付　平成 23 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の２つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容もあわせて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日の間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 19 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表 14

テスト / 項目	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,606	7,760	8,728
平均点	46.2	49.7	47.0
標準偏差	24.3	26.2	29.1

(2) 得点分布（%）　　表 15

テスト / 得点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	5.0	7.6	10.4
80 ～ 89	6.0	8.8	8.0
70 ～ 79	7.8	10.1	9.0
60 ～ 69	11.3	11.7	9.0
50 ～ 59	13.4	11.8	9.0
40 ～ 49	14.5	11.5	9.3
30 ～ 39	13.4	11.5	10.3
20 ～ 29	12.0	11.7	12.3
10 ～ 19	11.9	10.1	12.5
0 ～ 9	4.6	5.3	10.3

(3) 学校別（課程別）平均点分布（校）表 16

テスト / 平均点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上		5	12
75～80未満	1	6	8
70 ～ 75		5	7
65 ～ 70	1	13	5
60 ～ 65	2	5	8
55 ～ 60	4	8	9
50 ～ 55	4	5	12
45 ～ 50	5	9	12
40 ～ 45	3	11	11
35 ～ 40	4	6	8
30 ～ 35	2	9	10
25 ～ 30	4	8	10
20 ～ 25		7	16
15 ～ 20	1	4	11
15未満		5	6
計	31	106	145

4　数学Ⅰ(基本)の問題，結果及びその考察

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1)　$a^3b \times a^4b^2 =$ $\boxed{}$ である。

(2)　$(2x+1)(4x^2-2x+1)$ を展開すると $\boxed{}$ である。

(3)　$12x^2-20x+3$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(4)　$(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2 =$ $\boxed{ア}$ であり，

$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2}) =$ $\boxed{イ}$ である。

(5)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\boxed{}$ である。

(6)　１次不等式 $3x+1<5x+7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(7)　２次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解くと $x=$ $\boxed{}$ である。

(8)　２次不等式 $(x-1)(x-2)>0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{ア}$ であり，$(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{イ}$ である。

(9)　２つの相似な図形において，相似比が１：３であるとき，２つの図形の面積比は $\boxed{:}$ である。

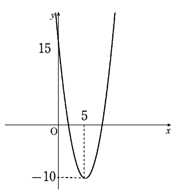
［２］　次の各問いに答えよ。

(1)　右図は２次関数 $y=x^2-10x+15$ のグラフである。この関数の $0 \leqq x \leqq 3$ における

最大値は $\boxed{ア}$，

最小値は $\boxed{イ}$

である。

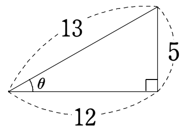


(2)　２次関数 $y=-3(x+1)^2+2$ のグラフの頂点は $\boxed{ア(,)}$ であり，このグラフを x 軸方向に１, y 軸方向に−２だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=$ $\boxed{イ}$ である。

［３］　次の各問いに答えよ。

(1)　右図の直角三角形において，

$\sin\theta =$ $\boxed{}$ である。



(2)　右の表を完成させよ。

ただし $0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

θ	ア	120°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	イ
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

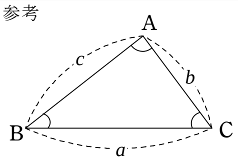
(3)　$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ である。

$90° \leqq A \leqq 180°$ で，$\sin A = \dfrac{3}{5}$ のとき，

$\cos A =$ $\boxed{}$ である。

［４］下の定理を参考にして,次の問いに答えよ。

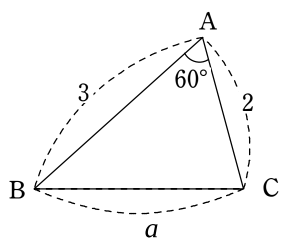
参考



余弦定理　$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

正弦定理　$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$

右図の△ＡＢＣにおいて，辺ＢＣの長さ a は $\boxed{}$ である。



番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	a^7b^3	81	1	18	$a^{12}b^2$ （8.1）， a^7b^2 （3.3）， $a^{12}b^3$ （2.4）
(2)	5	$8x^3+1$	66	9	25	$6x^3+1$ （1.6）， $12x^3-4x+1$ （1.6）
(3)	5	$(2x-3)(6x-1)$	50	29	21	$(2x+3)(6x+1)$ （2.4）
(4) ア	5	$7+2\sqrt{10}$	48	7	45	7 （18.3）， $7+2\sqrt{5}$ （2.8）， 5+2 （2.0）
イ	5	3	74	9	17	7 （1.2）， 5 （1.2）， 0 （1.2）， $\sqrt{21}$ （1.2）
(5)	5	$\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$	33	13	54	$\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$ （15.9）， $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ （5.7）， $\dfrac{\sqrt{10}}{7}$ （4.5）
(6)	5	$x>-3$	43	21	36	$x<-3$ （6.1）， -3 （4.1）， $x>3$ （2.4）， 2 （2.0）
(7)	5	$\dfrac{-\sqrt{5}\pm\sqrt{17}}{4}$	44	32	24	$\dfrac{25\pm\sqrt{17}}{4}$ （1.2）， $\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$ （0.8）， -3 （0.8）， 3 （0.8）
(8) ア	5	$x<1$ ， $2<x$	17	36	47	1,2 （6.1）， 2 （3.3）， $x>2$ （2.4）
イ	5	$1<x<2$	20	39	41	1,2 （4.1）， $-1,-2$ （2.0）， 0 （1.6）， 3 （1.6）， -2 （1.6）
(9)	5	1 ： 9	57	7	36	1：3 （13.4）， 2：6 （5.7）， 1：27 （3.3）， 1：6 （2.8）， 3：9 （2.8）
[2] (1) ア	5	15	56	9	35	なし （13.8）， 3 （7.7）， 5 （2.4）， -6 （1.6）
イ	5	-6	31	8	61	-10 （37.0）， 0 （6.5）， 15 （2.4）
(2) ア	5	$(-1,2)$	43	22	35	$(1,2)$ （6.1）， $(-3,2)$ （4.5）， $(3,2)$ （2.0）， $(1,-2)$ （2.0）
イ	5	$y=-3x^2$	11	34	55	$y=-3(x+2)^2$ （4.1）， 0 （3.7）， 2 （2.8）， $y=-3(x-1)^2-2$ （2.8）
[3](1)	5	$\dfrac{5}{13}$	71	9	20	$30°$ （7.7）， $\dfrac{12}{13}$ （3.3）， $\dfrac{13}{5}$ （1.2）， $\dfrac{13}{12}$ （1.2）
(2) ア	5	$30°$	69	4	27	$60°$ （10.2）， $45°$ （4.5）， $90°$ （3.7）
イ	5	$-\dfrac{1}{2}$	62	5	33	$\dfrac{1}{2}$ （18.3）， $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ （2.0）
(3)	5	$-\dfrac{4}{5}$	22	19	59	$\dfrac{4}{5}$ （34.1）， $\dfrac{2}{5}$ （2.4）， $\dfrac{5}{3}$ （1.6）
[4]	5	$\sqrt{7}$	42	18	40	7 （8.9）， $\sqrt{3}$ （1.6）， $\sqrt{11}$ （1.6）， 3 （1.6）

