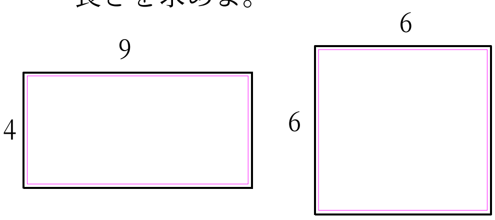
【指導案１】平均

1　単　元　名　数学Ⅱ　式と証明

2　本時の目標　相加平均，相乗平均，調和平均などの平均が社会生活とかかわる様子を考察する。

3　指 導 過 程

指導のねらい	指導過程・学習活動	指導上の留意点・評価
≪導　　入≫ 前時の復習 相加平均，相乗平均の関係を思い出す。	$a>0$，$b>0$ のとき， $\frac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}$ 等号成立は $a=b$ のとき	平均とは，データの散らばり具合を“平らに均（なら）す”ことによって得られる統計的な指標で，複数の数の代表であることを確認する。
≪展　　開≫ いろいろな平均があることを学ぶ。	平均について具体例を出してイメージする。	**数学的な見方や考え方** （観察及びワークシート） いろいろな平均と実生活とがかかわる例を考察している。
＜相加平均＞ （算術平均）	相加平均　$\frac{a+b}{2}$ ［問］具体例を挙げよ。（ワークシート１） （例　クラスの平均身長，テストの平均）	
＜相乗平均＞ （幾何平均）	相乗平均　$\sqrt{ab}$ ［例１］２辺の長さが a,b の長方形を面積を変えず正方形にしたときの一辺の長さを求めよ。  ［例２］最初の１年間で物価が２倍，次の１年で物価が４倍，その次の１年で物価が８倍，このとき１年につき平均して物価は何倍になるか。 （ワークシートの２）解説	相乗平均とは，掛け算の平均であり，相加平均以外にも平均と呼ぶにふさわしいものがあることに気付かせる。 掛け算の平均を具体的に計算して相乗平均のイメージをつくる。
＜調和平均＞	調和平均　$\dfrac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}$ ［例３］同じ仕事をするのに，Ａさんは４	相加平均以外にも平均と呼ばれるものがあることに気付かせる。 具体例を通して考えさせる。

	時間，Bさんは２時間かかりました。この仕事の２倍の仕事を２人で一緒にするには何時間かかるか。 （ワークシートの３）解説	他の例を考えさせる。 小グループで相談（観察）
＜加重平均＞	加重平均 $\dfrac{a\times 2+b\times 1}{3}$ ［例４］成績をつけるのに，定期考査と復習テストに重みを付けて平均を出したい。定期考査２，復習テスト１の重みにするにはどうすればよいか。 （ワークシートの４）	
≪ま と め≫	相加平均，相乗平均の関係のまとめ ワークシート①の後半と完成できなかった問題を課題とする。（ワークシートの５）	

4　本時の評価基準

学習目標	評価方法	評価基準		努力を要すると判断された生徒への対応
		おおむね満足できると判断できる状況	十分満足できると判断する視点	
いろいろな平均が社会生活とかかわる様子を考察する。	発言やノート，ワークシートへの記述内容による。	いろいろな平均と社会生活とがかかわる例を考察している。	いろいろな平均について，授業で扱わなかった例を調べて考察している。	声掛けや助言を与えることによって考察させる。

5　生徒の実態に応じて取り扱うことが効果的である事項

(1) 数列との関連

ア　1，$\boxed{}$，5，7，‥‥　等差数列 ⟷ $\boxed{}$ は，1 と 5 の相加平均である 3

イ　1，$\boxed{}$，4，8，‥‥　等比数列 ⟷ $\boxed{}$ は，1 と 4 の相乗平均である 2

ウ　1，$\boxed{}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，‥‥　調和数列 ⟷ $\boxed{}$ は，1 と $\frac{1}{3}$ の調和平均である $\frac{1}{2}$

(2) 数学と音楽

ア　調和平均と弦楽器

もとの弦の長さを１とするとき，１オクターブ上は $\frac{1}{2}$，２オクターブ上は $\frac{1}{4}$ であり，1 と $\frac{1}{2}$ の調和平均である $\frac{2}{3}$ は５度上の音程になる。また，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$ とその調和平均 $\frac{1}{3}$ から出る３音は，協和音（harmony ＝調和）になる。

イ　平均律

ピアノで，イ音（ラ）から n 番目の鍵盤の振動数は $440\cdot 12^{\frac{n}{12}}$ で表される。中央の鍵盤の振動数が，両隣の鍵盤の相乗平均になるように定められている。

(3) 他の代表値（モード，メジアン）

ワークシート（**平均**）

1　相加平均を使う問題をつくってみよう。

2　経済成長率は（実質ＧＤＰ－前年の実質ＧＤＰ）÷（前年の実質ＧＤＰ）×100（%）で計算される。平成14年度から16年度まで，日本の実質ＧＤＰは下表のようであった。

年　度	平成14	平成15	平成16
実質ＧＤＰ(兆円)	513.5	524.0	533.9

平成15年度と平成16年度の経済成長率を求め，その平均の経済成長率を求めよう。なお電卓を使用してもよい。（実質ＧＤＰ：物価変動の調整済みの国内総生産）

3　「60kmの道のりを行きは時速20kmで行き帰りは時速30kmで往復した。往復の平均速度は，どれだけか。」という問題の解答として，（20＋30）÷2＝25 から時速25kmと考えた。
　この解答は誤答である。理由を考えてみよう。

