平　成　21　年　度
高等学校新入学生徒の学力に関する研究（数学）

本研究会では愛知県高等学校数学研究会と共同で，参加を希望した県内の高等学校の新入学生徒を対象にした学力調査及び在学生徒を対象にした学力検査を毎年実施し，結果の集計･分析･考察を行っている。この研究は本年度分についてまとめたものである。

(1) 平成21年度高等学校入学者数学学力調査（テストＡ，テストＢ，テストＴ）

(2) 平成20年度高等学校数学標準学力検査（数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱ）

＜掲載資料＞調査及び検査の問題，平均点，標準偏差，問題別正答率・無答率，主な誤答など

＜検索用キーワード＞

数学　中学校　高等学校　学力調査　数学Ⅰ　数学Ⅱ　正答率　誤答分析

研　究　会　委　員

愛知県立瑞陵高等学校教諭	青木勝人
愛知県立春日井南高等学校教諭	野澤真理
愛知県立一宮南高等学校教諭	東　竜雄
愛知県立大府高等学校教諭	古畑　守
愛知県立阿久比高等学校教諭	嘉賀正泰
愛知県立岡崎北高等学校教諭	福應　浩
愛知県立幸田高等学校教諭	石井佳子
愛知県立西尾東高等学校教諭	中西悦子
愛知県立豊橋南高等学校教諭	古関利勝
愛知県立小坂井高等学校教諭	向坂健二
愛知県総合教育センター研究指導主事	齋藤育浩（主務者）

目　　　次

１　調査の趣旨

当センターでは愛知県高等学校数学研究会と共同で，昭和 30 年以来，高等学校入学者数学学力調査を実施してきた。調査結果を分析・考察し，指導上の留意点を明らかにして，中高連携の立場からそれぞれの数学教育に有用な資料を提供することが目的である。また，本調査を継続して実施することにより新入学生徒の学力傾向の推移をつかむことができ，指導の参考とすることができる。

なお，過去のデータは，昭和 49 年度からは当センター研究紀要別冊に掲載している。

２　調査の実施及び処理

(1) 調査問題の構成

調査問題をテスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$，テスト$\boxed{T}$の３種類に分け，各々について次の立場で問題を作成した。調査時間はいずれも 50 分である。

テスト$\boxed{A}$　中学校学習指導要領に示された内容を出題基準とし，高等学校で数学を学習するのに必要と思われる基礎的・基本的な事項により問題を構成した。

テスト$\boxed{B}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{A}$と同様であるが，より高度な思考力，洞察力を要する問題を中心に構成した。

テスト$\boxed{T}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{A}$と同様であるが，極めて基本的な事項により問題を構成した。

(2) 調査の対象

県内の高等学校及び特別支援学校の高等部に，今年度入学した生徒を対象に調査を実施した。実施校（課程別資料提供校）の数はテスト$\boxed{A}$が 27 校，テスト$\boxed{B}$が 118 校，テスト$\boxed{T}$が 11 校であった。

(3) 調査の実施時期及び資料の回収

学校ごとに３月下旬から４月中旬の間に調査を実施し，集計用紙（各標本の解答をそのまま一覧表に転記したものと全員の度数分布）を４月 22 日までに回収した。

(4) 標本の抽出

テスト$\boxed{A}$では 218 名（抽出率 5.8%），テスト$\boxed{B}$では 1,462 名（抽出率 5.1%），テスト$\boxed{T}$では 99 名（抽出率 18.7%）を抽出して，問題別の正答率・無答率を算出し，主な誤答について分析した（テスト全体の平均点及び標準偏差は全員を対象にして算出した）。

なお，後出のテスト$\boxed{A}$，$\boxed{B}$における「上位群」，「下位群」は，それぞれ得点が「平均点＋標準偏差」付近，「平均点－標準偏差」付近の各１割で形成される標本群である。

３　調査結果の概要

(1) 人数・平均点・標準偏差（過去との比較）

表１

テスト／年度	テスト$\boxed{A}$			テスト$\boxed{B}$			テスト$\boxed{T}$		
	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数
H19	46.9	25.7	3,494	54.0	22.3	27,619	45.2	24.9	461
H20	47.7	26.6	3,296	51.5	23.0	28,252	49.0	26.4	694
H21	**48.7**	**26.3**	**3,765**	**58.7**	**24.8**	**28,476**	**45.6**	**25.1**	**530**

(2) 頻数分布（%）

表２

得　点	90～100	80～89	70～79	60～69	50～59	40～49	30～39	20～29	10～19	0～9
ﾃｽﾄ$\boxed{A}$	7.5	8.4	10.8	9.1	11.2	11.5	13.0	12.5	10.6	5.2
ﾃｽﾄ$\boxed{B}$	12.4	12.6	13.5	13.5	12.3	10.6	9.8	8.4	5.2	1.8
ﾃｽﾄ$\boxed{T}$	5.5	6.4	7.7	10.2	13.0	12.1	15.7	11.7	11.1	6.6

（3） 学校（課程）別平均点分布（校）　表3

平均点	90以上	85～90	80～85	75～80	70～75	65～70	60～65	55～60	50～55	45～50	40～45	35～40	30～35	25～30	20～25	20未満	計
テスト$\boxed{\text{A}}$				1	1	3	1	2	3	4	3	1	3	3	2		27
テスト$\boxed{\text{B}}$	3	4	6	7	11	8	8	11	9	11	12	9	7	8	3	1	118
テスト$\boxed{\text{T}}$			1					3	1	1	3	1			1		11

4　分析結果の概要

本年度３月に，新しい高等学校の学習指導要領が告示された。今回の改訂は，約 60 年ぶりになる教育基本法の改訂を踏まえるとともに，現在の子どもたちの課題への対応の視点から，

①　「生きる力」という理念の共有
②　基礎的・基本的な知識・技能の習得
③　思考力・判断力・表現力等の育成
④　確かな学力を確立するために必要な授業時数の確保
⑤　学習意欲の向上や学習習慣の確立
⑥　豊かな心や健やかな体の育成のための指導の充実

がポイントになっている。

その中で③は, 多くの国際的な学力調査や平成 19 年度から実施されている全国学力学習状況調査等をうけて挙げられたもので，思考力・判断力・表現力等を確実にはぐくむためには，基礎的・基本的な知識・技能の習得とともに，観察・実験やレポートの作成，論述といった知識・技能を活用する学習活動を重視しなければならないとしている。中央教育審議会答申では具体的な学習活動として次のようなことが挙げられている。

・見学結果の記述及び報告など，事実を正確に理解し伝達する活動
・情報や意見をグラフや図表などから読み取ったり，これらを用いて分かりやすく表現するなど，情報を分析・評価し，論述する活動

よって，数学の授業においても，上記のような活動を意識的に導入し，思考力・判断力・表現力等の育成を目指していく必要がある。

本年度の調査問題と数学的活動

今回の調査結果を見ても，基礎・基本的な部分で問題になるところもあるが，やはり，活用の部分でやや不十分なところがあると分析せざるを得ない。そこで，次のような問題において，数学的な活動を意識的に導入して，スパイラル教育をすると生徒の思考力・判断力・表現力等を育成することができると思われる。

(1) 数学的な表現力を育成する指導

関数の問題において，定義域と値域の関係について出題したが，$a \leqq x \leqq b$ のときの値域を $f(a) \leqq y \leqq f(b)$ としてしまう誤答が目立った。実際にグラフをかいて，増減を調べて解答するよう指導しているにもかかわらず定着していない生徒が多い。そこで，増加関数の問題や減少関数の問題を数題与え，グループで考えさせてまとめを発表させるとよい。お互いに教えあうことによりグラフを読み取る力も向上するし，発表するにあたり数学的に考察したことを整理し，まとめる力をつけることができる。

(2) 多様な解法を扱い思考力と判断力を育成する指導

粘土玉と竹ひごを使って立方体を作り，水平方向にn個つなぎ合わせたときの竹ひごの総数を答える問題を出題した。この種の問題は，多くの問題集でも取り上げられ，生徒も練習してきているので正答率も56.3%という結果であったが，さらに定着を図るために，最初に立てた式を発表し合って相手がどのように考えたかを話し合うようにするとよい。多様な解法を知ることにより，それらを比較しどちらが有効かという判断力と，他の解法がないか考えることにより思考力を養うことができる。また，以上のような数学的活動を通して，直接的，あるいは，間接的に，数学的な思考力・判断力・表現力が今後，社会に出た時の問題解決に役立つと実感させることができれば，学習意欲の向上にも繋げることができる。

5　調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

平成21年度高等学校入学者数学学力調査$\boxed{A}$, $\boxed{B}$について，Ｓ－Ｐ表処理等を基にして差異係数，信頼性係数，内容別平均正答率，正答率帯別問題数，注意係数，ＵＬ指数，問題間の相関等を考察したところ，次のような結果を得た。なお，データは，テスト$\boxed{A}$については参加27校から218名，テスト$\boxed{B}$については118校から1,462名を抽出して作成した。

［1］ 問題全体について

(1) 差異係数

表４

	(1)差異係数		
テスト　　年度	H19	H20	**H21**
テスト$\boxed{A}$	0.244	0.345	**0.286**
テスト$\boxed{B}$	0.266	0.307	**0.253**

差異係数とは，Ｓ，Ｐ両曲線のずれの程度を数量化したもので，生徒理解と一連の学習内容がうまくかみ合っているかを見るものである。差異係数は０から１の値をとり，0.5より小さい値のとき生徒の理解と指導の密着性が高いとされている。簡単な確認テストのようなドリル演習型のテストではＳ曲線とＰ曲線の乖離(かいり)は小さく，差異係数は小さくなる。実力テストのような多面にわたる総合的な問題ではＳ曲線とＰ曲線は大きく乖離(かいり)して，差異係数は大きくなる。差異係数が0.5を超えたとき，指導内容に問題がなかったか，出題に問題がなかったか，学習者の理解やモチベーションはよかったかなどを検討する必要がある。今回のテストでは**表４**のように差異係数は小さいので，出題及び学習者の理解の間にとりわけ大きな問題はないと考えられる。

(2) 信頼性係数（ｸｰﾀﾞｰ・ﾘﾁｬｰﾄﾞｿﾝの公式20による）

表５

	(2)信頼性係数		
テスト　　年度	H19	H20	**H21**
テスト$\boxed{A}$	0.896	0.881	**0.896**
テスト$\boxed{B}$	0.853	0.850	**0.884**

信頼性係数とは，作成されたテスト問題が内容的に妥当で信頼できるものなのかを算出するものである。ここで言う信頼性とは，同一条件下で再度試験を実施しても同じ結果が出ると思われる安定性のことで，０から１の値をとり，１に近いほど信頼性が高いとされている。今回のテストでは**表５**のように信頼性係数は高いので，信頼できる良好な問題であったことが分かる。

(3) 内容別平均正答率　( )内の数字は問題数

表６

内容　　テスト・年度	テスト$\boxed{A}$ H19	H20	**H21**	テスト$\boxed{B}$ H19	H20	**H21**
数と式の計算	58.3%(3)	63.6%(3)	**61.0%(3)**	62.9%(4)	83.7%(3)	**82.9%(3)**
方程式	68.7%(3)	53.8%(3)	**52.9%(3)**	63.6%(3)	64.6%(3)	**71.8%(3)**
関数	48.0%(6)	42.8%(6)	**47.5%(6)**	58.3%(6)	44.6%(6)	**44.8%(6)**
図形	29.1%(6)	36.6%(6)	**27.4%(6)**	39.5%(6)	34.1%(6)	**53.2%(6)**
確率	68.6%(1)	54.7%(1)	**45.9%(1)**	32.7%(1)	60.2%(1)	**59.3%(1)**
個数の処理・数列	30.5%(1)	39.1%(1)	**70.6%(1)**	－(0)	37.1%(1)	**56.3%(1)**

(4) 正答率帯別問題数　　　　　　　　表７

正答率＼テスト・年度	テストA H19	テストA H20	テストA H21	テストB H19	テストB H20	テストB H21
0.851以上	1	1	**0**	3	2	**2**
0.667～0.850	3	2	**3**	2	4	**6**
0.333～0.666	9	11	**13**	10	11	**8**
0.150～0.332	5	5	**3**	3	2	**4**
0.149以下	2	1	**1**	2	1	**0**

(5) 全体の正答率との相関別問題数　　表８

相関＼テスト・年度	テストA H19	テストA H20	テストA H21	テストB H19	テストB H20	テストB H21
0.70以上	2	2	**1**	0	0	**0**
0.60～0.69	6	7	**11**	5	4	**8**
0.50～0.59	6	5	**2**	7	6	**6**
0.40～0.49	6	4	**5**	5	7	**4**
0.30～0.39	0	0	**1**	1	2	**2**
0.29以下	0	1	**0**	1	3	**0**