(1) ２次不等式について理解させたい

H19は「<」で出題し，H20からH22は,因数分解してある・なしの変化はあるものの「>」で出題したところ,正答率が低下した。H23は「>」,「<」の両方を出題し,お互いが何らかのヒントとなり，例年より正答率が上がるだろうと予測した。しかし，共に正答率が低い結果となった。また，アのみ正答した生徒は０％で,イのみ正答した生徒は1.6%であった。アとイの正答を逆に答えた生徒は0.4%であった。

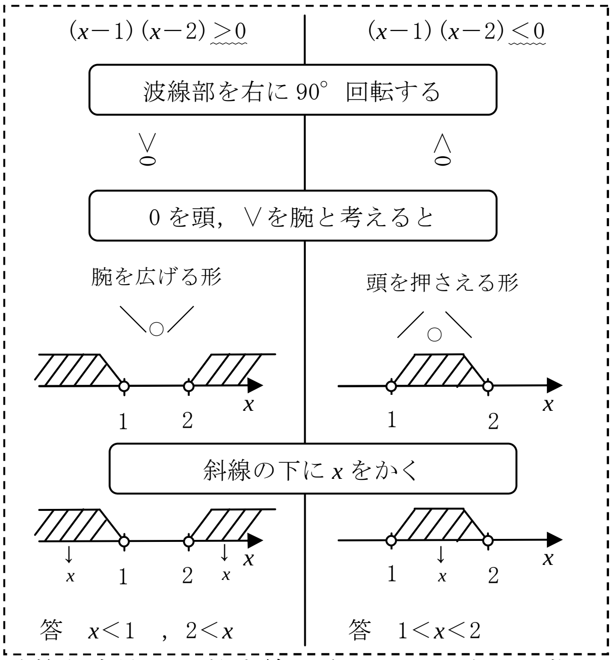
年度	設問	正答率	主な誤答例（誤答率）
H19	$x^2-3x+2<0$	30.5%	$1\leqq x\leqq 2$（2.8%）　$x=1,2$（2.8%）
H20	$x^2-3x+2>0$	13.9%	$1<x<2$（9.1%）　$x=1,2$（5.4%）
H21	$(x-1)(x-2)>0$	13.2%	$1<x<2$（16.4%）　$x=1,2$（7.7%）
H22		22.7%	$1<x<2$（7.6%）　$x=1,2$（8.1%）
H23	ア　$(x-1)(x-2)>0$ イ　$(x-1)(x-2)<0$	ア 17.1% イ 19.5%	ア $x=1,2$（6.1%） イ $x=1,2$（4.1%）

【指導上の留意点】

２次不等式の問題であるにも関わらず，２次方程式のように解いて「$x=1,2$」としている生徒が例年いる。また，右のように，２次方程式を解く感覚で，２次不等式を解いている生徒もいる。

２次不等式
$(x-1)(x-2)>0$
答　$x>1,\ 2$

２次不等式を解くには，２次関数のグラフと対応させて理解させることが大切であるが，因数分解できる２次不等式は，右のように「腕を広げる形」「頭を押さえる形」といった，視覚的なイメージで覚えさせる方法も有効である。また，数直線上で範囲(斜線)まで求めることができても，不等号を用いて表す段階で向きを間違える生徒もいる。不等号を「大なり」「小なり」と呼ばず,「くの反対」「くの字」と覚えている生徒も中にはいるが，数直線では常に「くの字」で表すことを意識させ，斜線部の下にxをかき，端点の数値を書けば不等号を用いて表すことが単純にできるといった機械的な方法で，数直線を徐々に慣れさせる指導も有効である。



(2) 相似比と面積比・体積比との関係について理解させたい

H18からH22までは,相似な立体の体積比を求める問題を出題しており，正答率は30%前後であった。H23は相似な図形の面積比を求める問題を出題したところ正答率が上がり，57.3%であった。

年度	設問	正答率	主な誤答例（%）
H20	相似比が１：３ の立体の体積比	30.3%	１：9(24.2%)　１：3(15.8%)
H21		37.3%	１：3(16.8%)　１：9(11.4%)
H23	相似比が１：３ の図形の面積比	57.3%	１：3(13.4%)　２：6(5.7%)