4　加重平均を使う問題をつくってみよう。

5　授業で扱わなかった平均の例を調べてみよう。また，相加平均，相乗平均，調和平均以外の平均やその具体例を探してみよう。

【指導案２】地震のマグニチュード

1　単　　　元　数学Ⅱ　指数関数と対数関数

2　本時の目標　地震エネルギーの計算を通じて対数のよさを理解し，対数を考察に活用しようとする。

3　指導過程

指導のねらい	指導過程・学習活動	指導上の留意点・評価
≪導　　入≫ マグニチュードの歴史・定義	・ マグニチュードの歴史・定義を知る。 マグニチュード(Magnitude)とは,地震の規模を表す単位 （歴史）最初にアメリカのリヒターによって定義され,その後，グーテンベルクが協力し,今の国際的なものになる。 （定義）震源から100 kmの場所に置かれた標準地震計が記録した記録紙上の最大振幅をミクロン(1/1000mm)単位で読み取り，その常用対数をその地震のマグニチュードとする。	・ 身近な例(新潟県中越地震,阪神淡路大震災など)を出して,マグニチュードについての関心を高めさせる。 ・ マグニチュードと震度の違いも確認する。 マグニチュード＝地震の規模 震度＝地震動の強さ ・ 「なぜ，対数を用いるのか」 「エネルギーとゆれの関係は」 などの質問を引き出す。または，発問する。
≪展　　開≫ ・ マグニチュードの求め方を知る。	・ 常用対数を利用して,最大振幅からマグニチュードを求める。 [例１] 最大振幅10mmを記録したときのマグニチュード 10mm＝10000μより$\log_{10}10000=4$ よって,マグニチュード４（表記Ｍ４） [練習１]　(1)1000mm　(2)0.1mm (3)50mm　(4)63mm	**関心・意欲・態度** **（観察及びワークシート）** 常用対数のよさを考察に活用しようとする。
・ マグニチュードのよさを理解する。	[考察１] マグニチュードを表すときに,常用対数を利用した理由を考える。	・ 規則性に注目させ，常用対数が桁数を表すことに気付かせる。場合によっては，相談させる。
・ 地震エネルギーの求め方を知る。	・ 地震エネルギーの公式 $\log_{10}E=4.8+1.5M$　を利用して,地震エネルギーを求める。 [例２] Ｍ０のときの地震エネルギー $\log_{10}E=4.8+1.5\times0=4.8$ よって$E=10^{4.8}=63100$ジュール	・ $10^{0.8}=6.31$であることを,常用対数表を利用して調べさせる。 ・ ジュールという単位を説明する。 4.2ジュール＝１カロリー

	[練習２] (1)Ｍ２ (2)Ｍ４ (3)Ｍ６ (4)Ｍ７	（１カロリーは，１ｇの水を１℃上げるのに必要な熱量）
	[考察２] マグニチュードと地震エネルギーの関係を考える。	・ マグニチュードが２大きくなることで，地震エネルギーが1000倍になる規則性を考察させる。
・ 地震エネルギーと原爆エネルギーを比較する。	[練習３] 新潟県中越地震の地震エネルギーを求める。 [練習４] 阪神淡路大震災の地震エネルギーを求める。	・ 片対数方眼紙を用いて，ＭとＥを両軸にとったグラフを提示し対数のよさを理解させる。
	[考察３] 阪神淡路大震災の地震エネルギーが広島の原爆エネルギー(8.4×10^{13}ジュール)の何倍か計算する。	・ 実際に計算をさせることにより，何倍かを表すときは，桁数に注目すればよいことに気付かせる。 ・ 地震エネルギーの大きさを，原爆エネルギーの大きさと比較することにより，地震の恐ろしさを数字で実感させる。
≪ま と め≫	・ 感想をまとめる。 ・ 常用対数が有効な例について調べるように指示する。	・ 自由に感想を述べさせる。

4　本時の評価基準

学習目標	評価方法	評　価　基　準		努力を要すると判断された生徒への対応
		おおむね満足できると判断できる状況	十分満足できると判断する視点	
地震エネルギーの計算を通じて対数のよさを理解し，対数を考察に活用しようとする。	観察及びワークシートの記述による。	常用対数が桁数を表すことを理解し，対数を考察に活用しようとする。	対数が様々な現象を理解するのに有効な例を調べて考察に活用しようとする。	声掛けや助言を与えることによって取り組ませる。

5　生徒の実態に応じて取り扱うことが効果的である事項

(1) 具体的なデータを用意して，両対数方眼（ケプラーの第３法則，動物の体重と脳の重さ）や片対数方眼（音階）に点をプロットさせる。独特な目盛に戸惑いながら行う作業の結果が美しいことによって，数学文化に対する興味や関心を高めることができると考えられる。

(2) 水素イオン濃度の pH，音の強さや電力を比較する単位デシベルなど，対数を用いて定義されているものを紹介することで，対数が科学と深くかかわっていることを伝えることができる。

ワークシート（**地震）マグニチュードの秘密を探せ！**

マグニチュード(Magnitude)：地震の規模を表す単位（M）

[例]　新潟県中越地震(2005.6.20)　M4.9　　　阪神淡路大震災(1995.1.17)　M7.3

1　マグニチュードの定義

震源から100㎞の場所に置かれた標準地震計が記録した記録紙上の最大振幅をミクロン(1000分の1㎜)単位で読み取り，その常用対数をその地震のマグニチュードとする。

