徒の活動を主眼に置いて考えるようになった。つまり、一つの授業に対して、「この例題をどのように教えれば、生徒は深く理解できるか」を目標として授業構成を考えていたものが、「この授業ではどのような数学的事象をテーマにして考えさせれば、生徒は深く理解できるか」と考えるようになったことが、挙げられる。

評価については、グループワークにおいてどのような評価が適切だろうかと考える機会になった。グループワーク、ペアワークなどの対話的な学びは、回数を増やせば増やすほど、能動的に活動する生徒が固定化されていく傾向があるように推測される。どの生徒も「思考すること」「話し合いを通して自身の理解を高めること」という目的を理解し、一定のモチベーションをもって活動することにつながるためにはどのような評価付けが適切であるか、今回の授業実践ではまだその手法を見つけれ

なかった。今後の授業の中で見つけていきたい。

#### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

単元全体を見通して、精選した例題や命題を与え、それについて考えることが具体的にどのような数学的な力を身に付けることになるのかを、生徒に伝えたいと考えた。今回の授業では、「与えられた命題をよく考えることで、論理立てがきちんとした解答を作成する力が付く」ということになる。これによって、数学的な考え方を身に付けることにつながることを伝えた。実際に、確認テストを終えた後、入念に自分の解答に誤りや不備がないかを確認する生徒が多く現われるという効果をもたらした。また、ペアワークにおいて互いの答案を添削するという活動も、自分が習得した知識をペアの生徒に理解させようという意識付けになった。以降の授業においても、その解答に不足している条件はないかを習慣的に考えるようになった生徒が増えたという実感がある。

## 4 まとめ

### (1) 成果

振り返りシートの集計

|                                                   | できた | できなかった |
|---------------------------------------------------|-----|--------|
| ① $e \times$ ) について、反例を自分で見つけることができましたか。          | 59% | 41%    |
| ② どんな条件を付ければ真の命題になるか、自分で気付くことができましたか。             | 14% | 86%    |
| ③ どんな条件をつければ真の命題になるか、グループワークを通してしっかり考えることができましたか。 | 78% | 22%    |
| ④ 例題 4 (1) において、命題を真にするための記述を正しく書けましたか。           | 69% | 31%    |
| ⑤ 例題 4 (2) において、「最小公倍数の倍数であるから」という記述を正しく書けましたか。   | 83% | 17%    |
| ⑥ 小テストの問題を正しく解くことができましたか。                         | 72% | 28%    |

振り返りシートの集計結果から、①②の思考力を必要とする活動についてはよい結果であるとは言えない。定型的な形式の問題や、解法を指示した後ならば解くことができるが、思考力を必要とする問題や、初見の問題を考えることが苦手な生徒が多いという本校生徒の現状を踏まえると、予想された結果であると言え、今後の指導の中で思考力を必要とする活動を多く取り入れ、身に付けさせていきたい。

また、③の対話的な学びの部分については、取り組む姿勢もよく、理解を深めることにつながる活動になったと感じている。従来から全授業の2割程度はペアワークまたはグループワークを取り入れており、活動することに慣れている。グループワークを唐突に行えば、生徒は戸惑う。日頃から一定の回数・時間、グループワークやペアワークを行うことが必要である。

④、⑤、⑥は、数学的な技能を身に付けたかの確認に当たる部分である。特に確認テストは、3日ほど期間が空いた後の授業で行ったが、想定よりも出来がよかったと感じた。何よりも目に見えて変わった点は、解答を終えた生徒が、自分の解答に間違いや記述不足がないかを念入りに確認していた点である。論理立てがきちんとした解答をできるようにすることを目標として行った授業であったが、1時間目が終了した段階では、果たして本当にそのような意識が身に付いたのだろうかと不安であっ



た。しかし、確認テストの際、解答を終えた後も不備のない記述ができているかを丁寧に確認していた様子から、一定の成果はあったのだろうと感じた。

## (2) 課題

グループワークは、そのときの展開に左右されるため、見通しが立てづらい。本来は、グループ内で幾つかの仮説が出て、その考えを分析、検証するという活動をして欲しかった。しかし今回の授業では、最初に気付いた生徒が興奮気味にグループ内の生徒に説明し始め、それが周囲のグループにも聞こえてしまう形になってしまったため、考えを深める前に答えを知ってしまったグループがいた。そのため、全体としては理想どおりの形になったとは言えない。ただこのことは、これまでの授業でも頻繁にあったことではある。また、積極的に発言をする生徒は数学の成績がよい生徒である傾向が強く、数学に自信のない生徒は他の生徒から教えを請うのを待っていることが多々ある。今回、対話的な学びの部分は振り返りによる自己評価という形にした。生徒が高い意欲をもって取り組んだかどうかの把握をする上で効果はあると思われるが、間違いや勘違いを含んでいても積極的に発言をする、または試行錯誤する姿勢を持った生徒を評価する効果的な方法を模索する必要があると感じた。

また、本校生徒の課題である「粘り強く思考する」「試行錯誤をして問題に取り組む」態度を養うために、授業内の短時間であっても、思考力を必要とする活動は取り入れたい。そのためには、単元の全体を見通して、その中から本校生徒にとって、どの場面でどのような活動を取り入れると効果的かを検討することが必要である。答えにたどり着けなかったとしても、できれば驚きや発見、納得を伴った「深く考える活動」をしたことで、その後の問題をより理解しやすくなる、または正しく解答できるようになるといった実感を持たせたい。正解が出ればよいと考えている生徒は未だに多いので、単発的なただの「考える」活動で終わらずに、その活動が今後どのような場面で生かされていくのかを具体的に伝えることが重要であると考えた。

## 5 おわりに

「粘り強く思考し取り組む態度」を育むための活動を、個人の学習に任せるのではなく、どうすれば授業に取り込むことができ、また、その成果を生徒自身が肌で感じるようになるにはどのような授業展開が望ましいだろうかと考え、今回のような授業を計画し実施した。今回の授業における活動を契機にして、生徒自身が今後、日頃から丁寧に思考しながら解答を記述できるようになって欲しい。さらに、数学に限らず日常的な場面で、論理的に思考できるようになるための一助につながって欲しい。

私自身、生徒が問題を「解けるようになる」ための教え方は、経験とともに指導力が上がり、一定の自信をもって授業を行えているという自覚がある。しかし、「どのような授業をすれば、生徒が良質な思考の時間を体験でき、その後の自発的な学習につながるか」といった視点に立つと、これまでの授業を振り返ってみて、そのような意識をもって授業をしたことは皆無であると言ってよい。

「分かりやすい教え方」を磨いてきた教員にとっては、大きな視点、考え方の転換を伴うことになると思われる。しかし今回、実際に授業を実践し感じたのだが、経験がある教員であればあるほど、生徒の変化（これまでの自分の授業では起きなかった現象）に気付きやすいのではないかと。これまでの自分の指導方法に、少し工夫を加えるだけで、十分に「思考力向上につながる授業」に改善させることができるのではないだろうか。単元全体を見通した計画を立て、発問に対する生徒の解答を予想し、生徒の活動をよく観察することで、「粘り強く思考し取り組む態度」の向上につながる授業の再構築を目指したい。



## 微分法の応用（速度と加速度）における単元を見通した指導について

### 1 はじめに

本校は1学年6クラスで2クラスが生活文化科，2クラスが進学普通科，2クラスが就職普通科で編成されている。学習に対する意欲はあまり高くなく，数学を苦手とする生徒が多い。進学普通科のうち33人は理系の生徒で，そのうち18名は工学部志望である。彼らは授業内容を理解することはできるが，知識の定着に至らないものが多い。そこで彼らを対象として，数学の概念を物理の公式に適用して新たな公式を導き出させることにより，思考力を養い，数学と物理への意欲を高め，記憶に残る知識の獲得を目指したい，と考え実践を行った。

### 2 指導計画

#### (1) 指導学年，科目，単元名

指導学年：第3学年

科 目：数学Ⅲ

単 元 名：微分法の応用（速度と加速度）

#### (2) 単元目標

導関数を用いて，いろいろな曲線の接線の方程式を求めたり，いろいろな関数の値の増減，極大・極小，グラフの凹凸などを調べグラフの概形をかいたりすることができる。また，それらを事象の考察に活用できるようにする。

#### (3) 単元計画

| 単元の評価規準                                       |                                   |                                                                             |       |                                              |   |                                           |                                     |                                   |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-------|----------------------------------------------|---|-------------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| ①関心・意欲・態度                                     |                                   | ②数学的な見方や考え方                                                                 |       | ③数学的な技能                                      |   | ④知識・理解                                    |                                     |                                   |
| 微分法に関心をもつとともに、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断しようとする。 |                                   | 事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、微分法における数学的な見方や考え方を身に付けている。 |       | 微分法において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技術を身に付けている。 |   | 微分法における基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、知識を身に付けている。 |                                     |                                   |
| 時限                                            | 学習内容<br><div>学習過程の位置付け</div>      | 学習活動                                                                        | 評価の観点 |                                              |   |                                           | 評価規準                                | 評価方法                              |
|                                               |                                   |                                                                             | ①     | ②                                            | ③ | ④                                         |                                     |                                   |
| 1                                             | 方程式への応用<br><div>C</div>           | 微分法で方程式の解の個数を求める。                                                           |       |                                              | ○ | ○                                         | グラフを活用し、一定の手順に従って数学的に処理できる。         | ○ワークシート<br>○観察                    |
| 2                                             | 不等式への応用<br><div>C</div>           | 微分法で不等式を証明する。                                                               |       |                                              | ○ | ○                                         | グラフを活用し、一定の手順に従って数学的に処理できる。         | ○ワークシート<br>○観察                    |
| 3                                             | 速度と加速度<br><div>C</div>            | 微分法で動点の速度と加速度を求める。                                                          | ○     | ○                                            |   |                                           | 導関数の意味から座標と速度、加速度を理解し、数学的に問題を処理できる。 | ○ワークシート<br>○観察                    |
| 4<br>本時                                       | 速度と加速度<br>(課題学習)<br><div>D1</div> | 物理公式に微分法を適用する。                                                              | ○     | ○                                            |   |                                           | 座標と速度、加速度の関係を物理のさまざまな公式に活用できる。      | ○ワークシート<br>○観察<br>○アンケート<br>○小テスト |

|   |           |                 |  |   |   |                              |                |
|---|-----------|-----------------|--|---|---|------------------------------|----------------|
| 5 | 近似式<br>D1 | 微分法を利用して近似式を求める |  | ○ | ○ | 数学的な見方や考え方を基に、的確かつ能率的に処理できる。 | ○ワークシート<br>○観察 |
|---|-----------|-----------------|--|---|---|------------------------------|----------------|

(4) 本時の目標（思考力・判断力・表現力を育成する授業を取り上げる）

点の位置を表す関数の第1次導関数が速度，第2次導関数が加速度を表すことを用いて，物理のさまざまな公式に適用できることを確認する。また，そのことを活用して等速円運動の座標と速度ベクトル，加速度ベクトルを求める。

(5) 本時の主となる課題（発問）とその設定理由

ア 本時の主となる課題（発問）

「単振動と等速円運動の座標，速度，加速度をグループで話し合って求めてみよう。」

イ 課題の設定理由

知識の定着がなかなか出来ない理系生徒の学習意欲と思考力の向上，更に知識の定着を目指したいからである。数学で学んだ知識が物理の公式にも役立つことを確認させることにより，理系科目への興味・関心を高めることができると考えた。また，等速円運動の座標，速度ベクトル，加速度ベクトルを考えること，さらに，グループで話し合いながら進めることによって数学や物理の得意不得意に関係なく，それぞれの生徒がそれぞれの立場で思考力を養えるのではないかと考えた。

(6) 本時の展開

|    | 学習内容<br>学習過程の位置付け                                                                                                                                                                  | 学習活動                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 指導上の留意点・評価                                                                                                                                                                                        |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導入 | 発問 座標と速度と加速度はどういう関係にあったか？<br><br>ワークシート1を配付                                                                                                                                        | 前回習った座標と速度，加速度の関係について確認する。<br><br>物理の公式でこのことを確認することが本時の目標であることを理解する。                                                                                                                                                                                                                                              | 座標と速度，加速度の関係について復習させる。<br><br>本時の目標を理解させる。                                                                                                                                                        |
| 展開 | ＜直線上の運動＞<br>発問 $x = ?$ $v = ?$ $a = ?$<br><br>発問 $x = ?$ $v = ?$ $a = ?$<br><br>自由落下・鉛直投げ下ろし・鉛直投げ上げ<br><br>＜平面上の運動＞<br>発問 水平投射についてそれぞれ同様の発問をする<br><br>発問 動点Pの座標は？速度ベクトルは？加速度ベクトルは？ | 等速直線運動とその公式 $x = vt$ （座標と時間，速度の関係式）を復習する。<br>座標を微分すると速度（定数），速度（定数）を微分すると加速度0になることを確認する。<br><br>等加速度直線運動とその公式二つ（座標と時間，速度と時間の関係式）を復習する。<br>座標を微分すると速度，速度を微分すると加速度（定数）になることを確認する。<br><br>同様に復習と確認をする。<br><br>水平投射とその公式四つ（座標と時間，速度と時間の関係式の $x$ 成分， $y$ 成分）を復習する。<br><br>座標を微分すると速度ベクトル，速度ベクトルを微分すると加速度ベクトルになることを確認する。 | 等速直線運動について確認させる。<br>$x = vt$ $v = v$ $a = 0$<br><br>等加速度直線運動について確認させる。<br>$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$<br>$v = v_0 + at$<br>$a = a$<br><br>自由落下・鉛直投げ下ろし・鉛直投げ上げについて確認させる。<br><br>水平投射について確認させる。 |

|     |                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                          |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|     | <p>発問 斜方投射についてそれぞれ同様の発問をする</p> <p>ワークシート2を配付<br/>グループをつくるよう指示</p> <p>発問 単振動と等速円運動の座標、速度、加速度をグループで話し合ってみよう。</p> <p>等速円運動について</p> | <p>同様に復習と確認をする。</p> <p>単振動とその公式三つ(座標と時間、速度と時間、加速度と時間の関係式)を復習確認する。</p> <p>座標を微分すると速度、速度を微分すると加速度(定数)になることを確認する。</p> <p>座標を時間 <math>t</math> で表わす。<br/>座標を微分することで速度ベクトル、速度ベクトルを微分すると加速度ベクトルを求める。</p> <p>正解の解説を聞き、等速円運動と単振動の関係、座標と速度、加速度の関係を再確認する。</p> | <p>斜方投射について確認させる。</p> <p>単振動についての確認させる。</p> <p>机間指導<br/>積極的な議論や意見を取り上げ、グループ活動の活性化を図る。また努力を要すると判断される生徒へ支援する。</p> <p>評価 座標と速度、加速度の関係を単振動の公式や等速円運動のベクトルに活用しようとしているか。(数学的な見方や考え方) ワークシート</p> |
| まとめ | <p>発問 単振動の三つの公式でどれが重要なのか?</p> <p>発問 座標を微分して速度公式が得られるが、加速度(定数)から速度公式を得るにはどうすればよいのか?</p>                                          | <p>単振動は座標の公式(等速円運動の <math>y</math> 座標)が大事で、残り二つは微分によって導けることを再度確認する。</p> <p>等加速度直線運動は加速度(定数)を積分することによって速度公式、さらに座標の公式が得られることを理解する。</p>                                                                                                                | <p>発展的内容に取り組ませる。</p>                                                                                                                                                                     |

(7) 評価規準と評価方法(思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点)

| 学習の目標(観点)                                                            | 評価方法  | 評価規準                               | 十分満足できると判断する状況(a)                         | 努力を要すると判断された生徒への対応(c) |
|----------------------------------------------------------------------|-------|------------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------|
|                                                                      |       | おおむね満足できると判断できる状況(b)               |                                           |                       |
| 座標と速度、加速度の関係が単振動の公式や等速円運動のベクトルに結び付いたか。<br>(数学的な見方や考え方)<br>(関心・意欲・態度) | 小テスト  | 1～2題について二つ公式の間に微分と積分の関係を見いだせた。     | 3題とも二つ公式の間に微分と積分の関係を見いだせた。                | 次回の授業の中で支援していく。       |
|                                                                      | アンケート | 座標と速度、加速度の関係を物理公式で確認でき、そのことの記述がある。 | 座標と速度、加速度の関係を確認でき、今後の学習への意欲が高まった感想が書けている。 | 次回の授業の中で支援していく。       |

(8) 学習活動の工夫(主体的・対話的で深い学びの実現に向けて)

|      | 主体的な学び                                               | 対話的な学び                                     | 深い学び                                   |
|------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------|
| 実践内容 | 工学部進学希望者にとって重要な物理と数学を関連させることによって、ふだんよりも強い興味・関心を引き出す。 | グループ学習をさせることにより、生徒同士が対話しそれによって思考を広げ、深めていく。 | 物理で学んだ公式を数学の知識を確認することによって、知識を相互に関連付ける。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

前時の授業で、教科書の「速度と加速度」の内容を学習させた。まず数直線上の動点Pの座標は時間 $t$ の関数であることを強調した。そして平均速度から極限計算によって(瞬間)速度を、更に速度の変化率から加速度を説明し、座標と速度、加速度の関係を理解させた。例題と練習を1題ずつ解いた後、平面上の動点についても説明した。ここでも座標が時間 $t$ の関数であることを注意し、加えて速度、加速度はベクトルであること強調した。例題を1題解き、ベクトルの大きさの公式を用いて、速さと加速度の大きさを求めて授業を終えた。次回の物理の問題集を持参するよう指示をした。

本時の始めに前時の復習として座標と速度、加速度の関係を質問したところ答えることができた。「今からこの関係が物理の公式にも適用できるか確認作業をする」と、本時の目標を明確にしてワークシート1を配付した(資料1)。まず等速直線運動について座標の公式を聞いてみた。等加速度直線運動と勘違いしている生徒がいたが、正しく答える生徒もいたので両方の変位(座標)公式と速度公式を板書し、実際微分させて前時の学習内容を確認した。以下同様に問いかけを繰り返しながら自由落下、鉛直投げ下ろし、鉛直投げ上げについても確認していった。

次に平面上の運動について話を広げた。水平投射と斜方投射である。物理では $x$ 成分を水平方向、 $y$ 成分を鉛直方向という呼び方で習っている。ここでは速度と加速度がベクトルであることを意識させるためベクトルの成分表示で公式を記入させた。 $x$ 成分は等速直線運動で $y$ 成分は自由落下と鉛直投げ上げであることを説明した。ここでも同様に各成分を微分させて前時の学習内容を確認した。この後単振動と等速円運動について同様に確認すること、そしてグループで話し合いながら進めていくよう指示をした(資料1)。

18名を4～5人のグループに分け、話し合いが活性化するように分かった生徒は分かっている生徒に教えるように促した。単振動の変位(座標)、速度、加速度の公式は覚えている生徒もいたが忘れていた生徒も少なくなかった。しかし、これらは物理で習っている公式であるので、自分で調べたり周りの生徒から聞いたりして記入できていた。等速円運動については、座標、速度ベクトル、加速度ベクトルをどのグループも埋めることができなかった。理由として二つ考えられた。一つめは物理では等速円運動についての座標、速度、加速度の各成分については公式として習っていないことである。二つめは等速円運動の $y$ 座標が単振動であることを生徒は理解していない、または、忘れていていることである。しかし、そのおかげでどのグループも活発に意見を出し合いながら話し合いが行われていて、他者との対話によって思考を深めていこうとする姿を見ることができた。自力で答えにたどり着くグループはでなかったが、数Ⅲの教科書から探して答えたグループが現れた。次に解説を行った。等速円運動の $y$ 座標が単振動であることを強調して説明するとともに、円周上の座標の置き方を復習し、各成分を微分して等速円運動の速度ベクトルと加速度ベクトルが求められることを説明した。



【グループ学習の様子】

まとめとして単振動の三つの公式の覚え方について考えさせた。座標さえ分かれば微分して求めることができること、その座標は数学で習った円周上の  $y$  座標であることを生徒に発問しながら確認した。さらに発展的内容として等加速度直線運動の二つの公式について、積分により導いた。これらも当てられた生徒は答えることができた。

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

### ア アンケート

アンケートの評価結果（生徒の記述）は全員授業内容を理解できた記述であると同時に積極的な意見・感想のみであった（資料 2）。

評価規準は

(a) 今後の学習への意欲が高まった感想が書けている。

「数学をもっと学びたくなった。」「～を調べたくなった。」など

(b) 座標と速度、加速度の関係を物理公式で確認できたことについての記述がある。

| 観点       | a           | b            | c          |
|----------|-------------|--------------|------------|
| 関心・意欲・態度 | 8 人 (44.4%) | 10 人 (55.6%) | 0 人 (0.0%) |

### イ 小テスト

一週間後に小テストを行った。小テスト前に、本時の前提となる座標を微分すると速度、更にそれを微分すると加速度になることを復習確認した。小テストは二つの公式の関係（微分・積分）を問うもので 3 題用意した。微分・積分の観点から公式を思考できるか評価した。

評価規準は

(a) 3 題全てについて二つ公式の間に微分と積分の関係を見いだせた。

(b) 1～2 題について二つ公式の間に微分と積分の関係を見いだせた。

| 観点         | a           | b           | c           |
|------------|-------------|-------------|-------------|
| 数学的な見方や考え方 | 9 人 (50.0%) | 4 人 (22.2%) | 5 人 (27.8%) |

## (3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

本時の数学的活動の位置付けを **D 1** とし、現実の世界との関連を意識した。動点の座標と速度、加速度の関係を理解し、物理の公式において確認することにより数学の物理への応用に興味をもち、新たな公式を導き出させることにより、思考力を養い、教科横断的な有機的な知識の獲得を目指した。数学の教科以外への数学の活用は生徒にとってとても驚きであったようだ。今後、物理はもちろんのこと、他教科や日常生活や社会の事象に数学を活用できる例を探究していきたい。

## (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

対話的な学びとしてのグループ活動では、予想以上にどのグループも活発な話し合いが行われていた。生徒各々も全員話し合いに参加していた。リーダーシップを発揮していると言えるほどの生徒はいなかったが、全員真剣に対話によって思考を進めようとしていることが伺えた。

さらに、工学部進学希望者にとって重要な物理と数学を関連付けることによって、ふだんよりも強い興味・関心を引き出すことができ、主体的な学びができた。

また、物理の公式と数学の知識が相互に関連付いたことにより深い学びが行われたと考えられる。

## 4 まとめ

### (1) 成果

今回の指導と評価を通じて、生徒の三つの問題点と二つの成果を見つけることができた。三つの問

題点の一つめは、生徒は数学と物理が相互に関係していることをあまり、あるいは全く想像できていないことだ。微分法の物理への活用に積極的な感想がでたのは、このことが原因であると考ええる。二つめは、公式を暗記することが学習そのものであると勘違いし、公式を導くという発想が欠落していることである。三つめは工学部を志望しているにも関わらず物理公式を覚えていないものが少なくないことである。

二つの成果とは、グループ学習が思考を活性化し視野を広げるのに役立つことと、数学の他分野への応用が彼らの興味・関心を大きく高めることが分かったことである。

## (2) 課題

今後の課題は二つ考えられる。一つめは、数学を物理への具体的応用、あるいは他分野への具体的応用を授業計画の中に盛り込んでいくことが求められるが、私自身がその事例を知らないのもっと勉強が必要であること。二つめは、公式を導くという発想が欠落していることである。導けるものはその都度授業中に導き方を説明してきたはずであるが、いまだに導くのではなく覚えるという態度が根強いようである。意味も分からず覚えようとするので定着していない。数学に限らず、他の科目も公式を導くという発想が求められるだろう。公式を覚えなくて済む方法や着想に興味・関心を惹くような授業を行わなければならないと感じた。

## 5 おわりに

知識が定着しないものが多い工学部進学希望者を対象として、思考力を養い、数学と物理への意欲を高め、概念が記憶に残る授業を目指した。結果こちらが予想していた以上に積極的な活動が行われ、積極的な感想が書かれた。今後同種の授業実践ができるよう、数学の物理や他分野への応用例を調べていきたい。

# 【資料1 ワークシート】

数学Ⅲ 第6章 微分法的应用 vol.3 等速直線運動と等加速度直線運動

3年( )組( )番 名前( )

## <直線上の運動>

□等速直線運動

位置  $x =$

速度  $v =$

加速度  $a =$

□等加速度直線運動

位置  $x =$

速度  $v =$

加速度  $a =$

(1)自由落下

位置  $y =$

速度  $v =$

加速度  $a =$

(2)鉛直投げ下ろし

位置  $y =$

速度  $v =$

加速度  $a =$

(3)鉛直投げ上げ

位置  $y =$

速度  $v =$

加速度  $a =$

## <平面上の運動>

□水平投げ

位置  $P =$  ,

速度  $\vec{v} =$  ,

加速度  $\vec{a} =$  ,

□斜方投げ

位置  $P =$  ,

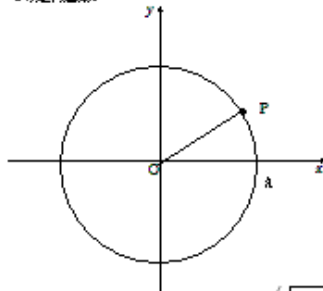
速度  $\vec{v} =$  ,

加速度  $\vec{a} =$  ,

数学Ⅲ 第6章 微分法的应用 vol.4 等速円運動と単振動

3年( )組( )番 名前( )

## <等速円運動>

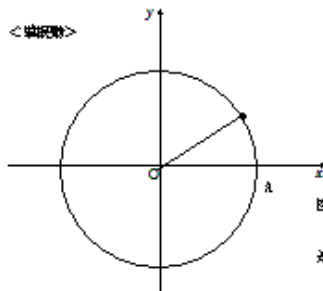


位置  $P =$  ,

速度  $\vec{v} =$  ,

加速度  $\vec{a} =$  ,

## <単振動>



位置  $y =$

速度  $v =$

加速度  $a =$

単振動の公式が覚えられないA君に  
どのように覚えさせればよいだろうか？

等加速度直線運動の公式が覚えられないA君に  
どのように覚えさせればよいだろうか？



## 【資料2 アンケート用紙とその記述例】

アンケート・感想

学年( ) 組( ) 番 名前( )

(1) 物理は好きですか 好き - どちらでもない - 嫌い

(2) 物理への興味・関心 高まった - 変わらない - 減った

(3) 物理は好きですか 好き - どちらでもない - 嫌い

(4) 物理への興味・関心 高まった - 変わらない - 減った

(5) 物理と数学の関係について考えた 考えた - 考えなかった

「考えた」を考えた人はどのように考えたかの記述して下さい。

(6) 今回の授業で印象に残ったことを書いて下さい。

(7) 物理と今回の授業の感想、考えたこと、疑問に思ったこと、その他感想を書いて下さい。

数学Ⅲ 小テスト 3年( )組( )番 名前( )