H23の主な誤答で,「2：6」と答えた生徒は相似比を２倍したと予想される。また,「1：3」と答えた生徒は，そのままの数字で答えた場合と相似比を２倍して「2：6」と考えた後，約分して「1：3」と答えた場合が予想される。H22 までの体積比の誤答で,「1：9」と答えた生徒が，面積比と間違えて２乗したのか,「$1^3：3^3=1：9$」という指数の計算を間違えたのか，答えだけでは見えにくい点があるがいずれにしても，相似比と面積比･体積比の関係が理解できていない可能性がある。

【指導上の留意点】

相似比が$m：n$の相似な図形の「面積比は$m^2：n^2$，体積比は$m^3：n^3$」という公式が理解できていない生徒には，単位(cm^2，cm^3)と結び付けて,「面積は２乗，体積は３乗」と理解させる指導が有効である。

５　数学Ｉ＋Aの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。

(2) $(x-y)^2-2(x-y)$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(3) ２次方程式 $3x^2-5x+1=0$ の解は $x=\boxed{\quad}$ である。

(4) 連立不等式 $x-2<3x-1\leqq x+7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(5) ２次不等式 $x^2<4$ を解くと $\boxed{\quad}$ である。

(6) 放物線 $y=2(x-1)^2+3$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に 1 だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=\boxed{\quad}$ である。

(7) ２次関数 $y=x^2-5x+a$ のグラフが x 軸と共有点をもたないとき，定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

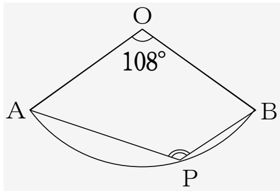
(8) $90^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ において $\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\cos\theta$ の値は $\boxed{\quad}$ である。

(9) ６個の数字 １，２，３，４，５，６ から異なる３個の数字を選んで，３桁の整数をつくるとき，３桁の整数は，$\boxed{\quad}$個である。

(10) 先生２人と生徒６人が円形のテーブルを囲んで座るとき，先生が向かい合うような並び方は全部で $\boxed{\quad}$ 通りである。

(11) $(x+2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数は，$\boxed{\quad}$ である。

(12) 中心角 108° のおうぎ形の弧ＡＢ上に点Ｐをとるとき，∠ＡＰＢの大きさは $\boxed{\quad}$ である。



［２］ ２次関数 $y=x^2-2ax+a+1\ (0\leqq x\leqq2)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=1$ のときの y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

(2) $a>2$ のときの y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

［３］ 円Ｏに内接する四角形ＡＢＣＤにおいて，ＡＢ＝８，ＢＣ＝５，ＣＤ＝３，∠Ｂ＝60° であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) 辺ＡＣの長さは $\boxed{\quad}$ である。

(2) 円Ｏの直径の長さは $\boxed{\quad}$ である。

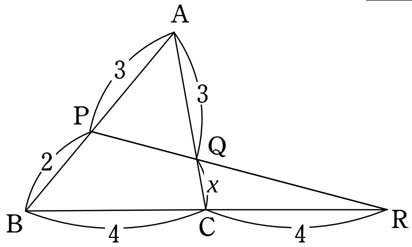
(3) 四角形ＡＢＣＤの面積は $\boxed{\quad}$ である。

［４］A，Ｂの２チームで野球の試合をする。AはＢに $\dfrac{1}{3}$ の確率で勝ち，引き分けはないものとする。３試合を行ったとき，次の確率を求めよ。

(1) Aが１試合目だけ勝つ確率は $\boxed{\quad}$ である。

(2) Aが１勝２敗となる確率は $\boxed{\quad}$ である。

［５］下の図において，x の値は $\boxed{\quad}$ である。



番号	配点	正　答	正答率	上位群 / 下位群	無答率	上位群 / 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	-6	71	93 / 55	3	0 / 5	26	$-6+\sqrt{35}$ (2.5)，-1(1.5)，-12 (1.0)
(2)	5	$(x-y)(x-y-2)$	54	90 / 12	17	1 / 40	29	$x^2-2xy+y^2-2x+2y$ (11.4)，$-2(x-y)^3$ (1.0)
(3)	5	$x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{6}$	88	99 / 89	3	0 / 4	9	$1, \frac{1}{3}$ (0.5)，$\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$ (0.5)，$\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$ (0.4)，$\frac{25\pm\sqrt{13}}{6}$ (0.4)
(4)	5	$-\frac{1}{2}<x\leqq 4$	65	87 / 42	9	0 / 18	26	$\frac{1}{2}<x\leqq 4$ (3.9)，$\frac{x-1}{3}<x\leqq\frac{x+8}{3}$ (1.9)，$-\frac{1}{2}<x\leqq 8$ (1.5)
(5)	5	$-2<x<2$	55	96 / 10	3	0 / 6	42	$x<2$ (11.6)，$x<\pm 2$ (8.8)，± 2(5.7)
(6)	5	$y=2(x+1)^2+4$	50	81 / 19	15	1 / 32	35	$y=2(x-3)^2+4$ (5.7)，$y=2(x+1)+4$ (4.1)
(7)	5	$a>\frac{25}{4}$	50	85 / 7	26	1 / 58	24	$a<\frac{25}{4}$(5.8)，$a>-\frac{25}{4}$(1.8)，$0<a$(1.8)
(8)	5	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	47	75 / 10	11	0 / 24	42	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (18.8)，$\frac{2}{3}$ (2.9)，$\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (2.0)
(9)	5	120	72	89 / 63	4	0 / 4	24	20 (12.5)，720 (2.3)，60 (0.8)
(10)	5	720	23	38 / 10	10	1 / 18	67	1440 (16.3)，240 (7.4)，120 (6.4)，5040 (3.4)
(11)	5	80	36	55 / 14	18	5 / 33	46	8 (8.0)，40 (3.8)，10 (3.5)，32 (2.2)
(12)	5	126°	51	75 / 31	7	0 / 12	42	72° (16.6)，108° (9.8)，144° (4.9)
［2］(1)	5	1	58	96 / 29	10	0 / 19	32	2 (18.1)，0 (3.6)，-2 (2.0)
(2)	5	$-3a+5$	21	43 / 3	30	6 / 55	49	-1 (7.0)，$-a^2+a+1$ (5.2)，1 (3.3)
［3］(1)	5	7	58	94 / 20	16	2 / 41	26	$\sqrt{89}$ (2.3)，$\sqrt{69}$ (1.7)，10 (1.7)，8 (1.3)
(2)	5	$\frac{14\sqrt{3}}{3}$	18	35 / 1	32	15 / 61	50	$\frac{7\sqrt{3}}{3}$ (11.7)，7 (6.4)，10(2.7)，8 (2.6)
(3)	5	$\frac{55\sqrt{3}}{4}$	22	45 / 1	44	20 / 77	34	$16\sqrt{3}$ (3.2)，$10\sqrt{3}$ (1.7)，40 (1.7)
［4］(1)	5	$\frac{4}{27}$	43	73 / 18	11	0 / 22	46	$\frac{1}{3}$ (15.4)，$\frac{4}{9}$ (6.4)，$\frac{1}{9}$ (6.3)
(2)	5	$\frac{4}{9}$	38	71 / 6	15	1 / 31	47	$\frac{4}{27}$ (12.9)，$\frac{1}{3}$ (6.4)，$\frac{2}{3}$ (3.6)，$\frac{3}{8}$ (2.8)
［5］	5	1	70	80 / 60	13	8 / 23	17	2 (5.5)，$\frac{3}{2}$ (3.0)，$\frac{1}{2}$ (1.1)