2　マグニチュードの求め方

[例１] 標準地震計が最大振幅10㎜を記録したときのマグニチュード

10㎜＝10000μより，常用対数をとると，$\log_{10}10000=4$　だからマグニチュードは４

[練習１] 次のような最大振幅のとき，マグニチュードを求めてみよう。

(1)1000㎜　(2)0.1㎜　(3)50㎜　(4)63㎜

[考察１] マグニチュードを表すときに，常用対数を利用した理由を考えてみよう！

3　地震とエネルギー

$$\log_{10} E = 4.8 + 1.5 \times M$$

M：地震のマグニチュード，E：地震エネルギー（単位：ジュール）

[例２] マグニチュード０のときの地震エネルギー

$\log_{10} E = 4.8 + 1.5 \times 0 = 4.8$より，$E = 10^{4.8} = 63100$(ジュール)

[練習２] 次のようなマグニチュードのときの地震エネルギーを求めてみよう。

(1)M２　(2)M４　(3)M６　(4)M７

[考察２] マグニチュードが大きくなると，エネルギーは何倍になるのかな？

[練習３] 新潟県中越地震（M4.9）の地震エネルギーを求めてみよう

[練習４] 阪神淡路大震災（M7.3）の地震エネルギーを求めてみよう。

[考察４] 阪神淡路大震災の地震エネルギーは，広島に投下された原爆エネルギー(8.4×10^{13}ジュール)の何倍になるか考えてみよう。

[考察５] 自然現象等を理解する上で，対数が有効な例を調べてみよう。

【指導案３】暗証番号

1　単　　　元　数学Ａ　個数の処理
2　本時の目標　社会生活で多用する暗証番号を通して，個数の数え方の知識を確認する。
3　指導過程

指導のねらい	指導過程・学習活動	指導上の留意点・評価
≪導　　入≫ 本時の課題の提示	**課題** 銀行のＡＴＭ（現金自動取引機）の暗証番号は０から９までの数字の４桁の任意の番号であることが多い(例：5278)。しかし，類推しやすい暗証番号を使用すると，不正使用によるカード被害に遭いやすいため,「類推しやすい暗証番号」を使用できなくするようなシステムが取り入れられつつある。そこで,「類推しやすい暗証番号」とはどんなものか，またこれらを排除したときに使用できる暗証番号は何通りあるかを考えてみよう。	・ 暗証番号とは何か，また「類推しやすい暗証番号」の例を挙げ，何が問題になっているかを一通り説明する。
≪展　　開≫ 類推しやすい暗証番号に関して考察する。	「類推しやすい暗証番号」とはどんなものか，各自で考える。	・ しばらく時間を取り，各自いろいろと考えさせる。思い付いたものがあったら，ノートにメモをさせる。
	思い付いたものを発表する。 予想される回答例：　生年月日，電話番号， 同一数字，車のナンバーなど	・ 意見が出ないようなら，他の例を思い付く生徒に挙手をさせる。教員は板書する。 ・ それでも例が少なければ，教員が幾つか補足することも必要。
	「類推しやすい暗証番号」の例を ①　個人情報に関するもの(排除可能) ②　個人情報に関するもの(排除困難) ③　特定の個人に関連しないもの の３つに分類する。	・ 「類推しやすい暗証番号」について，排除の可能性を考えさせる。 ①の例：生年月日 ②の例：車のナンバー ③の例：同一番号
順列・組合	「類推しやすい暗証番号」のいろいろな例につい	・ ワークシートを事前に用意

せの知識を用いて計算する。	て，それぞれが何通りあるかを計算する。 ・ 生年月日(単独・数字を並び替えたもの) ・ 同一数字・連続した数字・２種類のみの数字など	し，問題を解かせる。生徒が思い付いた例を幾つか取り上げ，問題として追加するための空欄をつくっておく。
	ワークシート **「類推しやすい暗証番号」のいろいろな例について，それぞれが何通りあるかを計算しよう。** ※　ここでいう「暗証番号」とは，銀行のＡＴＭ等で使用されている番号で，４桁の整数(0000～9999)のことである。 １　類推しやすい暗証番号として，次の各条件を考えたとき，使えない暗証番号は全部で何通りあるか。 (1) 生年月日に含まれる４つの数字を並べ替えた番号を使えないとする。 ①　10月28日　②　10月20日　③　11月22日 (2) 自宅の電話番号の下４桁が「1234」，携帯の電話番号の下４桁が「1110」のとき，それぞれの数字を並べ替えた番号を使えないとする。 (3) ２種類以下の数字からなる番号を使えないとする(例：1111,2323,5111等)。 (4) (5) ※　１の(4)(5)と２の(2)は生徒が思い付いた例，又は教員が用意した問題 ２　類推しやすい暗証番号として，次の条件を考えたとき，「使える」暗証番号は全部で何通りあるか。 (1) 同じ数字が２つ以上続く1111,2223,4388 などは使えないとする。ただし，09や90も続き番号として数える。 (2)	・ 使用できる数字は，10^4－(排除する数)であるが，計算の手間を省くため，排除する数の個数のみを求めればよい。ただし，直接「使用可能な数字の個数」を求めた方が簡単な問題にはそのように指示をする。 **表現・処理** **（ワークシート）** 使用できる暗証番号の個数を，順列や組合せを用いて計算することができる。
	問題の答え合わせをする。	・ 具体例を挙げ，番号の個数と式のつくり方について説明する。
≪ま と め≫	上述の問題のうち典型的な例を基に，順列・組合せの知識との関連性について整理する。	
	社会生活で指摘される「類推しやすい暗証番号」がどのようなものか，説明用の資料から理解する。	・ 説明用資料を作っておき，説明する。