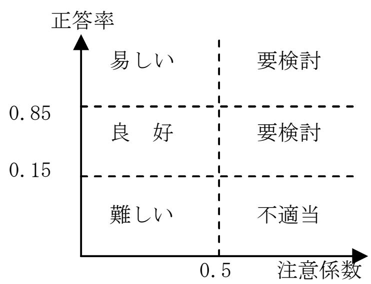
［２］ 検討を要する問題群

様々な指標によって，各問題を分析した。注意マークが付いた問題を，Ｉ群（正答率が基準を満たす）とⅡ群（正答率が基準を満たさない）とに分類整理したところ**表９**のようになった。平均正答率が非常に高い場合や非常に低い場合に，下記の指標は注意マーク(×)が付きやすくなる。従って，今回のテストで問題となるのは$\boxed{A}$１(7)，$\boxed{B}$１(1)ということになる。33 ページ，36 ページの正答率をみても分かるとおり，下位群の生徒がよく正解しているため注意マークが付いたことが分かる。

（×印は該当項目について検討を要する数値であることを示す）　　　　　　　　**表９**

問　　題		項目／基準値	①正 答 率 ＞0.333	②注意係数 ＜0.500	③ＵＬ指数 ＞0.400	④相　関 ＞0.400
Ⅰ	テストA	１　(7)	0.706	0.489	0.493	0.386 ×
	テストB	１　(1)	0.797	0.499	0.388 ×	0.374 ×
		１　(3)	0.902	0.369	0.243 ×	0.372 ×
		５　(1)	0.904	0.234	0.291 ×	0.448
Ⅱ	テストA	４　(1)	0.271 ×	0.306	0.629	0.556
		４　(2)	0.101 ×	0.218	0.323 ×	0.427
		５　(2)	0.284 ×	0.225	0.748	0.628
		５　(3)	0.156 ×	0.116	0.527	0.574
	テストB	２　(2)	0.293 ×	0.164	0.717	0.616
		３　(2)	0.244 ×	0.147	0.671	0.593
		４　(2)	0.200 ×	0.155	0.570	0.549
		５　(3)	0.234 ×	0.210	0.595	0.540

（各項目の説明）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　**表 10**



①正 答 率：各問題の正答率を示す。

②注意係数：ＳＰ表において，ある問題の正誤の状況と他の問題の正誤の状況を比較し，異質の程度を数値化したものである。0.5 より小さい方が適切な問題であるとされている。**表 10** に示すように平均正答率と併せて検討するとよい。

③ＵＬ指数：
$$\frac{(\text{上位 }27\%\text{の正答者数})-(\text{下位 }27\%\text{の正答者数})}{(\text{生徒 }27\%\text{の人数})}$$
ＵＬ指数は上式で算出する。「上位群に正答者が多く，下位群に正答者が少ない」場合にＵＬ指数は高くなるが，上位群に正答者が少なく下位群に正答者が多いという逆転現象の場合，ＵＬ指数は低くなる。ＵＬ指数が 0.4 より大きい方が適切な問題であるとされている。

④相　　関：生徒の得点合計とその問題の正解との相関を示す。基準値を 0.4 として大きい方が適切な問題であるとされている。

６　テスト$\boxed{\text{A}}$の結果とその考察

［１］次の問いに答えなさい。

(1) $6+12\div(-3)-9$ を計算しなさい。

(2) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$ を計算しなさい。

(3) $5x^2-5y^2$ を因数分解しなさい。

(4) 二次方程式 $x^2+5x-6=0$ を解きなさい。

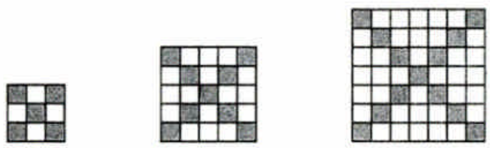
(5) １個 100 円のあめと，１個 50 円のガムをそれぞれ何個か買ったところ，代金がちょうど 1000 円になった。買った個数はガムがあめより２個多かった。次の問いに答えなさい。

(ｱ) あめを x 個, ガムを y 個買ったとして連立方程式をつくりなさい。

(ｲ) あめとガムの個数をそれぞれ求めなさい。

(6) 大小２つのさいころを同時に投げるとき，出る目の積が３の倍数になる確率を求めなさい。

(7) １辺の長さが１cm の正方形の黒いタイルと白いタイルを，図のようにすきまなく並べる。「10 番目のもよう」を作るために必要な黒いタイルの枚数を求めなさい。



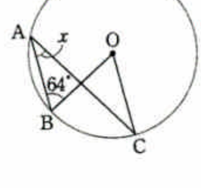
１番目のもよう　２番目のもよう　３番目のもよう

(8) y が x に反比例するとき，表の $\boxed{}$ にあてはまる値を求めなさい。

x	1	2	3
y	□	3	2

(9) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 1$ であるときの y の変域を求めなさい。

(10) 図において，Ｏは円の中心で，ＡＢ//ＯＣである。$\angle x$ の大きさを求めなさい。

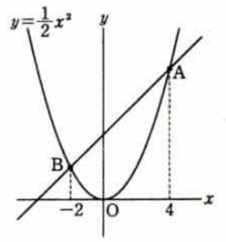


［２］水の入っていない水そうに，毎分８ℓ の割合で水を入れる。水を入れはじめてから x 分後の水そうに入った水の量を y ℓ とする。次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 水そうに入った水の量が 100ℓ になるのは何分後か求めなさい。

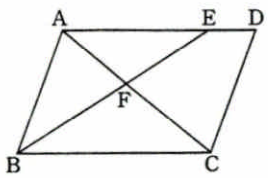
［３］図において，２点Ａ, Ｂは関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり，点Ａの x 座標は 4，点Ｂの x 座標は −2 である。次の問いに答えなさい。



(1) 点Ａの y 座標を求めなさい。

(2) ２点Ａ，Ｂを通る直線の式を求めなさい。

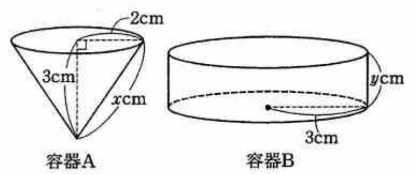
［４］図のような平行四辺形ＡＢＣＤがあり，辺ＡＤ上にＡＥ：ＥＤ＝3：1 となる点Ｅをとる。ＡＣとＢＥの交点をＦとするとき，次の問いに答えなさい。



(1) ＡＦ：ＦＣを求めなさい。

(2) △ＡＢＦの面積が 12cm^2 のとき，平行四辺形ＡＢＣＤの面積を求めなさい。

［５］図のような円錐の容器Ａと円柱の容器Ｂがある。次の問いに答えなさい。ただし, 円周率は π とする。



(1) 容器Ａの母線の長さ $x$cm を求めなさい。

(2) 容器Ａを水でいっぱいに満たしたときの水の体積を求めなさい。

(3) (2)の水を３杯分，すべて容器Ｂに注ぐと，容器Ｂはちょうどいっぱいになった。容器Ｂの高さ $y$cm を求めなさい。

番号	配点	正　　答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	－7	84	100 76	1	0 0	15	－11（1.8），－3（1.3），3（1.3）， －15（1.3）
(2)	5	$5+2\sqrt{6}$	52	86 5	6	0 10	42	5（13.7），$5+2\sqrt{3}$（5.5）
(3)	5	$5(x+y)(x-y)$	47	71 5	15	0 33	38	$5(x^2-y^2)$（15.1），$5(x-y)^2$（3.2） $5xy(x-y)$（2.8）
(4)	5	$x=-6,\ 1$	64	81 48	10	0 29	26	$x=3,2$（2.8），$x=1,5$（1.8）
(5)ア	5	$\begin{cases}100x+50y=1000\\ y=x+2\end{cases}$	34	62 0	28	10 62	38	$100x+50y=1000$　のみ（5.0） $\begin{cases}100x+50y=1000\\ x-y=2\end{cases}$（3.7）， $x+2y=1000$（2.3）$x+y=1000$（2.3）
イ	5	あめ6個，ガム8個	61	81 43	23	10 33	16	（あめ，ガム）（7個,6個）（1.8）， （8個,4個）（1.4），（4個,12個）（1.4）
(6)	5	$\frac{5}{9}$	46	62 10	6	0 10	48	$\frac{1}{3}$（11.4），$\frac{1}{2}$（7.3）
(7)	5	41枚	71	67 62	5	0 5	24	42（2.3），45（2.3），441（2.3）
(8)	5	6	34	72 5	4	0 14	62	4（35.3），1（12.8）
(9)	5	$0\leqq y\leqq 9$	34	72 10	22	0 52	44	$1\leqq y\leqq 9$（18.3），$9\leqq y\leqq 1$（4.6）
(10)	5	32°	37	52 38	9	0 5	54	26°（42.2）
［2］(1)	5	$y=8x$	70	95 52	16	0 24	14	$y=x+8$（5.0），$y=\frac{8}{x}$（2.3）
(2)	5	$\frac{25}{2}$分後	47	67 14	17	14 24	36	13分（16.5），12分（7.3）
［3］(1)	5	8	61	91 19	17	0 29	22	(4,8)（4.6），4（1.8），6（1.8）
(2)	5	$y=x+4$	39	86 0	33	0 76	28	$y=2x$（1.4）
［4］(1)	5	3：4	27	67 0	17	14 24	56	2:3（35.3），1:1（4.1），1:2（4.1）
(2)	5	$56cm^2$	10	10 5	42	38 43	48	48（10.6），52（3.7）
［5］(1)	5	$\sqrt{13}cm$	46	81 10	17	5 38	37	4（13.3），3（3.7），5（3.2），6（3.2）
(2)	5	$4\pi\ cm^2$	28	67 0	26	10 48	46	4（6.9），6（3.7）
(3)	5	$\frac{4}{3}\ cm$	16	33 0	28	10 52	56	2（26.1），4（7.3）

(1) 因数分解を最後までやり切れていない。

表 11

年度	問　題	正答率	主な誤答例
H16	［1］(3)　$3x^2+6x+3$　を因数分解しなさい。	52.0 %	$(x+1)^2$，$3(x^2+2x+1)$
H17	［1］(4)　$5x^2-45$　を因数分解しなさい。	48.0 %	$5(x^2-9)$
H19	［1］(3)　$5x^2-45$　を因数分解しなさい。	52.0 %	$5(x^2-9)$
H20	［1］(3)　$x^2-\frac{1}{9}$　を因数分解しなさい。	67.7 %	$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2$
H21	［1］(3)　$5x^2-5y^2$　を因数分解しなさい。	46.8 %	$5(x^2-y^2)$

最近数年間に出題した因数分解の問題とその結果を**表 11** に示す。H20 を除き，共通因数をくくり出してから公式を利用する問題を出題した。H19 では，$5(x^2-9)$ という誤答が約 11%あった。そこで，本年度は和と差の積の公式に気づきやすい形で出題したが，$5(x^2-y^2)$ とした誤答が約 15%あった。この結果から，生徒には括弧でくくれば因数分解が完了しているという意識があるのではないだろうか。括弧の中の式にも目を向けて，因数分解を（有理数の範囲で）最後までやり切れていない傾向が続いている。

【今後の指導に向けて】高校では右に示すような複雑な式の因数分解を学習する。それぞれの段階で何に着目して計算を進めているかを確認しながら指導したい。特に，括弧の中の式がさらに因数分解可能かどうかについて注意を促す必要がある。

$$
\begin{aligned}
&(x^2-2x)^2+(x^2-2x)-12\\
&=\{(x^2-2x)-3\}\{(x^2-2x)+4\}\\
&=(x^2-2x-3)(x^2-2x+4)\\
&=(x+1)(x-3)(x^2-2x+4)
\end{aligned}
$$

(2) 複雑な図になると三角形の相似比が求められない。

問題［4］

図のような平行四辺形ＡＢＣＤがあり，辺ＡＤ上にＡＥ:ＥＤ＝３:１となる点Ｅをとる。ＡＣとＢＥの交点をＦとするとき，次の問いに答えなさい。

(1) ＡＦ:ＦＣを求めなさい。

(2) △ＡＢＦの面積が 12cm² のとき，平行四辺形ＡＢＣＤの面積を求めなさい。

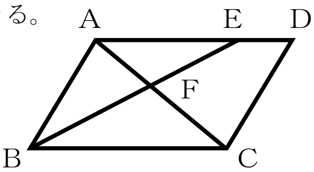
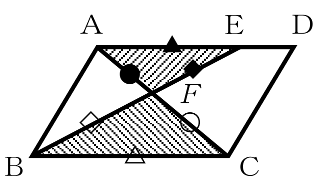


表 12

	正答率(上位群，下位群)	無答率(上位群，下位群)	主な誤答例
(1)	27.1%（66.7%，0%）	17.0%（14.3%，27.8%）	2 : 3，　1 : 1，　1 : 2
(2)	10.1%（9.5%，4.8%）	41.7%（38.1%，42.9%）	48cm²，　52cm²

本年度テスト$\boxed{\text{T}}$［６］(3)で，基本的な三角形の相似の問題で辺の長さを求めさせたところ，正答率が 51.5%であった。よって，相似な三角形が見やすい場合には相似比を活用できているといえる。一方，本問(1)では△ＡＦＥと△ＣＦＢの相似比が求められた生徒が 27.1%であった。平行四辺形の中にある相似な三角形を見つけにくいようである。また，(2)のように相似比を利用して面積を求める問題は正答率が 10.1%であった。