(1) 下位群の生徒に因数分解の意味を理解させたい

年度	問題	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （標本全体に対する％）
H20	$(x+y)^2-x-y$	41.2% (80.0%／7.0%)	30.0% (9.0%／49.0%)	$x^2+2xy+y^2-x-y$ (8.0%) $(x+y)^2-(x+y)$ (1.6%)
H21	$(x+y)^2-2x+2y$	47.4% (88.0%／10.0%)	23.0% (5.0%／38.0%)	$x^2+2xy+y^2+2x+2y$ (7.2%) $(x+y)^2+2(x+y)$ (4.9%)
H22	$(x-y)^2-2x+2y$	41.4% (81.0%／13.0%)	26% (10.0%／36.0%)	$x^2-2xy+y^2-2x-2y$ (7.9%) $(x-y)^2-2(x-y)$ (3.9%)
H23	$(x-y)^2-2(x-y)$	53.7% (89.7%／12.4%)	16.9% (1.0%／40.2%)	$x^2-2xy+y^2-2x+2y$ (11.4%) $-2(x-y)^2$ (1.0%)

［１］(2)で２変数を含む２次式の因数分解を出題した。H20 からH22 は共通因数を作り出す作業を必要とする問題，H23 は既に共通因数が作られている状態の問題であった。しかし，毎年１割前後の生徒が因数分解の問題であるのに,展開された式を答えとしており,因数分解と展開を混同していることが分かる。

上位群と下位群の差は顕著で，上位群の正答率は 89.7%と高いが，下位群の正答率は 12.4%とかなり低い。また，下位群の無答率も 40.2%と極めて高い。H20 からH22 の問題では，$(x-y)^2-2(x-y)$のように，共通因数を作り出した状態を答えとする誤答も多くあった。H23 は共通因数を作った形で出題したため，予想通り正答率は上がったが，下位群はあまり変化が見られなかった。

【指導上の留意点】

数学の苦手な生徒に対して，最初に因数分解と展開の関係について理解を深めさせる必要がある。どのような形が因数分解なのか具体例を何度も見せ，展開との区別をつける指導を行うことで，展開した形を答えとする生徒を減少させたい。

また，数学Ｉでは様々な種類の因数分解を学習するが，複雑な式であっても，共通因数の部分を他の文字に置き換えて分かりやすく整理したり，一つの文字に着目して整理した後，公式を利用したりすることで，整理後は，基礎的・基本的な問題になることが多い。基礎・基本の反復練習と式の整理方法の徹底を図ることが重要である。特に，下位群の生徒は，x^2-3x+2 よりも x^2-3x のような因数分解を苦手とする生徒は多いので，因数分解の公式の活用と共通因数でくくる変形の区別がつくように反復的な指導が重要である。

(2) ２次不等式の問題は，グラフを利用した解法を徹底したい

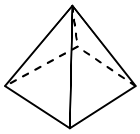
年度	問題	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H20	$x^2-3x<0$	60.9% (4.0%／25.0%)	10.0% (0%／22.0%)	$x<3$ (9.6%) $x=0,3$ (2.4%) $x<0, 3<x$ (2.3%)
H21	$x^2-6x+9\leqq 0$	42.4% (6.0%／14.0%)	4.0% (0%／9.0%)	$x\leqq 3$ (25.3%) $-3\leqq x\leqq 3$ (4.3%) $0\leqq x\leqq 3$ (3.3%) $x\geqq 3$ (2.7%)
H22	$x^2-3x\leqq 0$	64.0% (100%／35.0%)	11.0% (0%／16.0%)	$x\leqq 3$ (7.0%) $x=0,3$ (3.4%) $x\leqq 0, 3\leqq x$ (1.7%)
H23	$x^2<4$	54.8% (95.9%／10.3%)	3.0% (0%／6.0%)	$x<2$ (11.6%) $x<\pm 2$ (8.2%) ± 2 (5.7%)