	（説明用資料）**実際に利用されている「類推しやすい暗証番号を使用できなくするシステム」** A銀行 ・ 生年月日関連(月日，西暦年，西暦下２桁＋月日，和暦，和暦＋月日など) ・ 電話番号(下４桁とその組合せ，市外局番など) ・ 同一数字４桁 B銀行 ・ 同一数字……7777等 ・ 連続数字……1234等 ・ 電話番号……自宅，勤務先，携帯電話の番号 ・ 生年月日……西暦・和暦の年・月・日の組合せ C銀行 ・ 旧暗証番号 ・ 0000，7777などの４桁の同一番号 ・ 誕生月日（例：４月１日生まれの場合「0401」）	・ 今回取り上げた教材が実際に社会で役に立っていることを説明することにより，数学と社会生活とのつながりについての認識を深めさせる。

４　本時の評価基準

学習目標	評価方法	評価基準		努力を要すると判断された生徒への対応
		おおむね満足できると判断できる状況	十分満足できると判断する視点	
社会生活で多用する暗証番号を通して個数の数え方の知識を確認する。	ワークシートの記述内容による。	使用できる暗証番号の個数を，順列や組合せを用いて計算することができる。	順列・組合せの知識を活用して計算可能な問題をつくり，その個数を計算できる。	声を掛け，助言を与えることにより解決させる。

５　生徒の実態に応じて取り扱うことが効果的である事項

(1) 暗号化と数学

インターネット社会でのセキュリティは，正しい通信相手であることの確認（認証）と盗聴されても解読されにくいようにすること（暗号化）とによってなされている。

暗号化に関して，数学は大いに貢献している。素因数分解の効率の良い方法は見付かっていないため，いくら高性能のコンピュータを使っても，桁数が上がれば極めて困難である。このことを利用して暗号化・復号化する方法にＲＳＡ（公開鍵方式の一つ）がある。

(2) バーコード

ＪＡＮ（日本商品コード）における13桁バーコードでは，国コード（２桁），メーカーコード（７桁），アイテムコード（３桁），チェックコード（１桁）の数字を白黒のバーで表現する。７桁の２進数で１桁の数字を表す実用的な工夫を含め，場合の数の教材と関連させることができる。

【指導案４】ローン

１　単　　　元　数学Ｂ　数列

２　本時の目標　社会生活によくあるローン返済の仕組みが，等比数列とかかわることに関心をもつ。

３　指 導 過 程

指導のねらい	指導過程・学習活動	指導上の留意点 ・ 評価
≪導　　入≫ 本時の課題の提示	スポーツカーXの購入に必要な1000万円を年利率８％で借り，返済は１年後を第１回として，その後毎年等額ずつ支払って，10年間で返済を完了するものとする。毎年支払う金額はいくらになるか。また，支払い総額はいくらになるか。	・ 1000万円＝10^7円と表記するように指示する。
≪展　　開≫ ・ 支払い総額を予想する。	(1) 支払い総額を予想してみる。	・ 支払い総額の予想，及びその許容範囲(支払ってもよいと考える金額)を発表させ，黒板にまとめておく。
・ 事象を式で表す。	(2) 毎年返済する金額をx円として，１年後，２年後，３年後，10年後の残金を計算する。 ・ １年後の残金　$1.08\times10^7-x$ ・ ２年後の残金 $(1.08\times10^7-x)\times1.08-x$ $=1.08^2\times10^7-(1.08+1)x$ ・ ３年後の残金 $\{1.08^2\times10^7-(1.08+1)x\}\times1.08-x$ $=1.08^3\times10^7-(1.08^2+1.08+1)x$ ・・・・・ ・ 10年後の残金 $1.08^{10}\times10^7-(1.08^9+1.08^8+\cdots+1.08+1)x$	・ １年後～３年後の残金をノートに記入させ，その結果を利用して，10年後の残金についても計算させる。立式が不十分な生徒には，助言を与える。
・ 完済の状態を式で表す。	(3) ローンを完済するときに成り立つ方程式をつくる。 $1.08^{10}\times10^7-(1.08^9+1.08^8+\cdots+1.08+1)x=0$ $\cdots(*)$ (4) 別の考え方によるローンの返済金額の仕組みを考える。 借りた1000万円＝10^7円は１年後に利息が付いて，10年後には$1.08^{10}\times10^7$円になる。毎年x円ずつ返済するとし，返済金額を積み立てていくと，10年後には， $1.08^9x+1.08^8x+\cdots+1.08x+x$	・ 10年後の残金が０であれば完済であることに気付かせる。 ・ 方程式(**)は，方程式(*)と同値であることに触れ，ノートにまとめ

<table>
<tr>
<td></td>
<td>$=(1.08^9+1.08^8+\cdots+1.08+1)x$
となることから，
$(1.08^9+1.08^8+\cdots+1.08+1)x=1.08^{10}\times10^7$
…(**)
となればよい。</td>
<td>させる。</td>
</tr>
<tr>
<td>・ 等比数列の和の公式を確認する。</td>
<td>(5) 初項 a，公比 r ($r\neq1$) の等比数列$\{a_n\}$の初項から第 n 項までの和 S_n について復習する。
・$S_n=a(1-r^n)/(1-r)$</td>
<td>・ 生徒に発問し，確認する。</td>
</tr>
<tr>
<td>・ 等比数列の和の公式を適用後に，方程式を解いて支払い総額（結論）を求める。</td>
<td>(6) 毎年の返済金額(１万円未満は切り捨て)はいくらになるか。
・$(1.08^{10}-1)x/(1.08-1)=1.08^{10}\times10^7$
$x=10^2\times14902.5\cdots$　約1490000円</td>
<td>・ 各自計算させ，お互いにいくらになったか確認させる。
($1.08^{10}=2.159$　とする。)
その後，生徒を指名し，返済金額を発表させる。</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>(7) 10年間の支払い総額はいくらになるか。
・1490000×10　1500万円</td>
<td>・ 10年間の支払い総額を求めさせた後，予想金額と比較させ，感想等をまとめさせる。その後，順に生徒を指名して確認する。

