平　成　23　年　度
高等学校新入学生徒の学力に関する研究（数学）

本研究会では，愛知県高等学校数学研究会と共同で，参加を希望した県内の高等学校において，新入学生徒を対象にした学力調査及び在学生徒を対象にした学力検査を毎年実施し，結果の集計・分析・考察を行っている。

この研究は以下の内容で，本年度分についてまとめたものである。

(1) 調査の趣旨，調査の実施及び処理，調査結果の概要，分析結果の概要，調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

(2) テスト$\boxed{\text{A}}$，テスト$\boxed{\text{B}}$，テスト$\boxed{\text{T}}$の結果とその考察

(3) 平成22年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

＜検索用キーワード＞

数学　中学校　高等学校　学力調査　数学Ⅰ　数学Ⅱ　正答率　誤答分析

研　究　会　委　員

愛知県立瑞陵高等学校教論	鈴村　愛
愛知県立春日井高等学校教論	浅野弘義
愛知県立春日井南高等学校教論	野澤真理
愛知県立犬山南高等学校教論	堀田圭悟
愛知県立津島高等学校教論	山本　治
愛知県立阿久比高等学校教論	石原　優
愛知県立東浦高等学校教論	筒井正善
愛知県立碧南高等学校教論	松村貴之
愛知県立小坂井高等学校教論	向坂健二
愛知県立三谷水産高等学校教論	小峰慶紀
愛知県総合教育センター研究指導主事	齋藤育浩（主務者）

目　　次

１　調査の趣旨

愛知県総合教育センターでは愛知県高等学校数学研究会と共同で，昭和 30 年以来，高等学校入学者数学学力調査を実施してきた。調査結果を分析・考察し，指導上の留意点を明らかにして，中高連携の立場からそれぞれの数学教育に有用な資料を提供することが目的である。また，本調査を継続して実施することにより新入学生徒の学力傾向の推移をつかむことができ，指導の参考とすることができる。

２　調査の実施及び処理

(1) 調査問題の構成

調査問題をテスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$，テスト$\boxed{T}$の３種類に分け，各々について次の立場で問題を作成した。調査時間はいずれも 50 分である。

テスト$\boxed{A}$　中学校学習指導要領に示された内容を出題基準とし，高等学校で数学を学習するのに必要と思われる基礎的・基本的な事項により問題を構成した。

テスト$\boxed{B}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{A}$と同様であるが，より高度な思考力，洞察力を要する問題を中心に構成した。

テスト$\boxed{T}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{A}$と同様であるが，極めて基本的な事項により問題を構成した。

(2) 調査の対象

県内の高等学校及び特別支援学校の高等部に，今年度入学した生徒を対象に調査を実施した。実施校（課程別資料提供校）の数はテスト$\boxed{A}$が 24 校，テスト$\boxed{B}$が 119 校，テスト$\boxed{T}$が８校であった。

(3) 調査の実施時期及び資料の回収

学校ごとに３月下旬から４月中旬の間に調査を実施し，集計用紙（各標本の解答をそのまま一覧表に転記したものと全員の度数分布）を４月 19 日までに回収した。

(4) 標本の抽出

テスト$\boxed{A}$では 182 名（抽出率 6.5%），テスト$\boxed{B}$では 1,482 名（抽出率 5.1%），テスト$\boxed{T}$では 109 名（抽出率 20.3%）を抽出して，問題別の正答率・無答率を算出し，主な誤答について分析した（テスト全体の平均点及び標準偏差は全員を対象にして算出した）。

なお，後出のテスト$\boxed{A}$，$\boxed{B}$における「上位群」，「下位群」は，それぞれ得点が「平均点＋標準偏差」付近，「平均点－標準偏差」付近の各１割で形成される標本群である。

３　調査結果の概要

(1) 人数・平均点・標準偏差（過去との比較）　　表１

年度＼テスト	テスト$\boxed{A}$			テスト$\boxed{B}$			テスト$\boxed{T}$		
	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数
H21	48.7	26.3	3,765	58.7	24.8	28,476	45.6	25.1	530
H22	51.6	23.6	3,675	62.5	25.2	28,725	50.2	26.4	593
H23	**48.7**	**25.1**	**2,801**	**55.4**	**22.7**	**28,778**	**53.1**	**26.7**	**536**

(2) 頻数分布（%）　　表２

得　点	90～100	80～89	70～79	60～69	50～59	40～49	30～39	20～29	10～19	0～9
テスト$\boxed{A}$	6.4	7.7	9.1	11.3	13.5	12.6	13.4	11.5	9.9	4.6
テスト$\boxed{B}$	6.0	10.6	13.3	15.4	15.4	13.5	10.8	8.2	5.2	1.7
テスト$\boxed{T}$	11.6	10.6	8.4	11.8	11.6	12.3	10.1	10.3	10.1	3.4

(3) 学校(課程)別平均点分布(校)

表3

平均点	90以上	85～90	80～85	75～80	70～75	65～70	60～65	55～60	50～55	45～50	40～45	35～40	30～35	25～30	20～25	20未満	計
テスト$\boxed{A}$				2		2	2		1	4	7	1	4	1			24
テスト$\boxed{B}$		2	4	5	10	14	4	12	8	16	12	12	6	7	6	1	119
テスト$\boxed{T}$				1	1		1		1	3		1					8

4 分析結果の概要

中学校の新学習指導要領は平成20年に，高等学校の新学習指導要領は平成21年に告示された。そして，周知・徹底する期間を経て，中学校数学は平成21年度から，高等学校数学は，平成24年度から先行実施される。今回の改訂により，高校数学では科目構成の変更，指導内容の科目間移動，新たな指導内容の追加など変更点が多々あるので，先行実施を前に今一度確認しておく必要がある。また，高校で教えていた内容の一部が中学校に移行したり，中学校で新しく学習する内容もあるので，中学校での学習内容についても確認し，高校の授業に円滑に入れるようにする必要がある。特に今回は，高校の数学Ⅰから多くの内容が中学校に移行しているので，それを踏まえた上で指導することが重要である。

本年度高校に入学した１年生は，現行課程最後の入学生ということになるが，中学校では，移行期間の変わり目の学年にあたり，中学１年生では現行課程の内容を学習し，中学２，３年生では新課程の内容を学習してきている。したがって，本年度の１年生は，表４の３年生の欄で，高校から移行してきた内容を再び高校で学習することになる。

表４

	中学校における内容の移行について	移行元及び移行先
１年 １時間増	●数の集合と四則計算の可能性	高校「数学Ⅰ」から
	●大小関係を不等式を用いて表す	高校「数学Ⅰ」から
	◎簡単な比例式を解くこと	
	◎平行移動，対称移動及び回転移動	
	◎投影図	
	●球の表面積と体積	高校「数学Ⅰ」から
	○関数関係の意味	中学校第２学年から
	●資料の散らばりと代表値	高校「数学基礎」,「数学B」から
	◆図形の対称性（線対称，点対称）	小学校第６学年へ
	◆角柱や円柱の体積	小学校第６学年へ
２年	○円周角と中心角の関係	中学校第３学年へ
	◆起こり得る場合を順序よく整理すること	小学校第６学年へ
３年 １時間増	●有理数と無理数	高校「数学Ⅰ」から
	●二次方程式の解の公式	高校「数学Ⅰ」から
	●相似な図形の面積比と体積比	高校「数学Ⅰ」から
	○円周角と中心角の関係	中学校第２学年から（一部，高校「数学A」）
	●いろいろな事象と関数	高校「数学Ⅰ」から
	●標本調査	高校「数学基礎」,「数学C」から

●…高校から中学に移行，○…中学の学年間で移行
◎…中学で新規に指導，◆…中学から小学校へ移行

(1) 移行内容を踏まえた出題

そこで，図形分野では，昨年度から相似な図形の面積比・体積比に関する問題を出題し，相似比を利用して面積比と体積比を求める昨年度の生徒と，新しく「相似な図形の面積比と体積比の関係」を学習して解答する本年度の生徒との違いを分析した。その結果，テスト$\boxed{A}$で出題した基本的な面積比の問題については，正答率が大幅に上昇したが，テスト$\boxed{B}$の面積比・体積比の問題では正答率に違いは見られなかった。相似な図形の面積比と体積比の関係を活用せず，従来の方法で解答している生徒が多いと思われる。

(2) 知識・技能を活用する学習活動の必要性

「速さ・距離・時間」に関する問題に抵抗を感じている生徒が多くいる。そこで，昨年度，テスト$\boxed{A}$の関数分野で出題した，水の注水・排水に関する問題を，本年度は，数値などの条件はそのままで，状況を速さに関する問題に変更して出題し，正答率がどう変わるかを調べた。結果は，正答率が約10%下

がり，苦手意識があることが確認できた。また，「速さ・距離・時間」の関係を使って解く応用問題では，「速さ・距離・時間」の関係を，公式として機械的に覚えてはいるが活用できない生徒が多く，正答率が非常に低い結果であった。基礎的・基本的な内容を学習し，知識・技能を身に付けたあと，活用できるレベルまで高める学習活動が必要であることが分かる。

(3) 分数係数の因数分解

例年，テスト$\boxed{\text{B}}$では，多項式を共通因数でくくって，たすきがけにより因数分解する問題を出題している。本年度は分数係数の$\frac{1}{2}ax^2-\frac{3}{2}ax-9a$という問題を出題したところ，正答率が半減し，分数でくくるという式変形に慣れていないことが分かった。高校では，分数でくくるという式変形をよく行うので，時間をかけて丁寧に指導する必要がある。

5　調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

平成 22 年度高等学校入学者数学学力調査$\boxed{\text{A}}$, $\boxed{\text{B}}$について，Ｓ－Ｐ表処理等を基にして差異係数，信頼性係数，内容別平均正答率，正答率帯別問題数，注意係数，ＵＬ指数，問題間の相関等を考察したところ，次のような結果を得た。なお，データは，テスト$\boxed{\text{A}}$については参加 24 校から 182 名，テスト$\boxed{\text{B}}$については 119 校から 1,482 名を抽出して作成した。

［1］ 問題全体について

(1) 差異係数

表５

テスト　　年度	(1)差異係数 H21	H22	**H23**
テスト A	0.286	0.249	**0.302**
テスト B	0.253	0.280	**0.250**

差異係数とは，Ｓ，Ｐ両曲線のずれの程度を数量化したもので，生徒理解と一連の学習内容がうまくかみ合っているかを見るものである。差異係数は０から１の値をとり，0.5 より小さい値のとき生徒の理解と指導の密着性が高いとされている。簡単な確認テストのようなドリル演習型のテストではＳ曲線とＰ曲線の乖離(かいり)は小さく，差異係数は小さくなる。実力テストのような多面にわたる総合的な問題ではＳ曲線とＰ曲線は大きく乖離(かいり)して，差異係数は大きくなる。差異係数が 0.5 を超えたとき，指導内容に問題がなかったか，出題に問題がなかったか，学習者の理解やモチベーションはよかったかなどを検討する必要がある。今回のテストでは**表５**のように差異係数は小さいので，出題及び学習者の理解の間にとりわけ大きな問題はないと考えられる。

(2) 信頼性係数 (ｸｰﾀﾞｰ･ﾘﾁｬｰﾄﾞｿﾝの公式 20 による)

表６

テスト　　年度	(2)信頼性係数 H21	H22	**H23**
テスト A	0.896	0.870	**0.873**
テスト B	0.884	0.884	**0.856**

信頼性係数とは，作成されたテスト問題が内容的に妥当で信頼できるものなのかを算出するものである。ここで言う信頼性とは，同一条件下で再度試験を実施しても同じ結果が出ると思われる安定性のことで，０から１の値をとり，１に近いほど信頼性が高いとされている。今回のテストでは**表６**のように信頼性係数は高いので，信頼できる良好な問題であったことが分かる。

(3) 内容別平均正答率　( )内の数字は問題数

表７

テスト / 内容　年度	テストA H21	テストA H22	テストA **H23**	テストB H21	テストB H22	テストB **H23**
数と式の計算	61.0%(3)	68.3%(3)	**51.3%(3)**	82.9%(3)	83.3%(3)	**64.8%(3)**
方　程　式	52.9%(3)	69.1%(3)	**66.3%(3)**	71.8%(3)	76.8%(3)	**86.7%(3)**
関　　数	47.5%(6)	49.4%(6)	**36.9%(6)**	44.8%(6)	57.8%(6)	**48.4%(6)**
図　　形	27.4%(6)	29.1%(6)	**32.9%(6)**	53.2%(6)	52.9%(6)	**40.9%(6)**
確　　率	45.9%(1)	53.7%(1)	**48.9%(1)**	59.3%(1)	34.0%(1)	**75.2%(1)**
個数の処理・数列	70.6%(1)	27.9%(1)	**63.2%(1)**	56.3%(1)	51.7%(1)	**26.2%(1)**

(4) 正答率帯別問題数　　　　　　　　　　**表８**

正答率＼テスト・年度	テストA H21	テストA H22	テストA H23	テストB H21	テストB H22	テストB H23
0.851以上	0	1	**0**	2	2	**3**
0.667～0.850	3	4	**4**	6	8	**4**
0.333～0.666	13	9	**10**	8	8	**8**
0.150～0.332	3	3	**4**	4	2	**4**
0.149以下	1	3	**2**	0	0	**1**

(5) 全体の正答率との相関別問題数　　　　　**表９**

相関＼テスト・年度	テストA H21	テストA H22	テストA H23	テストB H21	テストB H22	テストB H23
0.70以上	1	0	**0**	0	1	**0**
0.60～0.69	11	6	**6**	8	7	**4**
0.50～0.59	2	8	**9**	6	7	**10**
0.40～0.49	5	2	**3**	4	3	**2**
0.30～0.39	1	4	**2**	2	1	**3**
0.29以下	0	0	**0**	1	0	**1**