［１］(5)で２次不等式を出題している。H23の正答率は54.8%であり,H22の64.0%よりも低下した。今回，右辺に４を残した形で与えたため，左辺に移項せずにそのまま方程式のように解いてしまった誤答が多くあった。また，他の誤答例（H22 における$x\leqq 0$，$3\leqq x$，H23 における $x<2$）を見ても分かるとおり，２次不等式を解く手段としてグラフが活用されていないことが分かる。

【指導上の留意点】

高等学校学習指導要領解説に，「２次不等式では，２次不等式の解の意味を理解させ，２次関数のグラフとx軸との位置関係から２次不等式の解を求めることができるようにするとともに，グラフを活用することのよさを認識させる。２次不等式は生徒にとって理解しにくい内容であるので，２次関数のグラフと２次不等式の解の関係をより丁寧に扱うことが大切である」とあるように，２次不等式は２次関数のグラフを利用して解を求めさせる指導が重要である。そのために，因数分解や解の公式を利用して簡易なグラフをかけるように指導したい。２次不等式は，この後の様々な分野で必要な計算となってくるので，不等式はグラフで解く習慣を身に付けさせるために，丁寧かつ反復的な学習指導を徹底したい。ただし，因数分解できる基本的な２次不等式については解をパターン化して指導する方法（数学Ⅰ基本参照）もあるので，解ける自信を付けさせたいときは有効な指導法と思われる。

(3) 円順列の問題をできるようにしたい

年度	問題	正答率 （上位群/下位群）	無答率 （上位群/下位群）	主な誤答例 （誤答率）
H21 1 (9)	５人が手をつないで輪を作る方法は何通りあるか。	65.4% (88.0%/46.0%)	3.1% (0%/3.0%)	120(14.6%) 25(3.3%)
H22 1 (9)	正四角錐の各面に異なる５色を使って塗り分ける方法は何通りあるか。 	16.2% (29.6%/1.1%)	9.9% (0%/12.0%)	120(29.8%) 24(8.3%)
H23 1 (10)	先生２人と生徒６人が円形のテーブルを囲んで座るとき，先生が向かい合うような並び方は全部で何通りあるか。	22.6% (38.1%/10.3%)	10.0% (1.0%/17.5%)	1440(16.3%) 240(7.4%)

円順列の問題をH21から３年連続で出題した。H21は基本的な円順列を扱う問題であり，正答率は65.4%であった。H22は立体図形の中で円順列を扱う問題で，正答率は16.2%であった。H23では標準的な円順列を扱う問題であったが正答率は22.6%であった。

誤答例は円順列の計算と判断できずに，先生２人の順列と生徒６人の順列の計算をした $2!\times 6!=1440$ と，生徒６人の円順列の計算を先に計算し，$(6-1)!\times 2=240$ とした誤答が目立った。

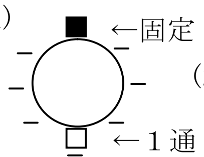
【指導上の留意点】

円順列の問題は，文章を読んだら，まず図を描いて考えさせる習慣を身に付けさせたい。また，数学を苦手とする生徒の中には n 人の円順列の計算は $(n-1)!$ と計算方法のみを暗記してしまい，出題形式が変わったときに応用ができなくて困っている生徒がいる。円順列は回転させて相対的に同じ並び方の場合，同一と見なすので，先に１つを固定して，回転による重複をなくすことが重要である。また１回の計算の中で円順列の公式 $(n-1)!$ は１度使えば固定されるので，複数回使用しないことを理解させたい。

今回の問題は以下のように指導する。

①２人の先生のうちの１人を固定してから，残り１人の先生の座り方を考える。

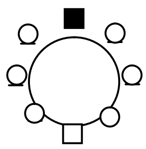
（□：先生）



$(2-1)!=1$ 通り

②残りの６つの空席に６人の生徒を座らせる座り方を考える。同じ並び方は存在しない。

（○：生徒）



$6!=720$ 通り

①，②より，$1\times 720=720$（通り）

(4) 二項定理の問題は公式の暗記ではなく，組み合わせや並べ替えの考え方で解けるようにしたい

年度	問題	正答率 （上位群/下位群）	無答率 （上位群/下位群）	主な誤答例 （誤答率）
H15 1(11)	$(x-2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数を求めよ。	35.0% (58.0%/14.0%)	23.0% (3.0%/28.0%)	−8(9.2%) −40(3.0%)
H19 1(9)	$(x-2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数を求めよ。	29.5% (51.6%/5.5%)	25.0% (6.0%/44.0%)	−8(6.5%) −40(3.3%)
H23 1(11)	$(x+2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数を求めよ。	36.2% (54.6%/14.4%)	17.5% (5.2%/33.0%)	8(8.0%) 40(3.8%)

二項定理に関する出題である。正答率は，約30%から35%で定着していないことが分かる。上位群の正答率も50%前後で，上位群の定着もよくない。主な誤答例の８は，$x^2(2y)^3$ の計算から，$8x^2y^3$ の係数を答えにしたと予想される。$x^2(2y)^3$ と同じ項がいくつあるか考慮されていないと思われる。

【指導上の留意点】

以下のように段階的に指導していくとよい。

① 具体例から考える「(例) $(a+b)^3$ の展開式における，a^2b の係数を求める」

$(a+b)^3=\underset{①}{(a+b)}\underset{②}{(a+b)}\underset{③}{(a+b)}$ の展開式の各項は，①から③のそれぞれの因数から a か b のどちらかを選択し，かけることによって得られる。