△ＡＦＥ∽△ＣＦＢ

▲：△＝●：○＝◆：◇＝３ ： ４

【今後の指導に向けて】複雑な図の中で相似な２つの三角形を把握させ，対応する頂点がどれとどれなのかを確認しながら丁寧に指導したい。図形分野は数式分野に比べて演習をする問題数が少なくなりがちである。図形の定理や性質を単に知識として終わらせないように，練習量を確保して活用する機会を増やしたい。

7　テスト$\boxed{\text{B}}$の結果とその考察

[１]次の問いに答えなさい。

(1)　$\left\{\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right\}\div\frac{5}{4}\times\frac{3}{10}$　を計算しなさい。

(2)　$\sqrt{12}-(1+\sqrt{3})^2$　を計算しなさい。

(3)　$ax^2-6ax-40a$　を因数分解しなさい。

(4)　二次方程式　$(x-1)^2=-2x+5$　を解きなさい。

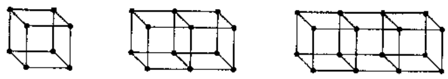
(5)　Ａ地点からＢ地点を経てＣ地点までの 16km の道のりを歩く。Ａ地点からＢ地点までは時速 4km で歩き，Ｂ地点で 30 分休憩し，その後Ｂ地点からＣ地点まで時速 3km で歩いたところ，全体で 5 時間かかった。次の問いに答えなさい。

(ｱ)　Ａ，Ｂ間の道のりを x km，Ｂ，Ｃ間の道のりを y km として連立方程式をつくりなさい。

(ｲ)　Ａ，Ｂ間およびＢ，Ｃ間の道のりをそれぞれ求めなさい。

(6)　さいころＡ，Ｂを同時に投げる。Ａの出た目を a，Ｂの出た目を b とするとき，$\frac{b}{a}$ が奇数になる確率を求めなさい。

(7)　図のように長さの等しい竹ひごと粘土玉を使って，立方体を水平方向にまっすぐつなぎ合わせていく。立方体を n 個つぎ合わせたものをつくるとき，必要な竹ひごの本数を n を用いて表しなさい。

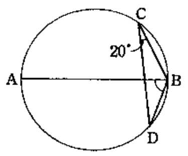


１個の立方体　　２個の立方体　　３個の立方体

(8)　関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $a \leqq x \leqq 1$ のときの y の変域は $b \leqq y \leqq 18$ である。a，b の値を求めなさい。

(9)　関数 $y=\frac{a}{x}$ について，x の変域が $3 \leqq x \leqq 7$ のときの y の変域は $2 \leqq y \leqq b$ である。a，b の値を求めなさい。

(10)　ＡＢは円の直径とする。∠ＢＣＤ＝20°とするとき，∠ＡＢＤの大きさを求めなさい。

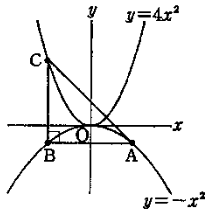


[２] 点Ｐは，１辺が 6cm の正方形ＡＢＣＤの周上を，Ａを出発し，Ｂ，Ｃを通り，Ｄまで，毎秒 2cm の速さで移動する。出発して x 秒後の△ＰＡＤの面積を y cm² とする。次の問いに答えなさい。

(1)　$0 \leqq x \leqq 3$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(2)　$6 \leqq x \leqq 9$ のとき，y を x の式で表しなさい。

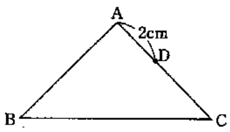
[３] 図のように，△ＡＢＣの２つの頂点Ａ，Ｂは関数 $y=-x^2$ のグラフ上にあり，辺ＡＢは x 軸に平行である。また，頂点Ｃは関数 $y=4x^2$ のグラフ上にあり，∠ＡＢＣ＝90°である。点Ａの x 座標を a とするとき，次の問いに答えなさい。ただし a は正の数とする。



(1)　点Ｃの座標を a を用いて表しなさい。

(2)　直線ＡＣの傾きが－１のとき，a の値を求めなさい。

[４] ＡＢ＝ＡＣ＝5cm，ＢＣ＝7cm の△ＡＢＣがある。辺ＡＣ上にＡＤ＝2cm となる点Ｄをとる。また，辺ＢＣ上に中点Ｍと，ＤＭ//ＡＰとなる点Ｐをとる。次の問いに答えなさい。



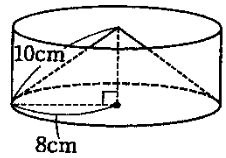
(1)　線分ＤＰは△ＡＢＣの面積を２等分することを次のように証明した。(Ⅰ)(Ⅱ)(Ⅲ)にあてはまる適語を語群から選び，そのかな符号を書きなさい。

点Mは辺ＢＣの中点だから，線分AMは△ＡＢＣの面積を２等分するので，△AMC＝$\frac{1}{2}$△ＡＢＣ･･･････①   また，DM//ＡＰだから，(　Ⅰ　)＝△ＰMD･･･②   両辺に（　Ⅱ　）の面積を加えると，   (　Ⅰ　)＋(　Ⅱ　)＝△ＰMD＋(　Ⅱ　)   だから，　(　Ⅲ　)＝△ＤＰＣ　･････③   ①，③より，　△ＤＰＣ＝$\frac{1}{2}$△ＡＢＣ

語群　ア　△ＡＢＰ　　イ　△AMC　　ウ　△DMC
　　　エ　△ＡPM　　オ　△AMD

(2)　ＢＰの長さを求めなさい。

[５] 底面の半径が 8cm の円柱状の容器の中に，底面の半径が 8cm で，母線の長さが 10cm の円錐形のおもりを図のように置く。2 つの立体の高さは等しいとして，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。



(1)　円錐形のおもりの高さを求めなさい。

(2)　円錐形のおもりを入れた状態でこの容器いっぱいに水を満たしたとき，水の体積を求めなさい。

(3)　円錐形のおもりを入れた状態で水面の高さが 3cm になるように水を入れたとき，水の体積を求めなさい。

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	$\frac{1}{50}$	80	96	65	1	0	1	19	$\frac{2}{9}$ (6.8)，$\frac{7}{50}$ (2.7)，$-\frac{1}{50}$ (1.0)
(2)	5	-4	79	97	68	1	0	0	20	$2+4\sqrt{3}$ (3.7)，4 (3.1)，2 (2.2)
(3)	5	$a(x+4)(x-10)$	90	96	88	1	0	1	9	$a(x^2-6x-40)$　$a(x^2-6x-40)$ (1.4)，$(x+4)(x-10)$ (1.1)
(4)	5	$x=\pm2$	75	92	59	1	0	1	24	2 (2.7)，0,4 (2.4)，±4 (1.4)
(5)ア	5	$\begin{cases} x+y=16 \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{1}{2}=5 \end{cases}$	71	97	46	6	0	9	23	$\begin{cases} x+y=16 \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=5 \end{cases}$ (8.3)，$\begin{cases} x+y=16 \\ 4x+3y+0.5=5 \end{cases}$ (1.0)
イ	5	$10km$，$6km$	70	95	40	11	0	23	19	(4, 12) (9.2)，(9, 7) (1.5)，(6, 10) (1.0)
(6)	5	$\frac{1}{4}$	59	81	41	2	0	4	39	$\frac{2}{9}$ (11.3)，$\frac{1}{2}$ (3.0)，$\frac{1}{6}$ (2.8)，$\frac{7}{36}$ (1.5)
(7)	5	$8n+4$	56	94	18	7	0	14	37	$8n+12$ (4.3)，$12n-4$ (2.8)
(8)	5	$a=-3, b=0$	43	77	10	8	0	11	49	a：3 (14.0)，−3 (6.4)，2 (3.8)，0 (2.9) b：2 (30.6)，3 (3.2)，4 (1.0)，9 (1.0)
(9)	5	$a=14, b=\frac{14}{3}$	48	90	16	13	0	26	39	a：6 (28.4)，14 (1.1)，3 (0.9) b：$\frac{6}{7}$ (22.6)，10 (1.3)，11 (1.2)
(10)	5	70°	80	100	61	5	0	10	15	60° (4.3)，50° (1.6)，40° (1.4)，80° (1.4)
［2］(1)	5	$y=6x$	63	96	29	8	0	15	29	$y=3x$ (12.3)，$y=2x$ (3.3)，$y=9x$ (1.2)
(2)	5	$y=-6x+54$	29	65	1	20	1	40	51	$y=18$ (8.6)，$y=18-6x$ (6.5)，$y=-6x$ (3.9)
［3］(1)	5	$(-a, 4a^2)$	60	97	24	17	0	32	23	$(a, 4a^2)$ (4.6)，$(-a, 4a)$ (2.6)，$(-a, 4a^2)$ (1.8)
(2)	5	$a=\frac{2}{5}$	24	54	1	34	9	52	42	$a=2$ (9.2)，$a=3$ (4.5)，$a=1$ (4.3)
［4］(1)	5	オ，ウ，イ	57	93	24	2	0	3	41	エ，ウ，イ (6.2)，エ，ア，イ (3.6)，オ，エ，イ (3.0)
(2)	5	$\frac{7}{6}cm$	20	48	0	16	3	19	64	$\frac{3}{2}cm$ (16.6)，$1cm$ (12.6)，$2cm$ (11.4)
［5］(1)	5	$6cm$	90	100	89	4	0	3	6	$5cm$ (1.2)，$4cm$ (0.7)，$2\sqrt{41}$ (0.5)
(2)	5	$256\pi cm^3$	49	80	18	10	0	17	41	256 (10.5)，128π または 128 (4,7)
(3)	5	$80\pi cm^3$	23	54	4	24	5	39	53	128π または 128 (7.5)，64π または 64 (6.6)，80 (6.2)

(1) ２次方程式に関してその根本的内容を意識させたい。 表 13

年　度	H19	H20	H21
問　題	$(x+1)(x-5)=-2(x+1)$ $x^2-2x-3=0$ $(x+1)(x-3)=0$ $x=-1,\ 3$	$(2x-3)^2=3(x^2+3)$ $x^2-12x=0$ $x(x-12)=0$ $x=0,\ 12$	$(x-1)^2=-2x+5$ $x^2=4$ $x=2,\ -2$
正答率	90%（上位群 97%・下位群 90%）	77%（上位群 95%・下位群 66%）	75%（上位群 92%・下位群 59%）

H19～21 の２次方程式に関する問題・正答率を**表 13** にまとめた。上位群は例年正答率が高いが，下位群の正答率は，H19 の 90%に対して，H20，21 はそれぞれ 66%，59%と大きく下回っている。その原因は展開・整理後の２次方程式の形にあると考えられる。

H21 については $x=2$ という誤答が 12.7%あり，その誤答の原因としては，式変形をして $x^2=4$ となったときに，「x は２乗したら４だから･･･ ２だ」と簡単に考えてしまったことだと思われる。これは，$x^2=k$（$k>0$）型の方程式の解が $\sqrt{k}$ と $-\sqrt{k}$ の２つがあるという基本が十分定着していないことに起因しているといえる。この誤りは，例年Ａ問題やＴ問題でも多くみられるものである。

H20 については $x=12$ という誤答が 5.6%あり，その原因として次の①～③の場合が考えられる。

① $x^2-12x=0$ $x-12=0$ $x=12$	② $x^2=12x$ $x=12$	③ $x^2-12x=0$ $x(x-12)=0$ $x-12=0$　　$x=12$

この①～③について，因数分解に気づいたかどうかで違いはあるものの，共通した誤りとしては両辺を x で割ってしまったことが挙げられる。

一方，H19 の方程式は展開し整理した後の形が因数分解に気づきやすく，正答率が高い。この形の因数分解は生徒にとって取り組みやすく，迷わず解けるものであろう。しかし，方程式が苦手な生徒の中には解 $x=-1,\ 3$ は，$(x\underline{+1})(x\underline{-3})=0$ における下線部の符号の逆のものであるという機械的な流れで答えを出している者もいるのではないだろうか。このことから，因数分解を用いて解く方程式の根底にある「ＡＢ＝0 ならばＡ＝0 またはＢ＝0」がほとんど意識できていない生徒も少なくないと考えられ，これがH20 の誤答③にもつながっているといえる。

【今後の指導に向けて】

２次方程式の指導の大きな流れとしては，与式を $ax^2+bx+c=0$ の形にした後，因数分解するか，それが不可能ならば解の公式を利用して解くというものである。H21 の $x^2=4$ についても因数分解に習熟していれば $x^2-4=0$ として $(x+2)(x-2)=0$ と解くこともできるが，$x^2=4$ は「２乗したら４になるような x を求めよ」と式を言葉に翻訳させ，それはすなわち「４の平方根」を求めることだと意識させたい。そして，そのときに平方根は正と負の２つあるという基本をここで再確認させたい。