関心・意欲・態度
（観察及びレポート）
等比数列を利用したローンの返済の仕組みについて関心をもつ。</td>
</tr>
<tr>
<td>・ ローンを組むことの危うさを実感する。</td>
<td>(8) 条件(年利率や借入金)を変えたときの結果と比較する。
（概数：万円）
<table>
<tr><td>借入金＼年利率</td><td>８％</td><td>10%</td><td>12%</td><td>15%</td><td>18%</td></tr>
<tr><td>1000万円</td><td>1500</td><td>1630</td><td>1770</td><td>2000</td><td>2230</td></tr>
<tr><td>500万円</td><td>750</td><td>820</td><td>890</td><td>1000</td><td>1120</td></tr>
</table></td>
<td>・ 借りた金額を大きく上回る金額を返済しなければならないことに触れて，ローンを組むことの危うさについてまとめさせる。</td>
</tr>
<tr>
<td>≪まとめ≫</td>
<td>［課題］
等比数列の和が利用できる社会的事象や自然現象について自分で調べ，関心のあるものについてレポートする。</td>
<td>・ レポートの指示に際し，以下の例などを提示する。
・ ボールの跳ね返り
（高さや止まるまでの時間）
・ ウィルスの増殖
（個体数の計算）
・ 過疎地域での人口の下限計算</td>
</tr>
</table>

4　本時の評価基準

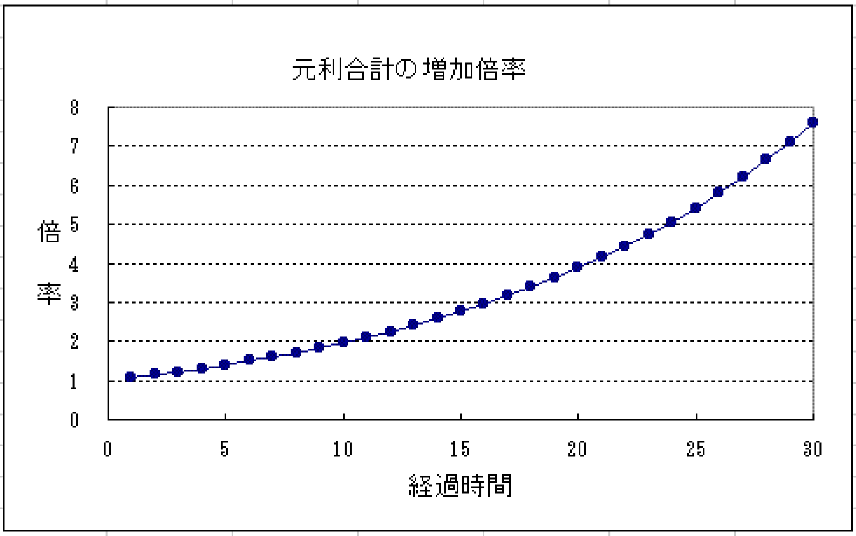
学習目標	評価方法	評価基準		努力を要すると判断された生徒への対応
		おおむね満足できると判断できる状況	十分満足できると判断する視点	
社会生活によくあるローン返済の仕組みが，等比数列とかかわることに関心をもつ。	机間指導による観察や提出されたレポートによる。	借用金額を大きく上回る金額の返済が必要なことを，等比数列の和を用いて考察しようとする。	社会生活や自然現象で，等比数列の和が利用できる例を調べて，考察しようとする。	声を掛け，助言を与えることにより，意欲を喚起する。

5　生徒の実態に応じて取り扱うことが効果的である事項

(1) 表計算ソフトによる提示

表計算ソフトに数式を記述しておくことで，元金や利率を変更しても瞬時に計算できる。例えば，月単位の金利（実質年利30%弱）が設定されている実社会に即した話に踏み込む場合など，様々な状況設定に対応できる。また，提示用のコンピュータとプロジェクターがあれば，様式を整えてグラフ化しておき，利率の変更に伴って変化を視覚的に伝えることができる。

	A	B	C	D
1			元金(円)	利率(%)
2	経過時間	倍率	1000000	7
3	1	1.07	1070000	
4	2	1.14	1144900	
5	3	1.23	1225043	
6	4	1.31	1310796	
7	5	1.40	1402552	
8	6	1.50	1500730	
9	7	1.61	1605781	
10	8	1.72	1718186	
11	9	1.84	1838459	
12	10	1.97	1967151	
13	11	2.10	2104852	
14	12	2.25	2252192	
15	13	2.41	2409845	
16	14	2.58	2578534	
17	15	2.76	2759032	
18	16	2.95	2952164	
19	17	3.16	3158815	
20	18	3.38	3379932	
21	19	3.62	3616528	
22	20	3.87	3869684	
23	21	4.14	4140562	
24	22	4.43	4430402	
25	23	4.74	4740530	



(2) 等比数列的な物理・化学現象

公比が1より大きい場合に急増することは強調されやすいが，公比が1より小さい場合の急減少は具体的な例に乏しくて扱いにくい面がある。しかし，投与された薬の体内残量の変化，熱湯の冷却過程，放射性元素の崩壊などは指数関数として表されるが，これらは観測的には等比数列的変化である。様々な現象を理解する上で，数学的な見方や考え方が有効であることを体感させるために数学の授業において紹介する価値があると考えられる。