① 次の①と②の物理公式は、数学的にはどのような関係にあるか推測せよ。

(1) 自然の長さからの伸び  $x[m]$  のばねの弾性力の大きさ  $F[N]$  は  $F=kx$  (ばね定数  $k$ )

(2) ばねの弾性力による位置エネルギー  $U$  は  $U=\frac{1}{2}kx^2$

+

+

② 次の①と②の物理公式は、数学的にはどのような関係にあるか推測せよ。

(1) 質量が  $M, m[kg]$  で距離  $r[m]$  の2物体が及ぼし合う万有引力の大きさ  $F[N]$  は

$$F=G\frac{Mm}{r^2} \quad (G: \text{万有引力定数})$$

(2) 地球の質量が  $M$  のとき、質量  $m$  の物体がもつ万有引力による位置エネルギー  $U$  は、

$$\text{無限遠を基準}(U=0) \text{ とすると } U=-G\frac{Mm}{r}$$

+

+

③ 次の①と②の物理公式は、数学的にはどのような関係にあるか推測せよ。

(1) 極板間の電位差  $V[V]$  のコンデンサーに蓄えられる電気量  $Q[C]$  は

$$Q=CV \quad (C: \text{電気容量})$$

(2) コンデンサーに蓄えられている静電エネルギー  $U$  は  $U=\frac{1}{2}CV^2$

+

### アンケート記述例

#### ○内容理解に関する記述

- ・微分が物理で使えることが分かった。(3)
- ・座標を微分して速度となり、速度を微分して加速度となることが分かった。
- ・等速円運動の  $y$  座標から単振動の式が作れたことが印象に残った。
- ・公式を微分して公式を導けることが分かった(印象に残った)。(2)
- ・単振動の公式を理解していなかったが理解が深まった。
- ・座標さえ覚えていれば速度も加速度も出せて覚えるのが楽になった。
- ・等速円運動の座標をしっかりと覚えておきたい。
- ・物理の公式を微分で出すことができることが分かった。
- ・物理の復習ができてよかった。

#### ○興味・関心の向上に関する記述

- ・数学と物理は関係が深いと感じた。(2)
- ・物理と数学両方の興味が高まった。(2)
- ・物理公式は全て微積で説明がつくのか? 興味が出た。(2)
- ・数学と物理の違いを学べた。
- ・数学と物理はまったく別物と思っていたが微分で物理公式を出せて驚いた。
- ・他にも物理と数学で関係しているものがあるのか興味が出た。(3)

- ・微分積分が他のどのようなことに使われているのか調べたくなった。
- ・数学がなければ物理は成立しないと思った。(2)
- ・物理の公式を全て覚えていたが数学で導けることがすごいと思った。
- ・物理で学んだことが数学でも使われていることに感心した。
- ・数学に物理が出てくるとは思っていなかった。(2)
- ・物理に役立つので数学を習得したいと思った。
- ・数学の積分定数が初速度  $v_0$ , 基準点  $x_0$  であることが印象に残った。
- ・公式は導けること。
- ・物理と数学は同じように見えて、少し違うところが面白い。(3)
- ・今まで物理も数学も公式を丸暗記しなければならないと思っていた。微積で出せたので面白いと思った。
- ・物理の公式は微積で出せることに感動する。

#### ○グループ学習についての記述

- ・いろいろな意見があつてためになった。(2)
- ・異なる考えを聞けて新しい知識を得ることができてよかった。

#### ○将来についての記述

- ・数学の知識が他のことに使われていることを知った。数学についてより多くの知識を身に付けて、生かせることをしたい。
- ・微分の活用の幅を知った。大学の物理に向けてもっと微積の分野を学びたくなった。

## 仮説を用いた授業での指導と評価について

### 1 はじめに

本校の生徒は、自分に自信がなく「自分にはできない」という思いが強いため、授業でもすぐに「分からない」と答えたり、問題を解くのをあきらめたりしてしまう傾向にある。このため、「分からないことでも精一杯考えて取り組むことができる生徒」及び「考える事で思考力・判断力・表現力を高めていく生徒」を育てることを目指し、本校の重点目標である『主体的・対話的で深い学び』（アクティブ・ラーニングの三つの視点）による授業改善を図り、思考力・判断力・表現力を育成しようと考えたものが本実践である。

### 2 指導計画

#### (1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

##### ア 目指す生徒像と指導方法の対応

|    | 目指す生徒像                      | 【指導方法】                                  | 詳細                                                               |
|----|-----------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| I  | 分からないことでも精一杯考えて取り組むことができる生徒 | 問題を解く際に、見通しをもたせたり、構想させたり、計画を立てさせるようにする。 | 分からない問題でも【①仮説】として問題に対する解き方の構想や見通しを立てる。                           |
| II | 考える事で思考力・判断力・表現力を高めていく生徒    | 理解したことや学習活動を振り返る。                       | 採点后、【③振り返り・体系化】に「分かったこと」等を記入したり、【①仮説】を検証したりした後、ループリックによって自己評価する。 |

ここで言う「仮説」とは、「問題を解く際に、見通しをもたせたり、構想させたり、計画を立てさせること」と定義する。

##### イ 授業の流れ

|                    | 内容                | 生徒の動き                                | 教員の動き                                                                    |
|--------------------|-------------------|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| 課題確認<br>[10分]      | 課題の答え合わせ及び解説      | 自宅で課題ノートに解いてきた内容を確認する。               | ・事前に指名しておいた生徒の板書（課題）を基に解説する。<br>・課題ノートを回収する。                             |
| ワークシート<br>[15～20分] | 【指導方法Ⅰ】<br>仮説記入   | ワークシートの【①仮説】を記入する。                   | ・ワークシートを配付する。<br>・机間指導をして記入状況を見る。                                        |
|                    | 解答記入              | ワークシートの【②解答】を記入する。                   | ・課題ノートをチェックする。<br>・前回のワークシートを課題ノートに挟む。                                   |
|                    | 答え合わせ             | 隣の生徒とワークシート交換・答え合わせ後、自分のワークシートを確認する。 | ・解答を配付する。<br>・生徒が間違えた問題を中心に解説する。<br>・生徒の状況に応じて書画カメラで誤答を全体に共有させ、話し合いをさせる。 |
|                    | 【指導方法Ⅱ】<br>振り返り記入 | 【③振り返り・体系化】及びループリックを記入する。            | ・振り返りの記入を指示する。<br>・ループリックの記入を指示する。<br>・課題ノートを返却する。<br>・ワークシートを回収する。      |
| 問題練習<br>[20～25分]   | 応用問題の練習           | 応用問題を課題ノートに解く。                       | ・応用問題のプリントを配付し、問題を解かせる。                                                  |

(2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

| 指導方法    |        | 学習過程の位置付け | 育成を目指す資質・能力 |
|---------|--------|-----------|-------------|
| 【指導方法Ⅰ】 | 仮説記入   | B         | 思考力・判断力     |
| —       | 解答記入   | C         | —           |
| 【指導方法Ⅱ】 | 振り返り記入 | D 2       | 思考力・判断力     |

(3) ルーブリックと評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

|                       | 評価項目<br>【観点】                                     | A<br>(十分満足<br>できる)                                    | B<br>(おおむね満足<br>できる)                                | C<br>(努力を要する)                                   |
|-----------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 【指導方法<br>Ⅰ】仮説記入       | 事象を数学的に考察し、思考の過程において思考力・判断力が身に付いている。【数学的な見方や考え方】 | ワークシートの【①仮説】がほとんど記入されている。<br>（【①仮説】の記入率7割以上）<br>※1    | ワークシートの【①仮説】がある程度記入されている。<br>（【①仮説】の記入率5割以上7割未満）    | ワークシートの【①仮説】があまり記入されていない。<br>（【①仮説】の記入率5割未満）    |
| 【指導方法<br>Ⅱ】振り返り<br>記入 | 思考の過程を振り返り、思考力・判断力が身に付いている。【数学的な見方や考え方】          | ワークシートの【①仮説】がほとんど正しく記入されている。<br>（【①仮説】の正答率7割以上）<br>※1 | ワークシートの【①仮説】がある程度正しく記入されている。<br>（【①仮説】の正答率5割以上7割未満） | ワークシートの【①仮説】があまり正しく記入されていない。<br>（【①仮説】の正答率5割未満） |

※1 仮説の記入率＝ $\frac{\text{【①仮説】の数}}{\text{小問数}}$ ，仮説の正答率＝ $\frac{\text{正しい【①仮説】の数}}{\text{小問数}}$

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                                 | 対話的な学び                                                                | 深い学び                                                                     |
|------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| 実践内容 | 問題文を読み取り、発生した疑問を基に仮説（見通し、構想）を立て、粘り強く取り組み、問題解決の過程を振り返る。 | 生徒同士の協働、教職員との対話、問題文の内容を手がかりに仮説を検証することで、課題発見・解決に自己の考えを広げさせたり、深めさせたりする。 | 仮説を立てて検証するという学びの過程の中で、生徒が気付いたことや既存の知識を相互に関連付けてより深く理解させたり、自分の考えを広げさせたりする。 |
|      | 【指導方法Ⅰ】<br>仮説記入<br>【指導方法Ⅱ】<br>振り返り記入                   | 【指導方法Ⅱ】<br>振り返り記入                                                     | 【指導方法Ⅱ】<br>振り返り記入                                                        |

### 3 実践報告と考察

(1) 学習活動について

ア 【①仮説】及び【②解答】の記入

ワークシートの【①仮説】の欄に問題を読んで考えたことを「仮説（見通し、構想、計画）」とし、「」ので「」の形式で、「」には根拠、「」には方法を記入させる。全ての小問の

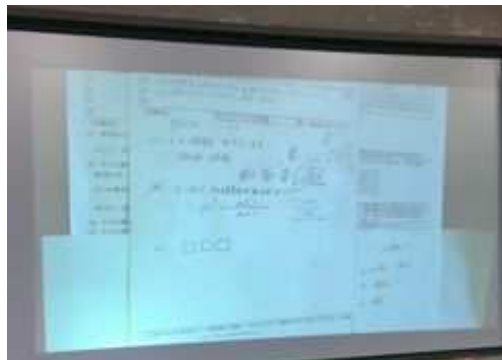
仮説を記入させた後、【①仮説】を基にして【②解答】の欄に解答を記入させる。

#### イ 答え合わせ及び解説

答案を隣の席の生徒と交換させて、答え合わせをさせる。生徒の答え合わせの状況を見て、多くの生徒が間違えた問題を中心に解説する。生徒に見られる共通の誤答などを書画カメラで全体に共有したり、誤答のどこが違うかをペアやグループで話し合いをさせたりする。



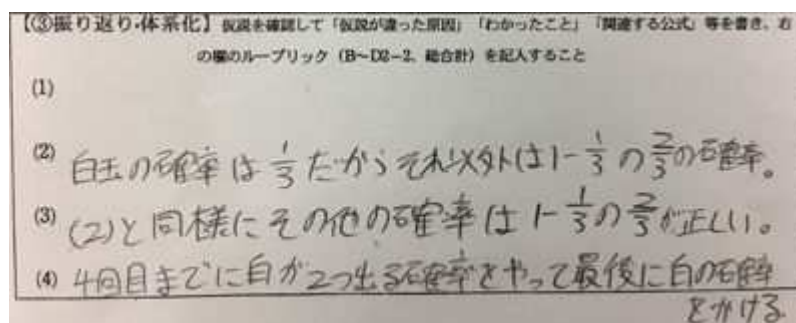
【授業の様子】



#### ウ 【③振り返り・体系化】及びループブリックの記入

振り返りでは、【②解答】を記入する前に考えた自分の仮説を検証し、関連する知識を体系化させた(資料1)。その後、ワークシートに対する取組について、ワークシートの右端のループブリックによって自己評価を行う。

【資料1 生徒のワークシート】



### (2) 評価と評価結果の生徒への還元について

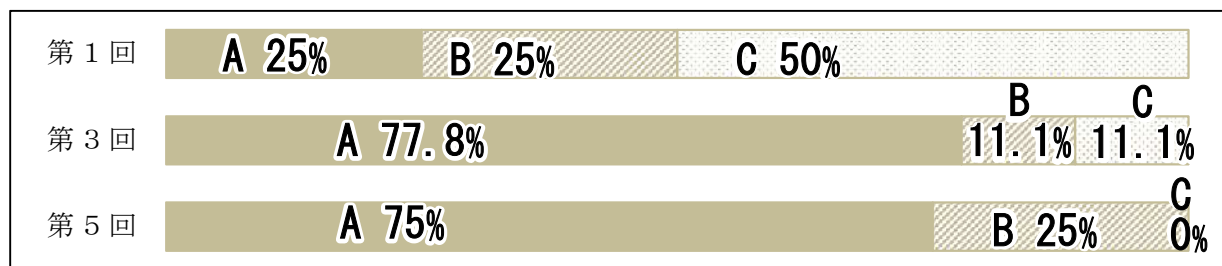
#### ア 評価

##### (ア) 【指導方法Ⅰ】仮説記入

##### a 評価結果

仮説の記入について、第1回、第3回、第5回の記入率の変化を(資料2)に示す。

【資料2 仮説の記入率の推移】 (A 7割以上 B 5割以上7割未満 C 5割未満)



回を重ねるごとに記入率が高くなっているのが分かる。「」ので\_\_\_\_\_」の形式で仮説を書かせることが習慣化できてきたと考える。生徒のワークシートの例とその評価結果を(資料3)に示す。

【資料3 生徒のワークシートの例と評価結果】

A と B, 2 つの野球チームが繰り返し対戦し、先に 3 回勝ったチームを優勝とする。

このとき、各試合で A が B に勝つ確率を  $\frac{2}{3}$  とし、引き分けはないものとする。

次の問いに答えよ。

- (1) A が初戦から 3 連勝で優勝する確率を求めよ。
- (2) A が 3 勝 2 敗で優勝する確率を求めよ。
- (3) B が優勝する確率を求めよ。
- (4) A が初戦から 2 連勝した。この後、A が優勝する確率を求めよ。

【①仮説】問題を解くための仮説(見通し、構想、計画)を論理的に記述すること。

※論理的な記述とは「☐ので $\frac{2}{3}$ 」のような記述( ☐は根拠、 $\frac{2}{3}$ は方法等)とする。

- (1) 3連勝でAが勝つ確率は $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ 。
- (2) 5回、Aが3勝2敗で勝つ場合がある。
- (3) Bが優勝する確率は $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ 。
- (4) この後、Aが2連勝した分は考慮しない。

【評価結果】

4 問中 4 問の仮説が「☐ので $\frac{2}{3}$ 」の形式で記入されているので、  
仮説の記入率は 7 割以上のため評価は A とした。

b 工夫した評価方法

ワークシートを開始した際には、「仮説」を理解しておらず、全く書くことができない生徒もあり、「正しいことを書こうとして、自信がなくて書けない」と様子だった。このため、【①仮説】については、「仮説内容の正誤を問わず記入されていれば評価する仮説の記入率」と「採点后に仮説の内容を検証する仮説の正答率」と2段階の評価にした。また、仮説を記号のみで記入する生徒は、振り返りの際に問題を解く前の自分が考えを検証することができなかった。このため、「☐ので $\frac{2}{3}$ 」の形式で仮説の内容に根拠をもって書いた場合のみ、仮説が記入されたとした。

(イ) 【指導方法Ⅱ】振り返り記入

a 評価結果

振り返りを記入させた中の仮説の正答率について、第1回、第3回、第5回の正答率の変化を(資料2)に示す。

第1回はAが0%だったのに対し、第3回、第5回は30%を超えた。これも、継続的な取組による習慣化の結果であると考え。なお、第5回のBが減少したのは、問題の難易度によるものである。

【資料4 仮説の正答率の推移】(A 7割以上 B 5割以上7割未満 C 5割未満)

【指導内容Ⅱ】仮説の正答率

|     |         |         |         |
|-----|---------|---------|---------|
| 第1回 | A 0%    | B 25%   | C 75%   |
| 第3回 | A 33.3% | B 55.6% | C 11.1% |
| 第5回 | A 37.5% | B 25%   | C 37.5% |

仮説の正答率についての生徒のワークシートの例とその評価結果を（資料５）に示す。

【資料５ 生徒のワークシート】

A と B, 2つの野球チームが繰り返し対戦し、先に3回勝ったチームを優勝とする。

このとき、各試合でAがBに勝つ確率を $\frac{2}{3}$ とし、引き分けはないものとする。

次の問いに答えよ。

- (1) Aが初戦から3連勝で優勝する確率を求めよ。
- (2) Aが3勝2敗で優勝する確率を求めよ。
- (3) Bが優勝する確率を求めよ。
- (4) Aが初戦から2連勝した。この後、Aが優勝する確率を求めよ。

【①仮説】問題を解くための仮説（見通し、構想、計画）を論理的に記述すること。

※論理的な記述とは「□ので $\square$ 」のような記述（ $\square$ は根拠、 $\square$ は方法等）とする。。

- (1) 連勝のためAが勝つ確率を3乗する。
- (2) 5回、Aが勝つのでこの確率も5乗する。
- (3) Bが優勝する確率にこの確率と4回と5回で優勝する場合がある。
- (4) この後とからあるので2連勝した分は考えない。

【評価結果】

- (1) Aが勝つ確率を3乗することに触れているので、正答とした。
  - (2) 考え方が正しくないので、正答とはしなかった。
  - (3) Bが優勝する場合を正しく列挙しているので、正答とした。
  - (4) 2連勝の後のAの勝ち方が不足しているので、正答とはしなかった。
- 4問中2問（(1), (3)）が正答しているので、仮説の正答率は5割以上7割未満のため評価はBとした。

b 工夫した評価方法

「仮説から解答の式が作成できる場合、その仮説を正答」として仮説を検証させたが、生徒では判断しきれないところもあるので、ワークシートを回収した際に教員がチェックするようにした。

仮説が部分的に正しい場合も評価しようとしたが、今回は仮説が正しく書けていることに焦点を当てて、正答のみを評価する正答率を用いた。

イ 評価結果の生徒への還元

仮説の記入については、全ての問題に仮説を記入していない生徒には、声をかけたり、ワークシートに記入を促すコメントをしたりして難しい問題にもあきらめずに取り組めるように働きかけた。

振り返りの記入については、振り返りの内容に応じて教員が補足したり、仮説が全て正しい場合に高評価を示す内容を記入したりした。仮説の一部が正しい場合には、今後の期待を促すコメントをした。仮説が正しいが計算の方法が異なっていたり、理解が浸透していないと教員が判断した場合は、次の時間に解説したり、同様の問題を扱ったりして、理解を深めるようにした。

(3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

計画を立てる際に「算数・数学の学習過程」の位置付けとの関連を考えたことによって、以下の二つの項目について効果が見られた（資料6）。

ア 授業の実践への効果

学習過程と授業の流れを対応させて整理することができた。このため、学習過程に応じて、思考力・

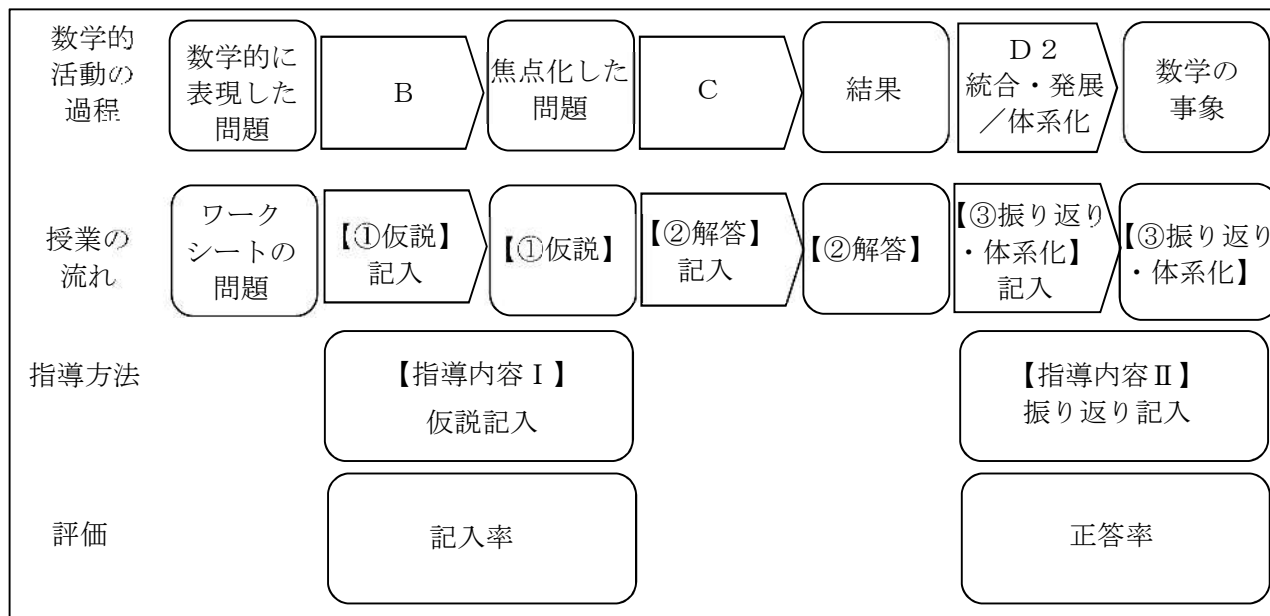


判断力を育てる授業の実践方法を考えやすくなった。

#### イ 評価付けへの効果

「ア 授業の実践への効果」で、学習過程と自分自身の授業の流れを整理できたので、評価も作成しやすくなった。作成の際には特に学習過程に応じた評価とし、指導と評価の一体化及び評価の見える化を心がけた。

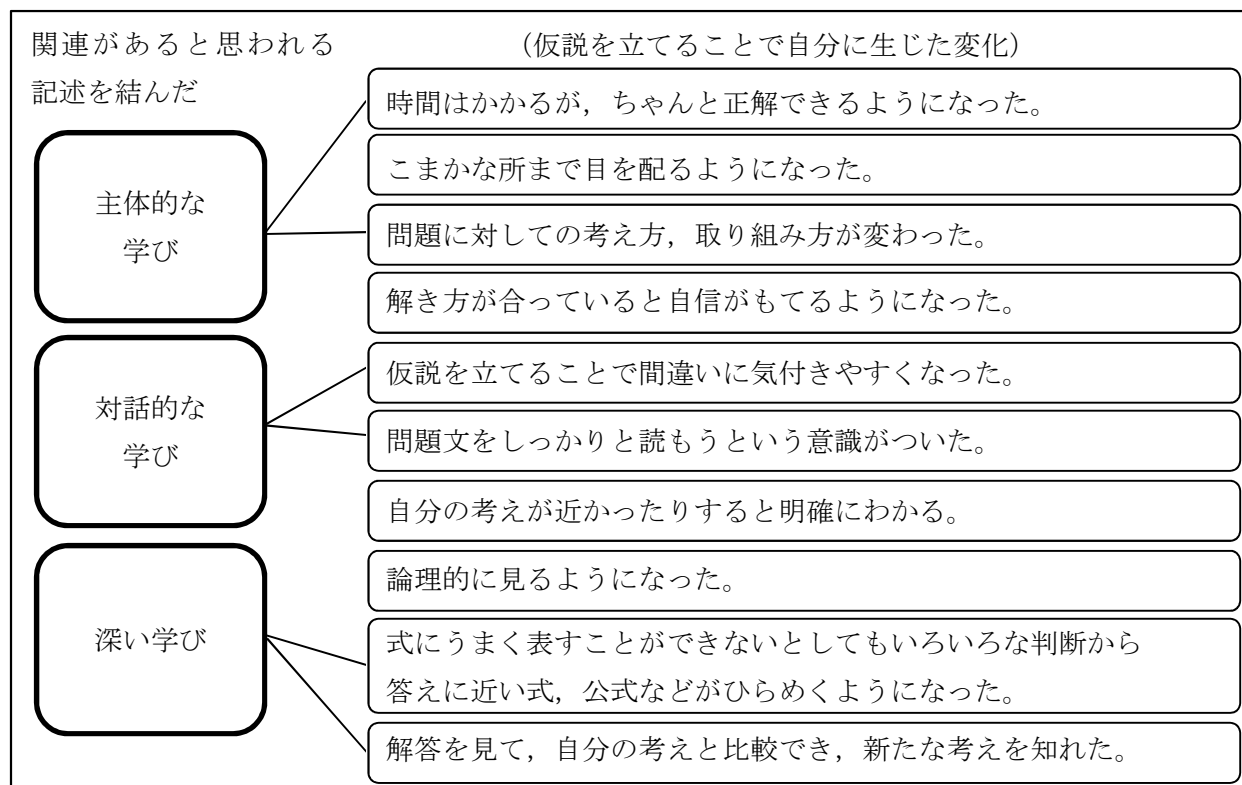
【資料6 学習過程，授業の流れ，指導方法，評価の対応】



#### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

「主体的・対話的で深い学び」と生徒の変容（生徒への記述式アンケート「仮説を立てることで自分に生じた変化を記述してください」との主な関連を確認した（資料7）。

【資料7 学びと仮説を立てることで自分に生じた変化との関連】



生徒の記入した「仮説を立てることで自分に生じた変化」を見る限り、一部の生徒については、主体的な学び、対話的な学び、深い学びが実現できたと考える。あらかじめ、三つの学びを具体的に設定したことで、どのような学習活動を行っているかのチェックポイントになるとともに、実践後に達成できたかを振り返ることができた。

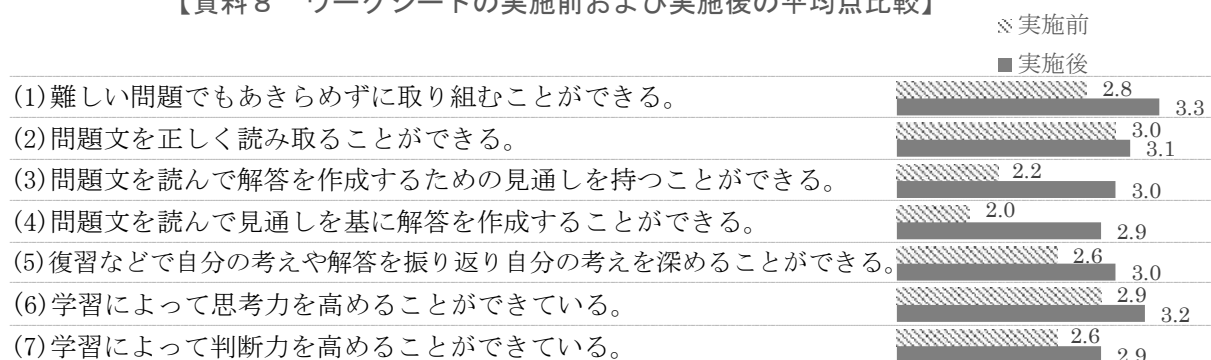
## 4 まとめ

### (1) 成果

ア 学習に対するアンケート（記号選択式）の結果

(1)～(7)の質問に、生徒が「4 よくできた 3 できた 2 あまりできなかった 1 できなかった」の4段階でワークシートの実施前及び実施後に自己評価させた平均点は以下のとおりである。

