平　成　24　年　度
高等学校新入学生徒の学力に関する研究（数学）

本研究会では，愛知県高等学校数学研究会と共同で，参加を希望した県内の高等学校において，新入学生徒を対象にした学力調査及び在学生徒を対象にした学力検査を毎年実施し，結果の集計･分析･考察を行っている。

この研究は以下の内容で，本年度分についてまとめたものである。

(1) 調査の趣旨，調査の実施及び処理，調査結果の概要，分析結果の概要，調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

(2) テスト$\boxed{\text{A}}$，テスト$\boxed{\text{B}}$，テスト$\boxed{\text{T}}$の結果とその考察

(3) 平成23年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

＜検索用キーワード＞

数学　中学校　高等学校　学力調査　数学Ⅰ　数学Ⅱ　正答率　誤答分析

研　究　会　委　員

愛知県立瑞陵高等学校教諭	鈴村　愛
愛知県立春日井高等学校教諭	浅野弘義
愛知県立起工業高等学校教諭	堀田圭悟
愛知県立津島高等学校教諭	山本　治
愛知県立大府高等学校教諭	石原　優
愛知県立足助高等学校教諭	麻生和男
愛知県立碧南高等学校教諭	松村貴之
愛知県立豊橋西高等学校教諭	富安伸之
愛知県立成章高等学校教諭	内藤優士
愛知県立新城東高等学校教諭	小峰慶紀
愛知県総合教育センター研究指導主事	齋藤育浩（主務者）

目　　次

１　調査の趣旨

愛知県総合教育センターでは愛知県高等学校数学研究会と共同で，昭和 30 年以来，高等学校入学者数学学力調査を実施してきた。調査結果を分析・考察し，指導上の留意点を明らかにして，中高連携の立場からそれぞれの数学教育に有用な資料を提供することが目的である。また，本調査を継続して実施することにより新入学生徒の学力傾向の推移をつかむことができ，指導の参考とすることができる。

２　調査の実施及び処理

(1) 調査問題の構成

調査問題をテスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$，テスト$\boxed{T}$の３種類に分け，各々について次の立場で問題を作成した。調査時間はいずれも 50 分である。

テスト$\boxed{A}$　中学校学習指導要領に示された内容を出題基準とし，高等学校で数学を学習するのに必要と思われる基礎的・基本的な事項により問題を構成した。

テスト$\boxed{B}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{A}$と同様であるが，より高度な思考力，洞察力を要する問題を中心に構成した。

テスト$\boxed{T}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{A}$と同様であるが，極めて基本的な事項により問題を構成した。

(2) 調査の対象

県内の高等学校及び特別支援学校の高等部に今年度入学した生徒を対象として，調査を実施した。実施校（課程別資料提供校）の数はテスト$\boxed{A}$が 29 校，テスト$\boxed{B}$が 115 校，テスト$\boxed{T}$が８校であった。

(3) 調査の実施時期及び資料の回収

学校ごとに３月下旬から４月中旬の間に調査を実施し，集計用紙（各標本の解答をそのまま一覧表に転記したものと全員の度数分布）を４月 19 日までに回収した。

(4) 標本の抽出

テスト$\boxed{A}$では 182 名（抽出率 6.5%），テスト$\boxed{B}$では 1,482 名（抽出率 5.1%），テスト$\boxed{T}$では 109 名（抽出率 20.3%）を抽出して，問題別の正答率・無答率を算出し，主な誤答について分析した（テスト全体の平均点及び標準偏差は全員を対象にして算出した）。

なお，後出のテスト$\boxed{A}$，$\boxed{B}$における「上位群」，「下位群」は，それぞれ得点が「平均点＋標準偏差」付近，「平均点－標準偏差」付近の各１割で形成される標本群である。

３　調査結果の概要

(1) 人数・平均点・標準偏差（過去との比較）　表１

テスト / 年度	テスト$\boxed{A}$			テスト$\boxed{B}$			テスト$\boxed{T}$		
	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数
H22	51.6	23.6	3,675	62.5	25.2	28,725	50.2	26.4	593
H23	48.7	25.1	2,801	55.4	22.7	28,778	53.1	26.7	536
H24	**51.4**	**26.1**	**3,824**	**50.8**	**23.1**	**28,966**	**52.4**	**23.4**	**503**

(2) 頻数分布（%）　表２

得　点	90～100	80～89	70～79	60～69	50～59	40～49	30～39	20～29	10～19	0～9
ﾃｽﾄ$\boxed{A}$	10.0	8.9	9.6	9.5	12.0	13.7	13.3	10.7	7.9	4.4
ﾃｽﾄ$\boxed{B}$	4.7	7.4	10.8	14.2	15.1	15.3	12.7	9.7	6.7	3.4
ﾃｽﾄ$\boxed{T}$	5.2	9.7	12.1	11.5	15.7	14.9	12.7	8.5	6.8	2.8

（3） 学校（課程）別平均点分布（校） 表3

平均点	90以上	85～90	80～85	75～80	70～75	65～70	60～65	55～60	50～55	45～50	40～45	35～40	30～35	25～30	20～25	20未満	計
テスト A				1	1	5	1	3	2	4	2	4	4	1	1		29
テスト B		1	2	5	3	11	10	6	10	13	9	13	13	7	8	4	115
テスト T					1		3		1	2					1		8