【指導案５】運動

1　単　　　元　数学Ｂ　ベクトル

2　本時の目標　ベクトルの分解を通して，社会生活における事象を数学的に考察する。

3　指 導 過 程

指導のねらい	指導過程・学習活動	指導上の留意点・評価
≪導　　入≫ 本時の課題の提示	◇　ボールを投げる場合，地面に対しどんな角度で投げると一番遠くへ飛ぶのだろうか。 $\boxed{問題１}$ 20 m/秒で投げたとき，角度によって飛ぶ距離 S がどう変わるか，計算によって確かめてみよう。 ・ 20°，30°，45°，60°のうち，どの角度で投げると一番飛ぶか予想させる。	・ 投げる人の身長は無視する。 ・ $\vec{v}$ を $\vec{v_x}$，$\vec{v_y}$ に分解する作図をして考えさせる。（ワークシート） ・ 挙手によりどの角度が一番飛ぶと思うか，なぜそう思うかを調査する。 ・ sin30°，cos30°の値を利用して $\lvert\vec{v_x}\rvert$，$\lvert\vec{v_y}\rvert$ を求めることを確認する。
≪展　　開≫ ・ 垂直方向と水平方向のベクトルの大きさについて，別々に計算する。	・ 一番予想が多かった角度から計算していく。 (1) 30°の場合 ・ $\lvert\vec{v_x}\rvert=20\times\cos30°=10\sqrt{3}$ ・ $\lvert\vec{v_y}\rvert=20\times\sin30°-10t=10-10t$ ・ $\lvert\vec{v_y}\rvert=0$ より $t=1$ ・ $S=10\sqrt{3}\times2t=20\sqrt{3}$ 20×1.73＝34.6　　約34.6m	・ 重力加速度は g＝9.8m/秒^{2}が通常使われるが，計算の簡便化のため，10 m/秒^{2}で計算する。 ・ $\lvert\vec{v_x}\rvert$ は一定であり，$\lvert\vec{v_y}\rvert$ は毎秒$10t$ずつ減少することに気付かせる。 ・ 頂点では，$\lvert\vec{v_y}\rvert=0$ となることに気付かせる。 ・ 全体の移動時間は $t\times2$ であることに注意させる。
	(2) 45°の場合 ・ $\lvert\vec{v_x}\rvert=20\times\cos45°=10\sqrt{2}$ ・ $\lvert\vec{v_y}\rvert=20\times\sin45°-10t=10\sqrt{2}-10t$ ・ $\lvert\vec{v_y}\rvert=0$ より $t=\sqrt{2}$ ・ $S=10\sqrt{2}\times2t=40$　　40m	・ √の値は最後に代入した方が計算が楽なことに気付かせる。
	(3) 60°の場合 ・ $\lvert\vec{v_x}\rvert=20\times\cos60°=10$ ・ $\lvert\vec{v_y}\rvert=20\times\sin60°-10t=10\sqrt{3}-10t$ ・ $\lvert\vec{v_y}\rvert=0$ より $t=\sqrt{3}$ ・ $S=10\times2t=20\sqrt{3}$　34.6　約34.6m	
	(4) 20°の場合 ・ $\lvert\vec{v_x}\rvert=20\times\cos20°=18.794$ ・ $\lvert\vec{v_y}\rvert=20\times\sin20°-10t=6.84-10t$ ・ $\lvert\vec{v_y}\rvert=0$ より $t=0.684$ ・ $S=18.794\times2\times0.684$　25.7　約25.7m	・ 三角比の表からsin20°＝0.3420，cos20°＝0.9397 を読み取るように気付かせる。 ・ 計算した中では45°のときに一番飛ぶことに気付かせる。

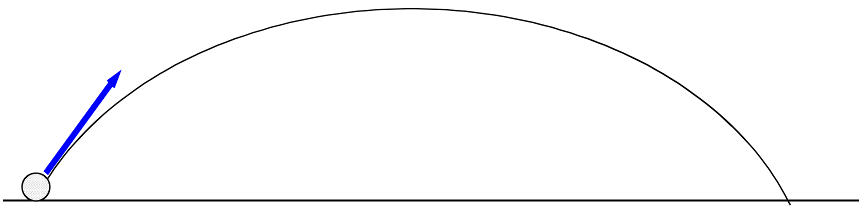
・ 一般性のある式変形のよさを伝える。 ≪発　展≫ ・ ベクトルの分解が応用できる例をもう一つ考える。	○ 45 °のとき一番飛ぶ理由を解説する。 ・$\|\vec{v}\|=a$ とおくと $\|\vec{v_x}\|=a\cos\theta$ ・ $\|\vec{v_y}\|=a\sin\theta-10t=0$ より $t=\frac{a}{10}\sin\theta$ ・$S=a\cos\theta\times\frac{a}{10}\sin\theta\times 2=\frac{a^2}{10}\times 2\sin\theta\cos\theta$ $=\frac{a}{10}\sin 2\theta$ ・0°＜θ＜90°より0°＜2θ＜180° よって，S が最大になるのは 2θ=90° つまりθ＝45°のときである。 ◇ カーブをまわる時の自転車の傾斜角を，ベクトルの分解を利用して求める。 $\boxed{\text{例題１}}$ 自転車に乗って，半径 r ＝10m のカーブしている道路を v ＝5 m/秒の速さで走るとき，自転車は垂直方向に対して何度傾ければよいか。乗る人と自転車の質量を m として求める。 分力 R_y と重力 $F_1=10m$ とがつり合うから，$R\cos\theta=10m$ 分力 $R_x=R\sin\theta$ が円運動の向心力となる。円運動の向心力 F_2 は公式より， $F_2=m\frac{v^2}{r}=m\times\frac{5^2}{10}=2.5m=\frac{R\cos\theta}{4}$ $F_2=R_x$ より，$\tan\theta=0.25$ よって　三角比の表より　<u>θ＝14°</u>	 ・ ２倍角の公式を確認する。 ・ θの変域に注意させる。 ・ 速度や力がベクトル量であることが，十分に理解できた様子の時点で，$\|\vec{v_x}\|$，$\|\vec{F_1}\|$をそれぞれ v_x，F_1 で表すことにする。 ・ 重力，向心力の意味とその公式とについては，簡単に説明する。 ・ 5 m/秒は18 km/時である。 ・ 14°の拡大図を用意し，かなり傾ける必要があることを実感させる。
≪ま と め≫	・ 日常生活の中で，他にもベクトルの和や分解といった考えが応用できる例がないか考える。	・ ベクトルの和や分解が応用できる例を自由に発言させる。 **数学的な見方や考え方** （観察及びワークシート） ベクトルの分解を通して，社会生活における事象を数学的に考察する。