【資料8 ワークシートの実施前および実施後の平均点比較】



全ての質問に対して平均点が上がっている。特に(3)の「見通しをもつ」、(4)の「見通しを基に解答を作成する」ことに関しては大幅に上がっていることが分かる。仮説を立てることとその仮説が正しいかどうかを確認したことの成果であると考えられる。

イ 記述式アンケートの結果

(ア) 仮説を記述するメリットを教えてください。

- ・ 仮説を書くとおる程度答えまでの見通しがつく。
- ・ 自分が思ったことを書くことで間違えたときに見返して「ここの考えが違ったのか」と復習しやすい。
- ・ 答えを出すまでを考えておくことで問題を解きやすくなる。
- ・ 問題文を理解しようとすることができる。
- ・ 仮説を立てると重要な部分がとても見やすい。
- ・ そのときの自分の考えを文字に起こすことで振り返りが容易になる。
- ・ 文章として書くことによって、よく覚えることができる。

(イ) 振り返りによる仮説の検証をするメリットを教えてください。

- ・ 自分の考えがどこまで正解しているのか細かく理解できる。
- ・ 考えの渋滞が起らず、自分の考えを一つ一つ丁寧に见ることができる。
- ・ 自分のダメだったところ、できなかったところが明確になる。理解力が深まる。
- ・ 自信がつき、より定着しやすくなる。
- ・ 検証するために調べたりするのでそのことで記憶に残りやすい。
- ・ 早く復習することができる。問題を解いていたとき自分が何を考えていたか分かる。

アンケートの集計の結果、仮説の記入や検証（振り返り）を通して、思考力・判断力が身に付いたと

いう回答が多かった。生徒が分からない問題でも取り組むきっかけとして仮説を書くことでなんとか問題に取り組んだり、仮説を書いているうちに解答を思いついたりできるようになったことはよかったと考える。

## (2) 課題

### ア 問題の難易度について

標準レベルの問題については、仮説を書くことができるようになった。しかし、今後入試問題など難しい問題を解く際にどこまで取り組むことができるかということを見極める必要がある。

初めて見る問題でも仮説を考えている間に必要な公式を思いついたり、緊張して解答が思い浮かばない場合でも仮説を書いている際に自分の考えが整理されて気持ちが落ち着いたりすることがある。今後は、応用的な問題を多く扱って、生徒の仮説の記入率や正答率を上げていきたい。

### イ 表現力について

評価項目が多くなりすぎることを防ぐため、今回は思考力と判断力の評価に重点を置き表現力は評価項目の対象としなかった。しかし、活動の中で表現力を育成する目的で「【①仮説】を立てた後、ペアになって自分の仮説を説明する」ことを行ったところ、議論をする前に説明することで自分の考えが整理され、相手の考えも分かりやすく、この後の議論もしやすいという生徒も多かった。このため、今後は生徒の学習状況に応じてこの内容も実施していきたい。



【授業の様子】

## 5 おわりに

本校の生徒は、自分に自信がないため、授業でもすぐに「分からない」と答えたり、問題を解くことをあきらめたりしてしまう傾向にあった。しかし、問題を解く前に構想や見通しをもって【①仮説】を書くことを続けるうちにほぼ全ての問題に取り組めるようになった。【②解答】及び【③振り返り・体系化】においても自分の仮説が正しいことを確認できた際には、生徒が自信をもてるようになった。できないからといって、何もしないよりは、なんとかできることを積み重ねていくことで正解にたどり着いたり、物事をやり遂げたりすることがある。こういったことも生徒に伝えながら、生徒を大きく育てていきたい。

【資料9 ワークシート】

| WS9-3                                                                                                                                                                                                                                                                | ( )組( )番 名前( )  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|---|---|---|-----|---|---|---|-----|---|---|---|-----|---|---|---|---|-------------|---|-----------------|---|-------------|
| <p>A と B, 2つの野球チームが繰り返し対戦し、先に3回勝ったチームを優勝とする。</p> <p>このとき、各試合でAがBに勝つ確率を<math>\frac{2}{3}</math>とし、引き分けはないものとする。</p> <p>次の問いに答えよ。</p> <p>(1) Aが初戦から3連勝で優勝する確率を求めよ。</p> <p>(2) Aが3勝2敗で優勝する確率を求めよ。</p> <p>(3) Bが優勝する確率を求めよ。</p> <p>(4) Aが初戦から2連勝した。この後、Aが優勝する確率を求めよ。</p> |                 | <p>※ルーブリック⑧<br/>数学を活用した問題解決に向けて、構想・見通しを立てる。【思考力・判断力】</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>(1)</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table> <p>3 仮説は論理的に記入されている<br/>2 仮説は記入されているが論理的でない<br/>1 仮説は記入されていない</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>A</td><td>仮説の記入率が7割以上</td></tr> <tr><td>B</td><td>仮説の記入率が5割以上7割未満</td></tr> <tr><td>C</td><td>仮説の記入率が5割未満</td></tr> </table>              | (1) | 3 | 2 | 1 | (2) | 3 | 2 | 1 | (3) | 3 | 2 | 1 | (4) | 3 | 2 | 1 | A | 仮説の記入率が7割以上 | B | 仮説の記入率が5割以上7割未満 | C | 仮説の記入率が5割未満 |
| (1)                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 2   | 1 |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| (2)                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3               | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1   |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| (3)                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3               | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1   |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| (4)                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3               | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1   |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| A                                                                                                                                                                                                                                                                    | 仮説の記入率が7割以上     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| B                                                                                                                                                                                                                                                                    | 仮説の記入率が5割以上7割未満 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| C                                                                                                                                                                                                                                                                    | 仮説の記入率が5割未満     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| <p>【①仮説】問題を解くための仮説(見通し、構想、計画)を全ての小問について論理的に記述すること。</p> <p>※論理的な記述とは「□□で□□」のような記述(□□は根拠、□□は方法等)とする。</p> <p>(1)</p> <p>(2)</p> <p>(3)</p> <p>(4)</p>                                                                                                                   |                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| <p>【②解答】</p> <p style="text-align: center;">小テストの正解数 <span style="border: 1px solid black; padding: 0 10px;">    </span> 問 ※採点者が記入すること</p>                                                                                                                           |                 | <p>※ルーブリック⑨2 解決過程を振り返るなどして概念を形成したり、体系化したりする。(仮説の検証)。<br/>【思考力・判断力】</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>(1)</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table> <p>3 仮説は解答に一致(正答)<br/>2 仮説は解答にある程度一致している<br/>1 仮説は解答に一致していない</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>A</td><td>仮説の正答率が7割以上</td></tr> <tr><td>B</td><td>仮説の正答率が5割以上7割未満</td></tr> <tr><td>C</td><td>仮説の正答率が5割未満</td></tr> </table> | (1) | 3 | 2 | 1 | (2) | 3 | 2 | 1 | (3) | 3 | 2 | 1 | (4) | 3 | 2 | 1 | A | 仮説の正答率が7割以上 | B | 仮説の正答率が5割以上7割未満 | C | 仮説の正答率が5割未満 |
| (1)                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3               | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1   |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| (2)                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3               | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1   |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| (3)                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3               | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1   |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| (4)                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3               | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 1   |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| A                                                                                                                                                                                                                                                                    | 仮説の正答率が7割以上     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| B                                                                                                                                                                                                                                                                    | 仮説の正答率が5割以上7割未満 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| C                                                                                                                                                                                                                                                                    | 仮説の正答率が5割未満     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |
| <p>【③振り返り・体系化】「仮説が違った原因」「わかったこと」「関連する公式」等を2つ以上記入し、右の欄のルーブリックも記入すること。</p> <p>・</p> <p>・</p> <p>・</p> <p>・</p>                                                                                                                                                         |                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |     |   |   |   |   |             |   |                 |   |             |

# 解法のプロセス中の考え方を重視する授業での指導と評価について

## 1 はじめに

本校は総合学科の高校である。生徒の特長としては、少しでも困難なことに直面すると、投げ出してしまい継続することができない傾向がある。そのため成功体験が少ない。授業では学ぶ意欲が十分ではなく、分かる喜びを十分に味わっていないのが現状である。

しかし、数年前と比べ本校に入学する生徒の学力は少しずつであるが上昇している。以前は、単純な計算すら苦手な生徒が多かったが、最近は計算力については、ある程度身に付いている生徒が多数になってきた。したがって、計算力を土台とした思考力・判断力・表現力を育成することが最近の課題である。本校の生徒は、「数学は計算と暗記」という思い込みが強い。考え方の理解よりも計算と暗記に重点を置くため、学力が定着しない。定期考査前に問題を暗記することに慣れてしまっている。そのため、授業では思考することよりも、板書を書き写すことに意識が向いてしまっている。

そこで、本実践では日々の授業の中で、思考力・判断力・表現力を育成しながら、考え方（解法の手だて）を身に付けることを目指したい。

## 2 指導計画

### (1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

#### ア 授業中の発問や解説の工夫

例題の解法のプロセスの中に含まれる「考え方」に当たる部分を考えさせる。まずは、一人で考えさせ、分からなければペアやグループで考えさせる。答えや計算よりもこの考え方を重視させる。

- ①解答をポイントごとに細分化する。
- ②細分化された一つ一つがどのような「考え方」で導かれたのか、言葉にする。  
既存の知識や新しい知識をどのように利用したのか考えさせる。
- ③それぞれの「考え方」にどのようなつながりがあるのかを考察する。  
ワークシートに解答だけでなく「考え方」のスペースを設ける。

#### イ 問題演習の工夫

答えを出すだけでなく、解法のプロセスを丁寧にたどれるようにする。ワークシートに一つ一つの「考え方」を自己評価できる欄を設け、答えを導くまでの過程を振り返り自己評価できるようにする。

### (2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

B 問題演習を通して、洞察力と構想力を身に付けさせる

D 解決過程を振り返らせ、既習の知識と新たに見いだした事柄を結び付け概念を広げる力を身に付けさせる

(3) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 学習の目標<br>(観点)                                  | 評価<br>方法                 | 評価規準                                                 | 十分満足できると判断する<br>状況 (A)                                                          | 努力を要すると判断された生徒への対応 (C)                                                               |
|------------------------------------------------|--------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                |                          | おおむね満足できると<br>判断できる状況 (B)                            |                                                                                 |                                                                                      |
| 解法のプロセス中の考え方を正しく理解し表現することができる。<br>(数学的な見方や考え方) | 観察、答案・ワークシートの記述、発表内容による。 | グループ内の協議に参加し、「考え方」を答えられる。ワークシートの自己評価の欄に「○と△」が5割以上ある。 | グループ内の協議に積極的に参加し、「考え方」を答えられる。自分の考えを周囲の生徒に説明することができる。ワークシートの自己評価の欄に「○と△」が8割以上ある。 | ワークシートの自己評価の欄に「○と△」が5割未満である。<br>声かけや助言をし、協議に参加するように促す。<br>机間指導をしながら、再度ワークシートに取り組ませる。 |

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                    | 対話的な学び                               | 深い学び                                              |
|------|-------------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 実践内容 | 解法の結果だけでなく、それに至るまでの過程を大切にし、解法の考え方を見いださせる。 | グループで協議することで、よりよい考えを導き、それを論理的に説明させる。 | 解法のプロセスを振り返ることで、新しい知識を既習の学習内容を結び付け、つながりがもてるようにする。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動とその考察について

##### ア 1, 2時間目

教科書の例題を解説した後に、ワークシート（資料1, 2）を用いて解法の過程を振り返らせた。今回は導入として、あらかじめ用意しておいた解法のプロセス（1時間目は7項目、2時間目は5項目）を生徒に提示した。それを見ながら自分の解答を細分化することを重点的に行わせた。最初は個人で考えさせ、その後、ペアとグループでも考えさせた。1時間目は初めての試みであったため、生徒の反応も悪く戸惑っている様子であったが、2時間目は1時間目よりスムーズに進めることができた。その後、類題の演習問題を解かせ、解法のプロセスに含まれる考え方をどこまで理解できたかをルーブリックで自己評価をさせた。

##### イ 3時間目

教科書の応用例題を解説した後に、ワークシート（資料3）を用いて解法の過程を次の手順で振り返らせた。

①解答をポイントごとに細かく分ける。

②分けた一つ一つが、どのような考え方なのか、自分なりの言葉にする。

①については、分け方が全員同じになるように発問を工夫して調整した。②については、最初は個人、その後ペアとグループで考えさせる予定であった。しかし、個人で考えさせたとき、ほとんどの生徒が考え方を言葉にできなかった。そのため、考え方に含まれるキーワードをこちらで提示した。すると、1割くらいの生徒が考え方を言葉にできるようになった。ただ、内容としては不十分で、その後にペアやグループで考えさせても、何が正しいのか生徒同士で判断できない様子であった。最後に各グループの言葉が同じになるようにこちらでまとめを行った。その後、類題の演習問題を解かせ、解法のプロセスに含まれる考え方をどこまで理解できたかをルーブリックで自己評価をさせた。

ワークシート (1 時間目)

円の接線の方程式

P. 87

応用例題 2

点から円  $A(1,3)$  から円  $x^2 + y^2 = 5$  に引いた接線の方程式をと接点の座標を求めよ。

2 年 ( ) 組 ( ) 番 氏名 ( )

練習 28

点から円  $A(2,1)$  から円  $x^2 + y^2 = 1$  に引いた接線の方程式をと接点の座標を求めよ。

【解法のプロセス】



(ア) 図をイメージする  
→ 接線が 2 本あることが分かる

- (イ) 接点が分からないので文字でおく  
 $p, q$  と文字を 2 回おいたので、式が 2 本必要  
(ウ) 「接点は円上」 → 「代入」 式 1 本目完成  
(エ) 接点がおけたので、接線の方程式をかくことができる

【既習】 接点 → 接線の方程式 (公式)

- (オ) 「通る」 → 「代入」 式 2 本目完成  
連立方程式であることに気づく  
(カ) 連立方程式を解く  
2 乗が含まれているので、代入法で解く  
(キ) (ア) で確かめたとおり、答えが 2 つある

|     | 自己評価<br>○△× | 振り返り |
|-----|-------------|------|
| (ア) |             |      |
| (イ) |             |      |
| (ウ) |             |      |
| (エ) |             |      |
| (オ) |             |      |
| (カ) |             |      |
| (キ) |             |      |



ワークシート(2時間目)

2年( )組( )番 氏名( )

平面上の点の軌跡

P. 91

例1.4

2点 A(0,2), B(4,0) に対して,  $AP = PB$  を満たす点Pの軌跡を求めよ。

【解法のプロセス】

(ア) 図をかく

$AP = PB$  となる点を取り, 補助記号(線分の長さが同じ)をかく  
ここで, 軌跡が直線になることが予想できる。

(イ) 軌跡は点の集合だから, まずは1点だけで考えて  $P(x,y)$  とおく。

(ウ) (ア) でかいた図の性質を式で表す。

(エ)  $x,y$  だけの式になるように変形する。

(オ) 2点間の距離の公式を利用する。

(オ) 式の形から, 図形の名前を考える。

練習3.2

点 A(-3,0)からの距離と, 点 B(2,0) からの距離の比が3:2である点Pの軌跡を求めよ。

練習3.1

2点 A(-6,0), B(0,4) に対して,  $AP = PB$  を満たす点Pの軌跡を求めよ。

|     | 自己評価<br>○△× | 記述欄 |
|-----|-------------|-----|
| (ア) |             |     |
| (イ) |             |     |
| (ウ) |             |     |
| (エ) |             |     |
| (オ) |             |     |

|     | 自己評価<br>○△× | 記述欄 |
|-----|-------------|-----|
| (ア) |             |     |
| (イ) |             |     |
| (ウ) |             |     |
| (エ) |             |     |
| (オ) |             |     |

ワークシート (3時間目)

2年 ( ) 組 ( ) 番 氏名 ( )

P. 99 応用例題5

$x, y$  が4つの不等式  $x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12$  を同時に満たすとき、 $x + y$  の最大値、最小値を求めよ。

【解】(解答欄は略 (1ページ目は以下、解答欄である))

(2ページ目)

【解法のポイントを考えてみよう】

①解答のポイントごとに細かく分けてみよう。

②分けた一つ一つが、どのような考え方なのか、自分なりの言葉にしてみよう。

『自分』

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| (ア) |  | (ア) |
| (イ) |  | (イ) |
| (ウ) |  | (ウ) |
| (エ) |  | (エ) |
| (オ) |  | (オ) |
| (カ) |  | (カ) |

【まとめ】

|     |  |
|-----|--|
| (ア) |  |
| (イ) |  |
| (ウ) |  |
| (エ) |  |
| (オ) |  |
| (カ) |  |

(3ページ目)

練習40

$x, y$  が4つの不等式  $x \geq 0, y \geq 0, x + 3y \leq 5, 3x + 2y \leq 8$  を同時に満たすとき、 $x + y$  の最大値、最小値を求めよ。

|     | 自己評価<br>○△× | 記述欄 |
|-----|-------------|-----|
| (ア) |             |     |
| (イ) |             |     |
| (ウ) |             |     |
| (エ) |             |     |
| (オ) |             |     |
| (カ) |             |     |

【今日の授業の感想】

1 時間目で 1 問，2 時間目で 2 問，3 時間目で 1 問の合計 4 問のルーブリックでの自己評価の結果を以下に示す（(ア)～(キ)は各問題の解法過程）。

|     | 1 時間目 練習 2 8 |            |             | 2 時間目 練習 3 1 |            |            | 2 時間目 練習 3 2 |             |            | 3 時間目 練習 4 0 |             |           |
|-----|--------------|------------|-------------|--------------|------------|------------|--------------|-------------|------------|--------------|-------------|-----------|
|     | ○            | △          | ×           | ○            | △          | ×          | ○            | △           | ×          | ○            | △           | ×         |
| (ア) | 22 人<br>79%  | 4 人<br>14% | 2 人<br>7%   | 24 人<br>85%  | 1 人<br>4%  | 3 人<br>11% | 19 人<br>68%  | 5 人<br>18%  | 4 人<br>14% | 15 人<br>56%  | 10 人<br>37% | 2 人<br>7% |
| (イ) | 25 人<br>89%  | 0 人<br>0%  | 3 人<br>11%  | 24 人<br>86%  | 2 人<br>7%  | 2 人<br>7%  | 20 人<br>71%  | 4 人<br>14%  | 4 人<br>14% | 10 人<br>37%  | 15 人<br>56% | 2 人<br>7% |
| (ウ) | 24 人<br>86%  | 0 人<br>0%  | 4 人<br>14%  | 20 人<br>71%  | 5 人<br>18% | 3 人<br>11% | 12 人<br>43%  | 11 人<br>39% | 5 人<br>18% | 11 人<br>41%  | 13 人<br>48% | 2 人<br>7% |
| (エ) | 24 人<br>86%  | 0 人<br>0%  | 4 人<br>14%  | 18 人<br>64%  | 5 人<br>18% | 5 人<br>18% | 11 人<br>39%  | 12 人<br>43% | 5 人<br>18% |              |             |           |
| (オ) | 18 人<br>64%  | 6 人<br>21% | 4 人<br>14%  | 16 人<br>57%  | 8 人<br>29% | 4 人<br>14% | 14 人<br>50%  | 8 人<br>29%  | 6 人<br>21% |              |             |           |
| (カ) | 8 人<br>29%   | 9 人<br>32% | 11 人<br>39% |              |            |            |              |             |            |              |             |           |
| (キ) | 5 人<br>18%   | 8 人<br>29% | 15 人<br>53% |              |            |            |              |             |            |              |             |           |

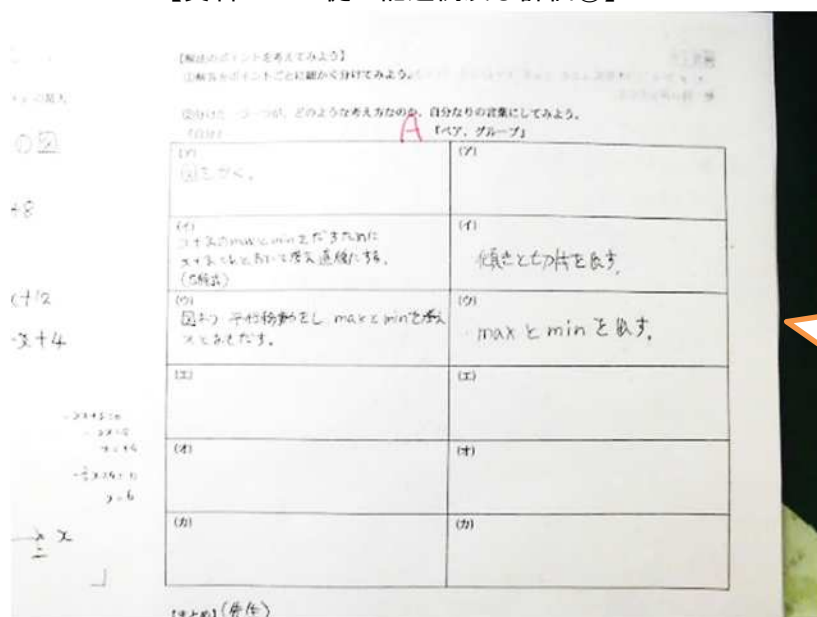
## (2) 評価について

2 (3) の評価規準に基づき評価を行おうとしたが，解法の考え方の部分とルーブリックでの自己評価を総合的に評価することが難しいと判断し，別々に評価をすることにした。その結果を以下に示す（資料 4，5）。

ア 解法の考え方の評価について

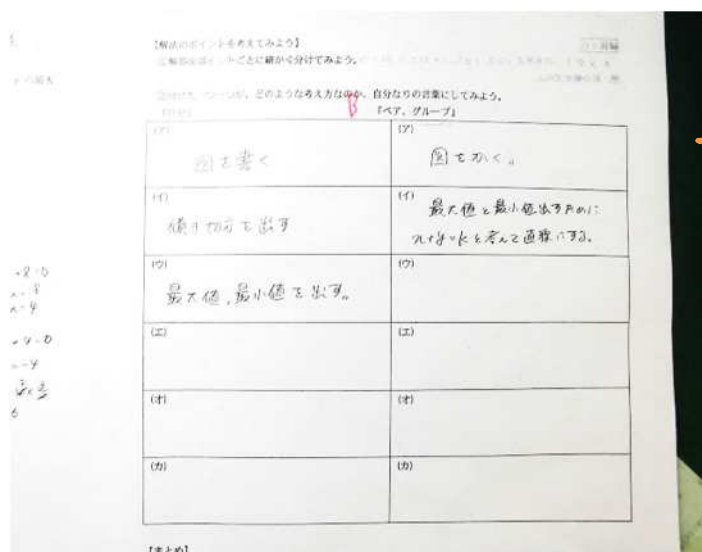
| A         | B          | C           |
|-----------|------------|-------------|
| 2 人<br>7% | 6 人<br>21% | 20 人<br>71% |

### 【資料 4 生徒の記述例及び評価①】



考え方がきちんと記述されているのでAとした。

## 【資料5 生徒の記述例及び評価②】



考え方ではなく、解法の過程が記述されているだけなのでBとした。

生徒にとって、考え方を言葉で表現することは予想していた以上に難しかったようだった。評価Cが70%を超えたため、ほとんどの生徒が表現できなかったことになる。ある程度数学ができる生徒も空白であることが多かった。何を書いてよいのか見当もつかなかったのではないかと考えられる。

イ ワークシートの自己評価について

2 (3) の評価基準に基づいて評価をした。

|     | 1 時間目 <b>練習 2 8</b> | 2 時間目 <b>練習 3 1</b> | 2 時間目 <b>練習 3 2</b> | 3 時間目 <b>練習 4 0</b> |
|-----|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| (A) | 17 人<br>61%         | 23 人<br>82%         | 23 人<br>82%         | 23 人<br>82%         |
| (B) | 7 人<br>25%          | 2 人<br>7 %          | 0 人<br>0 %          | 2 人<br>7 %          |
| (C) | 4 人<br>14%          | 3 人<br>11%          | 5 人<br>18%          | 3 人<br>11%          |

**練習 2 8** は、細分化した考え方の項目が七つと多かったことと、問題の難易度が高かったため、他の問題より、評価(A)の生徒が少なかった。2時間目と3時間目については、評価(A)の生徒が8割を超えた。ただ、各時間とも考え方の項目数が異なることと、問題の難易度に差があるため、各時間で比較することは難しかった。

### (2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

解法の過程を振り返らせることで、既習の知識と新しい知識を区別して生徒に説明できるようになった。生徒にとっても、答えに到達するまで長いと感じ意欲に欠ける部分があったが、このように整理することで、以前よりは前向きに問題に取り組んでくれるのではないかと感じた。

### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

解法のプロセスを振り返り考え方をまとめることで、より理解が深まることを生徒に実感させることを目指した。今回は3時間の授業のみの実践だったので、ごく一部の生徒しかそれを実感させることができなかった。対話的な学びについては、ペアやグループで話し合う以前に個人で考えることがほとんどできなかった。そのため、ペアやグループで話し合う場面を十分につくることができなかった。

た。個人、ペア、グループと考えが深まるような工夫が必要であった。

## 4 まとめ

### (1) 成果

本実践では、解答だけでなく解法の考え方を重視する授業を3時間行った。1, 2時間目は、解法の考え方はこちらで提示し、その考え方が解答のどの部分に当たるのかをメインにしたかったが、練習問題をループリックで自己評価することがメインになってしまった。これは、生徒が考え方よりも、練習問題を解こうとすることに意識が向いたためだと思う。ただ、ループリックで生徒自身がどこまで理解できたのかを、客観的に知ることができたことはよかったと思う。

3時間目は、解法の考え方を言葉にすることを目標にしたが、こちらが予想したよりも多くの生徒は苦戦していた。数学が苦手な生徒にとってはかなりハードルが高かったのではないかと感じた。これは授業後に行った生徒の感想からも分かった。ただ、考え方を言葉にすることで理解が深まったと感じた生徒も少数いた。

#### 【授業後のアンケート結果：一部抜粋】

解法の考え方の評価「B, C」の生徒

- ・何をすればいいかなんとなく分かるけど、説明できない。
- ・簡単に3ステップというわけにはいかなかった。
- ・よく分からないところがあった。

解法の考え方の評価「A」の生徒

- ・前回よりも考え方が明確で分かりやすいと感じた。
- ・解答を分けて考えることで、いつもより理解するまでにかかる時間が短かった。

### (2) 課題

本校の生徒の基礎学力はある程度身に付いてきたが、応用力に欠ける部分がある。教科書の応用例題を解説すると、生徒の声からもれるのは、「答えまで長い」という感想である。解答を考え方によって細分化し、既習知識と新しい知識を組み合わせることで、解答が成り立っていることを少しでも実感してほしいが、ほんの一部の生徒にしかそれを実感させることができなかった。今回は3時間の授業のみでの結果報告で、本校の生徒の学力を考えると、多数の生徒に実感させることは無理があったかもしれない。また、考え方を言葉にする部分の評価が大変難しかった。表現の仕方が一つではないので、規準をどのように設定するのかを再考する必要があった。例えば、キーワードのみを空欄にして考え方を答えさせるなどの工夫をしてもよいと感じた。