因数分解できる方程式についても，機械的に解を求めさせるのではなく，「ＡＢ＝0 ならばＡ＝0 またはＢ＝0」という根底に流れる内容をつかませた上で解かせたい。

(2) 場合の数を確実に数え上げるための工夫をさせたい。

［1］ (6)	さいころＡ，Ｂを同時に投げる。Ａの出た目を a，Ｂの出た目を b とするとき， b/a が奇数になる確率を求めなさい。

［1］(6) はさいころに関する確率の問題である。さいころの問題については，中学において必ず取り上げられる内容であり，無答率は低いが正答率は 59.3%と決して高いとはいえない。誤答としては，2／9 が 11.3%であった。２つのさいころについての問題なので，すべての場合の数は 36 通りで，b/a が奇数になるのは９通りであるが，先に挙げた誤答は数え漏れがあり，b/a が奇数になる場合を８通りとしたものと考えられる。

b / a	1	2	3	4	5	6
1	1		3		5	
2		1				3
3			1			
4				1		
5					1	
6						1

$b／a$ の表（奇数のみ記入）

【今後の指導に向けて】

ある事柄の起こる確率は，対象の事象をいかに「漏れなく・重複せず」数え上げるかが肝要である。方針を立てず思いついた順に数えるのではなく工夫が必要である。基本的なものとしては樹形図や表であり，本問については右のような表を作ることで漏れなく数えられる。

高校においての場合の数・確率というと，公式 ${}_nP_r$，${}_nC_r$ を使って解く問題が多くあるが，数え上げは場合の数・確率の基本となるので丁寧に指導していく必要がある。

(3) 関数からグラフをイメージ出来ない生徒が多い。

> ［１］(9)　関数 $y=\dfrac{a}{x}$ について，x の変域が $3≦x≦7$ のときの y の変域は $2≦y≦b$ である。a，b の値を求めなさい。(正答率 48.3%，無答率 12.9%)

ここ数年，変域に関する問題は２次関数を題材として出題し，60%の正解率であった。今回は，反比例のグラフを出題したところ，同じ傾向の問題であるにもかかわらず，正答率は 48%であった。

誤答について見てみると，グラフをイメージせずに，「x が最小値のとき，y も最小値をとる」と考え，$x=3$ のとき，$y=2$ であるとして解いた $a=6$ という誤答が全体の 28%もあった。

【今後の指導に向けて】

昨年の分析にも「関数 $f(x)$ が単調増加ではない場合に，グラフを利用することが有効」と述べたが，グラフのイメージができない生徒は，今回のような定義域・値域の問題を間違えやすい。このような生徒に対する指導が今後の課題である。

今回その一つの方法として提案するのが，プロジェクターや電子黒板などに代表されるＩＣＴ機器と，過去にも紹介した Grapes などに代表されるグラフツールの活用である。その利点としては，①変化の様子を動的に表す事が出来る，②精確なグラフが瞬時に示せる，などが挙げられる。

活用例としては，Grapes がサンプルとして最初から持っている２次関数の最小値を表示する機能の利用などが挙げられる。変化の様子を動画などで見せて説明すれば，理解が進む場合もあるだろう。また生徒自身が操作して，最大値や，最小値の変化の様子を調べる等，工夫次第ではいろいろな授業展開が可能である。

(4) 問題文から関係式を導くことが出来ない生徒が多い。

> ［２］　点Ｐは，辺が６cm の正方形ＡＢＣＤの周上を，Ａを出発し，Ｂ，Ｃを通り，Ｄまで毎秒２cm の速さで移動する。出発して x 秒後の△ＰＡＤの面積を $y$cm^2 とする。次の問いに答えさない。
> (1)　$0≦x≦3$ のとき，y を x の式で表しなさい。 (正答率 63.4%，無答率　7.7%)
> (2)　$6≦x≦9$ のとき，y を x の式で表しなさい。 (正答率 29.3%，無答率 20.3%)

(1)は x の範囲が $0≦x≦3$ なので，点Ｐの移動距離がそのまま△ＰＡＤの高さになり，面積を容易に求めることができるが，(2)は x の範囲が $6≦x≦9$ なので，点Ｐの移動距離から△ＰＡＤの高さを計算する必要があるため，正答率が低く 29%しかなかった。問題文から関係式を導くことができない生徒が多くいることが分かる。

【今後の指導に向けて】

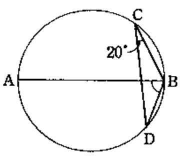
新学習指導要領解説の数学的活動における配慮事項に,「日常生活における事象を数学的に表現して，処理した結果をもとの事象に戻し，その意味を考えることが大切である」と書かれている。このような数学的活動に数多く取り組むことにより，数学的表現の良さを見直す機会にしたい。例えば，以下のような例題を考えさせてみてはどうだろうか。

例題１　長さ 80cm の針金を折り曲げて長方形を作る。長方形の面積を最大にするには長方形の縦と横の長さをそれぞれいくらにしたらよいか。

例題２　１個 160 円のりんごと１個 130 円のみかんを合わせて 20 個買い，これを 200 円のかごに入れ，代金の合計を 3000 円以下にしたい。りんごをできるだけ多く買うとすると，りんごは何個買えるか。ただし，消費税は考えないこととする。

特に，例題２は日常生活にありがちな問題設定なので，数学の有用性を実感できるいい例題であると思われる。

(5)　基本的な円周角の問題は定着率がよい。

<table>
<tr><td>設問番号</td><td>設問の概要</td><td>正答率（上位群/下位群）</td><td>80%（100%/61%）</td></tr>
<tr><td rowspan="2">［１］
(10)</td><td rowspan="2">ＡＢは円の直径とする。
∠ＢＣＤ＝20°　とするとき
∠ＡＢＤの大きさを求めなさい。
</td><td>正答</td><td>主な誤答</td></tr>
<tr><td>70°</td><td>60°（4.3%），　50°（1.6%）</td></tr>
</table>

［１］(10)は円周角を求める問題である。今回は過去数年の中で最高の正答率となり，特に上位群では 100%であった。考えられる補助線がＡＣまたはＡＤに限られ，どちらの補助線を引いても解にたどり着くことができるため，良好な結果となった。また，直径の円周角が 90°であることはかなり定着している。

【今後の指導に向けて】

今回の結果から，円周角の定理に関する基本的な知識は，ある程度定着しているように思われるが，下位群の約４割が不正解であることから，すべての生徒がきちんと理解しているわけではない。円周角の問題に限らず，図形分野を苦手としている生徒は結構いるので，図形分野の指導に際しては基本的な問題でも定理や公式を確認して丁寧に指導する必要がある。

(6)　平行線をひくことによってできる図形の性質を再確認させたい。

<table>
<tr><td>設問番号</td><td colspan="2">設問の概要</td></tr>
<tr><td>［４］</td><td colspan="2">ＡＢ＝ＡＣ＝5cm，ＢＣ＝7cm の△ＡＢＣがある。辺ＡＣ上にＡＤ＝2cm となる点Ｄをとる。また，辺ＢＣ上に中点Ｍと，ＤＭ//ＡＰとなる点Ｐをとる。次の問いに答えなさい。
(1)　線分ＤＰは△ＡＢＣの面積を２等分することを次のように証明した。(Ⅰ)(Ⅱ)(Ⅲ)にあてはまる適語を語群から選び，そのかな符号を書きなさい。
［証明］
点Ｍは辺ＢＣの中点だから，線分ＡＭは△ＡＢＣの面積を２等分するので，
$\triangle \mathrm{AMC} = \frac{1}{2}\triangle \mathrm{ABC}$ ････････①
また，ＤＭ//ＡＰだから，　（　Ⅰ　）＝△ＰＭＤ･･･････②
両辺に（　Ⅱ　）の面積を加えると，　（　Ⅰ　）＋（　Ⅱ　）＝△ＰＭＤ＋（　Ⅱ　）
だから，　（　Ⅲ　）＝△ＤＰＣ･･･････③
①，③より，　$\triangle \mathrm{DPC} = \frac{1}{2}\triangle \mathrm{ABC}$
語群　ア　△ＡＢＰ　イ　△AMC　ウ　△DMC　エ　△ＡＰＭ　オ　△AMD
(2)　ＢＰの長さを求めなさい。</td></tr>
<tr><td>正答率(上位群 / 下位群)</td><td>(1) 57%(93% / 24%)</td><td>(2) 20%(48% / 0%)</td></tr>
<tr><td>主な誤答(%)</td><td>(1)エウイ(6.2%)，エアイ(3.6%)
オエイ(3.0%)，エオイ(2.5%)</td><td>(2)1.5 または 3/2 (16.6%)
1(12.6%)，2(11.4%)</td></tr>
</table>

［４］(1)は問題文をよく読んで，図や証明を完成させる問題である。正答率は高かった。

Ⅰ：オ　が正解　68%	Ⅱ：ウ　が正解　70%	Ⅲ：イ　が正解　79%

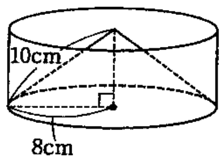
Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの中ではⅢが最も正答率が高かった。また，ⅠまたはⅡが不正解でⅢが正解だった割合は全体の 22%にのぼり，この中の多くは証明の結論「△ＤＰＣ＝1/2△ＡＢＣ」と直前の「(Ⅲ) ＝△ＤＰＣ」を見比べてⅢの面積が△ＡＢＣの半分であることに気づき，イを選択したものと考えられる。すなわち結論から逆にたどって導いたと考えられる。

［４］(2)の正答率は(1)に比べ低かった。三角形の相似の関係からＰＭを求め，ＢＭから引けばよいのだが，気づかなかった者が多かったようである。1.5 及び 2 という誤答は台形ＡＰＭDをＡＤ＝ＰＭの等脚台形だと見た目で判断したことが原因と考えられる。また，見た目から１と答えた者も多かった。

【今後の指導に向けて】

(1)(2)とも平行線を引くことによってできる三角形に関する問題である。(1)の平行線を利用した等積変形は，活用する場面が多くあるので類題を解かせて定着を図りたい。また，(2)の平行線を引くことによってできる相似な三角形の問題についても，相似な三角形に気付かない生徒もいるので，平行線を引くことにより，どこに相似な三角形ができるかを丁寧に指導していきたい。いずれにしても，平行な補助線を引くことによりいろいろな考え方ができるようになるので，一度これらのことを再確認してまとめておく必要がある。

(7) 図形を苦手としている生徒に自信をつけさせ，図形問題を好きにさせたい。

<table>
<tr><td>設問
番号</td><td>設問の概要</td><td colspan="2">正答率（上位群/下位群）</td><td>(2)49%（80%/18%）
(3)23%（54%/4%）</td></tr>
<tr><td rowspan="3">［５］
(2)
(3)</td><td rowspan="3">［５］底面の半径が 8cm の円柱状の容器の中に，底面の半径が 8cm で，母線の長さが 10cm の円錐形のおもりを図のように置く。２つの立体の高さは等しいとして，次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。


(2) 円錐形のおもりを入れた状態でこの容器いっぱいに水を満たしたとき，水の体積を求めなさい。
(3) 円錐形のおもりを入れた状態で水面の高さが 3cm になるように水を入れたとき，水の体積を求めなさい。</td><td></td><td colspan="2">主な誤答(%)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">256(10.5%)：πの付け忘れ
128・128π(4.7%)：円錐の体積
192・192π(1.4%)：円柱の体積の半分</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2">128・128π(7.5%)：(2)の体積の半分
64・64π(6.6%)
80(6.2%)：πの付け忘れ</td></tr>
</table>

［５］(2)(3)は立体の体積を求める問題である。いずれもπをつけ忘れた誤答が多かった。(3)の 64πは(1)の答から円柱の体積の半分を除いた後に，円錐の上部の体積を加え忘れたものであった。

上位群と下位群で正答率の差が大きいことと，テストＡ［５］(2)の正答率が低いことから，下位群の中には円錐の体積を求める段階からつまずいている者も多いと考えられる。

【今後の指導に向けて】

図形を苦手としている生徒の中には，円錐の体積公式が定着していない者もいる。実験で円錐の体積が円柱の体積の３分の１であることを見せるなどして定着を図りたい。また，体積の足し引きを考える手助けとして３DGRAPES 等のコンピュータソフトで映像を提示するのも効果的と思われる。これらの工夫によって興味関心を高めることができれば，理解も深まり図形問題に対する苦手意識を軽減できると思われる。