［2］ 検討を要する問題群

表10の４つの指標について，基準を満たさない問題に注意マーク“×”を付けた。注意マークが１つ以上付いた問題を，正答率が基準を満たす“Ⅰ群”と，正答率が基準を満たさない“Ⅱ群”とに分け整理しところ以下のようになった。

平均正答率が非常に高い場合や非常に低い場合に，下記の指標②から④は注意マーク“×”が付きやすくなる。従って，今回のテストで，問題となるのはA１(1)，A１(7)ということになる。A１(1)については，31ページの正答率の結果から，下位群の生徒がよく正解したためと考えられる。A１(7)は，タイルの枚数を数え上げる問題で，規則性を発見できればどの学力層の生徒でも容易に解くことができる。したがって，他の問題とはやや異質なため，注意係数や相関係数のところで注意マークが付いたと考えられる。

（×印は該当項目について検討を要する数値であることを示す）　　　　**表 10**

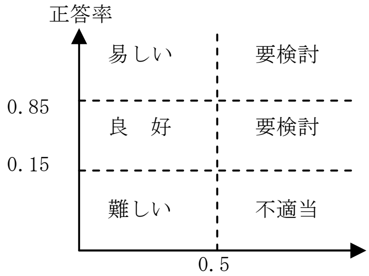
問題		項目／基準値	①正答率 ＞0.333	②注意係数 ＜0.500	③ＵＬ指数 ＞0.400	④相関 ＞0.400
Ⅰ	テストA	1 (1)	0.670	0.513 ×	0.387 ×	0.365 ×
		1 (7)	0.632	0.520 ×	0.468	0.371 ×
	テストB	1 (1)	0.864	0.589 ×	0.232 ×	0.270 ×
		1 (5)ア	0.957	0.237	0.133 ×	0.321 ×
		1 (5)イ	0.880	0.374	0.312 ×	0.392 ×
Ⅱ	テストA	1 (9)	0.220 ×	0.212	0.570	0.602
		2 (2)	0.170 ×	0.258	0.448	0.540
		3 (2)	0.269 ×	0.170	0.590	0.654
		4 (3)	0.110 ×	0.148	0.387 ×	0.556
		5 (1)	0.137 ×	0.155	0.448	0.586
		5 (2)	0.192 ×	0.206	0.570	0.590
	テストB	1 (6)	0.262 ×	0.414	0.447	0.431
		2 (2)	0.238 ×	0.199	0.617	0.577
		4 (3)	0.252 ×	0.217	0.615	0.571
		5 (1)	0.303 ×	0.244	0.665	0.579
		5 (2)	0.049 ×	0.136	0.170 ×	0.349 ×

(各項目の説明)

①正 答 率：各問題の正答率を示す。

②注意係数：ＳＰ表において，ある問題の正誤の状況と他の問題の正誤の状況を比較し，異質の程度を数値化したものである。0.5より小さい方が適切な問題であるとされている。**表11**に示すように平均正答率と併せて検討するとよい。

表 11



③ＵＬ指数：$\dfrac{\text{（上位27\%の正答者数）－（下位27\%の正答者数）}}{\text{（生徒27\%の人数）}}$

ＵＬ指数は上式で算出する。「上位群に正答者が多く，下位群に正答者が少ない」場合にＵＬ指数は高くなるが，上位群に正答者が少なく下位群に正答者が多いという逆転現象の場合，ＵＬ指数は低くなる。ＵＬ指数が 0.4 より大きい方が適切な問題であるとされている。

④相　　関：生徒の得点合計とその問題の正解との相関を示す。基準値を 0.4 として大きい方が適切な問題であるとされている。

６　テスト$\boxed{\text{A}}$の問題，結果及びその考察

［１］次の問いに答えなさい。

(1)　$(-6)^2\div(-3^2)\times 2$ を計算しなさい。

(2)　$(\sqrt{2}-3)^2$ を計算しなさい。

(3)　$2x^2-2$ を因数分解しなさい。

(4)　二次方程式　$x^2+5x+6=0$　を解きなさい。

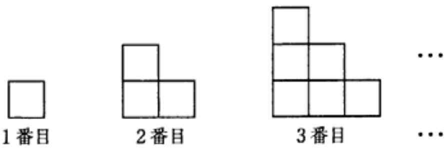
(5)　１本 80 円のボールペンと１本 30 円の鉛筆をあわせて 15 本買い，650 円支払った。次の問いに答えなさい。

(ｱ)　ボールペンと鉛筆の買った本数を，それぞれ x 本，y 本として，x と y の連立方程式をつくりなさい。

(ｲ)　ボールペンと鉛筆の本数をそれぞれ求めなさい。

(6)　大小２つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が３の倍数になる確率を求めなさい。

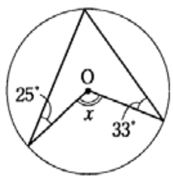
(7)　大きさが同じ正方形のタイルを図のように増やしていく。10 番目にできる図形のタイルの個数を求めなさい。



(8)　y が x に反比例し，そのグラフが点(2,6)を通る。$x=4$ のとき，y の値を求めなさい。

(9)　関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 1$ であるとき，y の変域は $a\leqq y\leqq b$ になる。a，b の値を求めなさい。

(10) 図において $\angle x$ の大きさを求めなさい。
ただし，Oは円の中心とする。

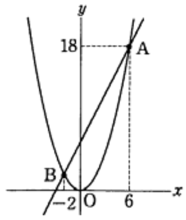


［２］A市とB市の間を歩いて往復する。次の問いに答えなさい。

(1)　行きは毎時５㎞の速さで，A市を出発してから，ちょうど 12 時間でB市に着いた。歩いた距離を求めなさい。

(2)　帰りは毎時６㎞の速さで，B市からA市まで同じ道を通って戻る。B市を出発してから x 時間後のA市までの残りの距離を y ㎞とする。y を x の式で表しなさい。ただし，$0\leqq x\leqq 10$ とする。

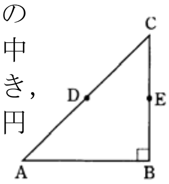
［３］放物線 $y=ax^2$ 上に点A(6, 18)と x 座標が -2 である点Bがある。
次の問いに答えなさい。



(1)　a の値を求めなさい。

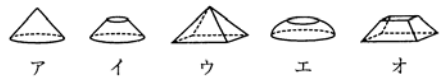
(2)　２点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

［４］図のように，AB＝BC＝６㎝の直角二等辺三角形がある。ACの中点をD，BCの中点をEとしたとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。



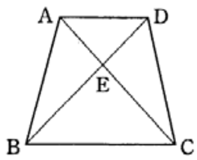
(1)　ADの長さを求めなさい。

(2)　四角形ABEDを辺BEを軸として，１回転してできる立体を下の図から選び，かな符号で答えなさい。



(3)　(2)でできた立体の体積を求めなさい。

［５］図のように，AD//BCの台形ABCDがあり，ACとBDの交点をEとする。AD＝６㎝，BC＝10 ㎝，BD＝12 ㎝とき，次の問いに答えなさい。



（１）DEの長さを求めなさい。

（２）△AEDの面積が９㎝^{2}のとき，△BCEの面積を求めなさい。

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	-8	67	79	53	1	0	0	33	8（13.7），-2（6.0），-4（2.7），2（2.7）
(2)	5	$11-6\sqrt{2}$	51	84	32	4	0	5	45	11（5.5），$2-6\sqrt{2}+9$（4.4），$-6\sqrt{2}+7$（3.8），$-6\sqrt{2}-7$（3.8）
(3)	5	$2(x+1)(x-1)$	36	63	11	17	5	32	47	$2(x^2-1)$（23.1），$2(x+1)(x-2)$（1.6）
(4)	5	$x=-2$，-3	63	95	42	9	0	11	28	$-1, -5$（4.4），$1, -6$（4.4）$-1, -6$（2.2），$2, 3$（2.2）
(5)ア	5	$\begin{cases}x+y=15\\80x+30y=650\end{cases}$	68	100	21	15	0	42	17	$\begin{cases}x+y=650\\80x+30y=15\end{cases}$（2.2），$\begin{cases}x+y=15\\80x+50y=650\end{cases}$（1.6），$\begin{cases}x+y=15\\80+30=650\end{cases}$（1.1），$\begin{cases}x+80=650\\y+30=650\end{cases}$（1.1）
イ	5	ボールペン 4 本 鉛筆 11 本	68	100	42	13	0	42	19	(2, 13)（2.7），(5, 10)（2.2），(10, 5)（1.6），(11, 4)（1.1）
(6)	5	$\frac{1}{3}$	49	63	11	7	0	0	44	$\frac{5}{9}$（8.2），$\frac{11}{36}$（3.8），$\frac{1}{12}$（2.7），$\frac{13}{36}$（2.2）
(7)	5	55 個	63	74	11	3	0	5	34	27（7.1），56（3.8），54（2.2），30（2.2）
(8)	5	$y=3$	34	74	21	23	5	21	44	12（7.1），2（5.5），$\frac{3}{4}$（3.8），8（2.7）
(9)	5	$a=0$，$b=18$	22	42	5	21	5	37	57	$a=2, b=18$（17.6），$a=18, b=2$（3.8），$a=-18, b=2$（3.3），$a=0, b=2$（2.2）
(10)	5	$\angle x=116^\circ$	52	74	32	5	0	0	43	58°（7.1），122°（7.1），110°（3.3），120°（2.2）
［2］(1)	5	60 km	76	100	53	11	0	21	13	70（2.2），2.4（1.1），24（1.1），120（1.1）
(2)	5	$y=-6x+60$	17	32	0	46	26	68	37	$y=6x$（16.5），$y=60$（1.6），$y=6x+10$（1.1），$y=6x-60$（1.1）
［3］(1)	5	$a=\frac{1}{2}$	46	84	16	18	5	21	36	2（10.4），3（4.4），6（2.7），4（1.6）
(2)	5	$y=2x+6$	27	42	0	39	11	74	35	$y=2x$（1.1），$y=-2x+2$（1.1），$y=3x$（1.1），$y=2x^2$（1.1）
［4］(1)	5	$3\sqrt{2}$ cm	37	95	5	15	0	21	48	3（11.0），$6\sqrt{2}$（6.0），6（5.5），4（5.5）
(2)	5	イ	64	95	42	1	0	0	36	ア（18.1），オ（8.2），ウ（6.6）
(3)	5	63π cm^3	11	26	0	35	11	58	54	18（4.9），36（3.8），72π（2.7），54π（2.2）
［5］(1)	5	$\frac{9}{2}$ cm	14	26	0	15	5	16	72	4（26.4），5（8.8），3（8.2），6（5.5）
(2)	5	25 cm^2	19	58	5	24	5	42	57	18（19.8），15（15.4），30（2.7），27（2.7）

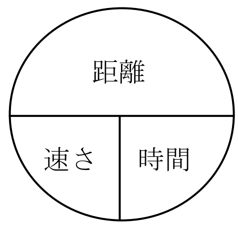
(1)　「速さ・時間・距離」の関係の意味を考えさせたい。

問題［２］	H22	H23
(1)	水の入っていない水そうに，毎分５ℓの割合で 12 分間水を入れた。 水そうに入った水の量を求めなさい	Ａ市とＢ市の間を歩いて往復する。 行きは毎時５㎞の速さで，Ａ市を出発してから，ちょうど 12 時間でＢ市に着いた。歩いた距離を求めなさい。
正答率(上位/下位)	87.3%（100%／ 69.6%）	75.8%（100%／ 52.6%）
無答率(上位/下位)	7.4%（ ０%／ 26.1%）	11.0%（ ０%／ 21.0%）
(2)	この水そうから毎分６ ℓ の割合で水を出す。水を出しはじめてから x 分後の水そうに残っている水の量を y ℓ とする。 y を x の式で表しなさい。 ただし，$0 \leqq x \leqq 10$ とする。	帰りは毎時６㎞の速さで，Ｂ市からＡ市まで同じ道を通って戻る。Ｂ市を出発してから x 時間後のＡ市までの残りの距離を y ㎞とする。y を x の式で表しなさい。 ただし，$0 \leqq x \leqq 10$ とする。
正答率(上位/下位)	27.5%（ 47.8%／ 4.3%）	17.0%（ 31.5%／ ０% ）
無答率(上位/下位)	37.1%（ 4.3%／ 73.9%）	45.6%（ 26.3%／ 68.4%）

“単位”に対する抵抗感を調べるために，H22 とH23 の問題は，数値は同じで単位の異なる問題を出題した。H22 は水に関する問題を，H23 は速さに関する問題を出題してみたところ，H23 の正答率はH22 よりも(1)，(2)ともに約 11%減少し，特に(2)においては無答率が 8.5%増加するという結果となった。速さに関する問題に苦手意識をもっていることが分かる。

また，H23(1)のように，速さに関する基本的な問題に関しては，正答率が 75.8%あることから，水の問題より正答率は下がるものの「速さ・時間･距離」の関係を表す公式を利用することはできることが分かった。しかし，H23(2)のように公式を活用して考える問題では，公式の使い方が分からず諦めてしまった生徒が多く，上位群でさえ無答率が 22%上昇した。

【速さ・時間・距離の公式】



H22 の水の問題とH23 の速さの問題では,単位が違うだけで考え方は同じである。大きな違いは，H22 の水の問題には一般的な公式がなく，文章を読み，内容を理解して計算するのに対し，H23 の速さの問題には小学校のときに学習した「速さ・時間・距離」の関係を表す公式が存在し，その公式に数値を代入し計算するところである。