(例) $(a+b)^3=\underset{①}{(a+b)}\underset{②}{(a+b)}\underset{③}{(a+b)}$

$$\boxed{a}\times\boxed{a}\times\boxed{b}=a^2b$$

このように，□□□の枠の中に文字を入れて作られるので，項 a^2b は $\begin{cases} a\cdot a\cdot b \\ a\cdot b\cdot a \\ b\cdot a\cdot a \end{cases}$ の３通りある。

計算は□□□の３個の枠の中に b を１個入れる入れ方を考えて，残った２個の枠には自動的に a を入れればよいから，

$${}_3\mathrm{C}_1=3$$

となる。

② 一般的に考える（公式）

$(a+b)^n=\underset{①}{(a+b)}\underset{②}{(a+b)}\cdot\cdot\cdot\underset{ⓝ}{(a+b)}$ の展開式における項 $a^{n-r}b^r$ は，□□・・・□ の n 個の枠の中に r 個の b を入れる入れ方を考えて，係数は ${}_n\mathrm{C}_r$ となる。残った $n-r$ 個の枠には自動的に a が入る。

公式：$\boxed{(a+b)^n \text{ の展開式における一般項は } {}_n\mathrm{C}_r a^{n-r} b^r}$

③ H23の１(11)の問題を解く。

$(x+2y)^5=(x+2y)(x+2y)\cdot\cdot\cdot(x+2y)$ の展開式における項 x^2y^3 は，□□□□□の５個の枠の中に３個の y を入れる入れ方を考えて ${}_5\mathrm{C}_3$ となる。したがって，

$${}_5\mathrm{C}_3\times x^2(2y)^3=80x^2y^3$$

より係数は80となる。

６　数学Ⅱの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{x+3}{x^2-1}-\dfrac{x+4}{x^2-x-2}$ を計算すると $\boxed{}$ である。

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+i}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-i}$ を計算すると $\boxed{}$ である。
ただし，i は虚数単位とする。

(3) ３次方程式 $2x^3+x^2-5x+2=0$ の解は
$x=$ $\boxed{}$ である。

(4) ２次方程式 $2x^2-3x+4=0$ の２つの解を α, β とするとき，$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=$ $\boxed{}$ である。

(5) 点$(-1,\ 2)$を通り，直線 $x+3y-5=0$ に垂直な直線の方程式は $\boxed{}$ である。

(6) $75^\circ=45^\circ+30^\circ$ であることを利用して，
$\sin 75^\circ$ の値を求めると $\boxed{}$ である。

(7) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，$2\sin\theta-\sqrt{3}\leqq 0$ を満たす θ の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(8) $r>0$，$-\pi\leqq\alpha<\pi$ として，$\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ を
$r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると，$r=$ $\boxed{\text{ア}}$ ，
$\alpha=$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

(9) 不等式 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}\leqq\left(\dfrac{1}{9}\right)^{x}$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(10) 関数 $y=x^3-2$ を x について微分すると，
$y'=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。この関数の $x=2$ における接線の傾きは $\boxed{\text{イ}}$ である。

(11) 放物線 $y=x^2$ と直線 $y=4x$ とで囲まれた部分の面積は $\boxed{}$ である。

［２］円 $x^2+y^2-4x+2y-4=0$ $\cdots$ ①，と直線 $y=2x+m$（m は定数）$\cdots$ ② について，次の各問いに答えよ。

(1) 円①の中心の座標は $\boxed{\text{ア}}$，半径は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 円①の中心と直線②との距離が円①の半径の長さと同じとき，m の値は $\boxed{}$ である。

(3) 円①と直線②が異なる２点で交わるとき，m の値の範囲は $\boxed{}$ である。

［３］関数 $y=(\log_2 x)^2-\log_2 x^2+3$（$1\leqq x\leqq 16$）について，次の各問いに答えよ。

(1) $\log_2 x=t$ とおくとき，y を t の式で表すと，
$y=$ $\boxed{}$ である。

(2) t がとる値の範囲は $\boxed{}$ である。

(3) y の最大値は $\boxed{}$ である。

［４］関数 $y=2x^3+3x^2-12x$ について，次の各問いに答えよ。

(1) この関数の極小値は $\boxed{}$ である。

(2) x についての方程式 $2x^3+3x^2-12x=a$ が，異なる３つの実数解をもつような定数 a の値の範囲は
$\boxed{}$ である。

(3) x についての方程式 $2x^3+3x^2-12x=a$ が，異なる２つの正の解と１つの負の解をもつような定数 a の値の範囲は $\boxed{}$ である。