4　本時の評価基準

学習目標	評価方法	評　価　基　準		努力を要すると判断された生徒への対応
		おおむね満足できると判断できる状況	十分満足できると判断する視点	
ベクトルの分解を通して，社会生活における事象を数学的に考察する。	ワークシートへの取組や発言の様子を観察する。	ベクトルの分解を通して，放物運動について考察できる。	ベクトルの分解を通して，自転車の運転について考察できる。	声を掛け，助言を与えることにより，考察させる。

ワークシート（運動）

問題１　ある人が校庭でソフトボールを20m/秒の速度で投げたとする。地面との角度が次の各場合において，どれくらい遠くへ飛ぶか計算してみよう。
（ボールの垂直方向の速さは重力によって10m/秒ずつ減っていくものとし，投げる人の身長は考えないものとする。）



(1) 20°の場合　　(2) 30°の場合

(3) 45°の場合　　(4) 60°の場合

※まとめ　　[　　°]のときが一番遠くへ飛ぶ
理由：

例題１　自転車に乗って，半径 r ＝10m のカーブしている道路を v ＝5 m/秒の速さで走るとき，自転車は垂直方向に対して何度傾ければいいか。乗る人と自転車の質量を m として求める。

・重力 $|\vec{F}_1|$＝

・$\vec{R}_y$(抗力の垂直方向への分力)が重力とつり合う

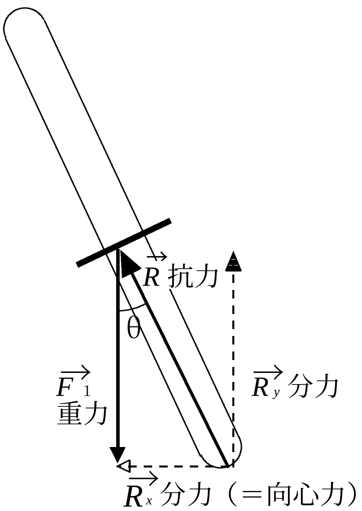
・公式から
円運動の向心力 $|\vec{F}_2|$＝

・$\vec{R}_x$(抗力の水平方向への分力)＝$\vec{F}_2$より

よって $\tan\theta$＝

三角比の表より　　θ＝

<観測者にとって，実際の力は重力と抗力>



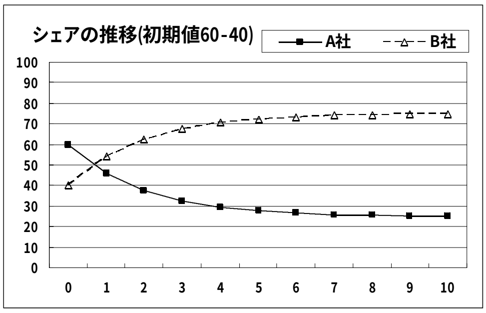
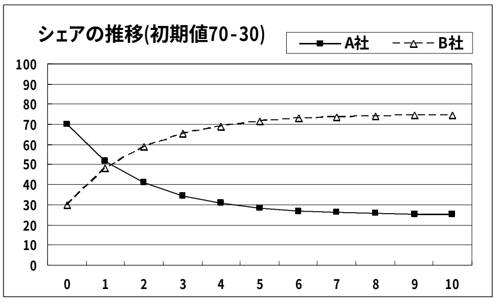
【指導案６】マルコフ連鎖