今回の結果から，H23 の速さの問題では，公式に数値を機械的に代入することはできるが，問題文の内容を理解して公式を活用できなかったことが，正答率の減少，無答率の増加につながったと考えられる。

【今後の指導に向けて】

「速さ・時間・距離」の関係を公式として機械的に暗記するのではなく，公式の意味を考えながら活用できるように指導していきたい。例えば，右のような具体例を取り上げ，公式の意味を理解させながら公式の定着を図ってはどうであろうか。

また速さの単位（㎞／時）などから関係式の意味を把握させるのもよい。

苦手意識の強い「速さ・時間・距離」に関する問題は，公式の利用だけにとどまらず，関係式の意味を理解させながら繰り返し学習させたい。

具体例　　「時速 60 ㎞で走行した」

１時間で進む距離・・・ 60 ㎞

２時間で進む距離・・・120 ㎞

これは,

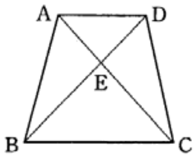
60（速さ）×２（時間）＝120（距離）

である。よって,

（速さ） × （時間） ＝ （距離）

という関係式が導かれる。

(2) 相似な図形の面積比は定着している。

問題［５］	図のようにＡＤ//ＢＣの台形ＡＢＣＤがあり，ＡＣとＢＤの交点をＥとする。ＡＤ＝６㎝，ＢＣ＝10㎝，ＢＤ＝12㎝のとき， (1)　ＤＥの長さを求めなさい。 (2)　△ＡＥＤの面積が９㎝^{2}のとき，△ＢＣＥの面積を求なさい。 	
	H22	H23
正答率 （上位群／下位群）	(1)　20.1%（ 26.1%／ 4.3%） (2)　11.8%（ 21.7%／ ０％ ）	(1)　13.7%（ 26.3%／ ０％ ） (2)　19.2%（ 57.8%／ 5.2%）
無答率 （上位群／下位群）	(1)　15.3%（ 8.7%／ 26.1%） (2)　20.5%（ 13.0%／ 26.1%）	(1)　14.8%（ 5.2%／ 15.8%） (2)　24.2%（ 5.2%／ 42.1%）
誤答例	(1)　４（20.1%），５（14.0%） (2)　15（30.6%），18（13.5%）	(1)　４（26.4%），５（8.8%） (2)　18（19.8%），15（15.4%）

学習指導要領の移行期の変わり目に当たる本年度の新入生は，「相似な図形の面積比と体積比の関係」を中学校で学習している。そこで，H22から相似な図形の面積比に関する問題を出題し，相似比を利用して面積比と体積比を求める昨年度の生徒と，新しく「相似な図形の面積比と体積比の関係」を学習して解答する本年度の生徒との違いを分析した。

H23の正答率は(1)では6.4%減少したにもかかわらず，(2)では7.4%増加をした。特に上位群の正答率は21.7%から57.8%へ倍増していることから，相似な図形の面積比に関する問題に「相似な図形の面積比と体積比の関係」を活用することは上位群を中心に定着できていると考えられる。しかし，(2)は無答率も増加しており，特に，下位群の無答率は26.1%から42.1%へ大きく増加しており，下位群には定着できていないことが分かる。上位群と下位群で定着に差があることが分かる。

また，(1)の誤答において４と解答する生徒が全体の26%近くもあったが，その原因が特定できなかったため，一部の学校に協力をいただき生徒に問題を解かせ再度誤答の分析をした。誤答が導かれた過程は，以下の３つのパターンであった。

①　ＡＤ：ＢＣ＝３：５より，
ＤＥ：ＥＢ＝３：５
つまり，
ＤＥ：ＢＤ＝３：８
よって，
８×ＤＥ＝36
ＤＥ＝４㎝
計算ミス

②　ＡＤ：ＢＣ＝３：５より，
ＤＥは全体の$\frac{1}{3}$
よって，
ＤＥ＝12÷３＝４㎝

③　ＡＤ＝６㎝より，見た目から
ＤＥ＝４㎝

最も多かった解法は，③の「見た目から」であった。

【今後の指導に向けて】

相似比を利用して面積比を求めることにおいては，上位群と下位群で定着に差がある。そのため，相似な図形の問題を取り扱う際には，再度公式の確認をし，定着を図った上で新しい学習内容を指導していくよう心掛けていきたい。

また，誤答分析から分かるように，下位群の生徒の一部に，図形から推測で解答を求めようとする傾向があるので，既習内容を基に数学的根拠に基づいて，考えるよう粘り強く指導していきたい。

7　テスト$\boxed{\text{B}}$の問題，結果及びその考察

［１］次の問いに答えなさい。

(1)　$(-6)^2\div(-3^2)\times 2$ を計算しなさい。

(2)　$\dfrac{6}{\sqrt{3}}-(1-\sqrt{3})^2$　を簡単にしなさい。

(3)　$\dfrac{1}{2}ax^2-\dfrac{3}{2}ax-9a$ を因数分解しなさい。

(4)　二次方程式　$2x^2+5x+1=0$　を解きなさい。

(5)　ある洋菓子店で，１個 150 円，200 円，300 円のケーキを，合わせて 16 個買ったところ，代金は 3000 円であった。次の問いに答えなさい。

(ｱ)　150 円，200 円，300 円のケーキを買った個数をそれぞれ x 個，y 個，z 個として連立方程式を作りなさい。

(ｲ)　300 円のケーキを買った個数が２個のとき，150 円のケーキと 200 円のケーキを買った個数をそれぞれ求めなさい。

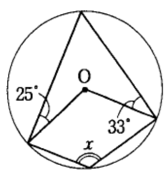
(6)　10 円硬貨５枚，50 円硬貨３枚，100 円硬貨１枚で，おつりが出ないように支払うことができる金額は何通りあるか求めなさい。

(7)　さいころを２回投げて，１回目に出た目の数を x 座標，２回目に出た目の数を y 座標とする点を座標平面上にとる。この点が $y=\dfrac{1}{3}x$　のグラフ上にある確率を求めなさい。

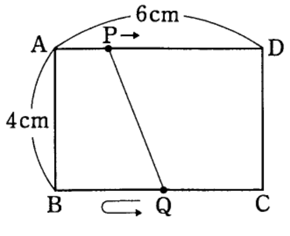
(8)　関数　$y=3x^2$ と $y=ax-5$　は，x の値が -3 から１まで増加するときの変化の割合が等しい。a の値を求めなさい。

(9)　関数　$y=\dfrac{a}{x}$　について，　x の変域が　$3\leqq x\leqq 9$　のとき，y　の変域は　$2\leqq y\leqq b$　である。a，b の値を求めなさい。

(10)　図において，$\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし，Oは円の中心とする。



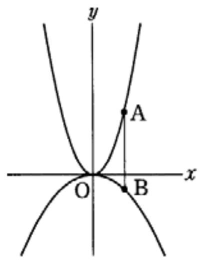
［２］図のように，ＡＢ＝4cm，ＡＤ＝6cm の長方形ＡＢＣＤがある。点Ｐは，点Ａを出発し辺ＡＤ上を毎秒 1cm の速さで点Ｄまで動く。点Ｑは，点Ｃを出発し辺ＢＣ上を毎秒 2cm の速さで点Ｂまで動き，折り返して点Ｃに戻ってくる。点Ｐ，Ｑが同時に出発してから x 秒後の四角形ＡＢＱＰの面積を $y$cm^2 とする。ただし，$x=0, 3$ のときは三角形の面積を　y cm^2 とする。次の問いに答えなさい。



(1)　$x=4$ のとき，y　の値を求めなさい。

(2)　$3\leqq x\leqq 6$ のとき，y を x の式で表しなさい。

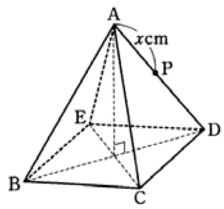
［３］図のように，関数　$y=x^2$ のグラフ上に点Ａ，関数　$y=ax^2$ $(a<0)$ のグラフ上に点Ｂがあり，線分ＡＢは y 軸に平行である。点Ａの　x 座標が 2，線分ＡＢの長さが５のとき，次の問いに答えなさい。



(1)　a　の値を求めなさい。

(2)　点Ｂを通り，△ＯＡＢの面積を２等分する直線の式を求めなさい。

［４］図は，底面が　１辺 6cm の正方形で，ＡＢ＝9cm　の正四角錐である。点Ｐは辺ＡＤ上の点で，ＡＰ＝x cm とする。次の問いに答えなさい。

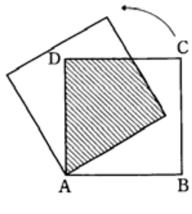


(1)　この正四角錐の高さを求めなさい。

(2)　点Ｐを通り，底面と平行な平面でこの立体を切ったとき，切り口の面積が　25cm^2 であった。x の値を求めなさい。

(3)　$x=3$　のとき，(2) と同様に底面と平行な平面でこの立体を切った。このときにできる２つの立体のうち，大きい方の立体の体積を求めなさい。

［５］１辺の長さが 3cm の正方形ＡＢＣＤを，頂点Ａを中心として，矢印の向きに次の角度だけ回転させたとき，斜線の部分の面積を求めなさい。



(1)　30°

(2)　45°

番号	配点	正答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	-8	86	93	81	0	0	0	14	8（5.7），-2（5.7），2（0.5），-4（0.3）
(2)	5	$4\sqrt{3}-4$	69	91	43	1	0	1	30	2（6.6），-4（5.7），4（2.6），$4\sqrt{3}+2$（1.6）
(3)	5	$\frac{1}{2}a(x-6)(x+3)$	39	66	15	10	3	17	51	$a(x-6)(x+3)$(18.5)，$a\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-9\right)$(10.2)，$2a(x-6)(x+3)$（3.3），$(x-6)(x+3)$（1.3）
(4)	5	$x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$	77	95	48	9	0	21	14	$\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$(1.3)，$\frac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$(0.7)，$\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$(0.7)，
(5)ア	5	$\begin{cases}x+y+z=16\\150x+200y+300z=3000\end{cases}$	96	99	95	2	0	1	3	$\begin{cases}x+y+z=16\\150x+200y+300z=300\end{cases}$（0.4），$\begin{cases}x+y+z=3000\\150x+200y+300z=16\end{cases}$（0.3），$\begin{cases}150x+200y+300z=16\\150x+200y+300z=3000\end{cases}$（0.3），
イ	5	150円のケーキ8個 200円のケーキ6個	88	99	86	3	0	3	9	（4，9）（1.2），（4，10）（0.9），（2，12）（0.9），（6，8）（0.6）
(6)	5	30 通り	26	42	6	11	5	17	63	15（5.2），3（3.9），9（3.9），8（3.6）
(7)	5	$\frac{1}{18}$	75	97	44	7	0	15	18	$\frac{1}{9}$(4.3)，$\frac{1}{12}$(2.6)，$\frac{1}{6}$(2.3)，$\frac{1}{36}$(1.5)
(8)	5	$a=-6$	60	85	23	7	2	15	33	6（5.3），$-3/2$（2.4），3（2.3），8（1.5）
(9)	5	$a=18$，$b=6$	53	83	14	8	0	16	39	$a=6, b=2/3$(27.2)，$a=6, b=3$（0.7），$a=6, b=1/3$（0.7），$a=6, b=4$（0.6）
(10)	5	$\angle x = 122^\circ$	64	91	41	4	0	7	32	116°（11.9），58°（2.0），119°（1.0），128°（0.9）
［2］(1)	5	$y=12$	63	85	32	6	0	10	31	16（16.5），8（4.0），2.4(2.2)，6(1.1)
(2)	5	$y=6x-12$	24	46	1	24	5	48	52	$y=2x$（7.6），$y=6x$（6.6），$y=4x$（3.8），$y=-2x+24$（3.6）
［3］(1)	5	$a=-\frac{1}{4}$	56	79	27	4	0	8	40	$\frac{1}{4}$(21.1)，1(2.6)，$\frac{1}{2}$(2.4)，$-\frac{1}{2}$(2.2)
(2)	5	$y=-3x+5$	36	64	3	25	7	51	39	$y=-x+3$（6.4），$y=-2x+3$（2.3），$y=-2x+4$（0.8），$-x+3$（0.6）
［4］(1)	5	$3\sqrt{7}$ cm	75	98	34	3	0	7	22	$3\sqrt{5}$(3.3)，$6\sqrt{2}$(3.2)，$3\sqrt{6}$(1.3)，$3\sqrt{11}$(0.9)
(2)	5	$x=\frac{15}{2}$	46	75	7	18	4	37	36	4(5.1)，$\frac{25}{4}$(3.6)，5(3.4)，$\frac{45}{11}$(3.2)
(3)	5	$\frac{104\sqrt{7}}{3}$ cm^3	25	50	0	30	5	62	45	$32\sqrt{7}$（3.5），$24\sqrt{7}$（1.7），$34\sqrt{7}$（0.9），$33\sqrt{7}$（0.8）
［5］(1)	5	$3\sqrt{3}$ cm^2	30	55	3	26	12	49	44	6（10.6），4.5（4.9），3（3.2），$\frac{3}{2}\sqrt{3}$（1.3）
(2)	5	$9\sqrt{2}-9$ cm^2	5	7	0	39	25	54	56	4.5（16.1），3（2.6），9（2.4），4（2.3）