## 5 おわりに

今回の授業実践では、思考力・判断力・表現力を育成しながら、考え方の理解を深めることを目標としたが、それを達成できたのは一部の生徒となってしまった。ただ、今回は1回だけの実践であったのが、この取組を継続して行い徐々に改善をすることで、目標を達成できる生徒を増やすことができるのではないかと考える。生徒も今回の授業形態に慣れ、答えを出すこと以上に考え方を重視する習慣ができれば、数学のおもしろさに気付くきっかけになると思っているので、今後の授業でも継続していきたい。

## 作問を用いた授業での指導と評価について

### 1 はじめに

本校の教育目標は、「不断に発展する社会に対応し、更に未来の要請にこたえられる心身ともに健康な国民の育成を期する」ことであり、「知性ある社会人、品格ある教養人、気力ある生活人」の育成に向けた教育活動の充実を図っている。本校の生徒は、真面目な生徒が多く、与えられた課題はきちんと取り組むことができる。しかし、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、問題を見いだして解決策を考えたりする「深い学び」が実現できているとはいいがたい。

そこで、数学においては、問題解決を振り返り、見いだした事柄を既習の知識と結び付け、新しい概念を形成したり、よりよい解法を見いだしたりする力を身に付けさせることを目標としている。

### 2 指導計画

#### (1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

本実践は、3年理型の数学Ⅲの授業で実施する。現在、数学Ⅲの授業は教科書の内容を終了し、習熟度別に授業を行っている。その中で、私が担当しているクラスは、数学Ⅲと数学Ⅰ・Ⅱ・A・Bの内容を融合させた発展問題に取り組んでいる。今回は、このクラスの生徒を対象にする。

手順（（ ）内は時間配分）

- ① 前回の授業の終わりにワークシートを渡し、基となる問題を1題解かせる。さらに、「この問題を発展させるとどのような問題を追加できるか」も考えさせる。注意点として、追加問題の作成の意図を考えることと、追加問題の解答は方針のみで、答えを求める必要はないことを伝える。以上を宿題とする。
- ② 授業の始めにグループをつくらせ（1グループ4人程度）、グループ内で基となる問題の答え合わせと、宿題で作成してきた追加問題を共有させる。（10分）
- ③ グループで話し合い、全体で発表する1問を選定させる。なお、話し合いの中でよりよい問題を作成できた場合は、その問題を選ばせる。（15分）
- ④ グループごとに黒板を使って発表させる。発表の際には、考えた問題とその出題意図のみを発表させる。（10分）
- ⑤ 発表が終わった後、生徒一人一人に自分が興味をもった問題を1題選ばせ、その解答をつくらせる。（15分）
- ⑥ 授業の終わりにワークシートを提出させる。

#### (2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

この指導は、学習過程のD2に位置付けられる。問題を発展的に捉えることにより、新しい概念を見いだす力を育成する。また、グループで作成した問題を共有することで、多面的に物事を捉え、概念を広げ深める力を育成する。さらに、あえて解答を全体に示さないことで、主体的に学習する力の育成も図る。

(3) ルーブリック（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 評価項目<br>【観点】                                  | A<br>(十分満足できる)                       | B<br>(おおむね満足できる)               | C<br>(努力を要する)                |
|-----------------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| 追加した問題は基となる問題を発展させた内容となっているか。<br>【数学的な見方や考え方】 | 作成した追加問題は基の問題の出題意図を踏まえた発展的な問題となっている。 | 作成した追加問題は基の問題の設定を利用した問題となっている。 | 作成した追加問題は基の問題と関係のない問題となっている。 |
| 評価基準は実施後に修正（後述）                               |                                      |                                |                              |

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                                | 対話的な学び                                              | 深い学び                                                         |
|------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| 実践内容 | 追加問題は、問題と出題意図だけを発表させ、解法を発表させないことによって、解法については自分で考えさせる。 | それぞれが作成した追加問題をグループで共有することにより、他の生徒の考えを自分の考えに取り入れさせる。 | 発展的な問題を考えさせることにより、問題集の解答例だけを理解するのではなく、より深く問題について考察できるようにさせる。 |

### 3 実践報告と考察

(1) 学習活動について

ア 対象

3年理型 6・7組 20名 8・9・10組 8名 合計28名（男子12名 女子16名）

イ ワークシート（実物はB4判）

3年 理型 数Ⅲ＋ⅠAⅡB発展クラス 研究プリント ～問題を自作してみよう～ No.2 3年( )組( )番 名前( )

1  $a$  を実数とする。曲線  $C_1: y=x^2$  上の点  $(a, a^2)$  における接線を  $l$  とする。  
(1)  $l$  の方程式を求めよ。  
(2)  $a=2$  とする。曲線  $C_2: y=x^2-1$  と  $l$  とで囲まれた部分の面積を求めよ。

1 ①基となる問題を解く

2 左の問題を発展させるとどのような問題を追加できるか考えよ。また、その問題を作成した意図も記述せよ。  
①追加する問題

1 追加問題を考える

②出題意図

1 出題意図を考える

③追加した問題の解法 ※どのように解くのか、方針を書く。答えまで求めなくてよい。

ここまでが宿題

以上が課題



③ グループで□の答え合わせをせよ。次に、追加した問題を発表し合い、その中からグループで発表する問題を1つ選べ。なお、話し合いの中で、よりよい問題が作成できたら、その問題を発表せよ。

①発表のメモ

②追加問題をグループで共有

②グループとして発表する問題とその出題意図

問題

③④発表する問題を決定し  
発表する

出題意図

③④出題意図も発表する

④ 全体の発表を聞いて、もっとも興味のある問題を選び、その問題を解け。

①選んだ問題

②解答

⑤全てのグループの発表後、  
最も興味ある問題を解く

ウ 展開

「2 指導計画(1)」の手順に従って実施した。基となる問題は以下となる（ワークシート①）。

- ①  $a$  を実数とする。曲線  $C_1: y=x^2$  上の点  $(a, a^2)$  における接線を  $\ell$  とする。
- (1)  $\ell$  の方程式を求めよ。
- (2)  $a=2$  とする。曲線  $C_2: y=x^2-1$  と  $\ell$  とで囲まれた部分の面積を求めよ。



【手順③の様子】



【手順④の様子】

6・7組は5グループ、8・9・10組は2グループで活動を行った。それぞれのグループが発表した問題と出題意図は、以下のとおりである。

| 問題                                                                                                                                                 | 出題意図                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| y 軸上に中心をもつ半径 2 の円 $C_3$ を作る場合、 $C_1$ と $C_3$ が接するとき、 $C_1$ と $C_3$ とで囲まれた部分の面積を求めよ。                                                                | 複雑な計算と柔軟な発想力を問う。                                        |
| $a=2$ とする。 $\ell$ と $C_1$ と $C_1$ 上の点 $(b, b^2)$ ( $b < 0$ ) における接線で囲まれた面積が $\frac{16}{3}$ になるときの $b$ の値を求めよ。                                      | 二つの接線からなる面積の求め方が分かるか。                                   |
| (2) で求めた面積の部分を y 軸の周りに 1 回転してできる体積を求めよ。                                                                                                            | (2) ができないと解けない問題。面積だけでなく、体積も求められるか。                     |
| $y = x^2 - 1$ ー①, $y = 2x$ ー②, $y = \frac{8}{x}$ ー③, ②と③の交点は、A (-2, -4), B (2, 4) とする。点 A と点 C を通り、③との交点を C (8, 1) とするとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。 | グラフが原点对称になることの理解ができていないか。分数関数を理解できているか。                 |
| a の値がどんな時でも $C_2$ と $\ell$ の面積が $\frac{4}{3}$ となることを証明せよ。                                                                                          | (1) と (2) を使わせたい。証明させたい。計算の工夫をさせたい。                     |
| $a=2$ として直線 $\ell$ と $C_2$ と y 軸で囲まれた面積を 2 等分し、 $C_2$ の頂点を通る直線の方程式を求めよ。                                                                            | (2) を利用しつつ、更に複雑にして、時間をかける問題にしたい。                        |
| $\ell$ と $C_2$ で囲まれた面積を S とするときの S の範囲を求めよ。                                                                                                        | (1), (2) の誘導に乗れるか。場合分けが正しくできるか。文字が入っても計算できるか。面積公式を使えるか。 |

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

今回の評価は、ワークシートの **2** に対してのみ行った。生徒が作成した追加問題を分類すると以下のとおりとなる（問題として成立していない問題も含む）。

|                   |                           |             |             |                                   |          |                |
|-------------------|---------------------------|-------------|-------------|-----------------------------------|----------|----------------|
| 曲線と直線で囲まれた面積を求めよ。 | (2) で求めた面積を 2 等分する直線を求めよ。 | 回転体の体積を求めよ。 | 三角形の面積を求めよ。 | (2) で求めた面積は、a の値によらず一定となることを証明する。 | 定積分を求めよ。 | 共通接線を持つ曲線を求めよ。 |
| 11 問              | 5 問                       | 3 問         | 3 問         | 3 問                               | 1 問      | 1 問            |

評価について、当初は「2 指導計画(3)」に示したとおり、基となる問題の設定を利用し、発展的な問題を作成できた場合「A」、設定を利用しているだけは「B」と考えていたが、実際に生徒が作成した問題を評価しようとしたとき、客観的に見て発展的な問題と判断することが難しいと感じた。そこで、ルーブリックの評価基準を客観的に判断しやすいように、基の問題の設定を利用している点と問題が成立している点と問題と出題意図が合致している点の 3 点に着目し、以下のように変更した。

### 【修正したルーブリック】

| 評価項目                                          | A<br>(十分満足できる)                          | B<br>(おおむね満足できる)                        | C<br>(努力を要する)             |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------|
| 追加した問題は基となる問題を発展させた内容となっているか。<br>【数学的な見方や考え方】 | 作成した追加問題は基の問題の設定を利用した問題となり、出題意図と合致している。 | 作成した追加問題は基の問題の設定を利用しているが、問題や出題意図に不備がある。 | 作成した追加問題は基の問題の設定を利用していない。 |

この規準によって評価をした結果、評価の分布は以下ようになった。さらに、評価例も次に示す。

| A   | B  | C  |
|-----|----|----|
| 17人 | 7人 | 3人 |

### 【資料1 評価例】

①追加する問題

$C_1: y=x^2$  上の点  $(a, a^2)$  における接線  $l_1$  と  $C_2: y=x^2-1$  とで囲まれた図形の面積は点の位置にかかわらず一定であることを示せ

基の問題の設定を利用している。

②出題意図

証明問題にして文章で説明できるかあるかをみる。  
(2)と答える同じだけ、ただ公式にあてはめればいいとは違い、本質がわかっているかをみる。

問題と出題意図が合致している。

A

評価Aの例

---

①追加する問題

$C_1, C_2$  の異なる点を結ぶ直線  $l$  の傾きを  $m$  とし、 $C_1$  と  $l$  の交点  $P$  の座標を  $(x_1, y_1)$  とし、 $C_2$  と  $l$  の交点  $Q$  の座標を  $(x_2, y_2)$  とし、 $PQ$  の長さを  $d$  とし、 $d$  の値を求めよ。

基の問題の設定を利用しているが、 $C_1$  と  $C_2$  には共通点が存在しないため問題が成立しない。

②出題意図

問題を文を正確にして解説を試みて、計算の量も同じなので計算量も同じになる。

問題と出題意図が合致していない。

B

評価Bの例

評価については、ワークシートにA、B、Cの3段階を付け、生徒に返却した。

### (3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

今回の授業は、計画段階で学習過程のD2に位置付けて指導を行った。宿題として考えてきた個人の追加問題は、基の問題と同じ面積の問題が多く、この段階では概念を広げられたとは言いがたい。しかし、お互いの問題を共有し、話し合いをする中で、一人では思いつかなかった概念を新たに見いだすグループも見受けられた。このことにより、数学的活動を展開する中で、概念を形成したり、体系化したりするためには、他の意見を取り入れることが大きな手助けになると考えられる。

### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

#### ア 主体的な学びについて

追加問題については、出題意図のみで、解法は発表しないとしたが、グループで話し合いをしている時間に積極的に他の生徒が考えた問題を解いている生徒が多く見受けられた。また、グループの代表者が前で発表しているときも、何も言われなくてもその問題を解いている生徒もいた。ふだんは問題集の問題を積極的に取り組もうとしない生徒も、同級生が考えた問題には強い関心を示すことが分かった。

#### イ 対話的な学びについて

グループ学習を行ったが、こちらが想像していたよりも活発に話し合いが行われた。ふだんは、あまりそのような素振りを見せないが、生徒は数学に関する興味・関心が高く、お互いに自分の考えを発表する機会を設ければ、積極的に意見を交わすことを知ることができた。

#### ウ 深い学びについて

基となる問題をシンプルにし、追加問題を考えるときにさまざまな既習の知識と結び付けられるように工夫をした。しかし、結果として、基となる問題と同じ単元の問題を作成する生徒が多かった。また、問題を作成する上で、ふだん使用している問題集や参考書を参考にした生徒が多かったが、その結果、問題集などの解答例を表面的に理解するのではなく、一つの問題に対して、ふだんより深く考察できたと考えられる。

### 4 まとめ

#### (1) 成果

2回の実践後に行ったアンケートの結果は以下のとおりである。

| 質問事項                 | 10 分以下 | 15 分程度 | 30 分程度 | 45 分程度 | 1 時間以上 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 追加問題をつくるのに<br>かかった時間 | 5 人    | 10 人   | 10 人   | 1 人    | 2 人    |

| 質問事項                     | そう思う | ややそう思う | どちらでもない | ややそう思わない | そう思わない |
|--------------------------|------|--------|---------|----------|--------|
| この授業は数学の力を高めるのに役に立つと思うか。 | 14 人 | 12 人   | 2 人     | 0 人      | 0 人    |
| 評価は妥当だと思うか。              | 16 人 | 10 人   | 1 人     | 0 人      | 1 人    |
| 今後も受けてみたいと思うか。           | 11 人 | 5 人    | 7 人     | 2 人      | 3 人    |

アンケート結果から、多くの生徒が今回の授業を数学の力を高めるのに役に立つと考えていることが分かった。生徒の感想からは、「追加するときに、他の知識も使わせたいと考えると、自分も復習することができていいと思った」「出題者が問題を出す意図を考えながら問題をつくっていることも分かった」「問題をつくるというのは、本当に理解していないとできないことだと思うので、数学の理解を深めるのにすごくいいと思う」など、出題者の立場に立ち、問題を深く捉え、考察しようとした様子がうかがえた。また、グループ学習を行ったことに対しては、多くの生徒が楽しかったと感想を述べており、先述したとおり、ほとんどのグループで活発に意見を言い合う姿が見られた。また、「他の人と話すことで、こんな考え方もあるんだと発見できた」と他の考えを取り入れることで、理解を深めることができたと感じる生徒もいた。

問題の作成時間は 15 分～30 分程度が半数以上を占めている。3 年生ということもあり、なかなか時間がとれなかったようである。問題作成を宿題にしたことに対して、不満をもった生徒も数名いた。

評価については、ほとんどの生徒が妥当であったと考えている。そう思わないと回答した生徒は、自分の問題がそこまでよい問題だと思わないからという理由であった。

## (2) 課題

今回の授業実践は、教科書をひとつと学習した3年に向けて行ったため、既習事項と結び付けて深く思考させる機会を与えることができた。この授業を1年や2年で実践する場合、既習の内容が広くないため、その時点での生徒の知識量や理解の状況をきちんと把握した上で取り組む必要がある。同じ作問の授業でも、作問のさせ方にさまざまな工夫が必要であると思われる。また、今回は作問をメインとしたため解答まで求めさせなかったが、逆に問題の設定を調整させて解答がつくれる問題を作成させてもよいと思った。

評価については、本来は発展的な問題に対して高い評価を与えたかったのだが、客観的に何をもって発展的とするかを明確にしたループリックの評価基準をつくることができなかった。もし、そのようなループリックを作成するとしたら、個人ではなく複数の意見をもって作成する必要があると感じた。思考力などを評価するためにはチームの力が必要であると分かった。

## 5 おわりに

今回の授業実践では、目標としていた「深い学び」をさせることができた。本校の生徒は、元々思考力が低いわけではなく、物事を深く考えることに興味・関心をもっていることが分かった。ただ、それを育む機会が少ないだけだと改めて感じることもできた。今後は、数学科の先生方と協力し合い、受け身の授業を行うだけでなく、生徒自身が考え、話し合い、発表する機会をつくれるような授業を実践していきたい。

## お互いを意識した解答を用いた授業での指導と評価について

### 1 はじめに

本校では、生徒の学習実態を調査している。その結果から多くの生徒は、「学力を向上させたい」という気持ちはある。しかし、学力向上に対して積極的な姿勢は見られない。また、どうやって勉強したらよいかその方法も分からないという現状がある。この現状を踏まえ、我々教員がしなければならないことは、生徒の学習に対する積極的な姿勢を喚起すること、生徒に学習の道筋を示すこと、また我々教員自身の授業力の向上を図り、学習環境を整える必要がある。

また、「苦手教科は何ですか？」という質問では、文型生徒の約 45%が数学と解答している。数学を苦手としている生徒は授業でも受け身の姿勢が多く見られる。練習問題を解く時間になっても問題が解けず、答え合わせの時間を待って答えを写すだけになってしまう生徒がいる。ふだんから少しでも考えさせるため、生徒全員を指名することを目標に何度も発問して考えさせている。また、問題を解くために問題文にある手がかりを「keyword」として紹介し、例題や演習問題の解説でも取り入れた。これらは少しずつ身に付いてきたように思う。しかし、受け身の姿勢であることは変わらず、自発的な活動からは程遠い。そこで、受験で数学を必要としない文型生徒を対象に自発的な活動を促し、数学を通してあらゆる教科に対応できる力を身に付けさせたいと考え、実践を行った。

### 2 指導計画

#### (1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

- クラス：文型2クラス（本校Sクラス）※Sクラス：上位大学進学を目指すクラス
- 期 間：7月上旬～10月中旬
- 教 材：改訂版トライ EX 数学演習Ⅰ・A＋Ⅱ・B
- 授業の流れ
  - ①EX問題を解説（20分）する。解説時に途中の計算は省略する（式をたてるだけ）。
  - ②プリント（資料4）を配付し、練習問題で演習（15分）をさせる。その際、EX問題の解説は黒板に残しておく。演習中は時間を区切る。  
例）4分：自分で解答→7分：隣と交換して続きを解答→4分：再び交換して続きを解答
  - ③ ペアで協力して解答作成・自己アンケート（15分）を行う。
- 目指す資質・能力を育成する手だて
  - 思考力：マーク式問題なので、途中の計算式をしっかりと書かせる。
  - 判断力：問題文から解答の流れを掴むことと、ペアの解答を理解して続きの解答をさせる。
  - 表現力：ペアが解答を読むことを意識して、解答をつくらせる。

#### (2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

学習過程のB、Cに位置付けられる。

- ・「数学的な問題を解決するための見通しを立てる力」において、問題文を読み解くことにより、例題の解答の流れや考え方を参考にすることで身に付けさせる。
- ・「数学的な見方・考え方に、的確かつ能率的に処理する力」においては、ペアの解答を読み解き、ペアの解答や考え方を参考にすることで身に付けさせる。

(3) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 学習の目標<br>【観点】                                           | 評価方法                | 評価規準                 | 十分満足できると判断する状況（a）     | 努力を要すると判断された生徒への対応（c）      |
|---------------------------------------------------------|---------------------|----------------------|-----------------------|----------------------------|
|                                                         |                     | おおむね満足できると判断できる状況（b） |                       |                            |
| 相手の解答の理解度<br>※どれだけ相手の解答内容が分かり続きの解答ができたか<br>【数学的な見方や考え方】 | 机間指導<br><br>自己アンケート | 「理解して解答した」と評価している。   | 「とても理解して解答した」と評価している。 | 例題とペアの解答の流れを見比べるように声かけをする。 |
| 解答の意識度<br>※ペアに分かるように解答が書けているか<br>【数学的な見方や考え方】           | 自己アンケート             | 「意識して解答した」と評価している。   | 「とても意識して解答した」と評価している。 | 自己評価が低い生徒には声かけをする。         |
| 行間力<br>※途中の計算式や計算が書けているか<br>【数学的な技能】                    | 自己アンケート             | 「書くことができた」と評価している。   | 「十分に書くことができた」と評価している。 | 自己評価が低い生徒には事後指導を行う。        |

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び             | 対話的な学び                                                                                               | 深い学び                                                                               |
|------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 実践内容 | 例題を解説した後、類題の演習を行う。 | 時間内に解答が終わらなかったペアは、既習内容を利用し協力しながら残りの解答を作成する。<br>時間内にペアのどちらかの解答が終わった場合、終わっていない生徒が終わった生徒に質問しながら解答を作成する。 | ペアの解答を見て理解し、ペアの続きから解答を行う。<br>ペアで協力して解答を最後まで作成する。<br>時間内に解答が終わったペアは、お互いに質問をして、解説する。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

まず始めに例題の解説を15分～20分で行った。問題の手がかりを探すことから始め、必要な公式を書き出した。例題には解答が載っているので、なぜ解答の式が出てくるのかを中心に説明し、途中の計算は全て省略した。また、黒板に関しては解説をそのまま残しておいた。例題の解説後、問題プリントを配付した。その際、例題の説明を集中して聞かせるためと演習に集中させるために、問題演習中は筆記具以外を片付けるように指示をした。プリントには問題とともに解答を載せておき、解答が合っているかどうかすぐ分かるようにしておいた。

演習では、始めに自分で問題を解く時間を3分～4分与えた。直前に似た問題の解説を行っているので多くの生徒が問題に取りかかっていた。時間が来たら解答を止めさせ、書いたところまで線を引かせ、隣の生徒とプリントを交換し、続きから解答をさせた。この時、ペアの解答の続きから行うので、計算途中であったり、解答の書き方が雑であったり、自分とは違う考え方で解いているため、まずはペアの解答を読み解く作業が必要になっていた。ペアの解答が理解しにくい生徒は、黒板とペア

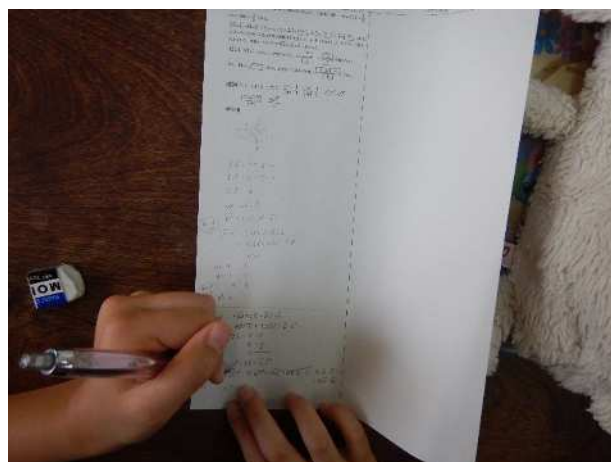


の解答を見比べながら進めていた。ペアの解答を読み解く時間とある程度の解答を作成するため6分～7分の時間を与えた。時間が来たら解答を止めさせ、書いたところまで線を引かせた。もう一度交換させ自分のプリントが戻ってきたら、その続きから解答をさせた。その時間を4分～5分与えた。この時点で、ペアが解答を完成させていた場合、ペアの解答を参考に自身で解き直していた。

残りの15分～20分をペアでの話し合いとアンケートを行う時間とした。ペアでの話し合いでは、解答が最後までできていないペアは話し合いながら解答を作成していた。また、ペアのどちらかが終わっている場合は、終わっていない生徒が質問しながら解答を作成していた。両方とも解答が終わっているペアは、解答の中でお互いが疑問に思ったところを聞き合っていた。そして、机間指導の時、数学が苦手なペアで話し合いが進んでいない場合は解説の補助を行った。また、ペアの話し合いが苦手なペアには、発問のヒントを出しながら話し合いを促した。



【分からない部分を板書で確認している様子】



【ペアの続きから解答をしている様子】



【ペアワークをしている様子】



【ペアが解説をしている様子】

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

思考力についてはマーク式問題なので、途中の計算式をしっかりと書かせ、判断力については問題文から解答の流れを掴むことと、ペアの解答を理解して続きの解答をさせ、表現力についてはペアが解答を読むことを意識して、解答をつくらせることで育成できるのではないかと思います実践を行った。これらの力が付いたかどうかの評価は、7月と10月のアンケートを比べることででき、その比較の結果、2クラスとも比較すると値が伸びており、それぞれの力が付いたと評価する（資料1）。

【資料１ ７月と１０月の各項目の比較の生徒アンケート結果】

|     | クラス | 相手の理解度 | 意識度  | 行間力  |
|-----|-----|--------|------|------|
| ７月  | ２組  | 4.17   | 4.07 | 3.93 |
|     | ３組  | 4.33   | 4.15 | 3.93 |
|     | 合同  | 4.24   | 4.11 | 3.93 |
| １０月 | ２組  | 4.38   | 4.40 | 4.18 |
|     | ３組  | 4.54   | 4.44 | 4.29 |
|     | 合同  | 4.46   | 4.42 | 4.23 |
| 比較  | ２組  | 0.21   | 0.33 | 0.25 |
|     | ３組  | 0.21   | 0.29 | 0.37 |
|     | 合同  | 0.21   | 0.31 | 0.31 |

アンケート項目

相手の理解度

|                 |              |                    |                 |
|-----------------|--------------|--------------------|-----------------|
| とても理解して<br>解答した | 理解して<br>解答した | あまり理解して<br>解答しなかった | 理解して<br>解答しなかった |
| ５点              | ４点           | ２点                 | １点              |

意識度

|                 |              |                    |                 |
|-----------------|--------------|--------------------|-----------------|
| とても意識して<br>解答した | 意識して<br>解答した | あまり意識して<br>解答しなかった | 意識して<br>解答しなかった |
| ５点              | ４点           | ２点                 | １点              |

行間力

|                 |          |                    |        |
|-----------------|----------|--------------------|--------|
| 十分に<br>書くことができた | 書くことができた | あまり書くことが<br>できなかった | 書けなかった |
| ５点              | ４点       | ２点                 | １点     |

(数値は、各アンケート項目の平均値である)

(3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

ふだんの授業は①演習時間の確保、②自己肯定感の向上、③集中力の持続の３点をコンセプトに行っている。

①について、以前は教員が解説を行い、生徒は板書をきちんと写していた。悪いことではないが、写すことに必死になり、例題の説明を聞けなかったり、考えながら写したりすることができなかったり、問題を解く時間を与えても、ノートを書くことで終わってしまう生徒がいる。そうすると、授業進度が遅くなり、いたずらに時間ばかりが過ぎてしまい、予定していた範囲が終わらないことが多くあった。そこで、プリント学習に変えた。例題は、初めからプリントに書き、問題は教科書のページ番号と問題番号だけが書いてある。こうすることにより、教科書は問題を解くとき以外は開かない。教科書は例題とともに解答が合わせて書いてあるが、プリントにすることによって、書くとき以外は前を向くので理解度が表情で読み取れるようになった。そして、数学を得意としている生徒で早く演習が終わったときのために、初めから副教材のページ番号を書いておくことにより、次の指示をする必要がなく、苦手な生徒や計算の遅い生徒の対応ができるようになった。また、ノートを写す時間が短縮できた分だけ、演習時間を長く取れるようになった。