1　単　　　元　数学C　行列

2　本時の目標　行列を用いて，社会生活における事象を数学的に考察することができる。

3　指 導 過 程

<table>
<tr><th>指導のねらい</th><th>指導過程・学習活動</th><th>指導上の留意点・評価</th></tr>
<tr><td>≪導　　入≫
本時の課題の提示</td><td>次の表は，ある調査会社が市場調査を行い，現在使用している携帯電話のメーカーに対して，１年後にはどのメーカーのものを使用しているのかを予想し，割合で表したものである。
<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">現在のメーカー</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>A社</td><td>B社</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1年後のメーカー</td><td>A社</td><td>70%</td><td>10%</td></tr>
<tr><td>B社</td><td>30%</td><td>90%</td></tr>
</table>
この予想が何年先も変わらないと仮定したとき，将来，携帯電話メーカーのシェア(市場占有率)はどのようになるだろうか。</td><td>・ ここでは，後で式が立てやすいように，列が現在，行が１年後を表すように表をかく。
・ この表から読み取れること，将来の展望について考えさせてもよい。</td></tr>
<tr><td>≪展　　開≫
・ 表の意味を確認する。</td><td>(1) 現在A社を使用している人の中で，１年後にはB社を使用していると予想される人の割合は何パーセントですか。
・ 30%</td><td></td></tr>
<tr><td>・ シェアの計算方法を考える。</td><td>(2) 現在のシェアをA社60%，B社40%とすると，１年後のシェアはどうなっていると予想されますか。
・ １年後　A社　60×0.7＋40×0.1＝46%
　　　　　B社　60×0.3＋40×0.9＝54%</td><td></td></tr>
<tr><td>・ 10年後のシェアの計算方法について，よりよい方法を考える。</td><td>(3) (2)のとき，２年後，３年後，10年後のシェアはどうなっていると予想されますか。
・ (2)と同様にして，
２年後　A社37.6%　３年後　A社32.56%
　　　　B社62.4%　　　　　B社67.44%
・ A社，B社の n 年後のシェアをそれぞれ x_n %，y_n %とすると（①），
$x_n = 0.7x_{n-1} + 0.1y_{n-1}$
$y_n = 0.3x_{n-1} + 0.9y_{n-1}$　$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 \\ 0.3 & 0.9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}$
・ 代表生徒にExcelを使って10年後の値を計算させる。
$\begin{pmatrix} x_{10} \\ y_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 \\ 0.3 & 0.9 \end{pmatrix}^{10}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.255 & 0.248 \\ 0.745 & 0.752 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25.2 \\ 74.8 \end{pmatrix}$
・ 計算過程およびグラフをプロジェクターを使ってスクリーンに表示する。</td><td>・ ２年後，３年後について，立式が不十分な生徒には助言を与える。
数学的な見方や考え方
（ワークシート）
n 年後のシェアを式で表し，行列を用いて事象を考察することができる。
・ ４年後以降についても，１～３年後と同様に計算している生徒に対しては，①のようにおいて，10年後を考え</td></tr>
</table>

		るようにするなど，助言を与える。 ・ 10年後の値を計算するのは困難であるので，式が立てられればよいとする。値・グラフは，代表生徒が計算したものを書き写させる。
・ 初期値が異なっても，シェアは同じ値に近づくことを確認する。	(4) 現在のシェアをＡ社70%，Ｂ社30%とすると，10年後のシェアはどうなっていると予想されますか。 $\begin{pmatrix} x_{10} \\ y_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 \\ 0.3 & 0.9 \end{pmatrix}^{10} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.255 & 0.248 \\ 0.745 & 0.752 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 70 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25.3 \\ 74.7 \end{pmatrix}$  ・ (3)と同様に代表生徒に計算させ，それをスクリーンに表示する。	
・ 極限の考え方を利用し，将来のシェアを求める	(5) 将来のシェアはどうなっていると予想されますか。 ・ Ａ社，Ｂ社の将来のシェアをそれぞれ x，y とすると $x = 0.7x + 0.1y$ $y = 0.3x + 0.9y$ $x + y = 100$ これらより，$x = 25$，$y = 75$	・ $n \to \infty$ のとき，$x_n \to x$ ならば $x_{n-1} \to x$ である。 (参考) ・ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ はＰの固有値 1 に対する固有ベクトルである。
≪ま と め≫	・ この例のように，一定の確率で次々と繰り返されていくことをマルコフ連鎖という。 ・ $P = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 \\ 0.3 & 0.9 \end{pmatrix}$ を推移行列という。 ・ マルコフ連鎖は自然科学や社会科学の中で随所に利用されている。	・ $\lim_{n \to \infty} \begin{pmatrix} 1-p & q \\ p & 1-q \end{pmatrix}^n = \frac{1}{p+q} \begin{pmatrix} q & q \\ p & p \end{pmatrix}$

4　本時の評価基準

学習目標	評価方法	評 価 基 準 おおむね満足できると判断できる状況	評 価 基 準 十分満足できると判断する視点	努力を要すると判断された生徒への対応
行列を用いて，社会生活における事象を数学的に考察することができる。	ワークシートへの記述内容による。	n 年後のシェアを式で表し，行列を用いて事象を考察することができる。	事象の数学的考察に，行列が有用であることを理解することができる。	シェアの計算を繰り返し行わせ，一般化のよさを認識させる。

ワークシート（**マルコフ連鎖**）

1　次の表は，ある調査会社が市場調査を行い，現在使用している携帯電話のメーカーに対して，１年後にはどのメーカーのものを使用していのかを予想し，割合で表したものである。

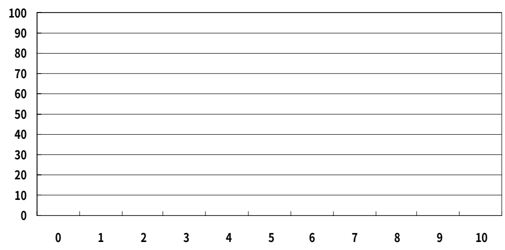
　この予想が何年先でも変わらないと仮定したとき，将来，携帯電話メーカーのシェア（市場占有率)はどのようになるだろうか。

		現在のメーカー	
		A社	B社
1年後のメーカー	A社	70%	10%
	B社	30%	90%

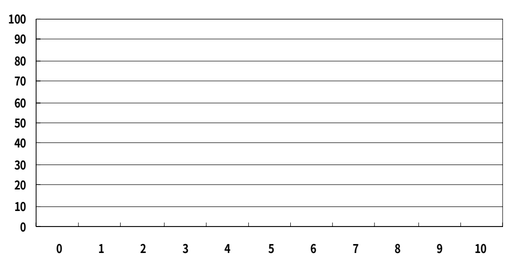
(1) 現在A社を使用している人の中で，１年後にはB社を使用していると予想される人の割合は何パーセントですか。

(2) 現在のシェアをA社60%，B社40%とすると，１年後のシェアはどうなっていると予想されますか。

(3) (2)のとき，２年後，３年後，10年後のシェアはどうなっていると予想されますか。



(4) 現在のシェアをA社70%，B社30%とすると，10年後のシェアはどうなっていると予想されますか。



(5) 将来のシェアはどうなっていると予想されますか。