(1) 分数の処理を定着させたい。

年度	問　題	正答率	主な誤答例
H21	$ax^2-6ax-40a$ を因数分解しなさい。	90.2%	$a(x^2-6x-40)$　(1.4%) $(x+4)(x-10)$　(1.1%)
H22	$2x^3-4x^2-6x$ を因数分解しなさい。	88.7%	$2x(x^2-2x-3)$　(1.6%) $(x-3)(x+1)$　(1.3%)
H23	$\frac{1}{2}ax^2-\frac{3}{2}ax-9a$ を因数分解しなさい。	39.1%	$a(x+3)(x-6)$　(18.5%) $a(\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-9)$　(10.2%)

毎年［１］(3) において因数分解を出題しており，過去数年分の問題と正答率，主な誤答例は上記のとおりである。過去は文字や整数をくくりだし，因数分解する形式を出題しており，約 80%から 90%という高い正答率が続いていた。しかし，H23 は $\frac{1}{2}a$ をくくり出し，因数分解する形式を出題したところ，正答率は 39.1%と激減した。誤答例をみると，$a(x+3)(x-6)$ が 18.5%と最も多かった。方程式を解くように，全体に２をかけて，分数を整数にし，因数分解をしていることが分かる。また a をくくり出すのみの誤答も 10.2%と多く，例年の１%台と比較しても分かるように，因数分解における分数の処理が苦手であることが考えられる。

【今後の指導に向けて】

分数の処理に慣れていない生徒が多いので，方程式や不等式のように，両辺に同じ数や文字をかけたり割ったりすることができる場合と，式の計算や因数分解のように，数や文字を勝手にかけたり割ったりすることができない場合をしっかりと区別できるように指導する必要がある。その際，“勝手に都合のいい”とか“両辺に平等に”などの言葉を補足して説明することにより，生徒の理解を深めることが重要である。この分数の処理については，２次関数における平方完成においても，x^2 の係数が分数のとき同様な誤答が出ると思われるので，ここで丁寧に指導しておきたい。

○式変形のときに**勝手に都合のいい数字を**かけたり割ったりすることはできない。

$\frac{1}{2}ax^2-\frac{3}{2}ax-9a=ax^2-3ax-18a$

○**両辺に平等に数字を**かけたり割ったりすることはできる。

$2x^2-4x=6$ の両辺を平等に２で割ると $x^2-2x=3$

(2) ２次方程式の解の公式は定着に差がある。

学習指導要領の改訂により，H23 入学生は中学校で２次方程式の解の公式を学んでいる。２次方程式の解の公式が定着しているか確認するため，［１］(4) において，解の公式を利用する比較的単純な２次方程式を出題したところ，正答率が 76.5%となった。多くの生徒が解の公式を使いこなせていることが分かる。しかし，上位群では 94.6%の高い正答率に対し，下位群では 47.6%の正答率となり，大きな差があることが分かる。また無答率も上位群は 0%に対し，下位群は 20.8%と高くなっている。

問題	二次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解きなさい。
正答率 （上位群／下位群）	76.5% (94.6%／ 47.6%)
無答率 （上位群／下位群）	9.2% (0%／ 20.8%)

【今後の指導に向けて】

上位群と下位群に定着度の差があることから，生徒の状況に応じて指導を工夫する必要がある。

比較的上位層の生徒を指導する場合は， $ax^2+2bx+c=0$ の解の公式を導き，定着を図りたい。

例　次の２次方程式を解きなさい。

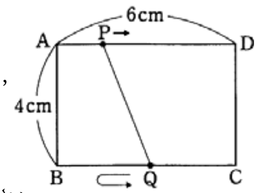
$$3x^2+12x+5=0 \qquad x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-3\cdot5}}{3}=\frac{-6\pm\sqrt{21}}{3}$$

比較的下位層の生徒を指導する場合は，公式の暗記の確認や代入の仕方など，丁寧な指導をし，２次方程式の解の公式を活用できるように指導したい。

例　(1) ２次方程式　$ax^2+bx+c=0$ の解の公式　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$　を暗記せよ。

(2) ２次方程式 $x^2+3x+1=0$ を解け。　$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

(3) 具体例を調べながら場合分けを行い，関数を立式する姿勢を身に付けさせたい。

	正答率（上位群／下位群）	主な誤答と割合
H23[2] 点Ｐは，点Ａを出発し辺ＡＤ上を毎秒1cmの速さで点Ｄまで動く。点Ｑは，点Ｃを出発し辺ＢＣ上を毎秒2cmの速さで点Ｂまで動き，折り返して点Ｃに戻ってくる。点Ｐ，Ｑが同時に出発してから x 秒後の四角形ＡＢＱＰの面積を y cm^2 とする。ただし，$x=0$，3のときは三角形の面積を y cm^2 とする。次の問いに答えなさい。 (1) $x=4$ のときの y を求めなさい。 (2) $3\leqq x\leqq 6$ のとき， y を x の式で表しなさい。  	(1) 62.5% (85.2%／ 31.5%) (2) 23.8% (45.6%／0.6%)	(1) 16(16.5%)，8(4.0%)，2.4(2.2%)，6(1.1%) (2) $y=2x$ (7.6%)， $y=6x$ (6.6%)

例年，動点が１つであるのに対し，本年は動点が２つになったことで全体の正答率がわずかに下がった。(1)の具体的な x の値に対する y の値を求める問題では約６割の生徒が正解しているが，(2)の関数を立式する問題になると正答率は23.8%まで大幅に低下する。今回(1)で，(2)の範囲の具体例を調べさせることにより，(2)のヒントとなるようにしたが，結果に現れていない。(1)だけでは動点の動きがイメージできていないといえる。特に下位群については，(1)の段階でつまずいている生徒が多くいるので，生徒の状況に応じて指導を工夫する必要がある。

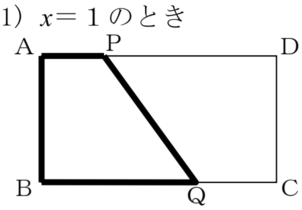
【今後の指導に向けて】

動点の位置によって求める関数が異なるので，どこで場合分けが発生するか具体的な x をとりながら丁寧に指導していく必要がある。特に下位層の生徒には，イメージがつくまで具体的な x をいくつも与えて，関数を自ら導き出せるよう指導し，自信につなげていきたい。

	H23[2]・改題
小問	(1) x＝１のときの y を求めなさい。　(2) x＝３のときの y を求めなさい。 (3) x＝４のときの y を求めなさい。　(4) x＝５のときの y を求めなさい。 (5) (1)～(4)を参考して， $3\leqq x\leqq 6$ のとき，y を x の式で表しなさい。

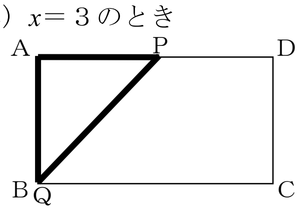
［考え方］

(1) x＝１のとき



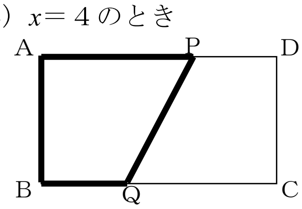
上底　1　下底　6－2×1＝4

(2) x＝３のとき



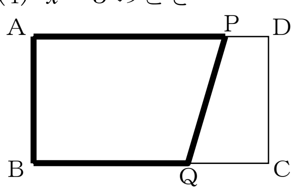
上底　3　下底　6－2×3＝0

(3) x＝４のとき



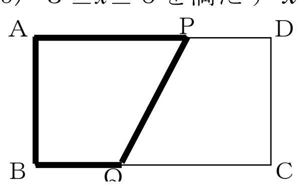
上底　4　下底　2×4－6＝2

(4) x＝５のとき



上底　5　下底　2×5－6＝4

(5) $3\leqq x\leqq 6$ を満たす x

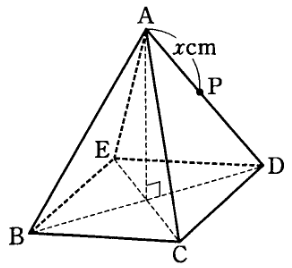


上底　x　下底　$2\times x-6$

以上より，

$$y=\frac{1}{2}\left\{x+(2x-6)\right\}\times 4$$
$$=6x-12$$

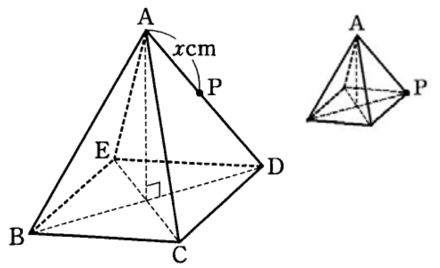
(4) 相似な図形の面積比・体積比は昨年とほぼ変わらず

問　題　[4]		H22 正答率% (無答率%)	H23 正答率% (無答率%)
底辺の１辺が　6　cm の正方形 ＡＢ＝9　cm の正四角錐  	(1) この正四角錐の高さを求めなさい。	70.4 (3.8)	74.8 (3.0)
	(2) 点Ｐを通り，底面と平行な平面でこの立体を切ったとき，切り口の面積が 25 cm²であった。x の値を求めなさい。	46.6 (20.0)	46.4 (18.1)
	(3) x＝3 のとき，(2)と同様に底面と平行な平面でこの立体を切った。このときにできる２つの立体のうち，大きい方の立体の体積を求めなさい。	26.3 (32.9)	25.2 (29.6)

本年度の入学生から「相似な図形の面積比と体積比の関係」を中学校で学習しているので，相似な図形に関する問題を出題し，昨年度の生徒と，本年度の生徒との違いを分析した。(1)の高さを求める問題ではH23 の方がH22 より若干正答率が上昇したが，(2)の相似比と面積比の関係の問題や(3)の相似比と体積比の問題においては大きな変化はない。A[5]の問題のように，基本的な問題では「相似な図形の面積比と体積比の関係」を利用することができるが，B[4]のような応用問題になると，どのように「相似な図形の面積比と体積比の関係」を活用すればいいか分かっていないようである。

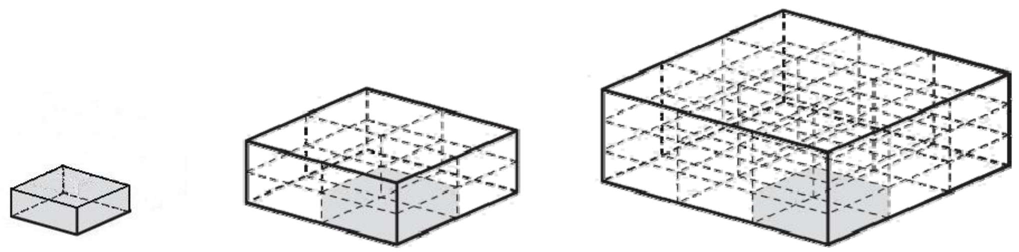
【今後の指導に向けて】

平面図形や空間図形の問題で相似な図形の相似比を面積比・体積比に活用するには，まずその図形において相似な図形があることを生徒が認識しなければならない。特に空間図形の問題においては，生徒にとって相似な図形の把握が困難であり，指導の際には十分な配慮が必要となる。[4]のような問題では，元の図形と底面と平行に切った図形を別々にかいて比較させることによって，イメージを膨らまさせ，生徒の理解を高めるとよい。



さらに，相似な空間図形における相似比の面積比・体積比への活用をより定着させるために，同じ形をしたブロックを実際に何個も積み上げて数えさせてみることも，指導の一環として提案したい。

≪中学校での指導例≫



相似比	1	2	3
体積比	1	8	27

【出典：啓林館『中学数学３年：平成 22 年度 移行措置 補助教材』より】

8　テスト$\boxed{\text{T}}$の問題，結果及びその考察

［1］次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① 9×8

② $-23+7$

③ $21-12\div3$

④ $\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{2}$

⑤ $\dfrac{3}{4}\div\dfrac{4}{5}\times\dfrac{8}{9}$

⑥ $13-3^2$

⑦ $\sqrt{8}+\sqrt{2}$

⑧ $\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

(2) 次の式を簡単にしなさい。

① $(5x-3)-(2x+5)$

② $-16a^3b^2\div4ab$

(3) $(x+4)(x-4)$を展開しなさい。

(4) a^2-b^2を因数分解しなさい。

(5) 次の方程式を解きなさい。

① $\dfrac{x}{3}=5$

② $3x-7=7x+5$

③ $\begin{cases} y=2x-5 \\ y=-x+1 \end{cases}$

④ $x^2-4x+3=0$

⑤ $x^2=3$

［2］次の問いに答えなさい。

(1) 1500円の商品を30%引きで買うときの代金はいくらになるか求めなさい。

(2) 自転車に乗って時速 12km で３時間走ると何km進むか求めなさい。

(3) １個 100 円のドーナツを x 個と 120 円のジュースを１本買うと代金の合計は y 円になる。x，y の関係を等式に表しなさい。

［3］次の問いに答えなさい。

(1) １つのさいころを投げるとき，５以上の目が出る確率を求めなさい。

(2) 10 本のくじの中に当たりくじが３本ある。このくじを１本引くとき，当たる確率を求めなさい。

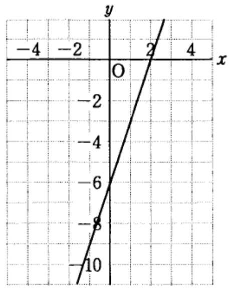
［4］次の問いに答えなさい。

(1) y は x に比例し，x と y の値が下の表のように対応する。$\boxed{}$ にあてはまる値を求めなさい。

$y=\boxed{}\,x$

x	0	3	6
y	0	9	18

(2) 右の図は，ある一次関数のグラフである。次の問いに答えなさい。



① この直線の切片を求めなさい。

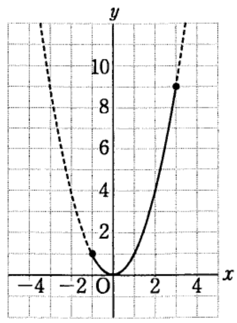
② この直線の傾きを求めなさい。

［5］関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq3$ であるとき y の変域は

$\boxed{\text{ア}}\leqq y\leqq\boxed{\text{イ}}$

である。

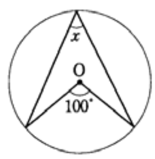
$\boxed{\text{ア}}$と$\boxed{\text{イ}}$にあてはまる値を求めなさい。