②について、本校の生徒は数学に自信のない生徒が多い。問題を解く時間を設定しても、全く問題に手を付けられない生徒や、演習中は手を動かさず解答が黒板に書かれたら、それを写す生徒が多かった。そこで、丸付け法を取り入れた。机間指導を行う際、見るポイントが絞られるとともに、生徒の実態も分かり、個から全体に返すタイミングが取りやすくなった。また、生徒も丸が貰えることに喜んでいた。

③について、毎時間、全員を当てることを目標としている。そのために、授業のテンポや個人個人に合わせた発問を行うように心がけている。数学が得意な生徒には、なかなか出してほしい答えが出なかったときに当て、数学が苦手な生徒には難易度の低い発問や答えが出しやすいように誘導した発問を行っている。また、公式を導入した際、覚えてもらうために暗記する時間を取り、その後、全員に順番に当てて答えさせる取組も行っている。

今回、「学習過程の位置付け」を意識して授業を行うに当たり、既存の指導方法ではなく、生徒が自発的に問題に取り組みつつ、『数学的な問題を解決するための見通しを立てる力』や『数学的な見方・考え方に、的確かつ能率的に処理する力』を身に付けるために授業実践を行った。生徒アンケートの

結果からも、今回のように「学習過程の位置付け」と関連付けた演習の取組の方がふだんの授業よりも問題解決において、試行錯誤する姿勢や新たな発見をする効果が得られた。

#### 生徒のアンケート結果の記述内容

- ・例題を見ないで真っ白な状態から始まるので、本当に自分が解き方を分かっているのかが分かった。
- ・自分が分からない所があっても、相手の解答を見ることで、どうしてその計算をするのかが分かりやすかった。
- ・自分と違う考え方があるので色々なパターンを知ることができた。
- ・自分がどこを理解していないのか、どこで違う考えをしているかが分かった。
- ・相手の解き方や行間の式で自分が分からなかった所がなぜその式になるのかを考えて理解することができる。

#### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

主体的・対話的で深い学びの実現に向け、学習活動の中に個人の考えだけではなく、他の生徒がふだんから、どのように考えどのように解答を作成し、どのように理解しているかを考察できる機会を設けた。文型生徒にとって、数学に対する苦手意識もあり自分の解答に自信のない生徒も多いため、ペアでの活動により、自分の考えをまず表現すること、他の生徒の解答を踏まえ自分の考えを深めることができるように配慮した。

##### ア 主体的な学びについて

直前の例題が新しい記憶として残っていることと、時間を区切ることで集中して演習に取り組んでいた。お互いもしくはどちらかの解答が作成できていない場合、一人では早々に諦めて解説を待つてしまう生徒もペアワークがあることによりなんとかしようとする姿勢が見られた。

##### イ 対話的な学びについて

今回の授業実践で最初から答えが記載されていることや、ペアの解答を読み解き続きを解答することや、ペアとの話し合いにより多くの生徒が解答を作成していた。

##### ウ 深い学びについて

例えばペアが計算途中だった場合、その計算がどこまで終わっているかを確認しなければならない。その時、ただ問題を解くだけでなくペアの解答を読み解くことをしていた。また、ペアで協力して解答を作成する時間で、お互いの解答が完成していた場合、計算方法や考え方など疑問点を聞き合っていた。

## 4 まとめ

### (1) 成果

初回の自由記述方式のアンケートで、多くの生徒が次のような回答をしている。

質問 1 相手の解答を見て、その後の解答を作成しましたが、どう思いましたか。

- ・自分とは違う方法で解いていたのでとても勉強になった。
- ・自分だけでは思いつかなかった考え方があって得るものがあった。
- ・数学は人によっていろいろな解答があると思いました。

質問 2 一人で解くより、問題に対して取り組みやすかったですか。

- ・人に聞ける安心感でやりやすかった。
- ・相手の人と意見交換しあえるから、しやすかった。
- ・二人でやる方が分からない所も分かってよかった。

質問3 話し合いながら解答を作りましたが、どうでしたか。

- ・分からない所を細かく説明してくれたのでより理解することができた。
- ・話し合うことで、一人でやるよりも理解できたのでよかったです。

これらの記述から、既存の授業形式とは違う事を始めたので目新しさもあったと思うがおおむね好評な授業形式として始めることができた。そして、最後の授業で7月の時点と10月の時点で比較したアンケートを行った。その結果は、どの項目でも高い値となった。それぞれ身に付けてほしい力が身に付いたのではないと思う。また、数学に対する前向きな姿勢を喚起することもできた（資料2）。

#### 【資料2 7月と10月の各個人の比較アンケート結果】

| クラス | 相手の理解度 | 意識度  | 行間力  |
|-----|--------|------|------|
| 2組  | 4.45   | 4.29 | 4.40 |
| 3組  | 4.34   | 4.20 | 4.41 |
| 合同  | 4.40   | 4.24 | 4.41 |

（数値は各アンケート項目の平均値である）

##### 【アンケート項目】

相手の理解度：相手の解答を理解して、その続きの解答をするようになった。（はい5—4—2—1 いいえ）

意識度：相手が解答を読むことを意識して、解答を書くようになった。（はい5—4—2—1 いいえ）

行間力：途中の計算を書くようになった。（はい5—4—2—1 いいえ）

##### 【生徒のアンケート結果の記述内容】

- ・今までは分からないと間違った答えを書くのが恥ずかしくて、自分で何か書いてみようとしなかったけど、とりあえず自分の考えを書くことができ積極的になった。
- ・人によって解き方が違うから、解き方のレパートリーが増えた。
- ・人になぜこうなったのかと説明することで、もっと自分の理解につながった。
- ・自分が問題に対して分からないと思われるところの確認ができるだけでなく、相手の解答で間違える可能性のあるところを知ることができるので、さまざまな確認を行える。
- ・自分が見るだけでなく、相手に解答を見せるので、途中式や考え方をしっかり書かなければいけない記述模試などの練習にもなった。
- ・板書を書くだけ（写すだけ）で数学の力は付かないが、今回のようなやり方は「自分で考える」ということを重点に置かれていたので自分で考えるようになった。
- ・答えがあるからその式が合っているか確かめることができる。
- ・考え方が分からなくても相手が考え方を書いてくれているので、それで理解してできる。
- ・分からないところをそのままにしなくなった。
- ・途中で交換するから、相手に迷惑をかけたくないと思って、ミスしないように緊張感をもって取り組めた。

また、アンケート結果から、特に深い学びについて多くの生徒が解答の記述力が付いたと実感している（資料3）。

【資料3 生徒のアンケート結果「1番伸びたと思う力について」】

|    | ア    | イ    | ウ    |                                 |
|----|------|------|------|---------------------------------|
| 2組 | 33.3 | 33.3 | 33.3 | ア 相手の解答を理解する力（解答を読み解く力）         |
| 3組 | 29.3 | 43.9 | 26.8 | イ 相手が解答を読むことを意識して解答をする力（解答の記述力） |
| 合同 | 31.3 | 38.6 | 30.1 | ウ 行間を埋める力（途中の計算力）               |

(%)

アを選んだ生徒の感想

- ・相手の解答が多く書いてあるので、理解して続けようとしっかり考えることができるようになり、式を書く力が付いたと思ったから。
- ・数学だけでなく、他の教科においても問題の意図を理解できるようになったため。

イを選んだ生徒の感想

- ・相手が解答を読むから、できるだけ計算式や考え方を書くようになったから。
- ・相手が分かりやすいように計算の仕方を書いたら、自分も後から見たら問題の内容がすぐ理解できるようになったから。
- ・自分の考えと相手の考えを交互に見ることで、どこが正しくてどこが間違っているのかを見つけやすくなって、より理解する力が付いたから。
- ・ふだんなら自分しか解答を見ないので途中の式を書かなかったりしていたけど、今回、相手も自分の解答を見るので全て書くことになって、1問1問しっかりと理解して解いたし、どこで分からなくなったのかすぐ分かったから。

ウを選んだ生徒の感想

- ・今まで自分が分かればよいと思って途中式を省いていたけど、相手のことを考えて途中式を書く自分の理解度も高まっていいから。
- ・記述模試とかで「説明不十分で加点なし」と書かれることがあったけど、今回のこの授業を通して、どうしてこうなったのかをちゃんと考えて、それを書くようになったので、行間を埋める力が付いたと思うから。
- ・答えがすでに書いてあるので、それに辿りつくまでたくさん頭を働かせて、計算できるようになったから。
- ・行間を埋めなければならないので、先生の解説を注意深く聞くようになったし、授業を以前より集中して受けるようになった。記述模試で力が付いたと実感することができたから。

(2) 課題

既存の学習方法との違いから、生徒の取組状況など一定の評価を得ることができた。しかし、この形式の授業において以下の4点の課題が浮き彫りとなった。

ア 実施学年と問題の精選

教科書の構成は例題があり演習問題となっている。そして、複合問題よりも繰り返し解く形式の問題が続いている。そのため、1, 2年次で実施しようとした場合、1問の設定が短く計算が中心（公式利用の問題）の問題が多いため、お互いが交換することによるメリットがほとんど出ない。また、問題の難易度が上がれば、その後の演習で解答が進まない生徒が増えてしまう。

イ 時間の確保

1時間の授業の中での構成は、例題の解説15分～20分、演習15分、ペアワーク・アンケート記入15分～20分である。問題の難易度により解説の時間が長くなった場合は、最後まで生徒にしっかりと

振り返りの時間を確保することが難しくなった。

#### ウ ペアの決め方

今回の授業実践では、グループワークではなくペアワークとした。その理由としては、グループ内の役割分担に偏りや、特定の生徒のみ発言が増えてしまうことや、逆に減ってしまうことが考えられるからである。そこで、必ず話さなければならない状況をつくるためペアとした。そして、ペアを決めるときは作為的ではなく、ふだんの座席でペアを決めた。クラスによっては席替えがあったとしても、初回の席順に戻し実施した。そのため、数学が得意な生徒同士、苦手な生徒同士がペアになることもあった。数学が得意なペアの活動では早く終わってしまい、苦手なペアの活動では時間内に終わらないこともあった。

#### エ アンケートの変更

新しい取組に対して生徒がどのように考え、感じたかを設問ごとに自由記述方式で始めた。その結果、1回目と2回目で各設問の記述内容がほとんど変わらなかった。また、アンケートに時間が割けないペアもあったため、アンケートを選択方式に変えた。

## 5 おわりに

今まであらゆる機会で自分の授業を見直し、新たな試みを行ってきた。そして、それは目の前にいる生徒たちが少しでも自分で考えるようにするためにはどうすればよいかという視点で改善を行ってきた。しかし今回のように、同じクラスの仲間が違う考え方をされていて、それを聞いて参考にする事により、新しい考えや気づきが生まれることもとても大切なことだと実感した。

今回の取組は、受験で数学を必要としない文型生徒に対して、数学を通して他教科に対応できる力を身に付けさせることも目指していた。例えば、国語や英語の問題文を読み解く力や論述問題での記述力である。今後はカリキュラム・マネジメントが重要になり、さまざまな形での教科横断的な取組が必要になってくる。各教科等の学習内容を相互の関係で捉え、必要な学習内容を組織的に配列するだけでなく、数学の演習を利用した思考においても各教科との相互関係ができるのではないかと考える。

## 【資料4 ワークシートの例】

### プリント【表面（問題）】

数学Ⅱ 練習問題18 3年 組 番 氏名

ペアの名前

1. 大小2つのさいころを投げ、出た目の和が4の倍数であれば1点、それ以外であれば0点とする。これを繰り返し、得られた点数を加えていくゲームを行う。3点を獲得するか、さいころを6回投げた時点でゲームは終了とする。

- (1) 大小2つのさいころを投げたとき、出た目の和が

4の倍数である確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ 、4の倍数でない確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

- (2) さいころを計 $n$ 回投げた時点でゲームが終了する確率を $p_n$ とすると、

$p_2 = \frac{\text{オ}}{\text{カキ}}$ ,  $p_4 = \frac{\text{ク}}{\text{ケコサ}}$ ,  $p_6 = \frac{\text{シス}}{\text{セソタ}}$ ,  $p_8 = \frac{\text{チツテ}}{\text{トナニ}}$ である。

解答 (ア)  $\frac{1}{4}$  (ウ)  $\frac{3}{4}$  (オ)  $\frac{1}{64}$   
 (イ)  $\frac{9}{256}$  (エ)  $\frac{27}{512}$  (カキ)  $\frac{459}{512}$   
 (ク)  $\frac{9}{256}$  (シス)  $\frac{27}{512}$  (チツテ)  $\frac{459}{512}$   
 (ケコサ)  $\frac{9}{256}$  (セソタ)  $\frac{27}{512}$  (トナニ)  $\frac{459}{512}$

解答欄

### プリント【裏面（アンケート）】

#### アンケート

自己評価

- 1 問題への取組について

|           |       |             |          |
|-----------|-------|-------------|----------|
| しっかり取り組めた | 取り組めた | あまり取り組めなかった | 取り組めなかった |
|           |       |             |          |

- 2 相手の解答の理解度について

|                 |              |                    |                 |
|-----------------|--------------|--------------------|-----------------|
| とても理解して<br>解答した | 理解して<br>解答した | あまり理解して<br>解答しなかった | 理解して<br>解答しなかった |
|                 |              |                    |                 |

- 3 解答の意識度（ペアが読むことを）について

|                 |              |                    |                 |
|-----------------|--------------|--------------------|-----------------|
| とても意識して<br>解答した | 意識して<br>解答した | あまり意識して<br>解答しなかった | 意識して<br>解答しなかった |
|                 |              |                    |                 |

- 4 行間力（途中式を）について ※行間力とは、解答を書く過程の計算のこと

|                 |          |                    |        |
|-----------------|----------|--------------------|--------|
| 十分に<br>書くことができた | 書くことができた | あまり書くことが<br>できなかった | 書けなかった |
|                 |          |                    |        |

- 5 ペアとの話し合いについて

|             |     |           |          |
|-------------|-----|-----------|----------|
| 積極的に<br>行った | 行った | あまり行わなかった | 全く行わなかった |
|             |     |           |          |

- 6 ペアとの話し合いで問題に対して

|              |       |                 |          |
|--------------|-------|-----------------|----------|
| とても<br>理解できた | 理解できた | あまり<br>理解できなかった | 理解できなかった |
|              |       |                 |          |

- 7 問題の理解度について

|              |       |                 |          |
|--------------|-------|-----------------|----------|
| とても<br>理解できた | 理解できた | あまり<br>理解できなかった | 理解できなかった |
|              |       |                 |          |

- 8 「7 問題の理解度について」であまり理解できなかった、理解できなかったを選んだ生徒は、その理由を書いてください。



## 小テストの相互作用問・採点を用いた授業での指導と評価について

### 1 はじめに

本校の生徒を見ていると、教科書の模範解答を覚えて再現することを目標に学習していることが多い。複雑な計算をやり遂げる力がある一方で、初めて見る問題に対してはすぐに諦めてしまう。今回の指導では、作問により基礎問題を応用問題に発展させる取組を通して、問題への深い理解力を身に付けさせたい。同時に応用問題はどのような基礎問題から構成されているかを考えることにつながり、初見の難問に対して関連する基礎問題は何か考えるようになることを目指して実践を行った。

### 2 指導計画

#### (1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

生徒自身に小テストを事前に作成させ、授業の最初に他の生徒に解答させる。なるべく作問の機会を多く設けるため、また回収を速やかに行うために一度に6人の生徒に作問させた。

最初に計画した具体的手順と生徒に示した作問条件は以下のとおりである。

##### 【実施手順】

- ①教室の座席で各列1人（合計6人）が小テストの問題をつくる。
- ②6種類の小テストをランダムに入れ替えて各列の生徒が同じ問題に取り組む。
- ③作成者は自分の問題を回収し、10点満点で採点して解答者に返却する。

##### 【作問条件】

- ・教科書例題の数値や式を変更
- ・「アレンジの方針」を記入
- ・解答時間5分

#### (2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

「算数・数学における問題発見・解決の過程」のD2に位置付けられる。統合的・発展的に考える力を身に付けさせたい。

#### (3) 評価基準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 学習の目標（観点）                          | 評価方法     | 評価基準                                            | 十分満足できると判断する状況（a） | 努力を要すると判断された生徒への対応（c）                           |
|------------------------------------|----------|-------------------------------------------------|-------------------|-------------------------------------------------|
|                                    |          | おおむね満足できると判断できる状況（b）                            |                   |                                                 |
| 教科書の適切な例題を参考に作問し、さらに、自分なりのアレンジがある。 | 作問した小テスト | 授業内容が復習できる適切な難易度の問題である。または、例題を自分なりにうまくアレンジしている。 | （b）を両方満たしている。     | 模範解答が間違っている場合は正答を示し、平均点が低い場合はどの値を変えると適切な難易度か示す。 |

#### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                 | 対話的な学び                         | 深い学び                             |
|------|----------------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| 実践内容 | 作問に興味を持って積極的に取り組むように、他の生徒に解かせ、感想を書かせる。 | 出題者と解答者の両方に、相手への感想やコメントを述べさせる。 | 出題者の立場で問題を考えさせることにより、思考の幅を広げさせる。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

小テストの具体例を以下に示す。

##### ・授業で扱った演習問題

方程式  $z^5=1$  の解  $z$  について

(1)  $z^5-1=(z-1)(z^4+z^3+z^2+z+1)$  を用いて  $z+\frac{1}{z}$  の値を求めよ。

(2)  $\cos\frac{4}{5}\pi$  の値を求めよ。

##### ・演習問題を基に生徒が作問した小テスト

アレンジの方針(hint) 9月7日の演習を逆からたどると...

##### 問題

複素数  $z = \cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}$  に対し

$z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7 + z^8 + z^9$  の値を求めよ。

##### ・他の生徒が解いた答案 (正解の○はあとで作問した生徒が付けた)

**答案** + 解いた感想 + 「アレンジの方針(Hint)」は ( [○] 参考になった [ ] 参考にならなかった )

$$z^{10} = \cos 2\pi + i\sin 2\pi = 1$$

$$z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7 + z^8 + z^9 = \frac{z(1-z^{10})}{1-z} = \frac{z(1-1)}{1-z} = \frac{z-1}{1-z} = -\frac{z-1}{z-1} = -1$$

##### ・作問した生徒から解答した生徒へのコメント

この問題を数列として解いたのは  
1人だけでした。さすがです!!  
採点する自分が思いつけなかったです。

授業内容を基にうまくアレンジされていて、かつ、難易度も適切なので教員の評価は (a) とした。

作問した生徒自身の評価は「ポイントを生かして、うまくアレンジした」であった。

また、平均点は7点であった。

実施していく中で、解答不能の問題があったり、難しくなりすぎたりと、適切な出題がなされないことが多かった。また、出題範囲が絞られておらず解答する生徒も対策なしに小テストに臨んでいた。授業での演習との兼ね合いも考えて、最終的には次のように変更した (資料1)。

##### 【実施手順】 (改善後)

- ①教室の座席で各列1人 (合計6人) が小テストの問題をつくり、裏面に模範解答をつくる。
- ②6種類の小テストをランダムに入れ替えて各列の生徒が同じ問題に取り組む。
- ③作成者は自分の問題を受け取り、10点満点で採点して平均点を出し、さらに、問題の自己評価をして教員に提出する。
- ④教員が作問を評価し、解答者に返却する。

##### 【作問条件】 (改善後)

- ・今回の演習内容に関連する基本問題を、アレンジして少し発展させる。
- ・「解答者へのヒント」を記入する。
- ・5分程度で解けるように数値や式を設定する (平均6~8点が目標)。

【資料 1 改善後の小テストの例】

私が出題者 ～ 問題を創る視点で考えてみよう ～

出題者 組 番 氏名

出題条件 ① 今回の演習内容に関連する基本問題を、アレンジして少し発展させる  
② 5分程度で解けるように数値や式を設定する (平均6～8点が目標)

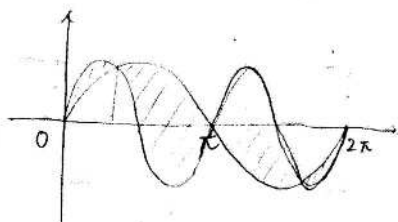
解答者へのヒント 対称性を利用すると計算が楽になる

**問題**  $0 \leq x \leq 2\pi$  において、  
2つの曲線  $y = \sin x$ ,  $y = \sin 2x$  によって囲まれた  
図形の面積を求めよ。

裏面に模範解答

解答者 組 番 氏名

**答案**



$$\begin{aligned} S &= 2 \left\{ \int_0^{\pi/3} (\sin 2x - \sin x) dx + \int_{2\pi/3}^{\pi} (\sin x - \sin 2x) dx \right\} \\ &= 2 \left[ -\frac{1}{2} \cos 2x + \cos x \right]_0^{\pi/3} + 2 \left[ -\cos x + \frac{1}{2} \cos 2x \right]_{2\pi/3}^{\pi} \\ &= \frac{1}{2} + 1 + 1 - 2 + 2 + 1 + 1 + \frac{1}{2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

出題者への感想 すごい！

各点がおかしくなり、  
 $\pi/3$  と  $2\pi/3$  の位置が逆だった

ヒントがありがたかった！

得点

10

点/10

(平均 8.1 点)

採点を終えて

出題者自身の

問題に対する

自己評価

- |       |                          |
|-------|--------------------------|
| [ ]   | 問題のポイントをおさえて、うまくアレンジした   |
| [ ]   | 問題のポイントは外したが、うまくアレンジした   |
| [ 0 ] | 問題のポイントは外したが、アレンジは不十分だった |
| [ ]   | 問題のポイントを外し、アレンジも不十分だった   |



## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

(a)～(c)の評価人数と各小テストの平均点を、9月（8回実施）と10月（4回実施）に分けて各評価を集計した。結果は以下のとおりである。10月は中間考査までに実施した約半月分の小テストの集計である。

(a)の割合が増加しており、ねらいどおりの成果が表れてきたと考える。

|      |        | 9月   | 10月  |
|------|--------|------|------|
| 評価結果 | (a)    | 10人  | 8人   |
|      | (b)    | 35人  | 8人   |
|      | (c)    | 2人   | 3人   |
| 平均点  | 最大値    | 10.0 | 10.0 |
|      | 第3四分位数 | 8.1  | 8.1  |
|      | 中央値    | 6.6  | 6.6  |
|      | 第1四分位数 | 5.0  | 5.9  |
|      | 最小値    | 1.0  | 2.7  |

## (3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

生徒が発展的に考える活動として、「問題のアレンジ」に挑戦した。数学的活動の中での位置付けを意識したことで、今までの反復作業にくらべてより深い復習をさせることができたと感じる。教員による評価自体が難しかったが、ふだんの授業で中心になっている活動とは違う視点をこの研究で扱うことができた。

### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

主体的な学びについては、予想以上に積極的に作問に取り組んでいた。凝りすぎて計算量が多くなったり難しくなったりしたので、模範解答を事前にかかせたり平均点を出して振り返らせたりといった修正を行なった。

対話的な学びについては、1枚の小テストを通して、作問者と解答者がやりとりするよう計画した。ほぼ全員の解答者が感想をしっかりと書いており、また、作問者も○×だけではなく模範解答や計算ミスの指摘など1枚1枚にコメントしており、こちらの予想以上にしっかりと採点していた。生徒のアンケートを見ると、採点とコメントに時間がかかってしまうという意見が複数あった。これは改善が必要な部分である。

深い学びについては、教科書や問題集・参考書を調べるなどして作問している様子が見られた。授業の演習問題に関連する理解を深める活動になっていたと感じている。また、自分の模範解答とは違う別解を採点することで発想の幅が広がったという意見が複数あった。計画段階では考えていなかった効果であった。

## 4 まとめ

### (1) 成果

作問条件を「今回の演習内容に関連する」と限定したことがよかった。作問者の復習になり、また、解答者として授業前に前回のノートを見直している生徒が現れた。改善前と比べて平均点の第1四分位数が大きく変化した。

7月から10月まで小テストを実施した後、40人に対してアンケートを行った。主な結果は以下のとおりであった。

**□小テストを続けたいか**

|                 |       |              |       |
|-----------------|-------|--------------|-------|
| ぜひ続けたい          | (4人)  | どちらかといえば続けたい | (17人) |
| どちらかといえば終了してほしい | (16人) | 終了してほしい      | (3人)  |

**□作問してみてもよかった点など**

- ・ 解答者の考え方を想定したり答えから逆算したりと，新たな視点が生まれた (12人)
- ・ 解くよりつくるほうが難しいと分かった (6人)
- ・ 作問した分野の復習ができた (5人)

**□作問してみても改善が必要と思う点など**

- ・ 難易度の調節が難しい (12人)
- ・ 作問に時間がかかる (8人)
- ・ アレンジが難しく，類題をそのまま出すことがあった (7人)

**□採点してみてもよかった点など**

- ・ 自分が思いつかない解答があつて発想の幅が広がった (14人)
- ・ 他の人がどう記述しているか知ることができた (7人)

**□採点してみても改善が必要と思う点など**

- ・ 記述の採点基準や部分点の配点が難しい (11人)
- ・ 一人一人に解説を書くと大変で，時間がかかる (10人)

**□解答してみてもよかった点など**

- ・ 授業の復習になり，身に付いていないところが分かった (22人)
- ・ ユニークな問題を解くことができた (6人)

**□解答してみても改善が必要と思う点など**

- ・ 解答不能や難しすぎる問題があった (8人)
- ・ 解答時間が足りない (6人)

## (2) 課題

多くの生徒が難しすぎたり時間がかかりすぎたりする問題の改善を訴えていた。作問者の立場でも難易度の設定に悩んでいたようである。また，数値や式を変更して問題を変えることはできても，アレンジして発展させることはなかなかできない。ふだんの授業で教員がまず，「これを少し発展させるとこんな問題になるね」などの具体例を示すとよいのではないかと感じた。また，小テストの実施と授業進度との兼ね合いも難しい。授業3回につき小テスト1回など，よりよい方法を検討したい。

## 5 おわりに

生徒の負担が大きいというデメリットもあったが，こちらの期待以上にしっかりと時間をかけて作問し，採点に取り組んでくれた。「新たな視点が生まれた」「発想の幅が広がった」というこちらのねらいどおりの回答も得られた。二人ペアで作問させるなど生徒の負担を減らしつつ，継続できるような方法を更に考えていきたい。また，「うまくアレンジできたか」という部分の評価は曖昧なままであった。今後，より明確な基準を考えていきたい。