４ 分析結果の概要

(1) 中学校における新領域「資料の活用」について

本年度の高校１年生は，中学校において新しい学習指導要領の基に編成された教育課程で学習してきた。今次の学習指導要領の改訂で，中学校における大きな変更点は，今までの領域構成が「数と式」，「図形」，「数量関係」の３領域であったのが，確率・統計に関する領域「資料の活用」が新設されるとともに，「数量関係」が「関数」と改められ，「数と式」，「図形」，「関数」，「資料の活用」の４領域とされたことである。

この確率・統計に関する領域「資料の活用」の指導の意義は，「中学校学習指導要領解説数学編」によると，「急速に発展しつつある情報化社会においては，確定的な答えを導くことが困難な事柄についても，目的に応じて資料を収集して処理し，その傾向を読み取って判断することが求められる。この領域では，そのために必要な基本的な方法を理解し，これを用いて資料の傾向をとらえ説明することを通して，統計的な見方や考え方及び確率的な見方や考え方を培うことが主なねらいである。」としている。

この確率・統計の領域を重視する方針は，高等学校についても同様で，「統計」に関わる学習はすべての高校生に必要な数学的素養と捉えられ，共通必履修科目である「数学Ⅰ」に「データの分析」という新しい章が設けられた。指導するに当たり，中学校における既習事項との円滑な接続のために，中学校での指導内容を表にまとめておく（**表４**）。

表４

	学習内容
第1学年	資料の散らばりと代表値 ・度数分布表 ・ヒストグラムの必要性と意味 ・代表値の必要性と意味 ・平均値 ・中央値（メジアン） ・最頻値（モード） ・範囲 近似値と誤差 ・近似値と誤差の意味 ・$a \times 10^n$ の形の表現
第2学年	確率 ・確率の必要性と意味 ・確率の求め方 ・確率の利用
第3学年	標本調査 ・標本調査の必要性と意味 ・母集団の推定

今回のテストでは，テストＡにおいて，中学校１年生で学習する中央値と，中学校３年生で学習する標本調査に関する問題を出題した。中央値の平均正答率は，28.0％でやや定着がよくないが，標本調査は，基本的な問題であったこともあり，平均正答率 72.8％と良好であった。テストＢでは，母集団の個数を推測する標本調査の問題を出題したところ，平均正答率は 49.7％で，やや課題があることが分かった。中学校で指導されている先生方と情報を密にとりながら今後の指導に当たる必要がある。

(2) 円周角の定理の逆に関する問題について

今回の改訂で，高等学校において指導していた幾つかの内容が中学校に移行した。そのうち，円周角の定理の逆が高等学校の数学Ａから中学校３年生に移行した。今回のテストでは，テストＢでその応用問題を出題した。しかし，問題文に円に関する記述がなかったため，円周角の定理の逆を使うことに気付かなかった生徒が多く，平均正答率は，44.9％であった。

５　調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

平成 24 年度高等学校入学者数学学力調査A，Bについて，Ｓ－Ｐ表処理等を基にして差異係数，信頼性係数，内容別平均正答率，正答率帯別問題数，注意係数，ＵＬ指数，問題間の相関等を考察したところ，次のような結果を得た。なお，データは，テストAについては参加 29 校から 232 名，テストBについては 115 校から 1,508 名を抽出して作成した。

［１］　問題全体について

(1)　差異係数

表５

テスト　年度	(1)差異係数		
	H22	H23	**H24**
テストA	0.249	0.302	**0.363**
テストB	0.280	0.250	**0.380**

差異係数とは，Ｓ，Ｐ両曲線のずれの程度を数量化したもので，生徒理解と一連の学習内容がうまくかみ合っているかを見るものである。差異係数は０から１の値をとり，0.5 より小さい値のとき生徒の理解と指導の密着性が高いとされている。簡単な確認テストのようなドリル演習型のテストではＳ曲線とＰ曲線の乖離は小さく，差異係数は小さくなる。実力テストのような多面にわたる総合的な問題ではＳ曲線とＰ曲線は大きく乖離して，差異係数は大きくなる。差異係数が 0.5 を超えたとき，指導内容に問題がなかったか，出題に問題がなかったか，学習者の理解やモチベーションはよかったかなどを検討する必要がある。今回のテストでは**表５**のように差異係数は小さいので，出題及び学習者の理解の間にとりわけ大きな問題はないと考えられる。

(2)　信頼性係数（ｸｰﾀﾞｰ･ﾘﾁｬｰﾄﾞｿﾝの公式 20 による）

表６

テスト　年度	(2)信頼性係数		
	H22	H23	**H24**
テストA	0.870	0.873	**0.880**
テストB	0.884	0.856	**0.833**

信頼性係数とは，作成されたテスト問題が内容的に妥当で信頼できるものなのかを算出するものである。ここで言う信頼性とは，同一条件下で再度試験を実施しても同じ結果が出ると思われる安定性のことで，０から１の値をとり，１に近いほど信頼性が高いとされている。今回のテストでは**表６**のように信頼性係数は高いので，信頼できる良好な問題であったことが分かる。

(3)　内容別平均正答率　（ ）内の数字は問題数

表７

テスト 内容　年度	テストA			テストB		
	H22	H23	**H24**	H22	H23	**H24**
数と式	68.7%(6)	58.8%(6)	**60.7%(6)**	80.1%(6)	75.8%(6)	**67.3%(6)**
図　形	29.1%(6)	32.9%(6)	**45.1%(6)**	52.9%(6)	40.9%(6)	**48.6%(6)**
関　数	49.4%(6)	36.9%(6)	**42.6%(6)**	57.8%(6)	48.4%(6)	**46.1%(6)**
資料の活用 (ただしH22,23は確率と個数の処理・数列)	40.8%(2)	56.1%(2)	**57.7%(4)**	42.9%(2)	50.7%(2)	**45.5%(4)**