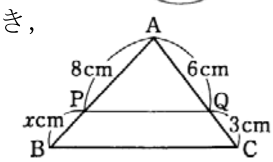
［6］次の問いに答えなさい。

(1) １辺が 5 ㎝の立方体の体積を求めなさい。

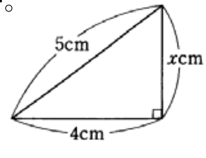
(2) 右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし，Oは円の中とする。



(3) 右の図で，ＰＱ//ＢＣのとき，x の値を求めなさい。



(4) 右の図で，x の値を求めなさい。



番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)①	3	72	99	0	1	64 (0.9)
②	3	-16	90	0	10	-30 (6.4)，16 (5.5)，-17 (1.8)，-14 (1.8)
③	3	17	76	0	24	3 (13.8)，-17 (4.6)，18 (2.8)，19 (1.8)
④	3	$\frac{1}{10}$	78	5	17	$\frac{2}{3}$ (9.2)，$\frac{13}{10}$ (2.8)，$-\frac{1}{10}$ (2.8)，$\frac{1}{5}$ (1.8)
⑤	3	$\frac{5}{6}$	58	16	27	$\frac{8}{15}$ (6.4)，$\frac{10}{3}$ (4.6)，$\frac{5}{3}$ (4.6)，$\frac{2}{3}$ (1.8)
⑥	3	4	86	4	10	22 (6.4)，6 (2.8)，-4 (1.8)，7 (1.8)
⑦	3	$3\sqrt{2}$	45	13	32	$\sqrt{10}$ (40.4)，$2\sqrt{5}$ (4.6)，$2\sqrt{4}$ (3.7)，$\sqrt{16}$ (2.8)
⑧	3	$2-\sqrt{6}$	42	28	29	$-\sqrt{2}$ (11.0)，$\sqrt{4}-\sqrt{6}$ (6.4)，$\sqrt{2}$ (3.7)，$\sqrt{1}$ (3.7)
(2)①	3	$3x-8$	51	11	38	$3x+2$ (7.3)，$10x^2-19x+15$ (4.6)，$-10x^2-19x+15$ (4.6)，$5x-2x-3+5$ (2.8)
②	3	$-4a^2b$	60	16	25	$-4a^2$ (5.5)，$4a^2b$ (4.6)，$-4ab$ (3.7)，$-4a^2b^2$ (2.8)
(3)	3	x^2-16	62	19	19	$x^2-8x-16$ (1.8)，$x^2-4x+4x-16$ (1.8)，$x^2-8x+16$ (0.9)，$x^2+8x+16$ (0.9)
(4)	3	$(a+b)(a-b)$	47	35	18	$(a-b)^2$ (10.1)，$a-b$ (3.7)，$2a-2b$ (1.8)，a^2b^2 (0.9)
(5)①	3	$x=15$	51	26	24	5/3 (14.7)，3/5 (5.5)，2 (2.8)，$-5/3$ (1.8)
②	3	$x=-3$	59	23	18	3 (4.6)，-2 (2.8)，2 (2.8)，12 (0.9)
③	3	$x=2, y=-1$	37	33	30	$x=4, y=-3$ (3.7)，$x=4, y=3$ (3.7)，$x=2, y=1$ (3.7)，$x=6, y=7$ (2.8)
④	3	$x=1, 3$	37	36	28	$-1, -3$ (7.3)，$1, -4$ (4.6)，3 (4.6)，12 (4.6)
⑤	3	$x=\pm\sqrt{3}$	16	32	52	$\sqrt{3}$ (29.4)，9 (16.5)，3 (5.5)，-3 (2.8)
[2](1)	3	1050円	36	18	46	1200 (16.5)，500 (12.8)，1000 (10.1)，450 (9.2)
(2)	3	36 km	66	7	27	4 (16.5)，15 (3.7)，30 (1.8)，360 (1.8)
(3)	3	$y=100x+120$	57	31	12	$100x+120y$ (1.8)，$x+120=y$ (0.9)，$xy=220$ (0.9)，$120x-100y$ (0.9)
[3](1)	4	$\frac{1}{3}$	51	13	36	$\frac{1}{6}$ (17.4)，$\frac{5}{6}$ (4.6)，$\frac{1}{5}$ (4.6)，$\frac{1}{2}$ (2.8)
(2)	4	$\frac{3}{10}$	72	13	16	$\frac{1}{3}$ (2.8)，7 (1.8)，$\frac{1}{7}$ (1.8)，$\frac{2}{3}$ (0.9)
[4](1)	4	3	69	12	19	2 (11.0)，9 (7.3)，3 (4.6)，1/3 (1.8)
(2)①	4	-6	38	32	30	2 (11.9)，1 (3.7)，5 (1.8)，-1 (1.8)
②	4	3	25	38	38	2 (14.7)，-3 (7.3)，-6 (6.4)，1/3 (2.8)
[5]	4	ア　0，イ　9	25	33	42	ア1イ9 (26.6)，ア-1イ9 (9.2)，ア1イ-3 (3.7)，ア-3イ1 (2.8)
[6](1)	4	125cm^3	41	21	38	25 (22.0)，20 (7.3)，10 (3.7)，5 (2.8)
(2)	4	$\angle x=50$度	68	9	23	80° (8.3)，45° (4.6)，60° (3.7)，35° (1.8)
(3)	4	$x=4$ cm	60	13	28	3 (25.7)，5 (7.3)，1 (3.7)，2 (2.8)
(4)	4	$x=3$ cm	69	13	18	4 (4.6)，20 (3.7)，9 (2.8)，2 (2.8)

(1) 実生活に役立つ割合の問題を解けるようにしたい。

	問題番号　［２］(１)		正答率	無答率
H20 H21 H22	1000 円の商品を 30%引きで買うときの値段を求めなさい。 正答　700 円	H20 H21 H22	64.3% 65.7% 65.2%	21.0% 17.2% 15.2%
H23	1500 円の商品を 30%引きで買うときの代金はいくらになるか求めなさい。 正答　1050 円	H23	35.8%	18.3%
	誤答　1200 円(16.5%)　500 円(12.8%)　1000 円(10.1%)　450 円(9.2%)			

H20～H22 では［２］(1)で『1000 円の商品を 30%引きで買うときの値段を求めなさい。』という問題を出題してきた。正答率は表のようであり，約 65%の生徒が正解をしていることが分かる。ところが，今年度,『1500 円の商品を 30%引きで買うときの代金はいくらになるか求めなさい。』と 1000 円を 1500 円に変えたところ正答率は 35.8%にまで落ち込んだ。金額の計算だけでなく割合というものがどういうものなのかを理解していない生徒がいることが分かる。1200 円という誤答が 16.5%もあることから，何の 30%かを考えず，30%に相当する金額が 300 円と思いこんでいる生徒もいるようである。

【今後の指導に向けて】

割合の計算ができない理由として，最近，買い物をするとき「３割引き」と書いてあってもレジのコンピューターを信じきってしまい，大体いくらくらいになるか計算しなくなったことも原因と考えられる。日頃から，割引商品に対し，だいたいいくらになるか，計算して会計をするよう指導していきたい。

また，割合に関しては小数よりも分数で考えた方が分かりやすい場合があるので，次の２つのポイントに留意しながら指導してみるのもよい。

１つは,「パーセント」や「割合」という表現から「分数」の表現に変換できるようにすることである。「30%」は基準の$\frac{30}{100}$倍,「３割」は基準の$\frac{3}{10}$倍といった具合である。２つ目は，分数には基準があり，何の$\frac{30}{100}$倍なのか，何の$\frac{3}{10}$倍なのか，分数に対する「１」に当たるものを確認することである。今回の誤答の「30%に相当する金額が 300 円と思いこんでいる生徒」は基準が曖昧になっているためと思われる。

「何を基準に考えるか」の例として，金利計算がある。

$\boxed{\text{1000 万円を金利５%で 20 年運用するとする。}}$

＜単利計算＞　だと

基準は　1000 万円　なので１年目は　1000 万円×$\frac{5}{100}$＝50 万円，２年目以降も同じなので，

20 年で　50 万×20 年＝1000 万円　の利息である。

＜複利計算＞　だと

１年目の基準は　1000 万円　なので，この１年間の利息は　1000 万円×$\frac{5}{100}$＝50 万円

２年目は基準が　1000 万円＋50 万円＝1050 万円　なので,

この１年間の利息は　1050 万円×$\frac{5}{100}$＝52 万 5000 円

３年目は基準が　1050 万円＋52 万 5000 円＝1102 万 5000 円なので,

この１年間の利息は　1102 万 5000 円×$\frac{5}{100}$＝55 万 1250 円

という具合に年ごとに基準が増えていくので，20 年でなんと約 1653 万円の利息になる。単利計算と複利計算で大きな差があることが分かる。いかに基準が大切かを指導していきたい。

付　平成 22 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の２つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日の間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 19 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表 14

テスト 項目	数学 Ⅰ基本	数学 Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標 本 数	1,243	6,784	7,800
平 均 点	42.4	46.2	47.5
標準偏差	24.8	27.6	29.0

(2) 得点分布（%）　　表 15

テスト 得点	数学 Ⅰ基本	数学 Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	2.5	7.0	7.9
80 ～ 89	5.7	7.9	9.8
70 ～ 79	9.9	9.2	11.1
60 ～ 69	10.4	9.9	10.2
50 ～ 59	10.6	11.4	9.6
40 ～ 49	11.7	11.1	9.1
30 ～ 39	13.1	11.0	9.3
20 ～ 29	13.9	10.9	9.3
10 ～ 19	14.0	10.0	11.3
0 ～ 9	8.4	11.5	12.5

(3) 学校別(課程別)平均点分布（校）表 16

テスト 平均点	数学 Ⅰ基本	数学 Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上		4	4
75～80未満		3	11
70 ～ 75		6	8
65 ～ 70	1	5	10
60 ～ 65	4	9	7
55 ～ 60	1	6	10
50 ～ 55	2	9	11
45 ～ 50	2	6	5
40 ～ 45	3	6	10
35 ～ 40	4	11	9
30 ～ 35	1	4	9
25 ～ 30		8	9
20 ～ 25	4	7	7
15 ～ 20	3	7	12
15未満		7	8
計	25	98	130

4　数学Ⅰ(基本)の問題，結果及びその考察

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1)　$a^3 \times a^4 =$ $\boxed{}$ である。

(2)　$(x+y)^3$ を展開すると $\boxed{}$ である。

(3) $12x^2+20x+3$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(4)　$(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2 =$ $\boxed{ア}$ であり，

$(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2}) =$ $\boxed{イ}$ である。

(5)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\boxed{}$ である。

(6)　１次不等式 $5x+1<3x+7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

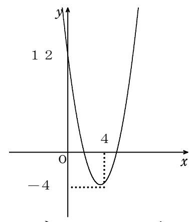
(7)　２次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解くと $x=$ $\boxed{}$ である。

(8)　２次不等式 $(x-1)(x-2)>0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

［２］　次の各問いに答えよ。

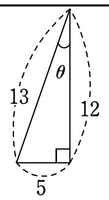
(1)　右図は２次関数 $y=x^2-8x+12$ のグラフである。

この関数の $0 \leqq x \leqq 3$ における最大値は $\boxed{ア}$，最小値は $\boxed{イ}$ である。



(2)　２次関数 $y=-3(x+1)^2+2$ のグラフの頂点は $\boxed{ア(\quad,\quad)}$ であり，このグラフを x 方向に１，y 方向に -2 だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $\boxed{イ}$ である。

［３］次の各問いに答えよ。



(1)　右図の直角三角形において，$\tan\theta =$ $\boxed{}$ である。

(2)　次の表を完成させよ。ただし $0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

θ	ア	120°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	イ

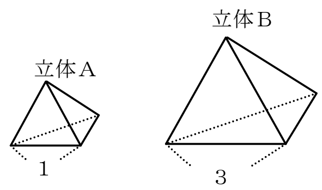
(3)　$\sin^2 A + \cos^2 A =$ $\boxed{ア}$ である。

また $90° \leqq A \leqq 180°$ で，$\sin A = \dfrac{3}{5}$ のとき，

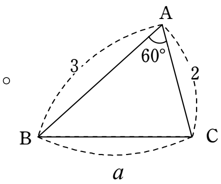
$\cos A =$ $\boxed{イ}$ である。

［４］次の各問いに答えよ。

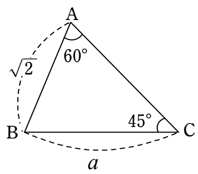
(1)　次の２つの相似な立体において，２つの立体A，Bの体積比は $\boxed{\ :\ }$ である。



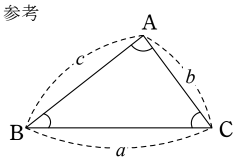
(2)　右図の△ＡＢＣにおいて，辺ＢＣの長さ a は $\boxed{}$ である。