## キーワード確認を用いた授業での指導と評価について

### 1 はじめに

本校では2年次から文系・理系の類型別に数学の授業を行っている。理系クラスでは2年次3学期から数学Ⅲを学習し始め、3年次2学期からは数学Ⅲの問題演習中心に授業が行われている。また、習熟度別にクラス編成がされており、実践を行ったクラスは理系3クラスの中で習熟度の高い生徒が中心である。よって理工系大学への進学希望者が多く、学習に対する意欲も高い。授業や課題に真面目に取り組む、授業中分からない部分があると近くの席の生徒と小声で相談しあう姿もしばしば見られる。ただ、その疑問をクラスで共有しようと発言を促しても遠慮してしまい、積極的に発言や質問をすることは少なく、授業中の反応も薄い。問題演習の際には、基礎的な内容の正答率が高いが、計算が煩雑な問題、解答に辿り着くまでに幾つか手順を踏まなければならない問題、空間図形や複雑な関数などイメージしにくい問題になると手が止まる生徒が多い。また、問題文が長文になると、どこから手を付けてよいか分からなくなる傾向にある。また、公式や解法のパターンを一つ覚えると、全てその型に当てはめて考えてしまう傾向にあるようで、結果、正答に辿り着けなくなる。一つの問題に対して一つの解法だけでなく別解の可能性を考えたり、問題を多面的に見たりして、柔軟に対応できるような力を伸ばすことができるよう、授業を工夫していく必要がある。そのために、常に問題分析や自己評価、自己分析を行い、自力で問題を解決できるような力を身に付けさせたい。

### 2 指導計画

#### (1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

##### ア 事前にワークシートを配付し、予習をさせる（資料1）

まず初めに、問題分析をさせる。問題文を読んで気付いたキーワードや問題を解く上でのポイント、考え方や方針、関連する公式、性質などを配付したワークシートに記入させる。その後、記入したものを基に解答を作成させる。

##### イ 授業開始時にグループワーク、発表をさせる

問題解説をする前に5分間程、3、4名のグループでお互いの問題分析や答案について協議させる。その後、クラス全体でグループなりの問題分析をホワイトボードに書いて発表させる。その際、毎回同じ生徒が記入者・発表者にならないように、こちらで指示する。また、発表では板書をそのまま読み上げるのではなく、考え方やポイント、問題文の中にあるキーワードを重点的に発言させる。うまく発表できない場合は、こちらが発問して誘導する。授業進度や問題の難易度によっては、グループではなくペアワークでポイントを確認する程度にしたり、グループワーク後にホワイトボードは使わずに、こちらで指名して口頭で発表させたりする。

##### ウ 問題解説後に自己評価をさせる

問題解説がひととおり終わったら、2分間程時間を取り、自己評価（記号）とコメントを記入させる。具体的に言葉で感想や学んだこと、分からなかったことなどを書くことによって、正答との距離感が掴めたり、授業内容が記憶に残りやすくなったりする。

##### エ 類題を提示し、定着を図る

単元ごとに小テストを行い、思考力・表現力が身に付いているか評価する。その際、小テストでも問題分析をさせ、正答に辿り着くかを見るだけではなく、どうやって考えたのか、グループ協議・発表でやったことが身に付いているかを評価する。

【資料1 ワークシートの例】

〔改訂版ベーシックスタイルⅢ受 Same Style 20〕

曲線  $y = xe^x + 1$  の  $x = 1$  に対応する点における接線と法線の方程式を求めよ。

| 問題文中のキーワード | 使う公式、性質、考え方など |
|------------|---------------|
|            |               |

〔B：思考・判断〕自作の解答作成にあたり

|                                      |                                    |                                    |                                      |
|--------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| 3点：3つ以上キーワードを見つけた。<br>それに基づき性質なども書けた | 2点：2つキーワードを見つけた。<br>それに基づき性質なども書けた | 1点：1つキーワードを見つけた。<br>それに基づき性質なども書けた | 0点：キーワードを見つけたが、<br>それに基づき性質なども書けなかった |
|--------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|

| 自己評価 | コメント | わかったこと、わからなかったこと、学んだことなど |
|------|------|--------------------------|
|      |      |                          |

自己評価 A：自力で解けた B：公式を記憶したと解けた C：教科書や例題の解答方を記憶したと解けた D：教科書などを参考にしても解けなかった

〔E：表現〕この授業（グループワーク、発表）を通して

|                                   |                                  |                                |
|-----------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 2点：自分の考えを相手に理解してもらえた<br>ような説明ができた | 1点：自分で説明はできなかったが、<br>相手の説明は理解できた | 0点：自分で説明できず、<br>相手の説明も理解できなかった |
|-----------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|

(2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

|                        |                                                                                                                                                                             |
|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 解答作成<br>C①②            | <p>解答を作成することにより、焦点化した問題を解決することについて、目的に応じて数、式、図、表、グラフなどを活用し、一定の手順に従って数学的に処理する力を育成する。</p> <p>数学的な見方・考え方を基に、的確かつ能率的に処理する力を育成する。</p>                                            |
| 問題分析<br>グループワーク<br>B①② | <p>問題分析をすることにより、問題解決に向けて、構想・見通しを立て、数学的な問題の本質を見いだす力を育成する。</p> <p>グループワークをすることにより、数学的な表現を用いて交流し合い、数学的な表現を用いた説明を理解したり評価したりする力を育成する。また、目的に応じて、自分の考えなどを数学的な表現を用いて説明する力を育成する。</p> |
| 自己評価<br>振り返り<br>D2①③   | <p>自己評価をすることにより、解決過程を振り返るなどして、数学的な見方・考え方のよさを見いだす力を育成する。また、見いだした事項を既習の知識と結び付け、概念を広げたり深めたりする力を育成する。</p>                                                                       |



(3) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

| 学習の目標（観点）                                                         | 評価方法            | 評価規準                                                     | 十分満足できると判断する状況（a）                                          | 努力を要すると判断された生徒への対応（c）                 |
|-------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
|                                                                   |                 | おおむね満足できると判断できる状況（b）                                     |                                                            |                                       |
| グループワークの際、自分の考えを積極的に伝えようとする。相手の考えを理解しようとする。<br>（②数学的な見方・考え方）【表現力】 | 自己評価（ワークシート）    | 自分の考えを積極的に伝えようとしている。<br>【1点】                             | 話し合いに積極的に参加し、意見をまとめようとしている。<br>【2点】                        | 机間指導の際、気付いたことでもよいから発言してみよう促す。<br>【0点】 |
| 問題文から解法の手がかりとなる定理・性質を見つけることができる。<br>（②数学的な見方・考え方）【判断力】            | 問題分析シート<br>小テスト | 問題文から解法の手がかりとなる言葉や文章を見つけ、そこから必要な定理・性質に気付くことができる。<br>【1点】 | 問題文から解法の手がかりとなる言葉や文章を見つけ、そこから必要な定理・性質に気付くことができる。<br>【2点以上】 | 個別にどこまで分かっているか聞いて対応する。<br><br>【0点】    |

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                                                                                       | 対話的な学び                                                                                                                                                               | 深い学び                                                                                   |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 実践内容 | 既習事項をワークシートに書き出し、問題解決の過程に上手く関連付けて、解答を積極的に作成させる。<br>授業後に自己評価や振り返りを行うことにより、身に付いた資質・能力を自覚し、よりよく解決できるよう次につなげさせる。 | 問題解決に向けて、解法・考え方をお互い説明し合い、比較検討させる。他者に説明することで自分がどこまで理解しているのか把握し、他者に理解してもらおうと説明を考える過程で自分の理解を深めさせる。<br>自分の考えを遠慮せず自信を持って発言できる雰囲気づくりを意識し、話し合いが進んでいないようなら必要に応じてグループに声かけをする。 | グループワークで他者と違う意見が出てきた際に、自分のものとどこがどう違い、問題解決に向けてどちらの解法がよりよいのか考えることによって、自分の考えを広げたり深めたりさせる。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

ワークシートの書き方を最初に示したことにより、初回から生徒なりにキーワードや考え方など埋めることができたようである。問題文から何も読み取ることができなかった生徒もいたが、グループワークで他者の考えを聞いて、関連した内容を思い出せたり、また別の派生した内容に気付いたり相乗効果があったと感じる。一方で、予習時にはワークシートは空欄のままで、問題分析をせずに解答を作成し、グループワークや解説時に初めて記入する生徒もいた。問題に全く手がつけられなかった生徒は仕方がないのかもしれないが、解答が書けているのにキーワードがうまく書けない生徒は、ワークシートの書き方がよく分からないのか、問題は解けても問題の本質は分かっているのか、追跡が必要だと感じた。

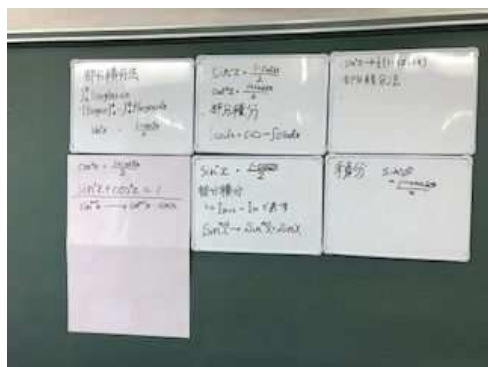
グループワーク後は黒板にホワイトボードを貼り、各グループの発表内容について教員で総括のコメントをし、よい気付きや加筆・訂正事項などは赤色マーカーで直接ホワイトボードに記入した。その際の生徒の様子は、顔を上げて内容を確認したり、自分が予習時に記入できなかった内容をプリントに書き込んでいたりした。



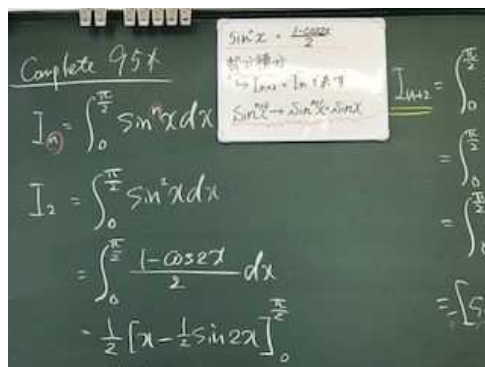
【グループワークの様子】



【グループワークの様子】



【発表の様子】



【発表を補足する場面】

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

### ア 解答作成について【思考・判断】

問題分析の評価については、ループリックによる自己評価とした。予習の段階で評価を書いている者もいれば、問題解説後に評価を行う者もいたが、ワークシートに間違っただけの内容を書いていることがあるため、統一して解説後に評価をさせるべきであった。また、評価結果については、問題内容や難易度、生徒にとって得意な単元か否かによって評価が左右されるため、推移を見る必要性を感じにくい結果となった。

| 評価結果 | a (3点)   | a (2点)   | b (1点)   | c (0点)   |
|------|----------|----------|----------|----------|
| 1回目  |          | 4 4. 4 % | 2 7. 8 % | 2 7. 8 % |
| 5回目  |          | 6 6. 7 % | 1 1. 1 % | 2 2. 2 % |
| 10回目 | 2 7. 8 % | 2 7. 8 % | 2 7. 8 % | 1 6. 7 % |
| 15回目 | 3 8. 9 % | 1 1. 1 % | 4 4. 4 % | 5. 6 %   |
| 20回目 | 2 2. 2 % | 4 4. 4 % | 2 2. 2 % | 1 1. 1 % |

### イ グループワークを通して【表現】

グループワークの際、消極的な生徒が固定化されてきてしまうが、机間指導をして発言を促すと意見を述べることができた。評価cの生徒は2～4名ほどであったが、グループではなくペアワークにすると、発言することができていた。その他の生徒はグループでもペアでも積極的に意見を述べていた。

また、グループ協議のまとめでは、ホワイトボードに記入する役になった生徒が意見のまとめ役をしているグループもあれば、まとめる役と記入する役、記入されたことを確認する役と分担が分かれているグループもあり、評価 a と評価 b は問題の内容・難易度ごとに変化があった。

| 評価結果 | a (2点) | b (1点) | c (0点) |
|------|--------|--------|--------|
| 1回目  | 38.9%  | 44.4%  | 16.7%  |
| 5回目  | 61.1%  | 22.2%  | 16.7%  |
| 10回目 | 22.2%  | 55.6%  | 22.2%  |
| 15回目 | 61.1%  | 38.9%  | 0.0%   |
| 20回目 | 27.8%  | 61.1%  | 11.1%  |

### (3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

数学的活動（学習過程の位置付け）を意識することによって、教材研究の際に、問題で問われている内容以外の関連事項について、今まで以上に幅広く考えるようになった。生徒がつまずきそうな内容を推測しやすくなり、類題の提示もしやすくなった。また、生徒が発表した内容が多少本題とずれていても迅速に対応することができた。生徒にとって、どうするのがよいか考えることが、逆に自分の教材研究にもつながることが実感できた。

### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

事前に問題を解き、授業で話し合いをし、解説を聞き、自己評価・自己分析するというサイクルが確立され、このことが「主体的・対話的で深い学び」とうまく結び付き、生徒の学習活動に向かう姿勢が受動的なものから能動的なものへと、少しずつではあるが変化があったように思う。

|                          | 主体的な学び                                                                | 対話的な学び                                                                                                                                      | 深い学び                                                                                                                                 |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 実践結果<br>(検証, 成果, 改善点 など) | 自己評価や振り返りを行う時間を、解説直後または授業中に設けられると未記入を防ぐだけでなく、自作解答との比較をより意識するようになると思う。 | 難易度の高い問題では、話し合いが進まず教科書や授業ノートを見て該当部分を探すという作業で終わってしまうことがあった。しかし、分からないなりに話し合うことによって徐々に内容や解法を思い出してくることもあり、グループワークに要する時間のかけ方、助言の内容や仕方などの見極めが難しい。 | 自分の考えを人に分かるように伝えるために表現を変えたり図を使ったり、各自工夫している姿が見られた。また、解説の際、別解を考えることを意識することで、解答するにはどちらの解法がよりよいのか、または自分にとってはどの解法が分かり易いのか各自が考えられていたように思う。 |

## 4 まとめ

### (1) 成果

ア 自己振り返りシートの結果（％は（対象クラス）（理系全体））

I 予習について当てはまる番号を○で囲みましょう

①予習は

1：毎回している・・・2名（12%）（4%）

2：だいたいしている・・・13名（76%）（39%）

3：時々している・・・2名（12%）（43%）

4：していない・・・0名（0％）（12％）

②プリントにキーワード・考え方をまとめることについて（複数選択可）

1：問題を解くのに役立っている・・・7名（41％）（43％）  
2：問題を解くのに役に立っていない・・・1名（6％）（6％）  
3：予習するときにプリントに書いている・・・8名（47％）（37％）  
4：授業中にしか書いていない・・・4名（24％）（27％）  
5：公式や性質を思い出せる（ので続けたほうがよい）・・・9名（53％）（49％）  
6：グループで確認するのはよい・・・11名（65％）（55％）  
7：グループで確認するのはよくない・・・1名（6％）（6％）

Ⅱ 自己評価・コメントについて（複数選択可）

1：自己評価を授業後（その日のうちに）記入している・・・10名（59％）（45％）  
2：コメントを授業後（その日のうちに）記入している・・・7名（41％）（33％）  
3：コメントや自己評価をときどき記入している・・・1名（6％）（8％）  
4：コメントを記入していない・・・4名（24％）（29％）  
5：コメントや自己評価を書く必要はない・・・2名（12％）（16％）  
6：コメントや自己評価を書くことは勉強に役立っている・・・1名（6％）（4％）

Ⅲ 授業の進め方について（自由記述）

- ・今のままでいいと思います。（複数回答あり）
- ・プリントはキーワードや公式の確認ができるので今後もやってほしいです。
- ・キーワードなどをグループで話し合いしたりすると、自分では気付けなかった事や公式が出てきて、思い出せるのでいいと思った。
- ・キーワードなどを毎回書き出すことで覚えやすいと思うし、もう一回やったときに思い出しやすいと思った。
- ・このまま続けてやってほしいです。
- ・キーワードを書くことは、問題を解くときに問題文の傾向から何を使えばいいか浮かぶと思うので続けてほしいです。
- ・グループでみんなで確認することはよかったと思う。
- ・小テストより解説をたくさんしてほしいです。（複数回答あり）
- ・週に1回くらい小テストをやると思う。（複数回答あり）
- ・2回目に問題を解くとき、キーワードなどをまとめていたから解きやすかった。
- ・予習の制度がよいと思う。キーワードが効果があった。

イ 自己振り返りシートの結果（8回目の授業時に実施）を受けて

多くの生徒が授業方針に賛同し、ワークシートやグループワークを前向きに捉え積極的に取り組んでいる。一方で、一部の生徒はグループワークや自己評価、振り返りシートを行う意義が分からず否定的に捉えてしまっていた。確かに数学の問題を解く際には一人で黙々と取り組むことが必要だが、ときには仲間と意見を交わすことによって得られた気付きが活かされることを知り、積極的に話し合ってもらいたい。また、自己評価や振り返りをするにより、今の自分の立ち位置、正答までの距離を正確に知り、何が不足しているのかを確認し、次につながる学習をしてほしい。

(2) 課題

グループワークでの話し合いが活発になると、設定時間の5分では足りず伸びてしまい、解説など

の時間が削られてしまう。グループワークも大切にしたいが解説も必要であり、バランスよく時間配分することが難しく課題が残った。このことを受けて、問題内容や難易度によっては、グループワークだけでなくペアワークに変えたり、設定時間を5分ではなく、「20秒で隣の人と確認」「1分で前後左右の人と確認」などに変えたりするなど、進度にも配慮して進めた。

当初はグループワーク後の発表はグループの代表者にさせる予定であったが、話し合いやホワイトボードにまとめることに時間がかかり、生徒による発表があまりできなかった。そのため、発表を聞いている者は発表者の評価をする予定であったが、それも実現できなかった。また、話し合いや解説に時間を要し、あまり小テストを行うことができなかったことも課題である。

授業アンケートの「コメントや自己評価を書く必要はない」を選択した2名は、問題を解く毎にコメントを記入することを面倒だと思っているようであった。上記のアンケートはこのスタイルの授業を実践した2週間後に行った。この結果を受けて、改めて自分の言葉による振り返りの重要性を説明した。2カ月以上同様の形式を続け、自己評価やコメントを記入していなかった生徒も徐々に記入するようになった。このようなスタイルのプリントを書くのか必要性については、一度で全ての生徒が納得するように説明することは難しく、こまめに声掛けをする必要がある。

## 5 おわりに

今回の研究を通して、教員側が数学的な学習活動の位置付けや、生徒にどのような力を身に付けさせたいか意識した授業を行うことにより、目的が明確になり、生徒にとっても分かりやすい授業につながると改めて実感した。毎授業でグループワーク、ペアワークを行うことにより、一人では分からなかった気付きに出会えたり、話し合ううちに解決の糸口が見えてきたりと、「対話的な学び」や「深い学び」につなげることができた。また、自分の考えを伝えるためには事前に予習しておくことが必須となり、きちんと数学に向き合う姿勢が以前より身に付いたのではないかと思う。そして、解説後に自己評価を行い、コメントを書くことにより、身に付けた知識を定着させたり、より深い理解に結び付けることができたりしたと思う。生徒のコメントを読むと、自分がどこでつまづいたか、類似した問題を解くときに次はどこに気を付けたらよいかなど、具体的に記入している者も多くいる。その反省を生かせるように適切なタイミングで小テストを行えるとよかったが、授業進度のこともあり小テストがなかなかできなかったことが残念であり、今後改善が必要である。

# 生徒のスマートフォンを活用した授業での指導と評価について

## 1 はじめに

本校は、創立 110 年を超える歴史と伝統を有する普通科（普通コース・国際理解コース）の学校である。生徒の多くは学習に対して真面目に取り組み、部活動も活発に行われている。平成 30 年度から教育支援サービスである「Classi」を導入し、教育活動に対してさまざまな視点での活用方法の研究を進めている。教科「数学」においても、ICT を活用して生徒の数学的思考力を高めるような授業を試行している。

本報告は、ICT を利用した実験的な数学的活動を生徒に体験させ、数学的性質を生徒自身に発見させるような授業展開の一例を紹介する。今回の取組を通して効果が認められた、動的数学ソフトウェア「GeoGebra」と教育支援サービス「Classi」についてもその活用方法を紹介する。

## 2 指導計画

### (1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

#### ア 生徒のスマートフォンを利用した数学的活動

授業で ICT を活用することにより、数学的性質を自ら発見するような学習活動を促進できる。教員が操作して提示するだけでなく、生徒自身の操作で学習を進めるために生徒のスマートフォンを利用し場合によってはグループで活動させる。教材は動的数学ソフトウェア「GeoGebra」で作成したものをを用いる。

#### イ Classi で授業の自己評価と振り返り

自己評価や振り返りにより、生徒自身が自分の理解度を確認することができる。質問項目は Classi で配信し、生徒は自分のスマートフォンを利用し各項目に回答する。

#### ウ 生徒の回答への返信コメントによる評価の還元

回答に対して教員がコメントを返信する形で個々の生徒に対する評価を還元する。生徒の授業中の取組状況や理解度を踏まえ、主体性の促進を目指す。

なお、授業中のスマートフォンの利用等は、情報セキュリティポリシーに則って実施した。

### (2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

実験的な数学的活動から数学的性質を発見する活動を「A 2 数学の事象における問題を数学的に捉えること」に位置付ける。また、育成を目指す思考力・判断力を「事象の特徴を捉え、数学化する力」とした。

### (3) ルーブリックと評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

評価は、授業中の観察、ワークシートの提出、Classi による自己評価と振り返りから、生徒一人一人へ文章により評価する。方法は Classi で生徒一人一人へコメントを返信する形で行う。コメント内容は、本時の授業のねらいの確認、生徒の授業中の活動のよかった点などを指摘、生徒の回答した内容へのコメント、生徒の学力に応じた今後意識して学習してほしい内容、などである。

| 評価項目【観点】                                              | A                        | B                          | C                        |
|-------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------------|--------------------------|
| 実験的な数学的活動の中で、特徴を発見することができたか。<br>【数学的な見方や考え方(思考力・判断力)】 | 多くの特徴を発見することができた。        | 幾つかの特徴を発見することができた。         | 特徴をほとんど発見することができなかった。    |
| 発見した特徴を適切に表現することができたか。<br>【数学的な見方や考え方(表現力)】           | 発見した特徴を適切な言葉で表現することができた。 | 発見した特徴を自分なりの言葉で表現することができた。 | 発見した特徴を言葉で表現することができなかった。 |

#### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                   | 対話的な学び                        | 深い学び                                                |
|------|------------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 実践内容 | 数学的活動の過程を振り返ることにより、自らの理解度を自覚し、今後の学習に生かす。 | 数学的活動に取り組み、他者と考えを共有する場面を設定する。 | 生徒自身の操作による数学的活動、数学的性質の発見、その証明や活用、というサイクルで数学の理解を深める。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

数学A「図形の性質」の授業において次のような授業を実践した。事前準備として、作成したGeoGebraのURLと振り返りアンケートをClassiに配信した。また、教員用のタブレット端末とプロジェクター及びマグネットスクリーンを準備した。

|     | 学習内容                                                                                                           | 学習活動                                                                                                                                                                                                                                                   | 指導上の留意点                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導入  | ○三角形の四心の復習                                                                                                     | ○ワークシート（資料1）を用いて三角形の外心、内心、重心、垂心の定義を確認し作図をする。                                                                                                                                                                                                           | ○投影された画面上でGeoGebraを用いて作図をし、定義と性質について確認させる。                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 展開  | ○三角形の形が変化したときの四心の動き<br><br>○正三角形のとき四心は一致することについて詳しく調べる<br><br>○三角形の四心のうち2点が一致すれば正三角形であることの証明<br><br>○オイラー線について | ○GeoGebraを操作することにより三角形の形が変化したときの四心の動きを観察し、特徴をワークシートにまとめる。<br>○気付いた特徴を複数の生徒が発表し、内容を全体で共有する。<br><br>○正三角形以外の状態で、内心と重心が一致する場合を探す。<br>○「四心が全て一致⇔四心のうち2点が一致」であることを理解する。<br><br>○6種類の証明のうち、「内心と重心が一致する三角形は正三角形」の証明について理解する。<br><br>○外心、重心、垂心の動きに再注目し、特徴を考える。 | ○2～4人のグループをつくり、スマートフォンを準備させる。Classiに配信したURLにアクセスさせる。<br>○グループでの相談を促す。必要があれば、三角形の形状によって特徴を分類するようヒントを出す。<br><br>○三角形の概念を拡張した話に触れる。<br><div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">6種類全て扱う予定だったが、時間の都合で本授業では1種類のみとした。</div><br>○他の5種類の証明についても教科書等を参考に完成するように指示する。<br><br>○投影された画面上でGeoGebraを用いてオイラー線の性質を確認させる。 |
| まとめ | ○本日の振り返りと自己評価を行う。                                                                                              | ○本時の内容を確認するとともに、Classiで振り返りアンケートに回答する。                                                                                                                                                                                                                 | ○スマートフォンを準備させ、Classiに配信した振り返りアンケートを回答させる。                                                                                                                                                                                                                                                                                          |





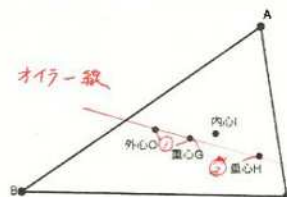
【授業の様子】

1 三角形の四心の定義（復習）

|      | 定義                         | 作図 |
|------|----------------------------|----|
| 外心 O | 3本の<br>垂直二等分線<br>の交点       |    |
| 内心 I | 3本の 3つの 内角の<br>二等分線<br>の交点 |    |
| 重心 G | 3本の<br>中線<br>の交点           |    |
| 垂心 H | 3本の<br>垂線<br>の交点           |    |

2 三角形が変化したときの四心の動きの特徴

- 正三角形にするとすべての点が1つになる。
- 直角三角形にすると垂心が直角の部分に、重心が斜辺上にくる。
- 鋭角三角形のときはすべての点が中に入る。鈍角三角形のときは外心と垂心が外に出る。
- 二等辺三角形にしたときに頂点から引いた垂線上に4点がある。
- 重心と内心はずっと三角形の中にある。



→ 斜辺の中点にくる

一直線上にある。

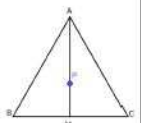
・外心と重心は活発な動き

・点対称のような動き（重心に対して）

⇒ 常に一直線上 (O G H)

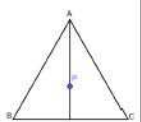
△ABCにおいて  
点Pが内心Iかつ重心Gであるとき  
直線AP, BCの交点をMとおくと