番号	配点	正答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］ (1)	5	$-\dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$	57	75 29	6	0 13	37	$\dfrac{-2x-2}{x^2-2x^2-x+2}$ （2.6），$\dfrac{-2x-2}{(x+1)(x-1)(x-2)}$ （1.8）
(2)	5	$-\dfrac{2}{3}i$	63	86 39	5	0 9	32	$-2i$ （9.8），$-\dfrac{2i}{2-i^2}$ （1.7），$\dfrac{1}{3}$ （1.0）
(3)	5	-2，$\dfrac{1}{2}$，1	52	90 14	20	0 42	28	1 （6.6），$(x-1)(x+2)(2x-1)$ （2.3）， $-2,\dfrac{1}{2}$ （0.9）
(4)	5	$\dfrac{1}{4}$	44	74 7	21	3 42	35	$\dfrac{25}{8}$ （2.5），$\dfrac{17}{4}$ （2.2），$\dfrac{5}{4}$ （2.0）
(5)	5	$3x-y+5=0$	59	87 23	18	0 37	23	$y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3}$ （6.8），$y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$ （1.9），$y=-3x-1$ （1.1）
(6)	5	$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	44	70 12	9	2 14	47	$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$ （9.4），$\dfrac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ （3.0），$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ （1.2），$\dfrac{5}{12}\pi$ （0.9）
(7)	5	$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{2}{3}\pi\leqq\theta<2\pi$	37	70 3	24	3 52	39	$\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta\leqq\dfrac{2}{3}\pi$ (5.5)，$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2}{3}\pi\leqq\theta\leqq2\pi$ (2.7)， $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{3}$ (1.6)，$0°\leqq\theta\leqq60°$ (1.2)
(8)	5	ア 2，イ $-\dfrac{\pi}{6}$	26	44 2	34	10 57	40	ア 2，イ $\dfrac{\pi}{6}$ （5.4），ア 2，イ $\dfrac{2}{3}\pi$ （2.1） ア 2，イ $\dfrac{\pi}{3}$ （1.9），ア 2，イ $\dfrac{11}{6}\pi$ （1.7）
(9)	5	$x\leqq1$	33	50 10	17	3 32	50	$x\geqq1$ （25.4），$x\leqq-2$ （2.1）
(10)	5	ア $3x^2$，イ 12	74	92 62	1	0 1	25	ア $3x^2$，イ 6 （5.5），ア $3x^2$，イ（無答）（4.0） ア $3x$，イ 6 （2.8），ア $3x^2$，イ 3 （2.1）
(11)	5	$\dfrac{32}{3}$	55	86 28	21	2 32	24	4 （3.5），8 （2.6），32 （1.6），16 （1.6）
［2］ (1)	5	ア （2，−1） イ 3	69	96 35	10	0 18	21	ア(2，1) イ 3 （2.1），ア(4，−2) イ 2 （1.8） ア(4，−2) イ 4 （1.3），ア(2，−1) イ 2 （0.6）
(2)	5	$m=-5\pm3\sqrt{5}$	16	28 1	37	14 51	47	$3\sqrt{5}-5$ （7.3），2 （2.4），−5 （1.9），−2 （1.7）
(3)	5	$-5-3\sqrt{5}<m<-5+3\sqrt{5}$	17	31 2	52	26 75	31	$m<-5-3\sqrt{5}, -5+3\sqrt{5}<m$ （1.3），$-5-\sqrt{5}<m<-5+\sqrt{5}$ （1.3）
［3］ (1)	5	$y=t^2-2t+3$	71	100 40	10	0 16	19	3 （3.8），$y=t^2-tx+3$ （2.8），$y=t^2-t+3$ （2.5）
(2)	5	$0\leqq t\leqq4$	49	93 4	26	1 54	25	$-1\leqq t\leqq3$ （2.8），$1\leqq t\leqq4$ （2.7） $1\leqq t\leqq16$ （2.1），$1-\sqrt{2}i\leqq t\leqq1+\sqrt{2}i$ （1.0）
(3)	5	11	45	83 5	30	1 58	25	3 （4.8），2 （4.0），16 （2.1），6（1.7）
［4］ (1)	5	−7	74	96 59	9	0 14	17	−6 （1.8），−2 （1.7），4 （1.2），1 （1.0）
(2)	5	$-7<a<20$	50	80 21	26	1 40	24	$-7\leqq a\leqq20$ （3.1），$-2\leqq a\leqq1$ （1.5）， $-2<a<1$ （1.4），$-7<a<8$ （1.1）
(3)	5	$-7<a<0$	36	67 6	41	10 57	23	$-7<a\leqq0$ （3.3），$0<a<20$ （1.3）， $-7\leqq a\leqq0$ （0.5），$-7<a<20$ （0.5）

(1) 指数関数のグラフを描いて，指数不等式を解けるようにさせたい

設問番号	設問の概要	正答率(%) (上位群，下位群)	無答率(%) (上位群，下位群)	主な誤答と割合
H20 [1](9)	不等式 $3^{x+1} \leqq 9^x$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。	66.5 (89.0，48.0)	8.3 (0，12.0)	$\frac{1}{2} \leqq x$ (5.3%) $x \leqq 1$ (4.8%)
H23 [1](9)	不等式 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leqq \left(\frac{1}{9}\right)^x$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。	33.3 (49.6，9.6)	17.4 (2.6，32.2)	$x \geqq 1$ (25.4%) $x \leqq -2$ (2.1%) $x \leqq -1$ (1.6%) $x \leqq \frac{1}{2}$ (1.6%)

指数不等式は，H20 に底が 3（＞1）の基本的な問題を出題した。このときの正答率は 66.5％で，上位群の正答率は 89.0％と高く，下位群の正答率も 48.0％とほぼ 50％あった。H23 はH20 と比較するために底を $\frac{1}{3}$（＜1）にして出題した。その結果，正答率は 33.3％で，非常に低い結果であった。上位群の正答率は 49.6％で 50％を下回り，下位群の正答率は 9.6％であった。最頻誤答は $x \geqq 1$ で，誤答率は 25.4％であった。誤答の原因は，底が $\frac{1}{3}$ で単調減少であるにもかかわらず，指数部分を比較する際に，大小関係を逆転させていないためと思われる。

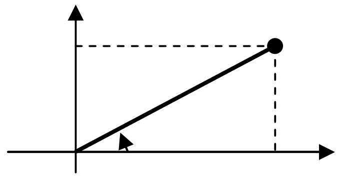
【指導上の留意点】

指数不等式を解く上で大切なことは，指数関数のグラフを常にイメージさせ，x の大小と y の大小の関係を視覚的に捉えさせることである。特に，底が 1 より小さいときは，単調減少のグラフになり，指数部分の不等式の不等号の向きが逆転することを認識させたい。