(3)　右図の△ＡＢＣにおいて，辺ＢＣの長さ a は $\boxed{}$ である。



参考

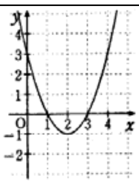
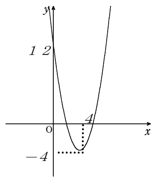


余弦定理　$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

正弦定理　$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$

番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1] (1)	5	a^7	77	0	23	a^{12} （21.1）， $2a^{12}$ （0.5）， a^5 （0.5）， 7（0.5）
(2)	5	$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$	35	8	57	x^3+y^3 （7.0）， $x^3+3xy+y^3$ （4.9）， $x^3+x^2y+xy^2+y^3$ （3.2）， $x^3+2x^2y^2+y^3$ （2.7）
(3)	5	$(2x+3)(6x+1)$	50	25	25	$4x(3x+5)+3$ （1.6）， $(2x+3)(6x+2)$ （1.1）， $(2x+1)(6x+3)$ （1.1）， $(2x+6)(3x+1)$ （1.1）
(4)	5	ア　$7-2\sqrt{10}$ イ　3	39	6	55	ア 3 （7.6）， $3-2\sqrt{10}$ （4.9）， 7（3.2）， $5-2\sqrt{10}+2$ （2.7） イ 1（3.2）， 7（3.2）， 5－2 （2.2）
(5)	5	$\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$	40	10	50	$\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$ （18.9）， $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ （9.2）， $\dfrac{\sqrt{10}}{7}$ （3.8）， $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$ （2.2）
(6)	5	$x<3$	54	15	32	3 （8.6）， $x<6$ （1.6）， $x>3$ （1.6）， 2（1.6）
(7)	5	$\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$	38	32	30	3 （1.6）， $\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$ （1.1）， $\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{4}$ （1.1）， 10 （1.1）
(8)	5	$x<1$ ， $2<x$	23	32	45	$x=1,2$ （8.1）， $1<x<2$（7.6）， $x>2$ （2.7）， $x>1,2$ （2.2）
[2] (1) ア	5	12	67	8	25	なし （11.4）， 3 （4.9）， 4 （3.2）， (0, 12) （1.1）
イ	5	－3	40	9	51	－4 （33.0）， 12 （2.7）， 3 （2.2）， 2 （1.6）
(2) ア	5	（ －1 ， 2 ）	48	21	32	(1, 2) （7.0）， (－3, 2) （4.3）， (0, 2) （2.7）， (3, 2) （2.2）
イ	5	$-3x^2$	18	29	52	$-3(x+1)^2$ （4.3）， －2 （3.8）， 2 （3.2）， $-3x$ （3.2）
[3] (1)	5	$\dfrac{5}{12}$	36	7	57	$\dfrac{12}{5}$ （33.0）， 30° （6.5）， $\dfrac{5}{13}$ （1.6）， $\dfrac{12}{13}$ （1.6）
(2) ア	5	30°	76	2	22	60° （14.1）， 30° と 150° （3.2）， 45° （1.6）， $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ （0.5）
イ	5	$-\dfrac{1}{2}$	58	3	39	$\dfrac{1}{2}$ （22.2）， $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ （4.3）， $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ （2.7）， $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ （2.7）
(3) ア	5	1	45	18	37	$\tan^2 A$ （25.4）， $\tan A$ （5.4）， 180° （1.1）， $\dfrac{1}{2}\tan A$ （0.5）
イ	5	$-\dfrac{4}{5}$	15	30	55	$\dfrac{4}{5}$ （30.3）， $\dfrac{2}{5}$ （3.8）， $\dfrac{3}{5}$ （3.2）， 4 （2.2）
[4] (1)	5	1 : 27	28	4	68	1 : 3 （45.4）， 1 : 9 （16.8）， 1 : 81 （1.1）， 1 : 6 （1.1）
(2)	5	$\sqrt{7}$	44	12	44	7 （14.1）， 3 （4.3）， 6 （2.2）， $\sqrt{5}$ （3.8）
(3)	5	$\sqrt{3}$	42	21	37	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ （6.5）， $\sqrt{6}$ （4.3）， 1 （4.3）， 2 （3.2）

(1) **定義域と軸との位置関係について理解させたい。**

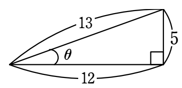
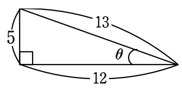
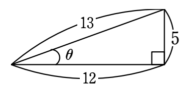
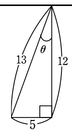
年度	問題		正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率%）
H 21	右図は２次関数 $y=x^2-4x+3$ のグラフである。この関数の $0\leqq x\leqq 3$ における最大値は ア ，最小値は イ である。 	ア	66.4% 82.6%／56.5%	なし（14.1），4（4.1）
		イ	65.0% 87.0%／60.9%	0（12.7），1（3.2）
H 22	右図は２次関数 $y=x^2-8x+12$ のグラフである。この関数の $0\leqq x\leqq 3$ における最大値は ア ，最小値は イ である。 	ア	66.5% 73.6%／57.8%	なし（11.4），3（4.9）
		イ	40.0% 68.4%／10.5%	-4（33.0），12（2.7）

［２］(1)で，限られた定義域のある２次関数の最大値・最小値の問題を出題した。H21 は定義域内に軸が含まれているが，H22 は軸を定義域から外した問題を出題した。その結果，最大値の正答率は，H21 とH22 でほとんど同じであったが，最小値の正答率は，H21 は 65.0%，H22 は 40.0%と大幅に下がった。誤答例のうち，多かったのは－4(頂点の y 座標)で 33.0%であった。定義域内に軸が含まれていないことに気付かないで，定義域の両端と頂点の y 座標を求めて，その３つの値の中から一番大きい値を最大値，一番小さい値を最小値と考えて答えたと思われる。

【指導上の留意点】

軸が定義域に入っているかどうかを意識して考えることが定着していない。限られた定義域がある２次関数の最大値・最小値を求める問題に関しては，軸の位置は非常に大切である。軸の位置をもとに定義域内においてのグラフの外形を理解させたい。そのために，意識的に軸の直線もかかせるなど，グラフを利用するときは常に軸を意識させると効果的である。

(2) **三角比の基本をしっかりと理解させたい。**

年度	H19	H20	H21	H22
図形				
正答率	70.4%	64.2%	74.1%	36.2%
誤答例	30°（6.6）　$\frac{12}{5}$（1.8）	$\frac{12}{5}$（5.6）　30°（5.2）	$\frac{12}{5}$（11.0）　30°（4.8）	$\frac{12}{5}$（33.0）　30°（6.5）

［３］(1) では，三角比の定義を使ってタンジェントの値を求める問題を出題した。H19 とH21 では図形を移動させないで求める問題だったため，正答率は 70.4%，74.1%という結果であった。H22 では図形を回転・線対称の移動をさせなければいけなかったため，正答率は 36.2%と半減した。誤答例を見てみると，左下に θ があると勘違いして，図形をそのままの状態でタンジェントの値を求めた $\frac{12}{5}$ が 33.0%もあった。

【指導上の留意点】

タンジェントは $\frac{高さ}{底辺}$ という考え方は理解しているが，角 θ の位置を意識していない生徒は約３割いることになる。角 θ が定位置にないと三角比の値を求められない生徒に対しては，回転・線対称の移動を利用して角 θ を定位置まで移動させた図形をノートにかかせ，三角比の値を求めるよう指導したい。サイン・コサインの値を求める際も同様に，角 θ の位置に注意しながら求めるよう指導したい。

5　数学Ｉ＋Aの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。

(2) $(x-y)^2-2x+2y$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(3) ２次方程式 $3x^2-5x+1=0$ の解は $x=\boxed{\quad}$ である。

(4) ２次不等式 $x^2-3x\leqq 0$ を解くと $\boxed{\quad}$ である。

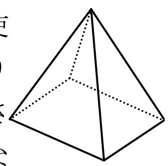
(5) ２次方程式 $x^2-5x+a=0$ が重解をもつとき，定数 a の値は $\boxed{\quad}$ である。

(6) 放物線 $y=2(x-1)^2+3$ を x 軸方向に $\boxed{\text{ア}}$ ，y 軸方向に $\boxed{\text{イ}}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=2(x+1)^2+4$ である。

(7) ２つの不等式 $3x+3>x+2$，$3x-1\geqq x+7$ を同時に満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(8) $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ において，$\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\cos\theta$ の値は $\boxed{\quad}$ である。

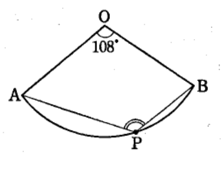
(9) 正四角錐の各面に異なる５色を使って塗り分ける方法は $\boxed{\quad}$ 通りである。ただし，正四角錐を回転させて一致する塗り方は同じとみなす。



(10) ６個の数字０，１，２，３，４，５から異なる３個の数字を並べてできる３桁の整数は 個ある。

(11) ９人を２人，３人，４人の３つのグループに分ける方法は $\boxed{\quad}$ 通りである。

(12) 中心角 108° のおうぎ形の弧ＡＢ上に点Ｐをとるとき，∠ＡＰＢの大きさは $\boxed{\quad}$ である。

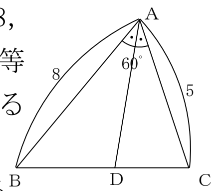


［２］　ＯＡ＝6，ＯＣ＝14 である長方形ＯＡＢＣの辺ＯＣ上にＯＤ＝2 となるように点Ｄをとる。いま，点ＰがＡを出発して辺ＯＡ上を毎秒１の速さでＯに向かうと同時に，点ＱはＤを出発して辺ＯＣ上を毎秒２の速さでＣに向かう。x 秒後の△ＯＰＱの面積を y とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) $0\leqq x\leqq 6$ のとき，ＯＰとＯＱを x の式で表すと，ＯＰ＝$\boxed{\text{ア}}$ ，ＯＱ＝$\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) (1)のとき，y を x の式で表すと $y=\boxed{\text{ウ}}$ であり，△ＯＰＱの面積 y が最大となる x の値は $x=\boxed{\text{エ}}$ である。

［３］　△ＡＢＣにおいて，ＡＢ＝8，ＡＣ＝5，∠Ａ＝60°，∠Ａの二等分線と辺ＢＣとの交点をＤとするとき，次の各問いに答えよ。



(1) 辺ＢＣの長さは $\boxed{\quad}$ である。

(2) △ＡＢＣの外接円の半径は $\boxed{\quad}$ である。

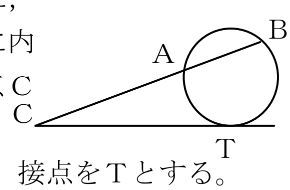
(3) △ＡＢＤの面積は $\boxed{\quad}$ である。

［４］Ａ，Ｂの２チームで野球の試合をする。ＡはＢに $\dfrac{1}{3}$ の確率で勝ち，引き分けはないものとする。３試合を行ったとき，次の確率を求めよ。

(1) Ａが３試合とも負ける確率は $\boxed{\quad}$ である。

(2) Ａが２試合だけ勝つ確率は $\boxed{\quad}$ である。

［５］右の図のように円周上の２点Ａ，Ｂを通る直線上に，点Ａが線分 ＢＣを 1 : 2 に内分する点となるように点Ｃをとる。



Ｃから円に接線を引き，接点をＴとする。ＡＢ＝2 のとき，ＣＴ＝ $\boxed{\quad}$ である。

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	$-2\sqrt{35}$	56	82	25	3	0	7	40	0（9.2），$2\sqrt{35}$（2.7）
(2)	5	$(x-y)(x-y-2)$	41	81	13	26	10	36	33	$x^2-2xy+y^2-2x+2y$（7.9）， $(x-y)^2-2(x-y)$（3.9）
(3)	5	$x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$	82	97	71	8	0	11	10	$1, \frac{1}{3}$（1.4），$\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$（1.0），$\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$（0.8）
(4)	5	$0\leqq x\leqq 3$	64	100	35	11	0	16	25	$x\leqq 3$（7.0），$x=0, 3$（3.4）， $x\leqq 0,\ 3\leqq x$（1.7）
(5)	5	$a=\frac{25}{4}$	65	99	24	15	0	26	21	$-\frac{25}{4}$（2.3），6（2.3），25（1.6）
(6)	5	ア −2 イ 1	54	91	15	6	0	10	40	ア 2，イ 1（21.3），ア 1，イ 3（3.8）
(7)	5	$x\geqq 4$	58	93	23	12	0	20	31	$-\frac{1}{2}<x\leqq 4$（8.0），$x>-\frac{1}{2}$（6.8）
(8)	5	$\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$	33	67	12	8	0	12	60	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$（41.2），$\frac{\sqrt{2}}{3}$（1.9），$\frac{2}{3}$（1.6）
(9)	5	30	16	30	1	10	0	12	74	120（29.8），24（8.3），25（7.6）
(10)	5	100	54	78	30	5	1	5	41	120（10.0），20（6.4），60（2.4）， 180（2.4）
(11)	5	1260	47	79	21	15	2	23	38	72（4.8），246（2.8），71（2.3）
(12)	5	126°	48	75	15	7	1	11	44	72°（21.2），108°（9.8），144°（2.9）
［2］(1)	5	ア $6-x$ イ $2+2x$	42	86	9	13	0	30	44	ア x イ $2x$（9.0），ア x イ $2+2x$（4.2）
(2)	5	ウ $-x^2+5x+6$ エ $\frac{5}{2}$	16	38	0	20	1	38	64	ウ x^2-5x+6（3.8），x^2+x（2.4） エ 2,3（14.9），6（10.0）
［3］(1)	5	7	59	95	38	19	0	25	22	13（4.0），6（3.7），6.5（2.1）， $\sqrt{69}$（1.3）
(2)	5	$\frac{7\sqrt{3}}{3}$	34	68	12	34	13	47	32	4（4.4），7（2.9），3（2.9）
(3)	5	$\frac{80\sqrt{3}}{13}$	16	33	0	42	19	62	42	$10\sqrt{3}$（13.6），10（2.6）
［4］(1)	5	$\frac{8}{27}$	65	93	33	9	1	14	26	$\frac{2}{3}$（5.6），$\frac{1}{27}$（3.0），$\frac{1}{8}$（2.6）
(2)	5	$\frac{2}{9}$	30	56	9	12	2	25	57	$\frac{2}{27}$（23.9），$\frac{1}{9}$（6.3），$\frac{2}{3}$（4.4），$\frac{1}{3}$（3.3）
［5］	5	$2\sqrt{6}$	34	58	11	16	3	24	50	5（9.8），$2\sqrt{2}$（8.9），4（7.1）