8　テスト$\boxed{\text{T}}$の結果とその考察

［１］次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① 7×6

② $-8+2$

③ $20-12\div4$

④ $\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{4}$

⑤ $\dfrac{3}{4}\times\dfrac{8}{9}\div\dfrac{4}{5}$

⑥ $13-(-3)^2$

⑦ $\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

⑧ $7\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

(2)　次の式を簡単にしなさい。

① $(5x-3)-(-2x+5)$

② $9ab^2\div(-3ab)$

(3)　$(x-y)^2$ を展開しなさい。

(4)　x^2-9 を因数分解しなさい。

(5)　次の方程式を解きなさい。

① $\dfrac{x}{5}=3$

② $7x+5=3x-7$

③ $\begin{cases}2x-y=5\\ x+y=1\end{cases}$

④ $(x-1)(x-3)=0$

⑤ $x^2=25$

［２］次の問いに答えなさい。

(1)　1000円の商品を30%引きで買うときの値段は何円か求めなさい。

(2)　8ｋｍの道のりを時速4ｋｍで歩くと何時間かかるか求めなさい。

(3)　200円のかごに，1個90円のりんごを x 個つめると，代金の合計は y 円になる。x，yの関係を等式に表しなさい。

［３］次の問いに答えなさい。

(1)　１つのさいころを投げるとき，２以下の目が出る確率を求めなさい。

(2)　赤玉５個，白玉３個が入った箱から，玉を１個取り出すとき，白玉が出る確率を求めなさい。

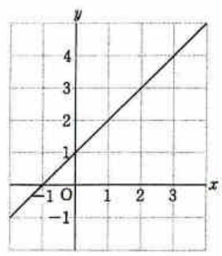
［４］次の問いに答えなさい。

(1)　y は x に比例し，x と y の値が下の表のように対応する。$\boxed{}$ にあてはまる値を求めなさい。

$y=\boxed{}x$

x	2	6	8
y	10	30	40

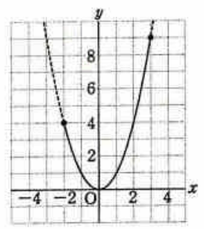
(2)　グラフが右の図のような直線になる一次関数がある。次の問いに答えなさい。



① y を x の式で表しなさい。

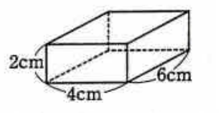
② $x=10$ のとき y の値を求めなさい。

［５］関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq3$ のとき，y の変域は $\boxed{\text{ア}}\leqq y\leqq\boxed{\text{イ}}$ である。$\boxed{\text{ア}}$と$\boxed{\text{イ}}$にあてはまる値を求めなさい。

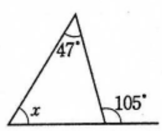


［６］次の問いに答えなさい。

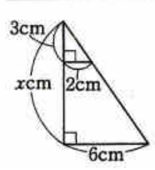
(1)　右の図の直方体の体積を求めなさい。



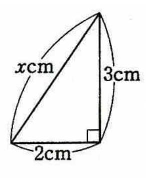
(2)　右の図で∠x の大きさを求めなさい。



(3)　右の図で x の値を求めなさい。



(4)　右の図で x の値を求めなさい。



番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)①	3	42	99	0	1	32（1.0）
②	3	−6	84	2	14	−10（8.1），6（2.0），10（2.0）
③	3	17	81	6	13	2（8.1），7（2.0）
④	3	$\frac{11}{12}$	61	11	28	$\frac{3}{7}$（10.1），$\frac{1}{5}$（2.0），$\frac{3}{4}$（2.0），$\frac{5}{6}$（2.0）
⑤	3	$\frac{5}{6}$	47	32	21	
⑥	3	4	62	14	24	22（8.1），7（4.0），19（2.0）
⑦	3	$2-\sqrt{6}$	24	42	34	$\sqrt{4}-\sqrt{6}$（4.0），$-\sqrt{2}$（3.0），$\sqrt{2}$（3.0）
⑧	3	$3\sqrt{3}$	51	38	11	$\sqrt{3}$（4.0），3（2.0），$2\sqrt{3}$（2.0）
(2)①	3	$7x-8$	28	24	48	$7x+2$（12.1），$3x-8$（4.0），$3x+2$（3.0）
②	3	$-3a$	50	29	21	$3a$（3.0），$-3b$（2.0），$-3ab^2$（2.0），$-3ab$（2.0）
(3)	3	$x^2-2xy+y^2$	18	39	43	$(x+y)(x-y)$（10.1），$(x-y)(x-y)$（6.1），x^2-y^2（6.1）
(4)	3	$(x+3)(x-3)$	28	44	28	3（6.1），$(x-3)^2$（5.1）
(5)①	3	15	42	34	24	$\frac{3}{5}$（6.1），2（5.1），−2（4.0）
②	3	$x=-3$	36	39	25	3（6.1），2（4.0）
③	3	$x=2, y=-1$	31	39	30	$x=3, y=-2$（4.0），$x=2, y=1$（3.0）$x=2, y=3$（3.0）
④	3	$x=1,3$	26	55	19	2（5.1），−4（2.0）
⑤	3	$x=\pm5$	10	33	57	5（40.4），$5\sqrt{5}$（2.0），$\pm\sqrt{5}$（2.0）
[2](1)	3	700円	66	17	17	970円（2.0），750円（2.0）
(2)	3	2時間	75	15	10	32（5.1）
(3)	3	$y=90x+200$	41	36	23	$90x$（6.1）
[3](1)	3	$\frac{1}{3}$	47	21	32	$\frac{1}{6}$（8.1），$\frac{1}{2}$（6.1），$\frac{1}{12}$（2.0），$\frac{1}{18}$（2.0）
(2)	3	$\frac{3}{8}$	48	23	29	$\frac{3}{5}$（9.1），$\frac{1}{8}$（4.0）
[4](1)	4	5	54	26	20	$5x$（4.0），4（2.0），3（2.0），10（2.0）
(2)①	4	$y=x+1$	22	40	38	x（4.0），$2x$（3.0），1（3.0）
②	4	11	31	43	26	5（4.0），$5x+2$（2.0），$10x$（2.0），−1（2.0）
[5]	4	ア　0	11	42	47	4（28.3），−4（8.1），−2（4.0）
		イ　9	20	44	36	3（3.0），−3（3.0），2（3.0）
[6](1)	4	48	62	21	17	24（5.1），36（2.0），12（2.0）
(2)	4	58°	59	17	24	28°（7.1），75°（4.0）
(3)	4	9	52	25	23	12（9.1），8（5.1），36（3.0）
(4)	4	$\sqrt{13}$	16	24	60	4（13.1），5（13.1），6（9.1），3（6.0）

(1) 分数の計算力を高めたい。

例年分数の足し算は70%前後の平均正答率であるが，今年は$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$を計算させる問題を出題したが正答率は60%であった。主な誤答の中では，分母と分子の数を単純に足した3／7が最も多く，分母の通分を試みて正解にたどり着けなかった誤答はなかった。このことから，分数の意味，分数の四則計算の方法を理解していない生徒が一定数いることがわかる。

【今後の指導に向けて】

誤答の原因は，分数の意味を理解しておらず，足し算の分母同士，分子同士を単に足してしまったために起きたものである。ヒモやピザなど身近な題材を利用しながら，分数の意味を再確認させ，分母の異なる場合の足し算を指導していく必要がある。そこで，

① 分母・分子に同じものを掛けても等しいものになる。

② 大・小比較をするときは，分母をそろえて，分子を比較すればよい。

などを理解させた上で，ピザを題材にして次のような説明をしてはどうだろうか。

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$について，$\frac{1}{2}$を１枚のピザを２等分したうちの１切れ分，$\frac{1}{3}$を１枚のピザを３等分したうちの１切れ分と考え，あわせてピザは５切れ有り，そのうちの２切れ分になるので

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$ （図１）

しかし，$\frac{2}{5}=0.4$ より，明らかに図のようにはならないことが分かる。

これは，１切れの大きさが異なるために正確な量を求めたことにならないことに起因する。

そこで，１切れの大きさをそろえて計算する。

$\frac{1}{2}$は６等分したうちの３切れ，$\frac{1}{3}$は６等分したうちの２切れと考えると，合わせて６等分したうちの５切れ分になり$\frac{5}{6}$になる。（図２）

この１切れ分の大きさをそろえるということが通分であり，分数の足し算・引き算を行う上では，必ずこの操作が必要である。

図１

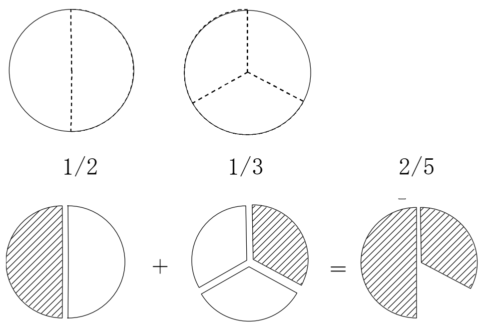
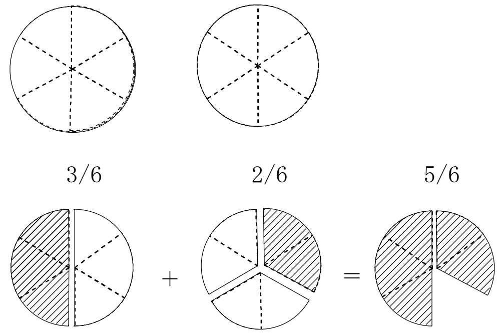


図２



分数は，割合を表す数である。基準となる分母が異なる場合，そのまま分母と分子を計算しても正しい結果は得られない。基準となる分母ををそろえる（通分）ことが必要となる。

付　平成 20 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の２つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ｉ基本，数学Ｉ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ｉ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ｉ＋Ａ：　数学Ｉ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ｉの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］，［３］，［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日の間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 22 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表 14

テスト / 項目	数学Ｉ基本	数学Ｉ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,020	6,548	7,629
平均点	41.7	42.0	49.1
標準偏差	24.3	26.7	28.1

(2) 得点分布（%）　　表 15

テスト / 得点	数学Ｉ基本	数学Ｉ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	2.9	4.3	9.6
80 ～ 89	6.1	6.5	9.1
70 ～ 79	6.7	8.3	10.0
60 ～ 69	9.4	9.7	9.9
50 ～ 59	10.9	10.5	10.3
40 ～ 49	12.9	11.4	10.6
30 ～ 39	13.5	11.4	10.9
20 ～ 29	16.0	11.8	10.6
10 ～ 19	14.7	13.1	9.9
0 ～ 9	6.9	13.2	9.1

(3) 学校別(課程別)平均点分布（校）表 16

テスト / 平均点	数学Ｉ基本	数学Ｉ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上	0	1	7
75～80未満	0	4	5
70 ～ 75	1	2	11
65 ～ 70	2	4	7
60 ～ 65	0	5	7
55 ～ 60	0	9	8
50 ～ 55	1	6	11
45 ～ 50	3	5	8
40 ～ 45	4	4	12
35 ～ 40	3	10	12
30 ～ 35	2	9	6
25 ～ 30	3	6	7
20 ～ 25	2	9	12
15 ～ 20	0	11	5
15未満	0	6	4
計	21	91	122

4　数学Ⅰ(基本)の結果とその考察

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］次の各問いに答えよ。

(1)　$(a^2 \times a)^4 =$ $\boxed{}$ である。

(2)　$(2x+1)(4x^2-2x+1)$ を展開すると $\boxed{}$ である。

(3)　$2x^2-5x-3$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(4)　$3\sqrt{3}-\sqrt{75} =$ $\boxed{}$ である。

(5)　$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2}) =$ $\boxed{ア}$ である。また $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\boxed{イ}$ である。

(6)　１次不等式　$3x-1 \leqq 5x-7$　を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(7)　２次方程式　$x^2+3x+1=0$　を解くと $x =$ $\boxed{}$ である。

(8)　２次不等式　$x^2-3x+2>0$　を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

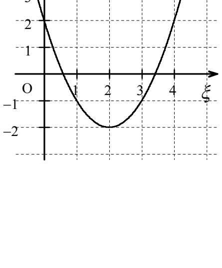
［２］次の各問いに答えよ。

(1)　２次関数　$y=x^2-4x+7$　を　$y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると

$y=(x-$ $\boxed{ア}$ $)^2+$ $\boxed{イ}$ となる。

(2)　２次関数　$y=x^2$　のグラフを，頂点が（3，4）となるように平行移動したグラフを表す２次関数は $y=$ $\boxed{}$ である。

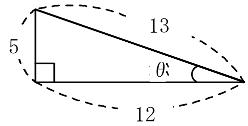
(3)　右図は２次関数　$y=x^2-4x+2$　のグラフである。この関数の $1 \leqq x \leqq 4$ における最大値は $\boxed{}$ ，最小値は $\boxed{}$ である。



［３］次の各問いに答えよ。

(1)　右図の直角三角形において，

$\tan\theta =$ $\boxed{}$ である。



(2)　$\cos 120° =$ $\boxed{}$ である。

(3)　$0° \leqq A \leqq 90°$　で，$\sin A = \dfrac{1}{2}$　のとき，

$A =$ $\boxed{}$ 度である。

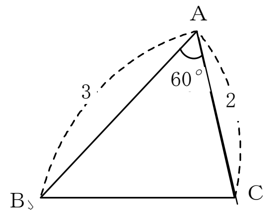
(4)　$90° \leqq A \leqq 180°$　で，$\sin A = \dfrac{3}{5}$　のとき，