(4)　正答率帯別問題数

表８

テスト 正答率　年度	テストA			テストB		
	H22	H23	**H24**	H22	H23	**H24**
0.851以上	1	0	**0**	2	3	**1**
0.667～0.850	4	4	**5**	8	4	**5**
0.333～0.666	9	10	**13**	8	8	**13**
0.150～0.332	3	4	**4**	2	4	**3**
0.149以下	3	2	**0**	0	1	**0**

(5)　全体の正答率との相関別問題数

表９

テスト 相関　年度	テストA			テストB		
	H22	H23	**H24**	H22	H23	**H24**
0.70以上	0	0	**1**	1	0	**0**
0.60～0.69	6	6	**6**	7	4	**2**
0.50～0.59	8	9	**6**	7	10	**7**
0.40～0.49	2	3	**6**	3	2	**7**
0.30～0.39	4	2	**3**	1	3	**6**
0.29以下	0	0	**0**	1	0	**0**

［２］ 検討を要する問題群

表 10 の４つの指標について，基準を満たさない問題に注意マーク“×”を付けた。注意マークが１つ以上付いた問題を，正答率が基準を満たす“Ｉ群”と，正答率が基準を満たさない“Ⅱ群”とに分け整理したところ以下のようになった。

平均正答率が非常に高い場合や非常に低い場合に，下記の指標②から④は注意マーク“×”が付きやすくなる。従って，今回のテストで，問題となるのは**表 10** の※印の問題である。それらの問題について，上位群と下位群の正答率を比較すると，$\boxed{A}$１(7)については，下位群の生徒がよく努力したためと考えられる。それ以外の※印の付いた問題は，上位群の平均正答率が４～６割程度と低いのに対し，下位群の平均正答率が２割程度あり，全体的に集中しているため注意マークが付いたと思われる。

（×印は該当項目について検討を要する数値であることを示す）

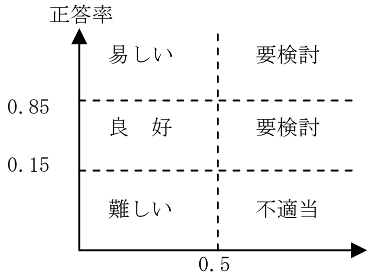
表 10

		項　目	①正 答 率	②注意係数	③ＵＬ指数	④相　関
問　　題		基準値	＞ 0.333	＜ 0.500	＞ 0.400	＞ 0.400
Ｉ	テスト$\boxed{A}$	1　(1)	0.724	0.513 ×	0.431	0.379 ×
		1　(7) ※	0.672	0.532 ×	0.447	0.379 ×
		6　(2) ※	0.392	0.527 ×	0.415	0.391 ×
	テスト$\boxed{B}$	1　(1)	0.789	0.519 ×	0.366 ×	0.347 ×
		1　(3)	0.767	0.473	0.423	0.389 ×
		1　(6) ※	0.486	0.502 ×	0.504	0.410
		1　(7) ※	0.404	0.534 ×	0.442	0.375 ×
		4　(1)	0.909	0.324	0.251 ×	0.375 ×
		5　(2) ※	0.449	0.517 ×	0.494	0.397 ×
		6　(3)	0.334	0.581 ×	0.339 ×	0.327 ×
Ⅱ	テスト$\boxed{A}$	1　(8)	0.280 ×	0.426	0.479	0.436
		3　(1)	0.233 ×	0.117	0.671	0.637
		4　(2)	0.319 ×	0.112	0.798	0.701
		6　(1)	0.276 ×	0.242	0.607	0.574
	テスト$\boxed{B}$	3　(1)	0.256 ×	0.267	0.595	0.541
		3　(2)	0.157 ×	0.218	0.457	0.505
		4　(2)	0.220 ×	0.273	0.526	0.519

(各項目の説明)

①正 答 率：各問題の正答率を示す。

表 11



②注意係数：ＳＰ表において，ある問題の正誤の状況と他の問題の正誤の状況を比較し，異質の程度を数値化したものである。0.5 より小さい方が適切な問題であるとされている。**表 11** に示すように平均正答率とあわせて検討するとよい。

③ＵＬ指数：$\dfrac{\text{（上位 27\%の正答者数）}-\text{（下位 27\%の正答者数）}}{\text{（生徒 27\%の人数）}}$

ＵＬ指数は上式で算出する。「上位群に正答者が多く，下位群に正答者が少ない」場合にＵＬ指数は高くなるが，上位群に正答者が少なく下位群に正答者が多いという逆転現象の場合，ＵＬ指数は低くなる。ＵＬ指数が 0.4 より大きい方が適切な問題であるとされている。