(1) **下位群に平行移動の定着を図りたい。**

年度	問題［１］(6)	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例
H21	放物線 $y=2x^2-4x+5$ を x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=2(x+1)^2+4$ である。	40% (73%／７%)	ア２，イ１ (10.4) ア２，イ－1 (2.9) ア－1，イ４ (2.6)
H22	放物線 $y=2(x-1)^2+3$ を x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=2(x+1)^2+4$ である。	54% (91%／15%)	ア２，イ１ (21.3) ア１，イ３ (3.8)

H21は２次関数を一般形で，H22は２次関数を平方完成後の標準形で出題した。その結果，正答率は40%から54%に上昇した。特に，上位群に関しては，正答率は73%から91%に大幅に上昇した。一方，下位群に関しては正答率の大幅な上昇とはならず，結果的に上位群と下位群との差が更に広がった。また，誤答では，頂点の座標を正しく求めることができず，頂点の移動を（－1，3）から（1，4）と考えた誤答が21.3%もあった。

【指導上の留意点】

平方完成された標準形から，軸の方程式および頂点の座標を正確に求めることができるようにした上で，頂点の座標の増減を考えることにより２次関数の平行移動を求めさせたい。

例１　頂点の増減で理解させる。

$y=a(x-p)^2+q$ で $y=q$ となる x の値は $x-p=0$ より，$x=p$ である。これが軸の方程式となる。

２次関数から軸の方程式と頂点の座標を求める流れ

$$y=a(\underline{x-p})^2+q$$

$$\downarrow$$

$$x-p=0$$

$$\downarrow$$

軸の方程式　$x=p$

$$\downarrow$$

頂点の座標（p，q）

$$y=2(\underline{x-1})^2+3$$

$$\downarrow$$

$$x-1=0$$

$$\downarrow$$

軸の方程式　$x=1$

$$\downarrow$$

頂点（1，3）

同様にして移動後の頂点を求めると，

移動後の頂点（－1，4）

よって，x 軸方向に－2，y 軸方向に１平行移動したことが分かる。

例２　公式化して機械的に求める。

２次関数 $y=ax^2$ を x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動させると，$y=a(x-p)^2+q$ となる。ここで，q を左辺に移項させると $y-q=a(x-p)^2$ となり，元の式 $y=ax^2$ の x に $x-p$ を，y に $y-q$ を代入した形になっている。

$$y=ax^2 \xrightarrow{x\text{軸方向に}p,\ y\text{軸方向に}q} y=a(x-p)^2+q \longrightarrow y-q=a(x-p)^2$$

x に $x-p$，y に $y-q$ を代入

これを公式としてまとめると以下のようになる。したがって，

$$y=f(x) \xrightarrow[x\text{に}x-p,\ y\text{に}y-q\text{を代入}]{x\text{軸方向に}p,\ y\text{軸方向に}q} y-q=f(x-p)$$

$$y=2(x-1)^2+3 \xrightarrow[x\text{に}x+2,\ y\text{に}y-1\text{を代入}]{} y=2(x+1)^2+4$$

よって x 軸方向－2，y 軸方向＋1　平行移動したことになる。

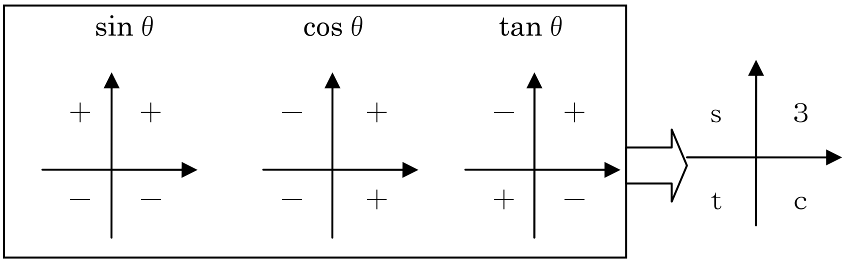
(2)　各象限における三角比の符号を定着させたい。

	問題［１］(8)	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例
H 20	0°　≦ θ ≦180°　において，$\cos\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき， $\tan\theta$ ＝ $\boxed{}$ である。	56% (75%／27%)	3　(2.4)，$\sqrt{2}$　(2.3) $\sqrt{3}$　(1.7)，$\pm2\sqrt{2}$　(1.7)
H 22	0°　≦ θ ≦180°　において，$\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき， $\cos\theta$　の値は $\boxed{}$ である。	33% (67%／12%)	$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　(41.2)，$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　(1.9) $\dfrac{2}{3}$　(1.6)

H20 では，条件より θ が鋭角になるので，公式 $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ を利用して $\tan\theta$ を求めた場合，±に注意していなくても答えは出てしまう。それに対して，H22 では，与えられた条件では θ の範囲を絞ることができず 0°　≦ θ ≦180°　のままなので，公式 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ を利用した場合，$\cos\theta$ の値は±の両方が解になる。利用する公式の違いはあるが，全体の正答率が 23%も下がった原因は，単に±の付け忘れだけではなく，三角比の各象限における符号が定着していないためと思われる。

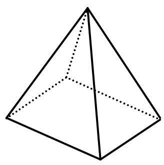
【指導上の留意点】

各象限での符号を徹底させため，三角比の符号が“＋”の象限に注目して，以下のようにまとめる。



第１象限(sin θ，cos θ，tan θ の３つとも＋)
第２象限(sin θ だけが＋)
第３象限(tan θ だけが＋)
第４象限(cos θ だけが＋)

(3)　順列の応用問題をできるようにしたい。

	H21	H22
問題［1］(9)	５人が手をつないで輪を作る方法は何通りあるか。	正四角錐の各面に異なる５色を使って塗り分ける方法は $\boxed{}$ 通りである。ただし，正四角錐を回転させて一致する塗り方は同じとみなす。 
正答率（上位／下位）	65.4%　(88%／46%)	16.2%　(29.6%／1.1%)
無答率（上位／下位）	3.1%　(０%／３%)	9.9%　(０%／12.0%)
主な誤答例（誤答率）	120（14.6%）　25（3.3%）	120（29.8%）　24（8.3%）

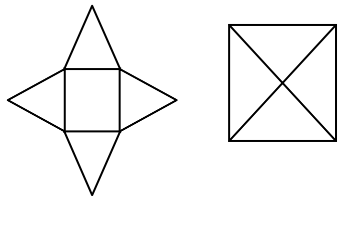
この数年間での円順列に関する出題はH21，H22 の２年間のみで，H21 は基本的な円順列を扱う問題であり正答率は 65.4%であった。それに対してH22 は，立体図形を題材にして円順列を考える問題であったため正答率が 16.2%まで大きく下がった。

誤答 120 は５!を計算した結果であり，全体の約 30%の生徒がそのように解答している。円順列ではなく単に順列で考えたためと推測できる。

【指導上の留意点】

H21 の結果から円順列そのものの公式は定着していると言える。しかしH22 のように解答の一部に円順列を使うといった応用問題においては順列か円順列か区別ができない生徒が多いことが分かる。特に立体図形においては円順列をどこに利用するか分かりにくいので，展開図や上から見た図などを利用して指導をしていくのも１つの方法である。平面図形に書き換えることで側面を円順列としてイメージがしやすくなる。

例　展開図　　上から見た図



(4) 組分けの問題を確実に解けるようにしたい。

	問題	正答率／無答率	主な誤答例（誤答率）
H15	［1］(10)　６人を２人・２人・２人に分ける	26%　／　8%	90 (28.0%), 30 (7.1%)
H16	［1］(12)　６人を２人・２人・２人に分ける	32%　／　8%	90 (25.0%), 30 (7.0%)
H17	［1］(13)　８人を３人・３人・２人に分ける	16%　／　13%	560 (42.3%), 67 (2.7%)
H22	［1］(11)　９人を２人・３人・４人に分ける	47.0%／　14.7%	72 (4.8%),　246 (2.8%)

H15 から３年間，同じ人数を含む組分けの問題を出題したが，正答率は低い結果であった。そこで，H22 はすべて異なる人数に組分けする問題を出題したところ，正答率は 47.0%になった。グループに区別のついた分け方は比較的解けるが，グループに区別がなく同じ人数に分ける場合の組分けの問題は定着度が低い。

【指導上の留意点】

H15，16 は ${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2$ を３!で割り，H17 は ${}_8C_3 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2$ を２!で割る。同じ人数で分ける場合はなぜ割らなければならないか理解できない生徒が多いので，以下の例を記す。

例　６人を２人，２人，２人の３つのグループに分ける方法は何通りあるか。

①６人をＡ～Ｆ，３部屋をⅠ～Ⅲとする。６人をＡＢ，ＣＤ，ＥＦの３グループに分け，２人部屋ⅠⅡⅢに入れる場合をすべて書き出す。

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
1	ＡＢ	ＣＤ	ＥＦ
2	ＡＢ	ＥＦ	ＣＤ
3	ＣＤ	ＡＢ	ＥＦ
4	ＣＤ	ＥＦ	ＡＢ
5	ＥＦ	ＡＢ	ＣＤ
6	ＥＦ	ＣＤ	ＡＢ

②部屋ⅠⅡⅢの区別をなくすためⅠⅡⅢの行を消すと，６通りの同じ分け方が残る。すなわち１つの分け方に対して部屋の区別をなくすと６通り（３!倍）同じものが存在する。

↓

１つにするためには３!で割る ⇨ 重複している数の階乗で割る

組分けする人数が異なる場合は部屋の入れ替えが出来ないため，階乗で割る必要がない。

(5) 反復試行を正しく理解させたい。

［4］A, Bの２チームで野球の試合をする。AはBに $\frac{1}{3}$ の確率で勝ち，引き分けはないものとする。３試合行ったとき，次の確率を求めよ。

	H21	H22
(1) 正答率／無答率	Aが３試合とも負ける確率 65.4%　／　8.4%	Aが３試合とも負ける確率 65.0%　／　9.1%
(2) 正答率／無答率	Aが１試合だけ勝つ確率 33.8%　／　10.1%	Aが２試合だけ勝つ確率 30.2%　／　12.4%
主な誤答例（誤答率）	$\frac{4}{27}$ (28.1%)　$\frac{1}{3}$ (9.6%)	$\frac{2}{27}$ (23.9%)　$\frac{1}{9}$ (6.3%)

H21, H22 とほぼ同じ問題を出題した。(1) ではAがBに３試合とも負ける確率を求める問題であり，正答率は２年ともほぼ同じ約 65%であった。しかし，(2) の反復試行の問題では，いずれも正答率が 30%程度で，反復試行の問題が理解できていないことが分かる。誤答で多かったのは全体の約 24%を占める $\frac{2}{27}$ で，これは勝敗の順番を考慮せずに求めた誤答である。

【指導上の留意点】

誤答を分析すると，反復試行の公式 ${}_nC_r\, p^r q^{n-r}$ をきちんと覚えきれずに，組合せＣの計算を忘れている解答が多い。単に暗記するのではなく，最初は実際に，勝ちを○，負けを×などとして，２勝１敗となる場合を○－○－×，○－×－○，×－○－○のように書き出して，なぜＣの計算があるかを考えさせてから，公式を理解して使えるように指導をしていく必要がある。

６　数学Ⅱの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+i}+\dfrac{1}{\sqrt{2}-i}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。ただし，i は虚数単位とする。

(2) ３次方程式 $2x^3+x^2-5x+2=0$ の解は $x=$ $\boxed{\quad}$ である。

(3) ２次方程式 $2x^2-3x+4=0$ の２つの解を α，β とするとき，
$\alpha^2+\beta^2=$ $\boxed{\quad}$ である。

(4) 点 $(-1,\ 2)$ を通り，直線 $x+3y-5=0$ に垂直な直線の方程式は $\boxed{\quad}$ である。

(5) $15°=45°-30°$ であることを利用して $\sin 15°$ の値を求めると $\boxed{\quad}$ である。

(6) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，$2\cos\theta+1\geqq0$ を満たす θ の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(7) $r>0$，$0\leqq\alpha<2\pi$ として，
$\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると，$r=$ $\boxed{ア}$，$\alpha=$ $\boxed{イ}$ である。

(8) $\log_9 27$ の値は $\boxed{\quad}$ である。

(9) 関数 $y=x^3-2$ を x について微分すると，$y'=$ $\boxed{ア}$ である。この関数のグラフ上の点 $(-1,\ -3)$ における接線の傾きは $\boxed{イ}$ である。

(10) 放物線 $y=x^2-3$ と直線 $y=1$ とで囲まれた部分の面積は $\boxed{\quad}$ である。

［２］円 $x^2+y^2-8x+12=0$ ・・・ ① 上を動く点Ｑ $(s,\ t)$ と原点Ｏを結ぶ線分ＯＱの中点をＰとする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 円①の中心の座標は $\boxed{\quad}$ である。