(2) 三角関数の合成の確実な定着を図りたい

設問番号	設問の概要	正答率(%) (上位群，下位群)	無答率(%) (上位群，下位群)	主な誤答と割合
H21 [1] (7)	$r>0$，$-\pi \leqq \alpha < \pi$ として， $\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ $r = \boxed{ア}$，$\alpha = \boxed{イ}$	41.0 (80.0，5.0)	30.0 (0，59.0)	ア.2(正解)，イ.$\frac{\pi}{6}$ (5.4%) ア.2(正解)，イ.60° (1.9%)
H20 [1] (7)	$r>0$，$0 \leqq \alpha < 2\pi$ として， $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ $r = \boxed{ア}$，$\alpha = \boxed{イ}$	14.2 (19.0，1.0)	29.7 (1.0，56.0)	ア.2(正解)，イ.$-\frac{\pi}{6}$ (13.3%) ア.2(正解)，イ.$\frac{\pi}{6}$ (8.7%) ア.2(正解)，イ.$\frac{\pi}{3}$ (3.4%)
H23 [1] (8)	$r>0$，$-\pi \leqq \alpha < \pi$ として， $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ $r = \boxed{ア}$，$\alpha = \boxed{イ}$	25.8 (44.4，1.7)	34.2 (9.6，57.4)	ア.2(正解)，イ.$\frac{\pi}{6}$ (5.4%) ア.2(正解)，イ.$\frac{2}{3}\pi$ (2.1%) ア.2(正解)，イ.$\frac{\pi}{3}$ (1.9%) ア.2(正解)，イ.$\frac{11}{6}\pi$ (1.7%)

H21　動径が第 1 象限



毎年，三角関数の合成の問題を出題しているが，上記の結果を見ても分かるように，定着はよくない。そして，動径の位置によってその正答率はかなり違うことが分かる。

H21 のように，動径が第 1 象限にある場合は，正答率は 40％を超え，上位群の正答率は 80％前後になる。しかし，H20，H23 のように動径が第 4 象限にあるときは，正答率はかなり下がり，特に，α の範囲が $0 \leqq \alpha < 2\pi$ のときは，正答率が約 15％になってしまう。これは，基軸の x 軸から動径までの角 α の求め方を十分理解していないためと思われる。

【指導上の留意点】

1　偏角 α の求め方を理解させる

学習の最初の段階で大切なことは，図を描いて三角関数を合成する処理の仕方を習得させることである。そのとき，今回の結果からも分かるように，角 α の求め方が理解しにくいところなので，次の例のように，与式が同じでも，与えられる α の範囲によって α が異なることを印象づけるとよい。

（例）　α が次の範囲のとき，　$\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形しなさい。

(1)　$-\pi \leqq \alpha < \pi$

(2)　$0 \leqq \alpha < 2\pi$

(3)　$2\pi \leqq \alpha < 4\pi$

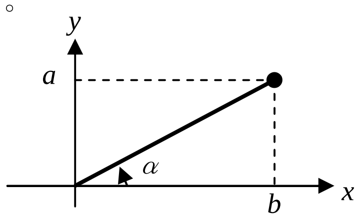
2　合成に関する理解を深め定着を図る

一通り学習し終えた後，$a\sin\theta+b\cos\theta$ の a の値を y 軸に，b の値を x 軸にとり，合成の式がどのようになるかを考えさせると，さらに合成について理解を深めることができる。

（例）　$a\sin\theta+b\cos\theta$

$$a=\sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha,\quad b=\sqrt{a^2+b^2}\cos\alpha$$

$$\begin{aligned} a\sin\theta+b\cos\theta &= \sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha\sin\theta+\sqrt{a^2+b^2}\cos\alpha\cos\theta \\ &= \sqrt{a^2+b^2}\,(\sin\alpha\sin\theta+\cos\alpha\cos\theta) \\ &= \sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta-\alpha) \end{aligned}$$



3　恒等式の考え方から三角関数の合成の式を作る

等式 $a\sin\theta+b\cos\theta=r\sin(\theta+\alpha)$ を θ についての恒等式と考えて，r と α を求めることができる。

（例）　$r>0$，$-\pi \leqq \alpha < \pi$ として，$\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形する。

$$\begin{aligned} \sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta &= r\sin(\theta+\alpha) \\ &= r\sin\theta\cos\alpha+r\cos\theta\sin\alpha \end{aligned}$$

θ についての恒等式と考えて，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の係数を比較する。

$\sqrt{3}=r\cos\alpha$ ･･･①

$-1=r\sin\alpha$ ･･･②

①，②より，

$r^2=4$　　　よって，$r>0$ より，$r=2$

この結果を①，②に代入して

$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2},\quad \sin\alpha=-\frac{1}{2}$$

$-\pi \leqq \alpha < \pi$ より，　$\alpha=-\dfrac{\pi}{6}$

この恒等式の考え方を使うと，$r\cos(\theta+\alpha)$ への変形も容易にできる。

（例）　$r>0$，$-\pi \leqq \alpha < \pi$ として，$\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ を $r\cos(\theta+\alpha)$ の形に変形する。

$$\begin{aligned} \sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta &= r\cos(\theta+\alpha) \\ &= r\cos\theta\cos\alpha-r\sin\theta\sin\alpha \end{aligned}$$

θ についての恒等式と考えて，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の係数を比較する。

$-1=r\cos\alpha$ ･･･①

$\sqrt{3}=r\sin\alpha$ ･･･②

①，②より，

$r^2=4$　　　よって，$r>0$ より，$r=2$

この結果を①，②に代入して

$$\cos\alpha=-\frac{1}{2},\quad \sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$-\pi \leqq \alpha < \pi$ より，　$\alpha=\dfrac{2\pi}{3}$