よって  $AB = AC$  が成立  
同様に  $BA = BC$  もいえるので  
 $AB = BC = CA$  つまり正三角形といえる



△ABCにおいて  
点Pが内心Iかつ垂心Hであるとき  
直線AP, BCの交点をMとおくと

よって  $AB = AC$  が成立  
同様に  $BA = BC$  もいえるので  
 $AB = BC = CA$  つまり正三角形といえる



△ABCにおいて  
点Pが重心Gかつ垂心Hであるとき  
直線AP, BCの交点をMとおくと

【生徒のワークシートの記入例】

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

授業の最後に、自己評価と振り返りを Classi を用いて入力させた。項目は次のとおりである。

設問1 三角形の変化による四心の動きを観察し、特徴を発見することができたか。（選択）

- A 多くの特徴を発見することができた（五つ以上）。
- B 幾つかの特徴を発見することができた（一つから四つ）。
- C 特徴をほとんど発見することができなかった。

設問2 発見した特徴を適切に表現することができたか。（選択）

- A 発見した特徴を適切な言葉で表現することができた。
- B 発見した特徴を自分なりの言葉で表現することができた。
- C 発見した特徴を言葉で表現することができなかった。

設問3 新たに知ったり理解したりした内容、または理解が深まった内容を記述しよう。（自由記述）

設問4 理解が不十分であった内容、より勉強したいと思った内容を記述しよう。（自由記述）

設問5 その他、何かあれば自由に。（自由記述）

以下は、生徒の自己評価の結果と振り返り（自由記述）の一部である。

設問1 三角形の変化による四心の動きを観察し、特徴を発見することができたか。（選択）

- A 多くの特徴を発見することができた。（回答数 25）
- B 幾つかの特徴を発見することができた。（回答数 15）
- C 特徴をほとんど発見することができなかった。（回答数 0）

設問2 発見した特徴を適切に表現することができたか。（選択）

- A 発見した特徴を適切な言葉で表現することができた。（回答数 12）
- B 発見した特徴を自分なりの言葉で表現することができた。（回答数 27）
- C 発見した特徴を言葉で表現することができなかった。（回答数 1）

設問3～設問5（自由記述）の回答一部

- ・四心の性質も振り返ることができまし、三角形の形によってどんなふうになるのかも理解が深まった。
- ・外心、重心、内心が一直線上にあり、そして1対2の関係にあったこと、それをオイラー線と呼ぶこと。次は、何故そうなるのか、どうしたらそういう事になるのかなど、表面上ではなく、深層部分まで詳しくやりたいと思った。
- ・正三角形のとき、四心が一致することや直角三角形のやつは知っていたけど、二等辺三角形の時1列に並ぶっていうのを〇〇さんが発見して、ほんとだー！！ってなってすごく感動しました。自分で動かしてみるととても分かりやすかったです！
- ・実際に自分で調べることで、三角形の性質について興味がでた。オイラー線は初めて知った。
- ・今までは、内心は中とか外心は外、のような漠然としたものだったけど、実際動かしてみるといろいろあるというのが分かって楽しかった。
- ・実際に自分で三角形を作ってみることで、四心全てが一致した時や、一直線上に並ぶ時を見つけ、理解することができました。
- ・授業前に四心について忘れてしまっていたので、復習しておきたいです。
- ・証明の書き方が不十分なので、テストまでに少しでもできるようにしたい。

- ・証明の部分が分からない所があったので、勉強したいと思った。
- ・今回見つけた関係性が、本当にそうなるのか、何故そうなるのかを知りたい。
- ・全部がどうなるかとか、1点がどうなるかとかしか考えられなくて、その時2点はどうなっているのかなど、細かく分けて考えることはできませんでした。
- ・とても楽しい授業でした。
- ・三角形を動かすと四心も一緒に動くのがおもしろかったです。
- ・グループワークで、知らないことを発見できて楽しかった。
- ・うまくネットとかを使って分かりやすく授業ができたのでよかった。
- ・スマホを使って動かしたので分かりやすかった。
- ・図があったので分かりやすかったです。ありがとうございました。

評価結果の生徒への還元については、Classi への生徒の回答内容と授業中の観察やワークシートの内容を基に、生徒一人一人へコメントを返信する形で行った。評価の内容は、本時の授業のねらいの確認、生徒の授業中の活動のよかった点などを指摘、生徒の回答した内容へのコメント、生徒の学力に応じた今後意識して学習してほしい事柄などである。文例を次に示す。これらの文例を複数組み合わせた文章を基本とした。

#### ○授業のねらい

→今回の授業のねらいは、①いろいろ動かしてみる、②性質を発見する、③それを正しく言葉で記述する、④本当に成り立つのかどうか吟味（証明）する、といった数学的な活動を体験することでした。

#### ○四心の基本性質の理解が不十分

→四心の基本的な定義や性質はすぐ出てくるように繰り返し復習しておきましょう。

#### ○オイラー線の証明に興味

→オイラー線の性質の証明はチャート p○○ Ex○○ に問題があります。ぜひチャレンジしてください。

#### ○正三角形の証明の理解が不十分

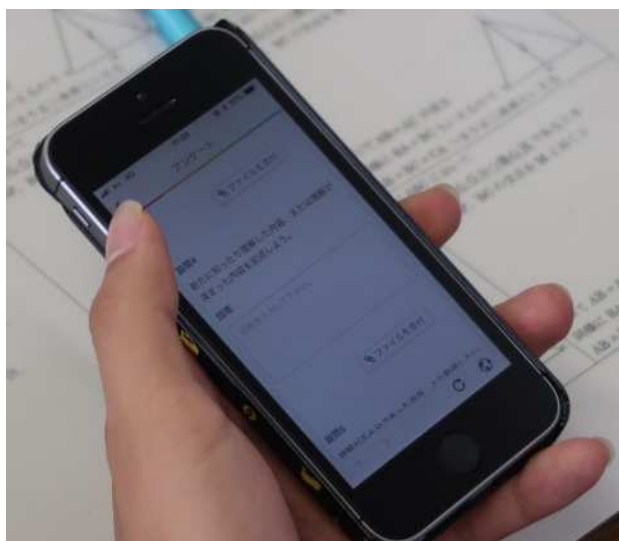
→正三角形の証明をぜひ自力で完成させましょう。証明方法は教科書、クリアー、チャートに掲載されているので参考にしてください。

#### ○その他

→自分だけでは気付かないことでも、グループの人がいることにより見識を深めることができてよかったですね。

→「二等辺三角形ならば四心が一直線上」の証明は非常に簡単ですが、「四心が一直線上ならば二等辺三角形」は非常に難しい証明になります。

→オイラー線についてほぼ発見できた○○はすばらしいです。



【スマートフォンを操作する様子】

### (3) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

GeoGebra を操作することにより、三角形の形が変化したときの四心の動きを観察し、特徴をワークシートにまとめる活動を「A2 数学の事象における問題を数学的に捉えること」に位置付けていた。

授業でも生徒が発見した性質について、本当に成り立つのか、証明はどうやるのか、といった声が生徒側から自然に生まれた。「数学の事象」から「数学的に表現した問題」への学びのサイクルを体験できた授業であった。

### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現）

主体的な学び、対話的な学び、深い学びについて、本授業では下の表のように捉えて実践した。

|      | 主体的な学び                                   | 対話的な学び                        | 深い学び                                             |
|------|------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------------|
| 実践内容 | 数学的活動の過程を振り返ることにより、自らの理解度を自覚し、今後の学習に生かす。 | 数学的活動に取り組み、他者と考えを共有する場面を設定する。 | 生徒自身の操作による数学的活動、数学的性質の発見、その証明や活用、と進む中で数学の理解を深める。 |

#### ア 主体的な学び

授業の最後に Classi で授業の自己評価と振り返りを行った。生徒のコメントからも「証明はどうやるのか」「基礎基本が不十分と感じた」など今後の学びへの積極性を示すような内容が多かった。生徒一人一人に対して理解度や到達度に応じたコメントを返信することで、今後の学びへのヒントを与えることができたのではないと思う。

#### イ 対話的な学び

GeoGebra を用いた数学的活動をする際、グループでの相談や考えの共有を促した。また他の生徒の発表内容で自分では気付かなかった内容についてメモするよう指示した。他の生徒の考えについて、自分のスマートフォンで図形を動かしながら確認し、その考えを共有する場面が授業中に多く見られた。

#### ウ 深い学び

授業の中で「図形をいろいろ動かす中で性質の発見する」→「その性質を数学的に正しく表現する」→「その性質を証明する」というサイクルを実体験させるように実施した。自分で調べて気付くことにより、内容への興味が高まる様子であった。時間の都合で証明部分に十分にに取り組むことができなかった点は反省である。

## 4 まとめ

### (1) 成果

生徒自身のスマートフォン及び GeoGebra と Classi を活用することにより、授業での数学的活動だけでなく自己評価と振り返り、授業後の教員による評価まで含めて効率的にテンポよく行うことができた。

GeoGebra を用いた数学的活動をする際、ほぼ生徒全員が自分の手元で操作できるので、グループで相談はしても他人任せの活動にはならず、一人一人の生徒が積極的に取り組んでいる様子が見えた。単純な性質でも図形を動かす中で「確かにそうなるね」と確認する様子や、「成立すると思われる性質」を発見したときに「本当に成り立つのか」「例外（反例）があるのではないかと考えさらに調べていく様子も見られ、全体として有意義な活動となっていた。スマートフォンを持っていない生徒もいたが、1機のスマートフォンを二人で操作している方が相談もしやすいのでメリットもある。その一方

で、ただ自己評価と振り返りの入力についてはスマートフォンがないと授業の時間内では完結できないので配慮が必要である。

Classi での評価も効率的であった。一人一人へのコメントを返信できるので、全員へ共通のメッセージだけでなく、個々の学力や到達度に応じたアドバイスなどを効果的にコメントすることができた。用紙への記入よりもパソコンでの入力の方が短時間で可能であることは大きい利点と言える。

## (2) 課題

1 コマの授業の中でもスマートフォンを「使う時間」と「使わない時間」を明確に指示し、メリハリを付けることが非常に重要であると感じた。「スマートフォンを使う時間」の効果を最大限にするためにワークシート（やノートに記述させる内容）の工夫、授業展開の工夫がいっそう大事となることを実感した。またスマートフォンを持っていない生徒への配慮も怠ってはならないことも気を付けるべき点である。

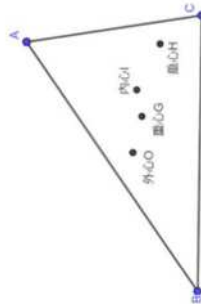
生徒にはグループでの活動を促したが、一人一人がスマートフォンを持っているので、あまり相談することなく一人での作業時間が多い生徒もいた。他人任せになっていないという点ではよいが、グループでの活動に重点を置きたい場合には、グループのつくり方や最初の指示の仕方は工夫すべきと感じた。

## 5 おわりに

「数学的活動を通した思考力・判断力・表現力を育成する指導と評価の工夫」として、本実践では、授業中の数学的活動と授業最後の自己評価と振り返りで生徒のスマートフォンを利用した。数学的活動では、ほぼ生徒全員が自分の手元で操作できることもあり、一人一人の生徒が積極的に取り組んでいる様子であった。Classi を用いた自己評価と振り返りでも、教員から生徒一人一人へコメントできるので、個々の学力や到達度に応じたアドバイスができた。

「授業中に生徒のスマートフォンを利用する」という点に対する課題はまだ多いだろう。しかし、生徒自身の操作による ICT 活用、振り返りと評価の効率化という利点は大きい。今後の「授業のスタイル」の一つとして参考になれば幸いである。

| 定義                  | 作図 |
|---------------------|----|
| 外心 O<br>3 本の<br>の交点 |    |
| 内心 I<br>3 本の<br>の交点 |    |
| 重心 G<br>3 本の<br>の交点 |    |
| 垂心 H<br>3 本の<br>の交点 |    |



2 三角形が変化したときの四心の動きの特徴

【資料1 ワークシート】

3 三角形の四心のうち2点が一致したら・・・

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>△ABC において<br/>点 P が外心 O かつ内心 I であるとき<br/>直線 AP, BC の交点を M とおくと</p> <p>よって <math>AB = AC</math> が成立<br/>同様に <math>BA = BC</math> もいえるので<br/><math>AB = BC = CA</math> つまり正三角形といえる</p> <p>△ABC において<br/>点 P が外心 O かつ重心 G であるとき<br/>直線 AP, BC の交点を M とおくと</p> <p>よって <math>AB = AC</math> が成立<br/>同様に <math>BA = BC</math> もいえるので<br/><math>AB = BC = CA</math> つまり正三角形といえる</p> | <p>△ABC において<br/>点 P が内心 I かつ重心 G であるとき<br/>直線 AP, BC の交点を M とおくと</p> <p>よって <math>AB = AC</math> が成立<br/>同様に <math>BA = BC</math> もいえるので<br/><math>AB = BC = CA</math> つまり正三角形といえる</p> <p>△ABC において<br/>点 P が内心 I かつ垂心 H であるとき<br/>直線 AP, BC の交点を M とおくと</p> <p>よって <math>AB = AC</math> が成立<br/>同様に <math>BA = BC</math> もいえるので<br/><math>AB = BC = CA</math> つまり正三角形といえる</p> |
| <p>△ABC において<br/>点 P が外心 O かつ垂心 H であるとき<br/>直線 AP, BC の交点を M とおくと</p> <p>よって <math>AB = AC</math> が成立<br/>同様に <math>BA = BC</math> もいえるので<br/><math>AB = BC = CA</math> つまり正三角形といえる</p> <p>△ABC において<br/>点 P が外心 O かつ重心 G であるとき<br/>直線 AP, BC の交点を M とおくと</p> <p>よって <math>AB = AC</math> が成立<br/>同様に <math>BA = BC</math> もいえるので<br/><math>AB = BC = CA</math> つまり正三角形といえる</p> | <p>△ABC において<br/>点 P が重心 G かつ垂心 H であるとき<br/>直線 AP, BC の交点を M とおくと</p> <p>よって <math>AB = AC</math> が成立<br/>同様に <math>BA = BC</math> もいえるので<br/><math>AB = BC = CA</math> つまり正三角形といえる</p>                                                                                                                                                                                         |

## チームによる問題解決を用いた授業での指導と評価について

### 1 はじめに

本校は新城市の北東部に位置し、奥三河地域の進学校として創立以来、今年で47年を数える普通科高校である。来年度からは新城高校と統合し、新たに総合学科の新城有教館高校として開校される予定である。学校の雰囲気は落ち着いており、部活動や学校行事も盛んである。素直で真面目な生徒が多い反面、学習に対して受動的な傾向が強く、自ら考え解決していく力はやや不足しているように感じられる。

数学においては、自ら学びに向かう態度と正解を与えられない状況で思考を進めていく姿勢を養いたい。また、「なぜそうなるのか？」を看過させず、自ら深く考え判断する力と、自分の考えを他者に分かりやすく伝える力も身に付けさせたい。さらに、正解を求めるだけでなく過程を重視し、自らの考えを表現する場面で、間違いをおそれない態度を養うことも念頭に置いて指導したい。それらの積み重ねにより、数学のみならず日常的に論理的な思考力や表現力を発揮できるものと考ええる。

自校生徒の思考力・判断力・表現力を伸ばすために、本実践では日常的に使用できるワークシートの型を模索し、「基本的な概念や原理・法則を理解し、数学的な活動の中でそれらを活用することで、既習の知識と結びつけ概念を広げたり深めたりできる」生徒の育成を目指す。

### 2 指導計画

#### (1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

##### ア ワークシートの工夫

本時の主題となるページ(左ページ)、前時の復習・本時の振り返り及び次時の予告となるページ(右ページ)にレイアウトする。左ページの問題解決で思考力・判断力を高め、ペアワークや発表によって表現力の育成を目指す。右ページで単元内を見通す意識を持たせ、作問によって、学びを深める。また、言葉や自己評価によって主体的な学びを促す。

##### イ 問題解決の工夫

ペアワークのほか、書画カメラとプロジェクターを複数用い、チームごとに考え方を発表させることで表現力を育成する。また、各チームの発表を比較検討することでよりよい解答を作成できるよう、生徒が思考判断する場面を取り入れる。その際、教師から正解を与えないようにし、生徒が自ら最適解をまとめるよう支援する。

##### ウ 振り返りの工夫

「本時のポイント」を、自分の言葉で表現することや作問することによって深い学びを促す。ルーブリックによる客観的な評価と言葉による自己評価を行うことで、自分の理解度などを把握させる。同じ形式のワークシートを重ねていくことでコメントの変容が自身によって確認できるよう、太枠部分(本時の目標、本時のポイント、今日のじぶん)のレイアウトをそろえる。生徒自らが振り返りや自身の変容を確認できるようにすることで、単元内のつながりや理解度、つまづきなどに気付かせる。



【資料１ ワークシート】（報告書最後に拡大版を示す）

本時の目標

例題  $a$  は正の定数とする。関数  $y = x^2 - 4x + 1$  ( $0 \leq x \leq a$ ) の最小値を求めよ。

Step1 個人で解きましょう。自分なりの解答でかまいません。

ステップ１（個人）

Step2 ヒントをもとに、ペアで考えたことを解きましょう。（アイディア活用型）

ステップ２（ペア）

Step3 各チームの発表を聞いて、解答をまとめよう。

ステップ３（グループ）

練習問題  $a$  は正の定数とする。関数  $y = -x^2 + 2x + 1$  ( $0 \leq x \leq a$ ) の最大値を求めよ。

練習問題（個人）

起時の演習（ペアで異なる問題を解き、相手に説明して理解）

①関数  $y = 2x^2 + 4x$  ( $-2 \leq x \leq 1$ ) の最大値・最小値を求めよ。  
 ②関数  $y = -x^2 - 2x + a$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) の最小値が  $-3$  であるように定数  $a$  の値を定めよ。

一定の～  
本時のポイントは  まとめ（個）

探めよう！

「 $a$  は正の定数とする。関数  $y = x^2 - 4x + 1$  ( $0 \leq x \leq a$ ) の最小値を求めよ。」の  を  に代入してみたらどうなるだろうか？

自作問題「  」

作問（個人）

| の自己評価（ルーブリック）                     |                                            |                                            |                                            |
|-----------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 評価項目                              | A<br>(十分満足できる)                             | B<br>(おおむね満足できる)                           | C<br>(努力を要する)                              |
| 他者と協働し、適切な役割分担を行い、適切な発言を導くことができた。 | ペアワークに積極的に参加し、自分と他者の考えを尊重し、適切な発言を導くことができた。 | ペアワークに積極的に参加し、自分と他者の考えを尊重し、適切な発言を導くことができた。 | ペアワークに参加できたが、自分の考えを認められず他者の考え方を利用するにとどまった。 |

今日のふりかえり（原稿用紙を用いて2文でかこう）

振り返り（個人）

「  」について。  
 $x$  の値を  $a$  に代入したら最大値や最小値はどうなるだろうか？

| 今日のしんぶんは？ |                                                                   |
|-----------|-------------------------------------------------------------------|
| 90%以上     | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;"></span> |
| 70%       | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;"></span> |
| 50%       | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;"></span> |
| 50%未満     | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;"></span> |

(2) 数学的活動の中での位置付け

D2「解決過程を振り返るなどして概念を形成したり、体系化したりすること」に位置付ける。そのうち、「見いだした事柄を既習の知識と結びつけ、概念を広げたり深めたりする力」の育成を目指す。

(3) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

各段階での思考・判断が把握できるよう、ワークシートでは各段階の答案がブラッシュアップされていく過程を見取ることができるよう工夫した。理解していること、できることや、それらの知識・技能を本時でどう使ったかを見取るために「本時のポイント」及び作問で判断する。さらに、作問や次時の予告によって何ができるようになるかを生徒に感じさせるねらいもある。

・本時の評価規準（該当する二種類の力の平均点をスコアとする）

| 観点「数学的な見方や考え方」を二つの方法で評価   | 本時のポイントがあいまいで、作問の意図が見えない。 C（2点） | 本時のポイントを押さえた自作問題を表現できる。 B（3点） | 本時のポイントを的確に押さえ、自作問題も適切である。 A（4点） |
|---------------------------|---------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| Step1で自分の考えをまとめられた。 C（1点） | 1. 5点                           | 2点                            | 2. 5点                            |
| Step2でペアの考えをまとめられた。 B（2点） | 2点                              | 2. 5点                         | 3点                               |
| Step3で最適な解答をまとめられた。 A（3点） | 2. 5点                           | 3点                            | 3. 5点                            |



#### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                       | 対話的な学び                                    | 深い学び                                     |
|------|----------------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------------------------|
| 実践内容 | 単元内のつながり, 自らの理解度を把握させることで, 主体的に学びに向かう態度を育てる。 | ペアやグループでの活動を通して対話的な学びを促し, 他者の意見を認める態度を養う。 | 教師から正解を与えないこと, 作問やその解答作成により, 深く学ぶ習慣を付ける。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動について

1年2組, 1年3組の半数（本校では数学の授業を1クラス2展開で実施）で実践した。本時の目標, 例題（個人・ペア・グループで考える）, 練習問題, 本時のポイントと作問, 振り返りという流れで行った。生徒たちは日頃から例題の解説を受け, 解き方を習ってから練習問題を解くという形式の授業に慣れているため, 正答を与えられていないという状況に戸惑いが見られた。一方, 本時の目標は「考えること」「自分たちの解答をつくること」であり, 思考力・判断力育成のためにも, 初見の問題を自分たちで解くこと, 正答にこだわらないことを伝えていくと徐々に話し合いが活発になった。先に解き方を教える方法に比べ, 生徒たちは苦勞したもの, ふだん以上に深く考える姿勢が見られた。練習問題の解説で多くの生徒が理解を進めた雰囲気であり, 本時のポイントと作問では自らの考えを深めた様子が見てとれた。



【ペアワークの様子1】



【ペアワークの様子2】



【グループワークの様子】



【グループ毎の発表の様子】

#### (2) 評価と評価結果の生徒への還元について

本単元の一時間目から, 毎授業で「今日のじぶん（生徒の簡易版自己評価）」を記録させた。それを集計したものを個別に示し, 生徒に還元した。集計表を確認し, 生徒は自分の理解度が不足している箇所やつまづいた単元を振り返ることができ, 主体性や意欲を以前より喚起できたのではないかと感じている。また, 個別に支援が必要な生徒を把握することもできた（資料2）。

また Step 1～3 についての評価, 本時のポイントを押さえているかの評価を生徒に還元することで,

生徒が自己評価と他者評価を比較する機会も設けた（資料3，4）。

【資料2 「今日のじぶん（簡易版自己評価）」抜粋】

|       |       | 2次関数 第1節 |      |         | 2次関数 第2節 |         |          |           |          |           |         | 決定 |   |
|-------|-------|----------|------|---------|----------|---------|----------|-----------|----------|-----------|---------|----|---|
|       |       | グラフ      | 平方完成 | 平行・対称移動 | 最大最小     | 定義域最大最小 | cが文字最大最小 | 定義域文字最大最小 | 軸が動く最大最小 | 区間が動く最大最小 | 最大最小文章題 |    |   |
| 男子生徒A | 90%以上 |          |      |         | 1        |         |          |           |          |           |         |    | 1 |
|       | 70%   | 1        | 1    |         |          | 1       | 1        | 1         |          |           |         |    | 5 |
|       | 50%   |          |      | 1       |          |         |          |           |          |           |         |    | 1 |
|       | 50%未満 |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       |       | グラフ      | 平方完成 | 平行・対称移動 | 最大最小     | 定義域最大最小 | cが文字最大最小 | 定義域文字最大最小 | 軸が動く最大最小 | 区間が動く最大最小 | 最大最小文章題 | 決定 |   |
| 男子生徒B | 90%以上 | 1        | 1    | 1       | 1        | 1       | 1        | 1         |          |           |         |    | 7 |
|       | 70%   |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       | 50%   |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       | 50%未満 |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       |       | グラフ      | 平方完成 | 平行・対称移動 | 最大最小     | 定義域最大最小 | cが文字最大最小 | 定義域文字最大最小 | 軸が動く最大最小 | 区間が動く最大最小 | 最大最小文章題 | 決定 |   |
| 男子生徒C | 90%以上 |          | 1    |         | 1        |         |          |           |          |           |         |    | 2 |
|       | 70%   | 1        |      | 1       |          | 1       |          |           |          |           |         |    | 3 |
|       | 50%   |          |      |         |          |         | 1        | 1         |          |           |         |    | 2 |
|       | 50%未満 |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       |       | グラフ      | 平方完成 | 平行・対称移動 | 最大最小     | 定義域最大最小 | cが文字最大最小 | 定義域文字最大最小 | 軸が動く最大最小 | 区間が動く最大最小 | 最大最小文章題 | 決定 |   |
| 女子生徒D | 90%以上 | 1        | 1    |         | 1        | 1       |          | 1         |          |           |         |    | 5 |
|       | 70%   |          |      | 1       |          |         | 1        |           |          |           |         |    | 2 |
|       | 50%   |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       | 50%未満 |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       |       | グラフ      | 平方完成 | 平行・対称移動 | 最大最小     | 定義域最大最小 | cが文字最大最小 | 定義域文字最大最小 | 軸が動く最大最小 | 区間が動く最大最小 | 最大最小文章題 | 決定 |   |
| 女子生徒E | 90%以上 |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       | 70%   | 1        | 1    | 1       | 1        |         | 1        | 1         |          |           |         |    | 6 |
|       | 50%   |          |      |         |          | 1       |          |           |          |           |         |    | 1 |
|       | 50%未満 |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       |       | グラフ      | 平方完成 | 平行・対称移動 | 最大最小     | 定義域最大最小 | cが文字最大最小 | 定義域文字最大最小 | 軸が動く最大最小 | 区間が動く最大最小 | 最大最小文章題 | 決定 |   |
| 女子生徒F | 90%以上 |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |
|       | 70%   |          | 1    |         | 1        |         |          |           |          |           |         |    | 2 |
|       | 50%   | 1        |      | 1       |          | 1       | 1        | 1         |          |           |         |    | 5 |
|       | 50%未満 |          |      |         |          |         |          |           |          |           |         |    | 0 |

### (3) 数学的活動の中での位置付け

D2「解決過程を振り返るなどして概念を形成したり，体系化したりすること」について，「見いだした事柄を既習の知識と結びつけ，概念を広げたり深めたりする力」を伸ばすことを意識して実践した。教材に記載された問題をそのまま解くことに比べ，本実践の過程を通じ，生徒が思考を広げ深めた記述が見られたことが本時の効果として挙げられる。また，評価についても，正答か否かではなく，生徒の思考に着目したものであったことも生徒にとって新鮮であったようである。

### (4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

#### ア 主体的な学びについて

ワークシート右側に，前時の復習，本時のポイント，作問，振り返り，次時の予告という流れで配置したことにより，生徒自らが単元内のつながりや理解度を確認できるよう工夫した。それまでに何を学び，その時間ではどのようなことが大切だったのか，自己の理解度などはどうだったのか，次はどのような学びにつながっていくのかを各自で判断できることで，生徒の主体的な学びを促すことができた。

#### イ 対話的な学びについて

ペア，グループワークでは他者と対話的に学び，書画カメラによる投影で他グループと考え方を共有した。また Step1～3や作問を通じて自己内対話を促すとともに教師からの評価も還元することで，さまざまな相手との対話的な学びを実現した。

#### ウ 深い学びについて

本時のポイントや作問では，係数や定数項，軸の方程式など，日ごろ深く考慮していなかった事項にまで考えが及んでいた生徒もあり，深い学びにも効果があったと思われる。問題を与えられて解くよりも，作問したことで問題の意図を考えるようになった生徒もいた。

【資料3 Step 1～3 についての評価】

評価Bの記述例

Step1 個人で解答しよう。自分なりの解答がかまいません。

$$y = x^2 - 4x + 4 - 1$$

$$= (x-2)^2 - 3$$

$$x = 2$$

$$(2, -1)$$

Step2 ヒントをもとに、ペアで考えたことを解答しよう。  
(アイテム使用可)

②  $a > 2 \rightarrow -3$

①  $0 < a < 2 \rightarrow (a-2)^2 - 3$

Step3 各チームの発表を聞いて、解答をまとめよう。

$0 < a < 2$  のとき  
 $x = a$  で最小値  $a^2 - 4a + 1$   
 $2 \leq a$  のとき  
 $x = 2$  で最小値  $-3$

Step 2 までは考えが深まっているが、Step 3 では解答を書き写したのみであるため、Bとした。

評価Aの記述例

Step1 個人で解答しよう。自分なりの解答がかまいません。

$$y = x^2 - 4x + 4 - 1 + 1$$

$$= (x-2)^2 - 3$$

$$x = 2 \text{ で最小値 } -3$$

Step2 ヒントをもとに、ペアで考えたことを解答しよう。  
(アイテム使用可)

$x = 2$  で最小値  $-3$

Step3 各チームの発表を聞いて、解答をまとめよう。

最小値は  $(x-2)^2 - 3$   
 $x = 2$  で最小値  $-3$   
 $x = a$  で最小値  $a^2 - 4a + 1$   
 $2 \leq a$  のとき  
 $x = 2$  で最小値  $-3$

正答ではないものの、Step 3 では考えの深まりが見られ、Aとした。



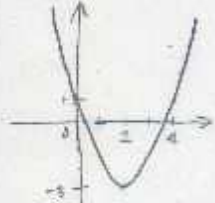
## 【資料4 本時のポイントと作問についての評価】

### 評価Bの記述例

～まとめ～  
本時のポイントは ⇒ 値が変化するところを見つける

深めよう!!  
「 $a$ は正の定数とする。関数  $y = x^2 - 4x + 1$  ( $0 \leq x \leq a$ ) の最小値を求めよ。」の  
 $a$  を 負の定数 に変えてみたらどうなるだろう?