$\cos A =$ $\boxed{}$ である。

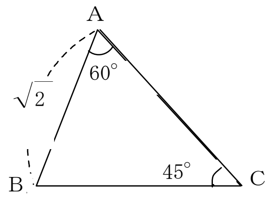
［４］次の各問いに答えよ。

(1)　２つの相似な立体において，相似比が 1 : 3 のとき，２つの立体の体積比は $\boxed{\;:\;}$ である。

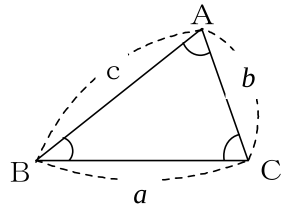
(2)　右図の△ＡＢＣにおいて辺ＢＣの長さは $\boxed{}$ である。また，△ＡＢＣの面積は $\boxed{}$ である。



(3)　右図の△ＡＢＣにおいて辺ＢＣの長さは $\boxed{}$ である。



参考



余弦定理　$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

正弦定理　$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$

番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	a^{12}	54	6	40	a^{81} (7.9), a^{32} (3.6), a^{6} (3.6)
(2)	5	$8x^3+1$	69	10	21	$12x^2-4x+1$ (3.0), $4x^2+2$ (1.8), $8x^2+1$ (1.8)
(3)	5	$(2x+1)(x-3)$	53	20	27	$(x-1)(2x-3)$ (5.5), $3, -\frac{1}{2}$ (1.8), $(x+1)(2x-5)$ (1.8)
(4)	5	$-2\sqrt{3}$	79	6	15	$2\sqrt{3}$ (3.0), $-3\sqrt{2}$ (1.2)
(5)	5	$\boxed{ア}$ 3 $\boxed{イ}$ $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$	46	8	46	$\boxed{ア}$ 0 (1.8), 5 (1.2) $\boxed{イ}$ $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$ (10.9), $\frac{\sqrt{10}}{7}$ (4.8)
(6)	5	$x \geqq 3$	47	24	29	3 (7.9), $x \leqq 3$ (6.0), 4 (2.4)
(7)	5	$\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$	35	36	29	−1, −2 (3.6), $\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ (2.4), −4 (1.8)
(8)	5	$x<1, 2<x$	14	37	49	$1<x<2$ (9.1), 2, 1 (5.4), $x>1$ (1.8)
[2](1)	5	$\boxed{ア}$ 2, $\boxed{イ}$ 3	36	16	48	$\boxed{ア}$ 4 (9.7), $4x$ (2.4), 7 (1.8) $\boxed{イ}$ 7 (38.2), 4 (3.0), 11 (2.4)
(2)	5	$y=x^2-6x+13$	17	37	46	$3x^2+4$ (4.2), $3x+4$ (3.0), 9 (3.0)
(3)	5	2	52	14	34	4 (12.1), なし (11.5), −1 (1.8)
	5	−2	60	13	27	−1 (11.0), 1 (7.3), 2 (3.0)
[3](1)	5	$\frac{5}{12}$	64	7	29	$\frac{12}{5}$ (11.0), 30° (4.8), $\frac{13}{12}$ (4.8)
(2)	5	$-\frac{1}{2}$	32	17	51	$\frac{1}{2}$ (11.5), $\frac{13}{12}$ (4.8), $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4.8), $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4.2)
(3)	5	30	42	12	46	45° (26.1), 60° (13.3), 120 (1.2)
(4)	5	$-\frac{4}{5}$	12	40	48	$\frac{4}{5}$ (15.2), $\frac{2}{5}$ (4.8), 108° (3.0)
[4](1)	5	1：27	31	10	59	1：9 (24.2), 1：3 (15.8), 3：9 (5.5)
(2)	5	$BC=\sqrt{7}$	36	23	41	7 (9.7), 3 (3.6), $\sqrt{5}$ (2.4), 4 (2.4)
		$\triangle ABC=\frac{3\sqrt{3}}{2}$	24	50	26	$\frac{3}{2}$ (3.0), 3 (1.8)
(3)	5	$\sqrt{3}$	34	38	28	2 (4.2), 1 (3.6), $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3.0), 3 (2.4)

(1) 分母の有理化の徹底を図りたい。

表 17

年度	設問番号	設問の概要	正答率% (上位群%/下位群%)	$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$ の誤答率%
H19	[1](5)	$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母の有理化	33(62/0)	16
H20	[1](5)ア イ	$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$ の計算 $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母の有理化	46(88/12)	11

６年連続で出題している分母の有理化に関する問題である。H20 では，設問の前半にルート計算を加えたところ，アのみの正答率は 90%を超えた。そして，イの正答率はH19 に比べて 13%上昇した。特に下位群は 0%から 12%へと上昇した。ただ，最頻誤答の出現率は 11%であった。

【指導上の留意点】

アを解くことにより，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を利用して，分母の有理化を行える生徒が下位群にも一定数存在することが分かった。H19，H20 に指摘をしたように，イのような分母の有理化では $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ が利用できることを実際に計算させながら生徒に印象づけたい。そして，このような指導を機会あるごとに丁寧に行い，生徒への徹底を図りたい。

一方で，アを正しく計算しながら，$(a+b)^2=a^2+b^2$ として分母の有理化を行った生徒が約 10%存在した。$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の理解の徹底を図ることも，必要な指導である。

(2) 三角比の値を求めるときは常に動径の位置を確認させたい。

表 18

設問の概要	正答率%/誤答率%				H20 の主な誤答(出現率%)
	H17	H18	H19	H20	
鋭角 θ の三角比の値	43/14	80/ 4	70/10	64/ 7	12/5(11.0),30°(4.8),13/12(4.8)
cos120° の値	42/15	50/10	35/19	32/17	1/2(11.5),12/13(7.2), $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4.8)
三角方程式（鋭角）	52/16	59/10	52/16	42/12	45°(26.1),60°(13.3)
三角比の相互関係	30/39	22/28	13/34	12/40	4/5(15.2),2/5(4.8)
余弦定理	36/19	45/17	35/21	30/23	7 (9.7), 3 (3.6)
正弦定理	35/25	37/29	30/32	34/38	2 (4.2), 1 (3.6)

中間報告では三角方程式の正答率が３年連続で下がったと指摘した。同様のことが三角比の他の問題でも起こっていた。

cos120° の値の問題についてみると，誤答のうち，正の数を答えた生徒が，53%存在した。これは，三角比の概念を鋭角から鈍角へと拡張させられていないことに起因する。12%出現した誤答「1/2」は，「鈍角の余弦の値は負になる」という鈍角の三角比の概念が形成されていない証拠である。「－」のつけ忘れという「うっかりミス」が含まれると推測できるが，概念形成がしっかりなされれば，「うっかりミス」は減るはずである。また，12/13 とした誤答は直角三角形の三辺の比が記憶できていないことに起因している。

【指導上の留意点】

鈍角へ角を拡張した後は，三角比の値を求める時，必ず座標軸をかいて動径を図示し，その図を基に求めるよう指導したい。２種類の直角三角形(30°：60°：90°，45°：45°：90°)の角の大きさと辺の比について確実にしておくことも重要である。

５　数学Ⅰ＋Ａの結果とその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］次の各問いに答えよ。

(1) $a=\sqrt{5}+\sqrt{2}$ のとき，$a+\dfrac{3}{a}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。

(2) $(x+y)^2-x-y$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(3) ２次方程式 $x(x+3)=5$ の解は $x=\boxed{\quad}$ である。

(4) ２次不等式 $x^2-3x<0$ を解くと $\boxed{\quad}$ である。

(5) ２次方程式 $x^2-5x+a=0$ が実数解をもつとき，実数 a の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(6) 放物線 $y=2x^2$ を x 軸方向に-2，y 軸方向に１だけ平行移動したグラフを表す２次関数は，$y=\boxed{\quad}$ である。

(7) ２つの不等式 $4x+3>x+2$，$3x-1\geqq x+7$ を同時に満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

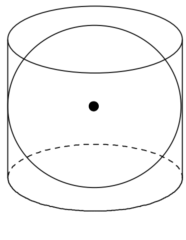
(8) $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ において，$\cos\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\tan\theta=\boxed{\quad}$ である。

(9) 命題「$x^2-2x=0$ ならば $x=2$」の真偽は $\boxed{ア}$ である。また偽のとき，反例は $x=\boxed{イ}$ である。ただし解答欄のアには真か偽を記入せよ。

(10) A，A，B，B，Bを１列に並べるとき，異なる並べ方は $\boxed{\quad}$ 通りである。

(11) １から 200 の自然数うち，3 でも７でも割り切れない数は $\boxed{\quad}$ 個である。

(12) 底面の直径と高さが等しい円柱にちょうど入る球がある。円柱と球の体積比をもっとも簡単な整数比で表すと $\boxed{\quad:\quad}$ である。



［２］ＯＡ＝6，ＯＣ＝14 である長方形ＯＡＢＣの辺　ＯＣ上にＯＤ＝2 となるように点Ｄをとる。いま，点Ｐがａを出発して辺ＯＡ上を毎秒１の速さでＯに向かうと同時に，点Ｑは Ｄを出発して辺ＯＣ上を毎秒２の速さでＣに向かう。x 秒後の△ＯＰＱの面積を y とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) $0\leqq x\leqq6$ のとき，ＯＰとＯＱを x の式で表すと，ＯＰ＝$\boxed{ア}$，ＯＱ＝$\boxed{イ}$ である。

(2) (1)のとき，△ＯＰＱの面積 y の最大値は $\boxed{\quad}$ である。

［３］△ＡＢＣにおいて，ＡＢ＝8，ＡＣ＝5，∠Ａ＝60°，∠Ａの二等分線と辺ＢＣの交点をＤとするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 辺ＢＣの長さは $\boxed{\quad}$ である。

(2) △ＡＢＣの外接円の半径は $\boxed{\quad}$ である。

(3) △ＡＢＤの面積は $\boxed{\quad}$ である。

［４］袋の中に赤球２個と白球３個が入っているとき，次の各問いに答えよ。

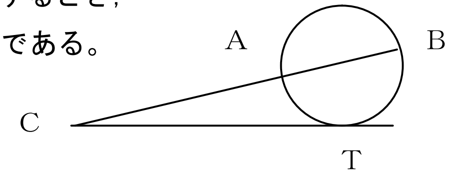
(1) この袋から３個の球を同時に取り出すとき，赤球２個，白球１個を取り出す確率は $\boxed{\quad}$ である。

(2) この袋から１個の球を取り出して色を調べ，また袋に戻す試行を３回繰り返す。このとき赤球２回，白球１回取り出す確率は $\boxed{\quad}$ である。

［５］右の図のように，直径がＡＢの円がある。線分ＡＢを 2：3 に外分する点をＣとする。

　ＡＢ＝2 のとき，Ｃから円に引いた接線と円の接点をＴとするとき，

ＣＴ＝$\boxed{\quad}$ である。



番号	配点	正　答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	$2\sqrt{5}$	58	86	29	4	0	12	38	$\dfrac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ (3.0), 3 (2.9), $2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$ (2.2)
(2)	5	$(x+y)(x+y-1)$	41	80	7	30	9	49	29	$x^2+2xy+y^2-x-y$ (8.0), $(x+y)^2-(x+y)$ (1.6)
(3)	5	$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{29}}{2}$	69	94	40	8	0	13	23	$x=0,-3$ (2.2), $x=5,2$ (1.4), $x=\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{2}$ (1.3), $x=5,-3$ (1.2)
(4)	5	$0<x<3$	61	94	25	10	0	22	29	$x<3$ (9.6), $x=0,3$ (2.4), $x<0, 3<x$ (2.3)
(5)	5	$a\leqq\dfrac{25}{4}$	41	81	4	23	1	55	36	$a<\dfrac{25}{4}$ (9.0), $a\geqq\dfrac{25}{4}$ (3.8), $a>\dfrac{25}{4}$ (2.3)
(6)	5	$y=2x^2+8x+9$	43	77	4	15	1	42	42	$y=2(x+2)+1$ (2.3), $y=2(x-2)^2+1$ (1.4), $y=2x^2+1$ (1.4), $y=x^2+1$ (1.2)
(7)	5	$x\geqq4$	55	88	17	13	0	34	32	$x>\dfrac{1}{3}$ (8.6), $-\dfrac{1}{3}<x\leqq4$, (7.7)
(8)	5	$2\sqrt{2}$	56	75	27	12	1	29	32	3 (2.4), $\sqrt{2}$ (2.3), $\sqrt{3}$ (1.7), $\pm2\sqrt{2}$ (1.7)
(9)	5	偽，$x=0$	65	93	35	3	0	6	32	真B（5.2），真－2（5.2），真レ（4.6）
(10)	5	10	44	74	14	7	2	14	49	120 (27.2), 12 (5.5), 25 (2.3), 20 (2.0)
(11)	5	115	40	61	20	8	2	15	52	85 (14.6), 9 (4.7), 191 (3.4), 106 (1.9)
(12)	5	3：2	29	49	14	14	4	21	57	2：1（11.0），4：3（9.8），3：1（9.2）
［2］(1)	5	$(6-x, 2x+2)$	40	69	11	17	0	40	43	$(x, 2x)$ (8.9), $(6-x, 12-2x)$ (3.6), $(6-x, 2x)$ (3.4), $(x, 2x+2)$ (3.2)
(2)	5	$\dfrac{49}{4}$	11	15	1	22	5	54	67	12（29.0），42（9.6），9（5.0），6（2.8）
［3］(1)	5	7	60	95	28	15	0	31	25	$\sqrt{39}$ (2.9), 6 (2.2), $\sqrt{69}$ (1.8)
(2)	5	$\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$	37	77	5	31	4	59	32	3 (2.5), 4 (2.5), $\sqrt{3}$ (2.5), 5 (1.8)
(3)	5	$\dfrac{80\sqrt{3}}{13}$	18	41	0	41	13	62	41	$10\sqrt{3}$ (11.4), $5\sqrt{3}$ (2.3), 10 (1.8)
［4］(1)	5	$\dfrac{3}{10}$	47	75	17	8	2	18	45	$\dfrac{3}{5}$ (5.8), $\dfrac{1}{3}$ (5.4), $\dfrac{2}{5}$ (4.4), $\dfrac{1}{10}$ (4.1)
(2)	5	$\dfrac{36}{125}$	14	31	0	24	5	45	62	$\dfrac{12}{125}$ (20.0), $\dfrac{3}{5}$ (1.9), $\dfrac{12}{25}$ (1.8)
［5］	5	$2\sqrt{6}$	24	44	4	19	5	37	57	$\sqrt{15}$ (18.2), 5 (5.4), 4 (5.0), $\sqrt{6}$ (4.2)