④相　　関：生徒の得点合計とその問題の正解との相関を示す。基準値を 0.4 として大きい方が適切な問題であるとされている。

６　テスト$\boxed{\text{A}}$の問題，結果及びその考察

［１］次の問いに答えなさい。

⑴　$(-4)^2\div(-2^2)\times3$ を計算しなさい。

⑵　$(3+\sqrt{5})^2$　を計算しなさい。

⑶　$2x^2-2y^2$ を因数分解しなさい。

⑷　二次方程式 $x^2-6x+5=0$ を解きなさい。

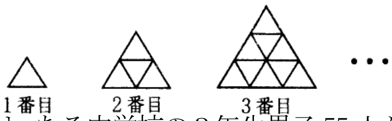
⑸　１本 80 円のボールペンと１本 50 円の鉛筆を，それぞれ何本か買い，670 円支払った。ボールペンを買った本数が鉛筆を買った本数より３本少なかった。次の問いに答えなさい。

㈠　ボールペンと鉛筆の買った本数を，それぞれ x 本，y 本として，連立方程式をつくりなさい。

㈡　ボールペンと鉛筆の買った本数をそれぞれ求めなさい。

⑹　赤玉３個，青玉２個がはいった袋から玉を同時に２個取り出すとき，２個とも同じ色が出る確率を求めなさい。

⑺　図のように，大きさが同じ正三角形のタイルを規則的に並べていく。例えば，３番目の図形には，９枚のタイルが必要である。このとき，10 番目の図形に必要なタイルの枚数を求めなさい。



⑻　下の表は，ある中学校の３年生男子 55 人が，バスケットボールのフリースローを 10 回ずつ行って，ボールのはいった回数を度数分布表に表したものである。中央値を求めなさい。

はいった回数(回)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
度数(人)	7	8	12	7	10	3	3	2	3

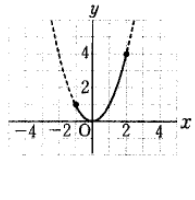
⑼　ある工場で製品の抜き取り検査をしたところ，1000 個の中に不良品が３個あった。この製品 10 万個の中に，不良品はおよそ何個と推測されるか求めなさい。

［２］次の問いに答えなさい。

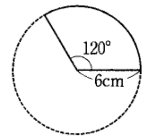
⑴　y は x に反比例し，x と y の値が下の表のように対応する。□にあてはまる値を求めなさい。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	…
y	…	□	-3	-6	×	6	3	…

⑵　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq2$ であるとき，y の変域は $a\leqq y\leqq b$ である。a，b の値を求めなさい。



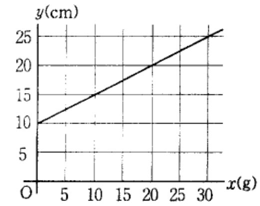
⑶　半径６㎝，中心角 120°のおうぎ形の面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。



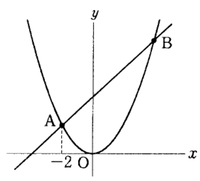
［３］　右の図は，ばねの下端につるしたおもりの重さとばねの長さの関係を示している。xg のおもりをつるしたときのばねの長さを y ㎝とする。次の問いに答えなさい。

⑴　y を x の式で表しなさい。

⑵　36gのおもりをつるしたときのばねの長さは何㎝か求めなさい。



［４］　図のように関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に２点A，Bがあり，点Aの x 座標は－２，点Bの y 座標は点Aの y 座標の４倍である。次の問いに答えなさい。



⑴　点Aの座標を求めなさい。

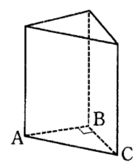
⑵　２点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

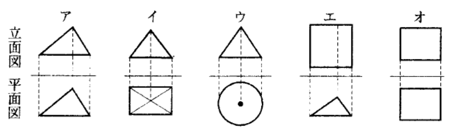
［５］　図は底面がＡＢ＝５㎝，ＢＣ＝２㎝　∠ＡＢＣ＝90°の直角三角形で，高さ 10 ㎝の三角柱である。次の問いに答えなさい。