(2) 点Ｑは円①上を動くので，s，t が満たす関係式は $\boxed{\quad}$ である。

(3) 点Ｐの座標 $(x,\ y)$ を s，t で表すと，
$x=$ $\boxed{ア}$，$y=$ $\boxed{イ}$ である。

(4) 点Ｐの軌跡の方程式は $\boxed{\quad}$ である。

［３］関数 $y=4^x-2^{x+4}+3$ $(0\leqq x\leqq 2)$ について，$2^x=t$ とおくとき，次の各問いに答えよ。

(1) y を t の式で表すと，$y=$ $\boxed{\quad}$ である。

(2) t がとる値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(3) y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

［４］関数 $y=x^3-3x$ $\left(-\dfrac{3}{2}\leqq x\leqq 3\right)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) この関数の極大値は $\boxed{\quad}$ である。

(2) $-\dfrac{3}{2}\leqq x\leqq 3$ のとき，y の最大値は

$\boxed{ア}$，最小値は $\boxed{イ}$ である。

(3) x についての方程式 $x^3-3x=a$ が，
$-\dfrac{3}{2}\leqq x\leqq 3$ の範囲に異なる３つの実数解をもつような実数 a の値の範囲は

$\boxed{\quad}$ である。

番号	配点	正答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	$\frac{2}{3}\sqrt{2}$	70	90	57	3	0	4	27	$2\sqrt{2}$ (8.2), $\frac{2\sqrt{2}}{2-i^2}$ (2.8), $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (1.6), $\sqrt{2}$ (1.1)
(2)	5	-2，$\frac{1}{2}$，1	60	89	27	16	1	34	24	1 (2.9)，$-1/2, 1, 2$ (1.7)，$-2, 1$ (1.6)，$(x-1)(x+2)(2x-1)$ (1.6)
(3)	5	$-\frac{7}{4}$	52	83	24	13	1	25	34	$\frac{25}{4}$ (4.2)，$\frac{9}{8}$ (3.9)，1 (2.4)，$\frac{1}{4}$ (2.1)
(4)	5	$3x-y+5=0$	60	94	24	17	0	31	23	$x-3y+7=0$ (3.9)，$x-3y+5=0$ (2.1)，$3x+y+1=0$ (1.3)，$3x-y-1=0$ (0.8)
(5)	5	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	39	67	8	10	1	16	51	$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ (27.7)，$\frac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ (2.2)，$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ (1.6)，$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ (1.4)
(6)	5	$0 \leqq \theta \leqq \frac{2}{3}\pi$, $\frac{4}{3}\pi \leqq \theta < 2\pi$	36	68	4	23	3	44	41	$\frac{2}{3}\pi \leqq \theta \leqq \frac{4}{3}\pi$ (6.1), $0 \leqq \theta \leqq \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi \leqq \theta \leqq 2\pi$ (4.2), $0 \leqq \theta \leqq \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi \leqq \theta < 2\pi$ (1.1), $0 \leqq \theta \leqq \frac{2}{3}\pi$ (0.8)
(7)	5	ア 2，イ $\frac{11}{6}\pi$	14	19	1	30	1	56	56	ア 2, イ $-\pi/6$ (13.3)，ア 2, イ $\pi/6$ (8.7)，ア 2, イ $\pi/3$ (3.4)，ア 2, イ $2\pi/3$ (2.7)
(8)	5	$\frac{3}{2}$	63	89	36	6	0	8	30	3 (15.1)，1/3 (2.3)，2/3 (1.9)，4/3 (0.8)
(9)	5	ア $3x^2$，イ 3	59	90	33	3	0	1	39	ア $3x^2$, イ 無答 (12.8)，ア $3x^2$, イ -3 (2.7)，ア $3x^2$, イ -1 (2.6)，ア $3x^2$, イ $3x$ (1.7)
(10)	5	$\frac{32}{3}$	35	58	9	23	4	50	42	8 (5.5)，$\frac{20}{3}$ (3.8)，$\frac{16}{3}$ (2.8)，16 (2.5)
［2］(1)	5	(4，0)	73	97	38	12	0	21	15	(4，-6) (2.6)，(2，6) (1.1)，(8，0) (0.9)，(6，2) (0.7)
(2)	5	$s^2+t^2-8s+12=0$	55	90	15	30	0	68	15	$2 \leqq s \leqq 6, -2 \leqq t \leqq 2$ (1.3)，$s^2+t^2=4$ (0.9)，$x^2+y^2-8x+12=0$ (0.9)，$s+t=1$ (0.8)
(3)	5	ア $\frac{s}{2}$，イ $\frac{t}{2}$	48	85	10	34	2	77	19	ア $\frac{4+s}{2}$, イ $\frac{t}{2}$ (3.0)，ア $\frac{s-4}{2}$, イ $\frac{t}{2}$ (1.7)，ア s，イ t (0.9)
(4)	5	$x^2+y^2-4x+3=0$	26	50	1	52	21	90	23	$(x-4)^2+y^2=1$ (2.1)，$(x-4)^2+y^2=2$ (1.1)，$(x-4)^2+y^2=4$ (0.7)，$(x-2)^2+y^2=2$ (0.7)
［3］(1)	5	$t^2-16t+3$	53	93	10	8	1	12	40	t^2-4t+3 (7.6)，$2t-t^4+3$ (6.6)，$-14t+3$ (2.7)，t^2-t-13 (1.2)
(2)	5	$1 \leqq t \leqq 4$	50	86	13	23	2	49	27	$0 \leqq t \leqq 4$ (4.2)，$1 \leqq t \leqq 3$ (3.1)，$0 \leqq t \leqq 2$ (1.9)，$8-\sqrt{61} \leqq t \leqq 8+\sqrt{61}$ (1.7)
(3)	5	-45	31	48	8	24	2	56	45	-61 (9.9)，-12 (5.1)，-13 (4.0)，-1 (3.7)
［4］(1)	5	2	67	95	45	9	0	13	25	18 (11.6)，3 (2.6)，24 (1.6)，-1 (1.4)
(2)	5	ア 18　イ -2	60	80	37	11	0	18	29	ア 18 イ 9/8 (6.0)，ア 18 イ $-63/8$ (3.7)，ア 16 イ -2 (1.5)，ア 2 イ -2 (1.1)
(3)	5	$\frac{9}{8} \leqq a < 2$	15	30	1	33	6	65	53	$-2 < a < 2$ (24.1)，$9/8 < a < 2$ (10.5)，$9/8 < a < 18$ (1.5)，$-1 < a < 1$ (1.5)

(1) 軌跡について本質的な理解ができていない。

問　題	正答率			無答率		
［２］円　$x^2+y^2-8x+12=0$　・・・①　上を動く点Ｑ（s，t）と原点Ｏを結ぶ線分ＯＱの中点をＰとする。このとき，次の各問いに答えよ。	H20	H21	H22	H20	H21	H22
(1)円①の中心の座標は $\boxed{}$ である。	69		73	11		12
(2)点Ｑは円①上を動くので，s，t が満たす関係式は $\boxed{}$ である。		58	55		26	30
(3)点Ｐの座標（x，y）を s，t で表すと，$x=\boxed{}$，$y=\boxed{}$ である。	53	50	48	29	31	34
(4)点Ｐの軌跡の方程式は $\boxed{}$ である。	25	24	26	54	50	52

５年間にわたり，同じ問題を用いて軌跡に関する生徒の誤答の原因を探ってきた。これは，H19 に軌跡の方程式を出題して正答率が 23%と大変低かったためで，H20 以降に小問を出題しながら誘導して解答させてきた。図をイメージするために円の中心を求めさせる問題，動点Ｑ（s，t）が満たす関係式を求めさせる問題，軌跡を求める点Ｐ（x，y）と動点Ｑ（s，t）との関係を求めさせる問題を入れて分析をした。

(1)～(3)までの各問いでは 50%以上の正答率であるが，(4)の軌跡の方程式まで求めることができた者は 25%前後しかなかった。そこで，(2)，(3)の両方とも正解している者を調べたところ，正答率は 39%と低く，個々には 50%を超えてはいるが，両方正解していないために(4)の正答を導けないことが分かった。逆に(2)，(3)の両方とも正解している生徒のうち 64%の生徒が(4)を正解している。したがって，軌跡の問題では，まず，(2)，(3)を確実に理解させた上で，(4)の説明をすることが大切であることが分かる。

【指導上の留意点】

(2)，(3)に共通していることは，条件から変数 s，t を含む関係式を求めるところである。文字の多さに圧倒されている可能性もあるので，具体的な数値を用いた問題を与えながら文字に対する抵抗感を和らげ，正解を導かせたい。特に(2)は，図形の方程式と図形上の点の関係が理解できてない可能性があるので，具体例を示しながら丁寧に指導する必要がある。

(2)の問題

円上を動く点Ｑ（s，t）とは，点Ｑの x 座標 s と y 座標 t を円の方程式に代入すると式が成り立つことである。

例１　点（a，3）が直線　$y=2x+1$　上にあるとき，a の値を求めよ。

例２　点（a，2）が円　$x^2+y^2-8x+12=0$　上にあるとき，a の値を求めよ。

例３　点（s，t）が円　$x^2+y^2-8x+12=0$　上にあるとき，s，t が満たす関係式を求めよ。

(3)の問題

点Ｐ（x，y）が原点Ｏ（0，0），点Ｑ（s，t）の中点である。

例１　２点Ａ（1，−1），Ｂ（5，7）を結ぶ線分ＡＢの中点の座標を求めよ。

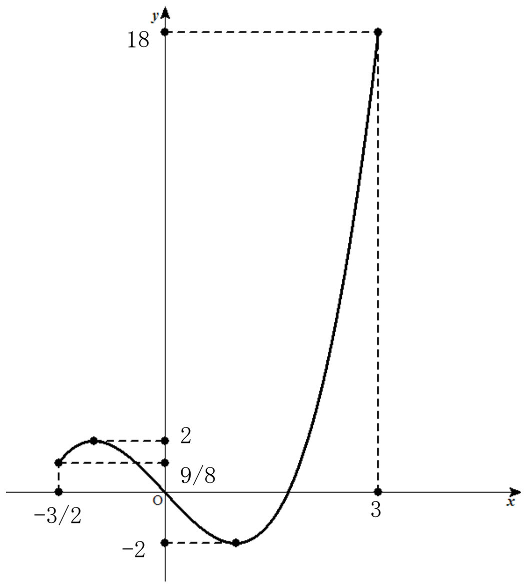
例２　２点Ｏ（0，0），Ｃ（4，2）を結ぶ線分ＯＣの中点の座標を求めよ。

例３　２点Ｏ（0，0），Ｑ（s，t）を結ぶ線分ＯＱの中点の座標を求めよ。

(2) 関数の位置関係をグラフによって正確に捉えさせたい。

問　題	正答率（%）（上位群／下位群）	無答率（%）（上位群／下位群）
［4］関数　$y=x^3-3x$　（$-\frac{3}{2} \leqq x \leqq 3$）について，次の各問いに答えよ。		
(1) この関数の極大値は $\boxed{}$ である。	67%（95%／45%）	8%（0%／13%）
(2)　$-\frac{3}{2} \leqq x \leqq 3$　のとき，y の最大値は $\boxed{}$，最小値は $\boxed{}$ である。	60%（80%／37%）	11%（0%／18%）
(3) x についての方程式　$x^3-3x=a$　が，$-\frac{3}{2} \leqq x \leqq 3$　の範囲に異なる3つの実数解をもつような実数 a の値の範囲は $\boxed{}$ である。	15%（30%／1%）	33%（6%／65%）

(1)，(2)の極値，最大値と最小値については 60%の正答率を得ることができているため，増減表によって関数の増減や極値，端点での値については，おおよそ求められるようである。しかし，(3)のように曲線と直線の位置関係から交点の数を求め，実数解の個数を考える問題では，正答率は 15%と大幅に下がってしまう。誤答で一番多かったのは $-2<a<2$ で誤答率は 24.1%，次に多かったのは $\frac{9}{8}<a<2$ で誤答率は 10.5%であった。定義域を考慮していなかったり，端点の部分を考慮していないことが原因の誤答である。グラフを用いて視覚的に正しくとらえることができるように指導する必要がある。



【指導上の留意点】

異なる実数解の個数の問題は，グラフを示し視覚的に捉えさせて確認することが重要である。下の例のように，簡単な問題を取り上げ，考え方を理解させた上で，今回の問題を再度チャレンジさせたい。

例1　$2x^2+4x-k=0$ が異なる2つの実数解をもつ。（2次方程式で定義域が実数全体の場合）

解1　判別式の利用

$D=4^2-4\cdot 2\cdot(-k)>0$

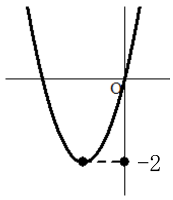
$k>-2$

解2　グラフの利用

$2x^2+4x=k$

$y=2x^2+4x$ のグラフから

$k>-2$

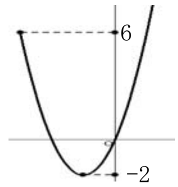


例2　$2x^2+4x-k=0$　($x \geqq -3$) が異なる2つの実数解をもつ。

解　$2x^2+4x=k$

$y=2x^2+4x$　($x \geqq -3$) のグラフから

$-2 < k \leqq 6$



例3　$x^3-3x=a$　が異なる3つの実数解をもつ。

解　$x^3-3x=a$

$y=x^3-3x$ のグラフから

$-2 < a < 2$