(1) ２次不等式の問題についてさらに定着を図りたい。

年度	問題	正答率（上位群／下位群）	主な誤答（標本全体に対する％）
H18	$x^2-25>0$	54%（88%　／17%）	$x>5$（15.4%）$x>\pm 5$（5.6%）
H19	$x^2-3x>0$	54%（89%　／８%）	$x>3$（10.9%）$x=3$（3.6%）
H20	$x^2-3x<0$	61%（94%　／25%）	$x<3$（9.6%）$x<0, 3<x$（2.3%）

［１］(4) で２次不等式を出題した。表のようにH18，H19 に比べて正答率が上がったのは不等号の向きによるものと思われるが，H19 に引き続き，両辺を x で割ってしまうという解答が 10%程度あった。

【指導上の留意点】

数字で割るときと同じように，安易に文字で割ってしまう生徒が多い。文字の場合，その値が０になる可能性があるので，安易に割ってはいけないということを強調しておきたい。このことは今後の方程式，不等式においても重要な事項であるため，継続して指導していく必要がある。

そして，２次不等式の指導においては因数分解や解の公式を用いて，x 軸との共有点を求めた後，グラフを利用して解くということを徹底させたい。特に下位層においては，視覚的に捉えやすいように１次不等式の段階からグラフを利用して解くことを強調していきたい。

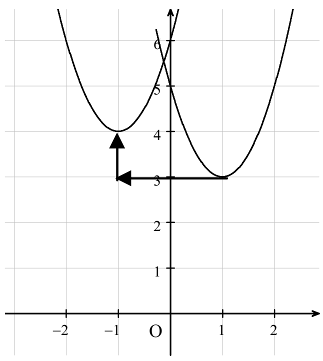
(2) ２次関数の平行移動の問題についての下位層の定着を図りたい。

	問題	正答率（上位群／下位群）	主な誤答（全体に対する％）
H19	放物線 $y=2(x-1)^2+3$ を x 軸方向に－2，y 軸方向に１だけ平行移動したグラフを表す２次関数を求めよ。	49%（78%／９%）	$y=2(x+1)+2$（6.2%） $y=2(x-3)^2+4$（4.2%） $y=2(x+1)^2+2$（1.2%）
H20	放物線 $y=2x^2$ を x 軸方向に－2，y 軸方向に１だけ平行移動したグラフを表す２次関数を求めよ。	43%（77%／４%）	$y=2(x+2)^2+1$（2.3%） $y=2(x-2)^2+1$（1.4%） $y=2x^2+1$（1.4%）

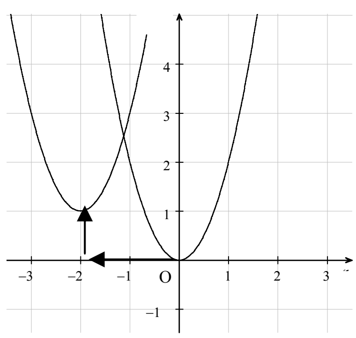
H19 では放物線の頂点が $(1, 3)$ であり，H20 は頂点が原点であるため，難易度としては下がっているにもかかわらず正答率は上がらなかった。この問題における誤答として多いのが，２乗の付け忘れや，$y=a(x+p)^2+q$ との覚え間違いであり，２次関数の標準形が曖昧になっていることが分かる。

【指導上の留意点】

２次関数の平行移動の問題については，標準形から頂点や軸を求めるといった基本的な作業を徹底させたい。そして，グラフの頂点を具体的に移動させ，平行移動後のグラフの頂点を標準形の式，$y=a(x-p)^2+q$ の p と q に代入するという流れを定着させたい。特に対称移動と平行移動が関係した問題では，頂点の移動の様子を図示するなど視覚的に捉えさせ代入するように指導したい。



H19



H20

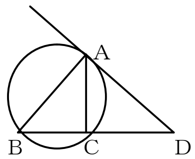
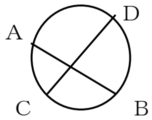
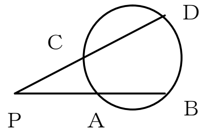
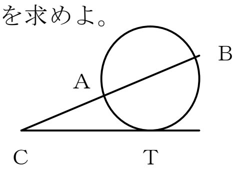
また上位の生徒には，

$$y=f(x) \xrightarrow{\quad\quad\quad\quad} y-q=f(x-p)$$

x 軸方向に p 平行移動
y 軸方向に q 平行移動

となることを説明するのも効果的である。

(3) 分点の考え方をしっかり理解させ，図示ができるよう指導したい。

年　度	H17	H18	H19	H20
問　題	ＢＣ＝5，ＣＤ＝3 のときＤＡの長さを求めよ。	ＰＡ＝3，ＰＣ＝2，ＰＤ＝8 のとき，ＰＢを求めよ。	ＰＡ＝3，ＡＢ＝2，ＰＣ＝2 のとき，ＣＤを求めよ。	直径ＡＢを 2 : 3 に外分する点をＣとし，ＡＢ＝2 のときＣＴの長さを求めよ。
主な誤答	4 （８％）	12（９％）	$\frac{4}{3}$ （10％）	$\sqrt{15}$ （18.2％）
正答率	31％	66％	40％	23.6％
無答率	36％	６％	15％	18.7％

方べきの定理に関する問題は近年連続して出題されている。H18，H19 は考えやすい図形であること，円周角の定理を用いて相似な三角形を容易に見つけられることから正答率が高い。H17 は高校の学習内容（接弦定理）を用いないと相似な三角形を容易に見つけられないため，方べきの定理を知らないと難しく，正答率は低かった。無答率も高かった。

今回は「$ＰＴ^2$＝ＰＡ・ＰＢ」の形であるがＡＢが直径であるため，三平方の定理を用いても解くことができる問題であった。しかし正答率はH17 よりも８％も低かった。これは外分の処理ができなかったためと思われる。誤答のＣＴ＝$\sqrt{15}$ は「ＡＢ：ＡＣ＝2 : 3」として考えた生徒で，全体の 18.2％もいた。

【指導上の留意点】

分点の考え方を理解させるために，次のような指導をしてみてはどうだろうか。

①「ＡＢを 2 : 1 に外分する」ために，ベクトルの始点・終点の考えを取り入れ「Ａから出発してＢにたどり着く」と考えさせる。そこからさらに「ＡＢを 2 : 1 に外分（内分)」と「ＢＡを 2 : 1 に外分（内分)」の比較をし，始点・終点の違いを理解させていく。

②始点・終点の違いを理解した上で「ＡＢを 2 : 1 に外分する」には，Ａから右に進むのか，左に進むのかという感覚を身につけさせたい。「ＡＢを 2 : 1 に外分する」にはＡから左に２進むと，１ではＢに戻れないと指導すると生徒は理解しやすいのではないだろうか。

以上のことをふまえて分点を図示する演習を行い，比に十分慣れさせることが必要であると考える。

(4)　「異なるものの順列」と「同じものを含む順列」の違いが理解できていない。

年度	問　題	主な誤答	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）
H18	ＡＩＣＨＩを一列に並べる	５！＝120（22%）	40%（74%／７%）	７%（２%／11%）
H19	ＡＡＢＣＤを一列に並べる	５！＝120（23%）	38%（69%／４%）	８%（１%／11%）
H20	ＡＡＢＢＢを一列に並べる	５！＝120（27.2%）	44.2%（74%／14%）	6.9%（2.4%／14.1%）

同じものを含む順列の計算は近年連続して出題されており，正答率は例年 40%前後である。H18 では,「ＡＩＣＨＩ」と「Ｉ」が離れて表記されたことにより，認識されにくく正答率が低かったという分析があった。そのため，H19 は「ＡＡＢＣＤ」と同じものがわかるような問題を出題したが，正答率および無答率には大きな差はなかった。さらに今回は「ＡＡＢＢＢ」と，昨年よりも一目で「同じものを含む順列」とわかる問題を出題した。下位群の正答率が 10%も増加したことから，隣同士に同じものを並べて表記されると認識はされやすいことがわかった。しかし，５！＝120 とする誤答は例年と変わらず 20%を超える結果であった。このことから,「異なるものの順列」と「同じものを含む順列」の違い自体を理解できない生徒が常に 20%程度いることが伺える。

【指導上の留意点】

以下に数学的活動を取り入れた授業展開を考えてみた。

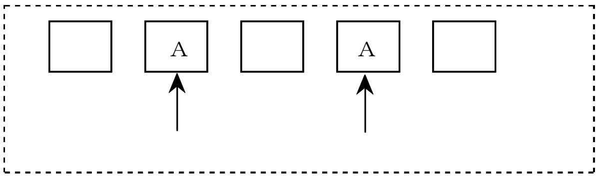
①「ＡＡＢＢＢを一列に並べると，ほんとに５！＝120 通りなのだろうか？」

実際に「ＡＡＢＢＢ」を書き並べると 10 通りになる。なぜこのような違いができるのだろう。もしも，２つのＡがA_1A_2であれば並べ方は２！＝２通り。同様に３つのＢが$B_1B_2B_3$であれば並べ方は３！＝６通りである。ＡＡＢＢＢの並べ方 10 通りを用いて，$A_1A_2B_1B_2B_3$の並べ方５！＝120 通りは次のように計算できる。

ＡＡＢＢＢ　ＢＡＡＢＢ　ＢＢＡＡＢ　ＢＢＢＡＡ
ＡＢＡＢＢ　ＢＡＢＡＢ　ＢＢＡＢＡ
ＡＢＢＡＢ　ＢＡＢＢＡ
ＡＢＢＢＡ　　　　以上より　10 通り

10 通り×２！×３！＝120 通り　　　よって　10 通り$=\dfrac{120}{2!\times 3!}$　と計算できる。

②「ＡＡＢＢＢ」を一列に並べるには，それぞれの文字を入れる場所を考える。５カ所からＡを入れる場所２カ所選ぶ選び方は${}_5C_2$通り。残りの３カ所からＢを入れる場所３カ所選ぶ選び方は${}_3C_3$通り。よって，



$${}_5C_2\times{}_3C_3=\frac{5\times4}{2\times1}=10\ \text{通り}$$

と計算できるのである。

「異なるものの順列」と「同じものを含む順列」の違いを明確に理解させるためには，解説で終わるのではなく，実際に数を数えさせるなど生徒に体験させ，印象を与えることが必要である。この違いの理解は，今後の「グループ分け」の考え方や確率の「反復試行」の考え方に役立つので，ぜひ定着させたい。

6　数学Ⅱの結果とその考察

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［1］次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{1+i}+\dfrac{1}{1-i}$ を計算すると $\boxed{}$ である。ただし，i は虚数単位とする。

(2) ３次方程式 $2x^3+5x^2+x-2=0$ の解は $x=\boxed{}$ である。

(3) ２次方程式 $3x^2-2x+1=0$ の２つの解を α，β とするとき，
$\alpha+\beta=\boxed{ア}$，$\alpha\beta=\boxed{イ}$
である。

(4) 点$(-1,2)$と直線 $4x+3y-5=0$ との距離は $\boxed{}$ である。

(5) $\sin\theta=\dfrac{2}{3}$，$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ のとき，$\cos 2\theta$ の値は $\boxed{}$ である。

(6) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，$\tan\theta+\sqrt{3}=0$ を満たす θ の値は $\boxed{}$ である。