⑴　ＡＣの長さを求めなさい。

⑵　この三角柱の体積を求めなさい。

⑶　この三角柱の投影図を下の図から選び，かな符号で答えなさい。ただし，正面から見た図が立面図，真上から見た図が平面図である。

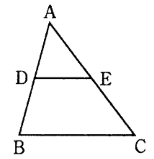




［６］　図のように△ＡＢＣの辺ＡＢ上にＡＤ＝ＤＢとなる点Ｄをとり，辺ＡＣ上にＡＥ＝ＥＣとなる点Ｅをとる。次の問いに答えなさい。

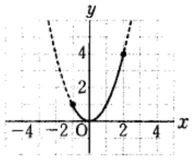
⑴　△ＡＤＥと△ＡＢＣの面積の比を求めなさい。

⑵　△ＡＤＥの面積が３㎝²のとき四角形ＤＢＣＥの面積を求めなさい。



番号	配点	正　　答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］ (1)	4	－12	72	91 61	0	0 0	28	12（15.5），$-\frac{4}{3}$（3.0），－6（1.7）
(2)	4	14＋6$\sqrt{5}$	66	87 35	3	0 4	31	14（11.6），$14+3\sqrt{5}$（1.3）
(3)	4	$2(x+y)(x-y)$	54	87 43	11	0 4	35	$2(x^2-y^2)$（14.2），$2(x-y)^2$（5.2）
(4)	4	x＝1，5	61	78 39	11	4 9	28	2, 3（4.7），－1, －5（3.9） 1, －6（3.9）
(5)ア	4	$\begin{cases}80x+50y=670\\x=y-3\end{cases}$	44	87 4	21	0 26	35	$\begin{cases}80x+50y=670\\y=x-3\end{cases}$（4.7），$\begin{cases}80x+50y=670\\ \end{cases}$（4.7），$\begin{cases}80x+50y=670\\x+y=3\end{cases}$（2.6），$\begin{cases}80x+50y=670\\x+y=-3\end{cases}$（1.7）
イ	4	ボールペン 4 本 鉛筆 7 本	68	100 35	21	0 52	11	(7, 4)（1.7），(3, 6)（1.3）， (2, 5)（0.9），(4, 6)（0.9）
(6)	4	$\frac{2}{5}$	63	78 52	3	0 4	34	$\frac{1}{2}$（4.3），$\frac{3}{10}$（3.4），$\frac{1}{3}$（2.2），$\frac{3}{5}$（1.7）
(7)	4	100 枚	67	96 48	5	4 17	28	30（1.7），28（1.3）
(8)	4	4 回	28	48 4	11	4 13	61	5（18.5），6（8.2），3（7.8），10（3.0）
(9)	4	300 個	73	91 61	3	0 0	24	30（8.6），5（3.4），9（3.4），3000（1.7）
［2］ (1)	5	－2	51	87 17	5	0 13	44	－1（19.8），0（9.1），－9（2.2）
(2)	5	a＝0，b＝4	45	83 13	17	0 26	38	(1, 4)（18.1），(－1, 4)（5.2），
(3)	5	12π cm^2	51	83 13	17	0 30	32	36π（3.9），12（3.4），20π（2.2）
［3］ (1)	5	$y=\frac{1}{2}x+10$	23	48 0	31	9 48	46	$y=\frac{1}{2}x$（6.0），$y=\frac{3}{2}x$（5.2）
(2)	5	28 cm	35	52 22	18	4 30	47	31（7.3），30（5.6），18（3.0）
［4］ (1)	5	(－2，2)	69	91 43	12	0 22	19	(2，－2)（3.0），(－2，1)（2.6）， (－2，－2)（2.6）
(2)	5	$y=x+4$	32	65 0	32	4 61	36	$y=2x^2$（1.7），$y=-x$（1.3）， $y=-2x+4$（1.3）
［5］ (1)	5	$\sqrt{29}$ cm	53	100 35	8	0 26	39	7（7.3），6（6.9），5（3.4），4（3.4）
(2)	5	50 cm^3	34	61 13	28	4 48	38	100（5.2），25（4.3），$\frac{50}{3}$（3.0）
(3)	5	エ	66	91 39	3	0 13	31	ア（25.4），イ（2.2），ウ（1.7）
［6］ (1)	5	1：4	28	48 0	10	0 26	62	1：2（28.4），1：3（18.5）
(2)	5	9 cm^2	39	43 17	19	4 48	42	6（20.3），12（5.2），3（4.3）

(1) グラフを活用する大切さを育てたい

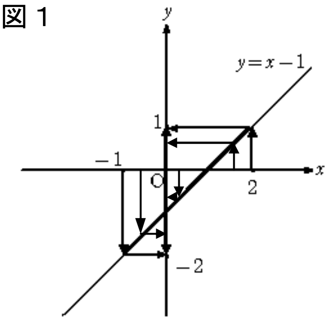
年度	問題	正答率 (上位群／下位群)	主な誤答例
H22	［１］(9) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が$-1 \leqq x \leqq 3$ であるとき，y の変域を求めなさい。	35.4% (78.0%／0%)	$1 \leqq y \leqq 9$（24.9%） $-1 \leqq y \leqq 9$（3.5%） $0 \leqq y \leqq 3$（3.1%）
H24	［２］(2) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が$-1 \leqq x \leqq 2$ であるとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。 a，b の値を求めなさい。  	44.8% (83.0%／13.0%)	$a=1$，$b=4$（18.1%） $a=-1$，$b=4$（5.2%）

例年はグラフを与えずに x の変域から y の変域を求めさせる問題を出題しているが，H24 はグラフを与えて，視覚的に捉えて y の変域を求めさせることを試みた。その結果，正答率は 35.4%から 44.8%に上昇した。上位群に関しては，正答率に大きな変化がみられなかったことからグラフがあるなしに関わらず y の変域を正確に捉えることができていると考えられる。一方，下位群に関しては正答率の大幅な上昇とはならなかった。誤答の多くが，グラフを与えられても y の変域を捉えることができず，端点の y の座標から y の変域を求め，それを解答としている。下位群ではグラフを与えても x の変域からグラフの増減をイメージできず，単調増加（または単調減少）のごとく単純に当てはめた値を答えとしていることが分かる。また，「y の変域」という言葉の意味が理解できていない可能性が高い。

【今後の指導に向けて】

導入として，直線の場合を例にして，x の変域（定義域）と y の変域（値域）の対応を確認させる。

図１

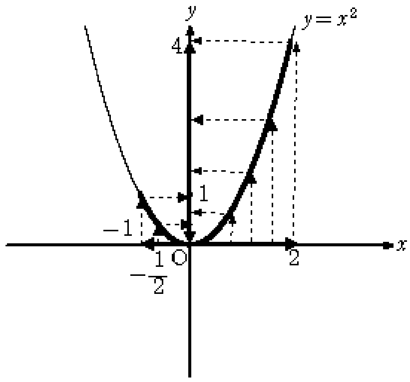


関数 $y=x+2$ について，x の変域が$-1 \leqq x \leqq 2$ であるとき，y の変域を求めなさい。

x の値から，対応する y の値へ矢印を使い，**図１**のように図示する。この図示により，y のとり得る値の範囲を理解させる。

関数 $y=x^2$ について，x の変域が$-1 \leqq x \leqq 2$ であるとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。a，b の値を求めなさい。