自作問題「 $a$ は負の定数とする。関数  $y = x^2 - 4x + 1$  ( $a \leq x \leq 0$ ) の最小値・最大値を求めよ。」



$y = x^2 - 4x + 1$   
 $= (x - 2)^2 - 3$

$x = 0$  で 最小値 1  
 $x = a$  で 最大値  $a^2 - 4a + 1$

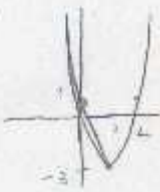
本時のポイントを押さえており、理解はできている。しかし、作問が適切とは言えずBとした。

### 評価Aの記述例

～まとめ～  
本時のポイントは ⇒  $a$ の位置と軸の位置

深めよう!!  
「 $a$ は正の定数とする。関数  $y = x^2 - 4x + 1$  ( $0 \leq x \leq a$ ) の最小値を求めよ。」の  
最小値 を 最大値 に変えてみたらどうなるだろう?

自作問題「 $y = x^2 - 4x + 1$  の頂点:  $2, -3$   
 $(x - 2)^2 - 4 + 1 = (x - 2)^2 - 3$



$0 < a < 4$  のとき  
 $x = 0$  で 最大値 1  
 $a = 4$  のとき  $x = 0$  と  $x = 4$  で 最大値 1  
 $a > 4$  のとき  
 $x = a$  で 最大値  $a^2 - 4a + 1$

誤りの箇所はあるものの、本時のポイントを押さえていること、作問が適切であることからAとした。

## 4 まとめ

### (1) 成果

日常的に使用できるワークシートの型を工夫し、思考力・判断力を育てる授業を目指し、本実践を行った。正答を事前に与えないことで、ふだん以上に考える場面を生徒に与えられた。「見いだした事柄を既習の知識と結び付け、概念を広げたり深めたりする力」の育成については、ある程度の効果があったと考えている。後述のアンケートにも、本時が思考力や判断力の養成に効果的であったことが見てとれる。それ以上に、次時で軸が動くタイプの問題を説明した際、場合分けの理解がこれまで以上に円滑に進んだことも本時の大きな成果であったと考えられる。

また、主体的・対話的で深い学びという観点では、Step 1～3の過程や本時のポイント、作間を経ることで、一定の成果があったことはアンケートやワークシートからも見てとれる。

以下にアンケートの結果を記す。

ア 今回の授業で必要だと感じた力（うち上位四つ）

- ・深く考える力
- ・論理的に考える力
- ・粘り強く考える力
- ・知っていることを活用する力

イ ワークシートの中で、毎時間やってほしいもの（うち上位四つ）

- ・ペアワーク
- ・グループによる発表
- ・前時の復習
- ・授業のポイントを自分で表現する

ウ 今日の授業はいつもと比べてよく考えたか

| よく考えた | まあまあ | あまり | 変わらない |
|-------|------|-----|-------|
| 55%   | 30%  | 15% | 0%    |

エ 今回の授業を通じて理解度や興味・関心が高まったか

| かなり | まあまあ | あまり | 高まらなかった |
|-----|------|-----|---------|
| 27% | 64%  | 6%  | 3%      |

オ ふだんの授業と比較して楽しかったか

| とても | まあまあ | あまり | 楽しくなかった |
|-----|------|-----|---------|
| 45% | 49%  | 6%  | 0%      |

カ 今回の学習が、以下の力を身に付けるために有効だと思うか

|                 | とても思う | 思う  | あまり | 思わない |
|-----------------|-------|-----|-----|------|
| 自ら深く考え<br>判断する力 | 61%   | 36% | 3%  | 0%   |
| 見通しを立てて<br>考える力 | 24%   | 61% | 12% | 3%   |
| 他者に表現し<br>伝える力  | 45%   | 52% | 0%  | 3%   |

キ 自由記述

- ・今日はいつも素通りしていた「なぜ？」から考えることができたし、それが分かって楽しかった。ふだんから「なぜ？」を意識することが大切だと思った。
- ・「こうしたらこうなる……」といろいろなことを考えることができた。
- ・これまで習ったことをうまく使うことができなかった。基本が大切だと思った。
- ・これまでは先生が言ったことをただ覚えていたが、どうしてかを考えるようにしたい。
- ・どれだけ情報が与えられていて、何をどう使っていくかを考えるようにしたい。
- ・アイテムがあって考えやすかったので、これからは自分も工夫して解いてみたい。
- ・ペアやグループで他の人を頼ってしまった。ただ、少しは自分の考えを出せた。

- ・どんな答えでもよいからまずは自分で解き、その後で説明を聞く方がよく理解できた。
- 【振り返りのコメント抜粋（ワークシートより）】
- ・個人で考えたときはうまくまとまらなかった。でも、ペアやグループで自分の考えをまとめながら相手の考えを聞き、自分なりの答えを出すことができた。
- ・グラフや図を使って考えることが大切だと思った。なぜなら動くものを目で確かめられるから。
- ・一人では理解できなかった。しかし、仲間のいろいろな考えを組み合わせると理解が深まった。
- ・いつもより自分で考えようという気持ちになった。だから、どこが違うのか分かりやすかった。
- ・これまでの学習内容を使って自分で考えを深められなかった。だから、正解できなくても日頃から自分で考えようと思った。
- ・どこかを変えて問題を自分でつくるのは新鮮だった。これからはいろいろ変えてやってみたい。
- ・整数でだけ最小値を考えていた。だから、 $a^2 - 4a + 1$  の形でも最小値になると知り驚いた。
- ・今日は場合分けを用いて考えた。しかし、自分の考えをうまく説明できず他の人の考えを使ってしまった。

## (2) 課題

日頃の授業で気になるのは、生徒がすぐに正答を知りたいがることである。考えるプロセスをできるだけ短くし、練習問題では教師の模範解答を（ほぼ完璧に）真似てきれいな解答をつくる生徒が多くなっているように感じている。そのため、授業時間内で解けても、時間が経つと全く手が付けられないという状況もみられる。本実践でも Step 1～3 で正答を目的とせずに取り組ませたが、生徒は当初戸惑っていた。

考えるためにはある程度の見通しを立てねばならず、既習事項を活用させるためには基礎基本を定着させている必要がある。また、問題が難しすぎれば無理だと諦めてしまう生徒も出てくる。勤務校の生徒の実態に即したレベルで、少しの背伸びをさせるという難しさがあると思われる。

本時の課題として、数学的活動の中で既習の知識を活用する力や、見通しを立てて論理的に考える力を伸ばすには、ワークシートでさらに工夫が必要であると感じた。また、正答をすぐに教えないことで、適切な解答とは異なる結論に至った場合に、上手に方向を変えていく難しさも感じた。

## 5 おわりに

思考力・判断力を育成する授業として、今回の実践は一つの形として示すことができたと思っている。生徒アンケートからも、ふだん以上によく考えたことが見てとれる。ペアワークやグループワークに対して、生徒は好意的に捉えている様子であり、今後は更に効果的なワークを模索しようと考えている。「基本的な概念や原理・法則を理解し、数学的な活動の中でそれらを活用することで、既習の知識と結びつけ概念を広げたり深めたりできる」生徒を育成するため、個人内で考えが深まり、それがまとまっていくようワークシートや指導方法の更なる工夫を目指したい。

／ 本時の目標

例題  $a$  は正の定数とする。関数  $y = x^2 - 4x + 1$  ( $0 \leq x \leq a$ ) の最小値を求めよ。

Step1 個人で解読しよう。自分なりの解読がまあいまいせん。

Step2 ヒントをもとに、ペアで考えたことを解読しよう。  
(アイテム使用可)

Step3 各チームの発表を聞いて、解読をまとめよう。

前時の復習 (ペアで異なる問題を解き、相手に説明して確認)。  
①関数  $y = 2x^2 + 4x$  ( $-2 \leq x \leq 1$ ) の最大値・最小値を求めよ。  
②関数  $y = -x^2 - 2x + c$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) の最小値が  $-3$  であるように定数  $c$  の値を定めよ。

～まとめ～  
本時のポイントは

梁めよう!!  
「 $a$  は正の定数とする。関数  $y = x^2 - 4x + 1$  ( $0 \leq x \leq a$ ) の最小値を求めよ。」の  
を を に変えてみたらどうなるだろう?  
自作問題「」

◎自己評価 (ルーブリック)

| 評価項目                                                    | A<br>(十分満足できる)                                      | B<br>(おおむね満足できる)                                      | C<br>(努力を要する)                                          |
|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| 他者と協働し、場合分けを<br>用いて最適な解法を導く<br>ことができたか。<br>(数学的な見方・考え方) | ペアワークに積極的に参<br>加し、自分と他者の考えか<br>ら最適な解法を導くこと<br>ができた。 | ペアワークに積極的に参<br>加し、自分と他者の考えを<br>まとめて自ら解法を導く<br>ことができた。 | ペアワークに参加できだ<br>が、自分の考えを深められ<br>ず他者の考え方を利用す<br>るにとどまった。 |

◎今日のふりかえり (接続詞を用いて2文でかこう)  
『 』  
◎次回予告  
前時では定数項に文字があり、本時は定義域の片側に文字が入っていた。  
 $x$  の係数に文字  $a$  を含ませたら最大値や最小値はどうなるだろうか?

今日のじぶんは?  
90%以上  
70%  
50%  
50%未満

研究報告イ(ク)－9



# グループワークやルーブリックによる自己評価，ICTを利用して

## 1 はじめに

本校3年生の生徒は、素直で素朴な生徒が多く、与えられた課題には懸命に取り組むことができる。しかし、自主的に課題を設定して取り組むことや、自ら学習計画を立てて勉強を進めていくことに関しては苦手な生徒がほとんどで、ここまで約2年間の学習時間はそれほど多くない。ただし、一部の生徒については2年生の後半から勉強への取組に変化が表れ始め、質問に來たり、居残り学習をしたりする生徒が徐々に増えてきた。

本研究では3年生の私立文系クラス対象の学校設定科目『発展数学 $\alpha$ 』において、既習の数学ⅠAについて演習を行い、協働的な学びを通して理解を深め、事象の仕組みを理解した課題解決ができる生徒の育成を目指す。

## 2 指導計画

### (1) 思考力・判断力・表現力を育成する指導方法

問題演習時に、特に重要とされる分野について2時間で一つの内容を扱う。

#### ア 扱う内容（分野）

- |   |            |   |           |
|---|------------|---|-----------|
| 1 | 2次関数の最大・最小 | 4 | 正弦定理と余弦定理 |
| 2 | 2次不等式      | 5 | 順列と組合せ    |
| 3 | 三角比とは      | 6 | （特別編）判断推理 |

#### イ 2時間の進め方

##### 1時間目：

小テスト①（開始時点での実力を測る）→例題を解説

##### 2時間目：

演習問題（個人→グループワーク）→小テスト②（開始時からの伸びを測る）→振り返り（振り返りはルーブリックによる自己評価）

演習問題では1時間目の小テストや例題の類題を解き、グループワークで理解を深める。また、その際の解答はグループごとの進捗に合わせてその都度確認できるよう、動的数学ソフトウェアGeoGebraでグラフの動きを自由に見ることができるようにする。

小テスト①と②は類題で行い、開始時点と終了時点での得点の変化を実感させる。ルーブリックによる自己評価ではグループ活動に積極参加（教えただけでなく、分からなかった場合にそれを聞けたか）できたかを振り返らせ、それと同時に2時間での自分の理解度（できない→できた）を省察させる。

### (2) 数学的活動（学習過程の位置付け）について

C 与えられた課題（問題）を解決するために、仕組みや解く手順を理解し、正しく解答できる力を身に付ける。

D 課題を協働的に解決し、理解を深め合う。

### (3) 評価規準と評価方法（思考力・判断力・表現力を見取るために工夫した点）

ルーブリックを用いて、2時間目の最後に振り返りを行う。

《生徒用ルーブリック》

| 評価規準                          |    | a                                         | b                 | c                  |
|-------------------------------|----|-------------------------------------------|-------------------|--------------------|
| 小項目                           | 質問 | 自ら積極的に仲間に質問したり,説明を求めたりした                  | 仲間と協力して解法を作ろうとした  | 仲間と全く協力することができなかった |
|                               | 説明 | 自ら積極的に仲間に説明をすることができた                      | 仲間と協力して解法をつくろうとした | 仲間と全く協力することができなかった |
| 評価規準【評価の観点】                   |    | A                                         | B                 | C                  |
| 意欲的に取り組もうとしているか<br>【関心・意欲・態度】 |    | 質問 a + 説明 a<br>質問 a + 説明 b<br>質問 b + 説明 a | 質問 b + 説明 b       | いずれかが c            |

| 評価規準【評価の観点】                     | A                                                 | B                                                             | C                                         |
|---------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 正しく解答を導くことができるか<br>【数学的な見方や考え方】 | ・全ての問題について自分たちだけで（個人またはグループで協力して）正しい解答をつくることができた。 | ・一部の問題について先生からヒントをもらって正しく解答をつくることができた。<br>または解答を見て理解することができた。 | ・全ての問題について正しい解答をつくることができず、解答を見ても理解できなかった。 |

(4) 学習活動の工夫（主体的・対話的で深い学びの実現に向けて）

|      | 主体的な学び                                                                     | 対話的な学び                                                                               | 深い学び                                                                                                    |
|------|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 実践内容 | 演習問題に取り組み、その様子をルーブリックによって振り返る。また、演習問題では自分やグループの進捗に合わせて順に解答を確認し、正しい解法へと近づく。 | グループワークでそれぞれの考えや解答を持ち寄り、学び合いを行う。<br>GeoGebra で順に解答を確認しながら、正しい解法と、自分たちが考えた解答を照らし合わせる。 | 例題の解説を聞いて、個人で問題に取り組み、それをグループで共有する。学び合いにより、正しい解法を身に付けることができる。また、事前・事後のテストの結果と振り返りにより、生徒は自らの変容に気付くことができる。 |

### 3 実践報告と考察

#### (1) 学習活動（1 2次関数の最大・最小）について

##### ア 事前準備

今回の実践を行う授業用の座席を決めた。本実践を行うクラスが男子 9 人、女子 35 人という構成のため、クラスの席のままグループをつくると男子が 1 人だけになり、活動に影響が出るケースも予想されたためである。

##### イ 1 時間目

小テスト①を行い、生徒それぞれが今どれくらいできるかを確認した。この時点では既習であるものの、平方完成ができない生徒や、頂点や軸を正しく答えることができない生徒が多くいた。特に最

大値や最小値の条件から係数の値を求める問題では、全く手がつかない生徒もいて、解答を見ても分からないという声が出た。

小テスト①後に例題の解説を行った。今回は扱う問題を小テスト①と同じ3種類に絞り、平方完成の計算方法から、図の書き方など基本事項を丁寧に振り返った。グラフが上に凸や下に凸になるところから確認し、最大値や最小値を求めるためにグラフを全て書かなくてもよいことなど、基本となるものを解説した。

#### 小テスト①問題

1. 次の2次関数のグラフの、軸と頂点を求めよ。

(1)  $y = x^2 - 4x + 2$       (2)  $y = 2x^2 + 4x + 1$

2. 次の関数の最大値、最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

$$y = x^2 - 2x - 3 \quad (-2 \leq x \leq 5)$$

3. 関数  $y = -x^2 + 2x + c$  ( $0 \leq x \leq 3$ ) の最小値が $-5$  となるように、定数  $c$  の値を定めよ。

#### 例題

1. 次の2次関数のグラフの、軸と頂点を求めよ。

(1)  $y = x^2 - 6x + 5$       (2)  $y = 3x^2 - 6x - 2$

2. 次の関数の最大値、最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

(1)  $y = -x^2 - 2x + 1$  ( $0 \leq x \leq 2$ )      (2)  $y = -x^2 - 2x + 1$  ( $-3 \leq x \leq 0$ )

3. 関数  $y = 2x^2 + 4x + c$  ( $-2 \leq x \leq 1$ ) の最大値が7 となるように、定数  $c$  の値を定めよ。



【グループワークの様子①】



【グループワークの様子②】

ウ 2時間目

例題で解説した問題の類題を演習問題として配付(資料1)し、まずは個人で10分解かせた。全て類題にするだけでなく、チャレンジ問題を1題加えておいた。この時点で類題はどんどん解けていく生徒が多かったが、チャレンジ問題にはほとんどの生徒が手を出せずにいた。

その後、グループをつくり、演習問題に取り組ませた。この時点でGeoGebraの使用を許可し、できた問題や解答を知りたい問題から正しい解答を確認できるようにした(資料2)。計算過程は、画面上

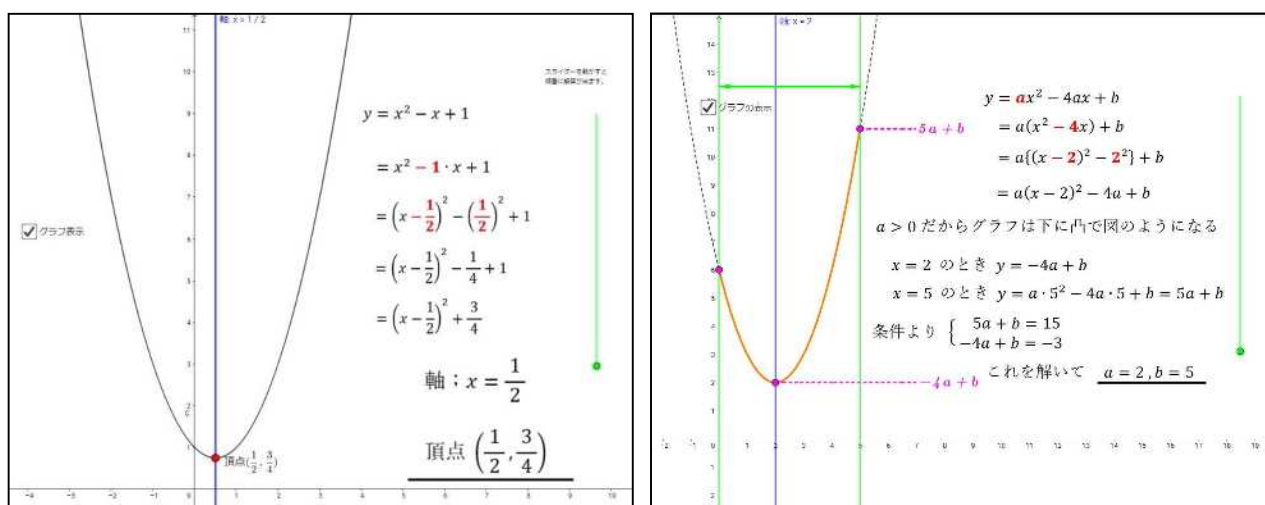
で順に見られるようにし、グラフも表示できるようにしたため、ほとんどのグループがそれを利用して解答を作成することができた。

最後に、小テスト②（資料3）を行い、振り返りをして授業を終了した。

### 【資料1 演習問題プリント】

|                                                                               |  |                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 発展数学α Ex.① (2次関数の最大・最小) 演習問題<br>1. 次の2次関数のグラフの、軸と頂点を求めよ。<br>$y = x^2 - x + 1$ |  | 3年 組 番 氏名 _____<br>3. $x \geq 0, y \geq 0, 3x + y = 12$ のとき、 $xy$ の最大値と最小値を求めよ。                     |
| 2. 関数 $y = 2x^2 - 6x$ ( $0 \leq x \leq 3$ ) の最大値、最小値とそのときの $x$ の値を求めよ。        |  | 4. $a > 0$ とする、関数 $y = ax^2 - 4ax + b$ ( $0 \leq x \leq 5$ ) の最大値が15で、最小値が-3であるとき、定数 $a, b$ の値を求めよ。 |

### 【資料2 GeoGebra の画面】



### 【資料3 小テスト】

#### 小テスト②問題

1. 次の2次関数のグラフの、軸と頂点を求めよ。

(1)  $y = x^2 - 10x + 25$       (2)  $y = -2x^2 + 4x + 3$

2. 次の関数の最大値、最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

$y = x^2 - x - 5$  ( $-2 \leq x \leq 2$ )

3.  $a < 0$  とする。関数  $y = ax^2 - 2ax + b$  ( $-1 \leq x \leq 2$ ) の最大値が7で、最小値が-1である

## (2) 評価（と評価結果の生徒への還元）について

### ア 小テスト平均点

小テスト① 2.5 点／7 点 ⇒ 小テスト② 4.5 点／7 点

### イ 生徒自己評価結果と小テスト得点の上昇，下降

|                     |   | 意欲的に取り組もうとしているか |      |           |      |           |      |
|---------------------|---|-----------------|------|-----------|------|-----------|------|
|                     |   | A               |      | B         |      | C         |      |
| 正しく解答を導く<br>ことができるか | A | 11 人            |      | 0 人 (0 人) |      | 0 人 (0 人) |      |
|                     |   | 26%             |      | 0%        |      | 0%        |      |
|                     |   | ↑7 人            | ↓3 人 | ↑0 人      | ↓0 人 | ↑0 人      | ↓0 人 |
|                     | B | 20 人            |      | 7 人       |      | 1 人       |      |
|                     |   | 47%             |      | 16%       |      | 2%        |      |
|                     |   | ↑14 人           | ↓3 人 | ↑4 人      | ↓0 人 | ↑1 人      | ↓0 人 |
|                     | C | 1 人             |      | 1 人       |      | 2 人       |      |
|                     |   | 2%              |      | 2%        |      | 5%        |      |
|                     |   | ↑1 人            | ↓0 人 | ↑0 人      | ↓0 人 | ↑2 人      | ↓0 人 |

※下の欄の人数は，上の欄の人数のうちの得点の上昇，下降の人数を表す。

意欲的に取り組んだと感じていた生徒の得点上昇率が高く，実際の得点につながっている。

## 4 まとめ

### (1) 成果

本研究では，既習事項の問題演習を正答が求められることだけでなく，仕組みを理解し，主体的，対話的で深い学びができることをグループワークによって目指した。さらに，学ぶ内容を限定して2時間の中でさまざまな形で繰り返し学ぶことで，より確実な定着と更なる応用への対応をねらいとした。得点の上昇を2時間の中で経験し，達成感と自己効力感を感じることができた生徒も多くいた。

生徒の感想から

- ・今回の授業でやり方を思い出すことができたので，テストでも解くことができた。
- ・仲間に教えてもらったが，新しいやり方を取り入れたことで分からなくなってしまった。
- ・班で協力して+1点することができてよかった。
- ・グループでしっかり話し合ったので，演習問題は解くことができた。
- ・自分だけでやるより頑張って取り組めた。
- ・今まで解き方は合っていたけど，理解がまだ完璧ではなかったと実感した。
- ・今回できるようになった効果的な解き方をこれからも使えるようにしたい。
- ・何とか理解したと思ったけど，小テストの結果がいまいちだったので復習したい。
- ・小テストの最後の問題で，グラフの向きを考える大切さを知った。
- ・グラフを簡単に書くことができるようになった。
- ・今まで基本的な問題も解けなかったけど，今回の授業で解けるようになった。少し難しい問題もこれから頑張って理解したい。
- ・全然できなくて，意味がしっかり理解できてないと思った。
- ・スマホを使って解答を確認できるので新鮮だった。



- ・スマホを使うので、家でもやってみたくなった。



【携帯端末を利用して考えている様子①】



【携帯端末を利用して考えている様子②】

## (2) 授業の設定について、今後の課題

今回の進め方では2時間の授業の内容を特に限定してしまうため、問題の種類を増やすことが難しい。さまざまなタイプの問題に触れて演習量を増やすような目的には向いていない。また、問題の設定を欲張ってしまったために、演習問題のグループワークの時間が足りなくなったり、最後の小テストが思ったほど得点が伸びなかったりした回もあった。小テスト②の問題については学んだ内容ができるようになったかの確認だけにしておき、得点の伸びから達成感を感じさせることを優先した方がよいのかもしれない。そして必要に応じて、チャレンジ的な問題は課題で出題し、その解説にGeoGebraを活用することなど、改善の余地は考えられる。いずれにしても、生徒の実態や出題内容に対する理解度をよく把握し、それに見合った課題設定を綿密に計画し準備する必要があると感じた。



【解説の様子】



【グループワークの様子】

## 5 おわりに

協働的な学びを目指して、グループワークやGeoGebraを導入した実践を行った。2時間続きで一つの内容を扱うことや、2時間の中でテストや解説、グループワークなどさまざまな手法を取り入れることで生徒たちの興味ややる気を引き出すことができたように思う。今後も生徒の主体的な学びや、継続的な学びにつながる授業を目標として、更なる授業研究に取り組んでいきたい。