(7) $r>0$，$-\pi\leqq\alpha<\pi$ として，
$\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると，$r=\boxed{ア}$，$\alpha=\boxed{イ}$ である。

(8) $\log_4 8$ の値は $\boxed{}$ である。

(9) 不等式 $3^{x+1}\leqq 9^x$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(10) 曲線 $y=x^3-2$ 上の点$(-1,\ -3)$における接線の傾きは $\boxed{}$ である。

(11) 関数$F(x)$は $F'(x)=-6x^2+5$，$F(0)=6$ を満たしている。このとき，$F(x)=\boxed{}$ である。

(12) 放物線 $y=-x^2+5$ と直線 $y=1$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{}$ である。

［2］円 $x^2+y^2-8x+12=0$ ･･･① 上を動く点Ｑ（s, t）と原点Ｏを結ぶ線分ＯＱの中点をＰとする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 円①の中心の座標は $\boxed{}$ である。

(2) 点Ｐの座標（x, y）を s, t で表すと，
$x=\boxed{ア}$，$y=\boxed{イ}$ である。

(3) 点Ｐの軌跡の方程式は $\boxed{}$ である。

［3］関数 $y=\log_2 x+\log_2(8-x)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) この関数の定義域は $\boxed{}$ である。

(2) y の最大値は $\boxed{}$ である。

［4］関数 $y=2x^3+3x^2-12x$ $(-3\leqq x\leqq 3)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) この関数の極大値は $\boxed{}$ である。

(2) $-3\leqq x\leqq 3$ のとき，y の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(3) x についての方程式 $2x^3+3x^2-12x=a$ が，$-3\leqq x\leqq 3$ の範囲に異なる３つの実数解をもつような実数 a の値の範囲は $\boxed{}$ である。

番号	配点	正　答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1] (1)	5	1	79	93 62	2	0 2	19	$\frac{1}{2}$ (5.0)，$\frac{2}{1-i^2}$ (2.8)，2 (2.4)
(2)	5	-2，-1，$\frac{1}{2}$	58	87 19	16	0 40	26	-1 (5.5)，-2 (2.4)，$-2, \frac{1}{2}, 1$ (2.4)
(3)	5	$\alpha+\beta=\frac{2}{3}, \alpha\beta=\frac{1}{3}$	64	91 31	6	1 5	30	$\alpha+\beta$ ： $-\frac{2}{3}$ (5.4)，$\frac{3}{2}$ (2.2)，$-\frac{1}{3}$ (1.8) $\alpha\beta$ ： $-\frac{1}{3}$ (6.6)，3 (3.6)，1 (3.0)
(4)	5	$\frac{3}{5}$	38	71 8	26	2 46	36	$\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (6.9)，3 (4.3)，-3 (2.4)，1 (2.2)
(5)	5	$\frac{1}{9}$	45	82 8	24	3 43	31	$\frac{4\sqrt{5}}{9}$ (4.6)，$-\frac{1}{9}$ (4.0)，$\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (3.8)，$\frac{5}{9}$ (2.4)
(6)	5	$\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$	42	74 7	19	0 39	39	$\frac{2}{3}\pi$ (3.3)，$120°, 330°$ (3.3)，$120°$ (3.1)
(7)	5	$r=2, \alpha=-\frac{\pi}{6}$	28	56 4	28	2 49	44	r ： $\sqrt{3}$ (8.4)，2 (5.3)，4 (1.0) α ： $\frac{\pi}{6}$ (7.4)，$\frac{2}{3}\pi$ (3.7)，$\frac{11}{6}\pi$ (3.5)
(8)	5	$\frac{3}{2}$	64	94 28	9	0 14	27	2 (8.5)，$\frac{1}{2}$ (3.2)，3 (2.8)，$3\log_4 2$ (1.4)
(9)	5	$1 \leqq x$	67	89 48	8	0 12	25	$\frac{1}{2} \leqq x$ (5.3)，$x \leqq 1$ (4.8)
(10)	5	3	47	67 13	24	2 49	29	1 (3.5)，$y=3x$ (3.2)，2 (2.1)，$3x^2$ (2.0)
(11)	5	$-2x^3+5x+6$	77	97 55	11	0 17	12	$-2x^2+5x$ (2.4)
(12)	5	$\frac{32}{3}$	39	67 9	22	4 48	39	$\frac{44}{3}$ (7.1)，8 (3.2)，16 (3.1)，2 (2.9)
[2] (1)	5	(4, 0)	69	96 31	11	0 27	20	(4,−6) (5.8)，(4, 1) (2.1)，(0, 0) (1.8)
(2)	5	$x=\frac{s}{2}, y=\frac{t}{2}$	53	84 15	29	2 60	18	$\left(\frac{s+4}{2}, \frac{t}{2}\right)$ (4.1)，
(3)		$(x-2)^2+y^2=1$	25	46 1	54	19 82	21	$(x-4)^2+y^2=1$ (2.2)，$(x-4)^2+y^2=2$ (1.4)
[3] (1)	5	$0<x<8$	43	79 10	27	4 51	30	$0 \leqq x \leqq 8$ (7.8)，$x<8$ (3.2)，3 (2.4)
(2)	5	4	33	46 6	34	12 64	33	3 (11.6)，16 (8.9)，8 (2.7)，2 (1.4)
[4] (1)	5	20	53	80 21	7	0 14	40	45 (25.0)，60 (1.1)，28 (0.9)
(2)	5	$-7 \leqq y \leqq 45$	52	76 23	9	0 20	39	$9 \leqq y \leqq 45$ (11.1)，$-7 \leqq y \leqq 20$ (3.4)
(3)		$9 \leqq a < 20$	15	23 4	34	5 62	51	$-7<a<20$ (17.3)，$9 \leqq a \leqq 20$ (5.3)， $9<a<20$ (4.7)，$-7 \leqq a \leqq 20$ (2.8)

（1）加法定理から公式を導き出せるよう指導したい。

年度	問　　題	正答率（%）（上位群/下位群）	無答率（%）（上位群/下位群）
H17	$\sin\theta=\frac{1}{3}$ のとき，$\cos 2\theta$ の値	34（72／4）	24（2／44）
H18	$\cos\theta=\frac{1}{3}$ のとき，$\cos 2\theta$ の値	38（69／6）	23（2／40）
H19		35（66／1）	20（4／31）
H20	$\sin\theta=\frac{2}{3},\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{3}$ のとき，$\cos 2\theta$ の値	45（82／8）	24（3／43）
	主な誤答　$\frac{4\sqrt{5}}{9}$（4.6%）　$\frac{1}{9}$（4.0%）　$\frac{2\sqrt{5}}{3}$（3.8%）		

例年は $\cos\theta$ または $\sin\theta$ どちらか一方のみ与えて $\cos 2\theta$ を求めさせていたが，今回は両方の値を与えて出題した。そのためか，例年より高い正答率であり，特に上位群の上昇率が目立つ。このことから，$\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$ は知っているが $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ を活用することができないといえる。また，依然として無答率は全体の１/４もおり，上位群と下位群の正答率の差が一番大きい問題であった。主な誤答としては，$\cos 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\frac{4\sqrt{5}}{9}$，$\cos 2\theta=\sin^2\theta-\cos^2\theta=\frac{1}{9}$，$\cos 2\theta=2\cos\theta=\frac{2\sqrt{5}}{3}$ として計算したと思われる解答であった。

【指導上の留意点】

三角関数に対しての理解が不十分なうえ，加法定理，２倍角の公式，半角の公式，合成，和から積に直す公式など次から次へと公式が出てくるため，混同して覚えられず，消化しきれていない生徒が多いと思われる。まずは三角関数の基本的な性質や加法定理をしっかり定着させ，そして，２倍角の公式や半角の公式などは単なる暗記としてではなく，加法定理から導き出せるよう丁寧に指導する必要がる。

$\cos 2\theta=\cos(\theta+\theta)=\cos\theta\cdot\cos\theta-\sin\theta\cdot\sin\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$　を導き出す。さらに，
$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ を活用し，$\cos^2\theta-\sin^2\theta=(1-\sin^2\theta)-\sin^2\theta=1-2\sin^2\theta$　を求める。

公式が曖昧な生徒がいたら，その都度，公式を導き出す過程を確認したい。

（2）放物線と直線 *y=b* とで囲まれる部分の面積を求める問題で正答率が下がる。

年度	問　　題	正答率（%）（上位群/下位群）	無答率（%）（上位群/下位群）
H14	放物線 $y=x^2-1$ と x 軸	49（78／21）	23（0／43）
H15	放物線 $y=-x^2+3x$ と x 軸	56（87／28）	22（1／44）
H16	放物線 $y=x^2-4$ と x 軸	49（81／17）	21（1／42）
H18	放物線 $y=-x^2+4$ と x 軸	52（71／25）	20（3／39）
H17	放物線 $y=x^2-3$ と直線 $y=1$	38（62／13）	21（7／29）
H19		36（67／ 8）	23（2／43）
H20	放物線 $y=-x^2+5$ と直線 $y=1$	39（67／ 9）	22（4／48）

直線 *y=ax+b* に比べ，軸に平行な直線 *x=a*，*y=b* のグラフをかけない生徒も少なくない。そのため，放物線と直線で囲まれる部分の面積を求める問題では，直線が x 軸のときに比べ，x 軸以外の直線にすると正答率が 10%ほど下がる傾向がある。誤答で最も多かった $\frac{44}{3}$（7.1%）は，交点の x 座標 2，−2 は求めることができたが，面積を $\int_{-2}^{2}(-x^2+5)dx$ として計算してしまったためと考えられる。

【指導上の留意点】

積分計算の前に，直線 $y=b$ など $y=ax+b$（$a\neq0$）以外のグラフも正確にかくことを定着させたい。また，定積分を用いて面積を求める問題では，グラフを必ず図示し，面積を求める図形の上側と下側の境界をしっかり確認させ，被積分関数は（上側の境界）－（下側の境界）であることを強調し，立式の段階でミスをしないよう指導したい。

(3) 指定された区間における関数の極値，値域の問題は苦手な生徒が多い。

年度	問　題	正答率（%）(上位群/下位群)	無答率（%）(上位群/下位群)
H19	関数 $y=2x^3+3x^2-12x$ の極大値	75（96／53）	10（0／17）
H20	(1) 関数 $y=2x^3+3x^2-12x$ $(-3\leqq x\leqq3)$ の極大値	53（80／21）	7（0／14）
	(2) $-3\leqq x\leqq3$ のとき，y の値の範囲	52（76／23）	9（0／20）
	主な誤答 (1)　45（25%）　(2)　$9\leqq y\leqq45$（11%）		

上位群・下位群の生徒ともに指定された区間における極値や値域を求める問題は正答率が下がる。(1)の誤答では，グラフの端点 $x=3$ のときの y の値 45 を解答した生徒が 25%を占めた。極値を最大値と勘違いして解答したか，あるいは単純に x の値が最大のとき y の値も最大であるとして解答したと考えられる。(2)についても端点の y の値を答えた誤答が多い。

年度	問　題		正答率（%）(上位群/下位群)	無答率（%）(上位群/下位群)
H17	方程式 $-2x^3-3x^2+12x=a$	が異なる３つの実数解を持つ	47（69／13）	29（4／56）
H19	方程式 $2x^3+3x^2-12x=a$		44（77／ 6）	33（4／66）
H15	方程式 $2x^3+3x^2-12x-5=a$	が異なる２つの正の解と１つの負の解を持つ	27（59／ 1）	39（8／73）
H16	方程式 $x^3-3x^2-9x-2=a$		25（52／ 3）	37（8／68）
H18	方程式 $2x^3+3x^2-12x=a$		27（54／ 2）	40（5／70）
H14	方程式 $2x^3+3x^2-12x+5=a$	が $-3\leqq x\leqq3$ の範囲に異なる３つの実数解を持つ	13（23／ 0）	40（3／71）
H20	(3) 方程式 $2x^3+3x^2-12x=a$		15（23／ 4）	34（5／62）
	正答　$9\leqq a<20$　主な誤答　$-7<a<20$（17%）　$9\leqq a\leqq20$（5%）　$9<a<20$（5%）　$-7\leqq a\leqq20$（3%）			

方程式への応用の問題では，実数解の種類に条件がつく場合や，区間が指定してある場合，上位群でも正答率が大幅に下がり，下位群では無答率が目立つ。(2)の値域を求める問題では半数の生徒が正答しているが，(3)の正答率は 15%と激減している。このことからグラフを利用して問題を解くことを苦手とする生徒や，次の問題を解く手掛かりとして前問を生かすことができない生徒が多いことが分かる。また，不等号に「＝」をつけるかどうかが生徒にとっては理解しにくいようである。

【指導上の留意点】

複数の関数や方程式を同時に扱う問題や，区間が指定してある関数や方程式の問題など，複雑な条件がからむ問題を解く場合，計算や増減表だけで済ませるのではなく，区間などもグラフに記入し，視覚的に捉えることで解法の糸口に繋げることが重要である。そのためにも１年生で学習する２次関数から定義域内でグラフをかかせることを徹底したい。