図２



同様に，**図２**にあるように $x=-1$ に対しては $y=1$ ，$x=-\frac{1}{2}$ に対しては $y=\frac{1}{4}$，というように矢印で示していき，具体的な値で y の変域を確認させる。また，コンピュータを用いて図示し，y の値の変化を確認させることも有効な手段であり，グラフをかくことの大切さを理解させることができる。

(2) 文章を数式化する力を育てたい

年度	問題［１］(5)　(ｱ)	正答率 （上位群／下位群）
H 23	１本 80 円のボールペンと１本 30 円の鉛筆をあわせて 15 本買い，650 円支払った。次の問いに答えなさい。 (ｱ) ボールペンと鉛筆の買った本数を，それぞれ x 本，y 本として，連立方程式をつくりなさい。	68.1% （100%／21.0%）
H 24	１本 80 円のボールペンと１本 50 円の鉛筆を，それぞれ何本か買い，670 円支払った。ボールペンを買った本数が鉛筆を買った本数より３本少なかった。次の問いに答えなさい。 (ｱ) ボールペンと鉛筆の買った本数を，それぞれ x 本，y 本として，連立方程式をつくりなさい。	44.0% （87.0%／4.0%）

H23 では，ボールペンの本数と鉛筆の本数の合計が与えられていて立式しやすく，全体として 68%の正答率であった。しかし，H24 ではボールペンと鉛筆の本数の差という形で出題した結果，全体の正答率が 24%下がる結果となった。以下が主な誤答例とその割合(カッコ内)である。

主な誤答例

$\begin{cases} y = x - 3 \\ 80x + 50y = 670 \end{cases}$ （4.7）

$\begin{cases} 80x + 50y = 670 \\ \end{cases}$ （4.7）

$\begin{cases} x + y = 3 \\ 80x + 50y = 670 \end{cases}$ （2.6）

$\begin{cases} x + y = -3 \\ 80x + 50y = 670 \end{cases}$ （1.7）

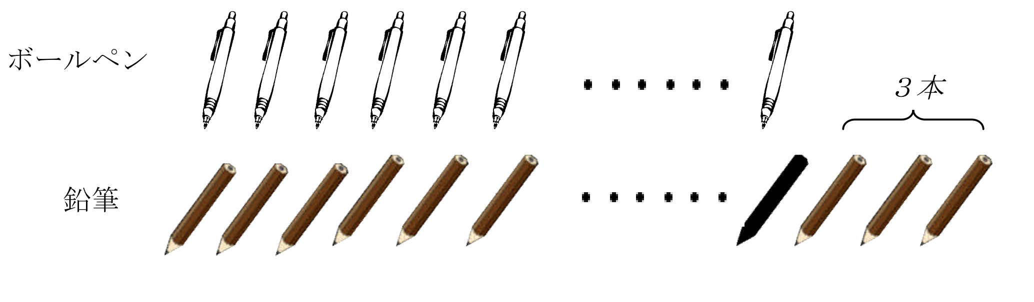
誤答を詳しく見ていくと，$80x+50y=670$ という式は立てることができたが，もう一つの式である $x+3=y$ が立てられなかったことが分かる。H23 のように合計本数が条件となっている場合は，文章を正確に読み取り数式化することができていることから，「～より少ない（～より多い)」という文章を数式化するのが苦手である生徒が多いということになる。

【今後の指導に向けて】

誤答の式には「－3」が含まれているものもあった。これは，「～より少ない」という文章から「－(マイナス)」をイメージしたと考えられる。そこで，下位群の指導には，問題文の「ボールペンを買った本数が鉛筆を買った本数より３本少なかった」という部分について，「が」を「＝」に，「３本少なかった」を「－３」に置き換えをして立式させることによって正答率が上がるのではないかと考えられる。状況に応じて，絵を描くことも取り入れ，文章を数式化する練習を繰り返し行い，立式できるようにさせたい。

ボールペンを買った本数　が　鉛筆を買った本数より３本少なかった。

$x \quad = \quad y \quad -3$



7　テスト$\boxed{\text{B}}$の問題，結果及びその考察

［１］次の問いに答えなさい。

(1) $\left(-\frac{4}{3}\right)^2 \div \left\{-\left(\frac{1}{6}\right)^2\right\} \times \frac{1}{8}$ を計算しなさい。

(2) $\frac{12}{\sqrt{3}} - \left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2$ を簡単にしなさい。

(3) $x^3y - 3x^2y^2 + 2xy^3$ を因数分解しなさい。

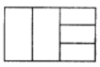
(4) 二次方程式　$3x^2 + 6x + 1 = 0$ を解きなさい。

(5) 濃度がそれぞれ３％，８％の食塩水がある。この２種類の食塩水を混ぜあわせて濃度が６％の食塩水を250g 作りたい。次の問いに答えなさい。

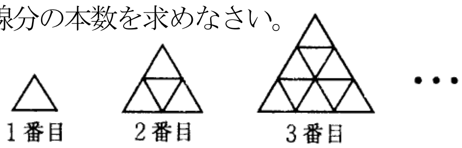
(ｱ) ３％の食塩水をx g，８％の食塩水をy gとして，連立方程式をつくりなさい。

(ｲ) xとyの値を求めなさい。

(6) 図のような旗を，赤，青，黄の３色を使って塗りわけることを考える。同じ色が隣り合わないように塗るとき，何通りの塗り方があるか求めなさい。



(7) 図のように，１辺の長さが１の正三角形が規則的に並んだ図形を考える。１番目の図形には長さ１の線分が３本，２番目の図形には長さ１の線分が９本必要である。このとき，10 番目の図形に必要な長さ１の線分の本数を求めなさい。



(8) 袋の中に白玉がたくさんはいっている。この白玉と同じ大きさの赤玉 40 個をこの袋の中に入れ，その中から 30 個の玉を無作為に抽出し，白玉と赤玉の個数を調べてもとの袋の中にもどすという実験を数回行った。その結果，平均して赤玉は４個はいっていた。もとの袋の中にはいっていた白玉の個数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。

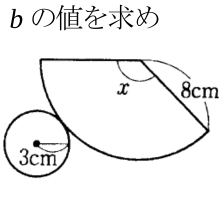
(9) $xy = 4$ を満たす整数 x，y の組は全部で何組あるか求めなさい。

〔２〕　次の問いに答えなさい。

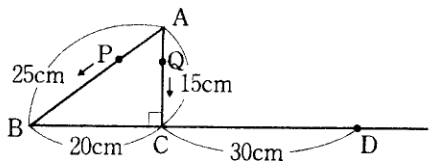
(1) 関数 $y = ax^2$ と $y = 6x - 3$ は，x の値が－１から３まで増加するときの変化の割合が等しい。a の値を求めなさい。

(2) 関数 $y = \frac{a}{x}$ について，x の変域が $1 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域が $-8 \leqq y \leqq b$ である。a，b の値を求めなさい。

(3) 図は円錐の展開図である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。



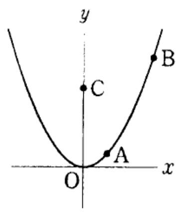
〔３〕下の図は，ＡＢ=25 ㎝，ＡＣ=15 ㎝，ＢＣ=20 ㎝，∠ＡＣＢ＝90°の直角三角形ＡＢＣである。また，辺ＢＣの延長上にＣＤ=30 ㎝となる点Ｄをとる。点Ｐ，Ｑは同時にＡを出発し，点Ｐは毎秒５㎝の速さでＡ→Ｂ→Ｃ→Ｄの順に，点Ｑは毎秒３㎝の速さでＡ→Ｃ→Ｄの順に辺上および延長上を動く。出発してから x 秒後の三角形ＡＰＱの面積を y ㎝^{2} とする。次の問いに答えなさい。



(1) $0 \leqq x \leqq 5$ のとき，y を x の式で表しなさい。

(2) $5 \leqq x \leqq 15$ のとき，y を x の式で表しなさい。

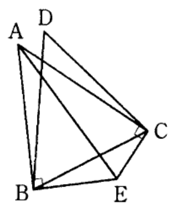
〔４〕図のように関数 $y = ax^2$ のグラフ上に２点Ａ，Ｂがあり，点Ａの x 座標は２，点Ｂの座標は (6，18) である。次の問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

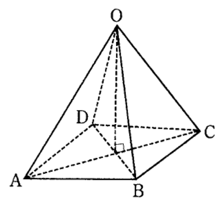
(2) y 軸上にＡＣ＋ＣＢの長さが最短となるような点Ｃをとるとき，点Ｃの座標を求めなさい。

〔５〕図において△ＡＢＣ≡△ＤＣＢ，∠ＢＡＥ＝30°，∠ＡＣＥ＝∠ＡＢＥ＝90° ∠ＢＥＣ＝130° である。次の角の大きさを求めなさい。



(1) ∠ＢＡＣ　　　(2) ∠ＥＤＣ

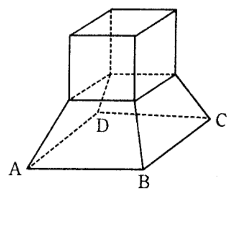
〔６〕図は底面が１辺５㎝の正方形で，高さ 10 ㎝の正四角錐ＯＡＢＣＤである。次の問いに答えなさい。



(1) ＯＡの長さを求めなさい。

(2) 正四角錐ＯＡＢＣＤを底面から高さ２㎝のところで，底面と平行な平面で切ったとき，切り口の面積を求めなさい。

(3) 正四角錐ＯＡＢＣＤを底面と平行な平面で切り取る。その立体の上に図のように切り口の正方形を底面とする立方体をのせる。できた立体の全体の高さが７㎝のとき，立方体の１辺の長さを求めなさい。



番号	配点	正答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	4	－8	79	89 72	0	0 0	21	8（11.5），－2（0.7）
(2)	4	－8	67	85 49	1	0 1	32	$4+8\sqrt{3}$（4.4），$-8+4\sqrt{3}$（3.9）
(3)	4	$xy(x-y)(x-2y)$	77	92 64	3	0 6	20	$xy(x^2-3xy+2y^2)$(6.9)，$xy(x-2)(x-1)$(4.6)
(4)	4	$x=\frac{-3\pm\sqrt{6}}{3}$	64	80 41	5	1 12	31	$-1\pm2\sqrt{6}$(2.8)，$2\sqrt{6}$(2.7)，$\frac{3\pm\sqrt{6}}{3}$(2.0)，$-3\pm\sqrt{6}$(1.7)
(5)ア	4	$\begin{cases} x+y=250 \\ \frac{3}{100}x+\frac{8}{100}y=15 \end{cases}$	60	95 23	12	1 22	28	$\begin{cases} x+y=250 \\ \frac{3}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{6}{100} \end{cases}$（13.5），$\begin{cases} x+y=250 \\ 3x+8y=6 \end{cases}$（1.9），
イ	4	x＝100，y＝150	58	90 26	24	1 44	18	(150，100)（3.2），(120，130)（1.4），(50，200)（0.7）
(6)	4	12 通り	49	66 26	4	3 7	47	6（17.2），18（5.0），36（3.7），9（2.4）
(7)	4	165 本	40	53 23	7	4 9	53	81（6.8），33（2.7），90（2.6），30（1.9）
(8)	4	260 個	50	74 31	8	1 16	42	300（17.9），360（1.3），30（1.2），3（1.1）
(9)	4	6 組	43	65 20	4	0 4	53	3（27.6），4（14.7），8（3.6），2（2.5）
［2］(1)	5	a＝3	52	80 29	5	0 10	43	6(12.4)，$\frac{3}{2}$(3.1)，$\frac{5}{3}$(2.7)，12(2.6)
(2)	5	a＝－8，b＝－2	70	90 45	8	0 15	22	(－32，－32)(4.8)，(－2，－2)(0.2)，(8，2)（0.2)
(3)	5	135°	71	96 41	7	0 13	22	120°（6.6），130°（1.1），150°（1.0）
［3］(1)	5	$y=6x^2$	26	56 4	18	3 27	56	y＝30x（23.7），y＝6x（4.0），y＝5x（1.5）
(2)	5	y＝－15x＋225	16	30 1	37	17 56	47	y＝－15x＋150（8.0），y＝－15x（1.3)，y＝15x（1.0）
［4］(1)	5	$a=\frac{1}{2}$	91	98 86	2	0 1	7	2(1.1)，$\frac{1}{3}$（0.7），$\frac{1}{2}$（0.7）
(2)	5	(0，6)	22	40 4	17	10 21	61	(0，10)（7.9），(0，4)（5.4），(0，12)（4.3），(0，8)（3.9）
［5］(1)	5	50°	67	87 52	3	1 3	30	60°（8.7），20°（7.9），45°（1.9）
(2)	5	20°	45	63 21	13	10 17	42	30°（23.5），25°（5.7），15°（2.9）
［6］(1)	5	$\frac{15\sqrt{2}}{2}$ cm	35	60 9	7	0 11	58	$5\sqrt{5}$(14.1)，$5\sqrt{6}$(3.7)，$\frac{225}{2}$(3.4)，15(2.1)
(2)	5	16 cm^2	40	70 13	28	9 42	32	20（8.6），9（2.6），5（1.8），25（0.9）
(3)	5	3 cm	33	41 23	36	25 42	31	4（6.0），3.5（5.2），2（2.9），5（2.9）

(1) 食塩水に含まれる食塩の割合について理解を深めさせたい

年度	問　　題　［１］(5)	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）
H20	ある大会の今年の参加者数は，昨年の参加者数と比べて 4 人増加し，279 人であった。これを男女別にみると昨年より男子は 6%増加し，女子は 4%減少した。次の問いに答えなさい。 (ア)　昨年の男子の参加者数を x 人，昨年の女子の参加者数を y 人として連立方程式をつくりなさい。	72.3% (93.0%／46.0%)	6.2% (0.0%／8.0%)
H22	ある学校の昨年の全生徒数は 900 人だった。今年の人数は，昨年より男子が 10%減少し，女子が 20%増加したので，合わせて 30 人増加した。次の問いに答えなさい。 (ア)　昨年の男子の人数を x 人，女子の人数を y 人として連立方程式をつくりなさい。	84.4% (97.0%／66.0%)	3.0% (0.0%／7.0%)
H24	濃度がそれぞれ 3%，8%の食塩水がある。この２種類の食塩水を混ぜあわせて濃度が 6%の食塩水を 250g 作りたい。次の問いに答えなさい。 (ア)　3%の食塩水を $x\,g$，8%の食塩水を $y\,g$ として，連立方程式をつくりなさい。	59.6% (95.4%／22.5%)	12.0% (0.7%／21.9%)

毎年，連立方程式に関する文章題を出題し，立式する力と解く力について調べている。H20 とH22 は人数の増加，減少に関する問題を出題したが，本年度は，今回改訂された教科書の発展問題に，食塩水に関する問題が掲載されたことから，食塩水に関する問題を出題した。その結果，立式に関する問題の正答率に大きな差が見られた。H20 とH22 の立式の正答率は，72.3%，84.4%と高かったが，H24 の食塩水の問題では，立式できた生徒は 59.6%であった。また上位群と下位群について調べたところ，正答率や無答率に大きい差があることも分かった。

正答

$$\begin{cases} x+y=250 & \cdots ① \\ \dfrac{3}{100}x+\dfrac{8}{100}y=250\times\dfrac{6}{100} & \cdots ② \end{cases}$$

誤答について確認してみると，食塩水の重さに関する立式(正答①)はよくできているが，食塩の重さに関する立式(正答②)ができていないことが分かった。主な誤答は，$\dfrac{3}{100}x+\dfrac{8}{100}y=\dfrac{6}{100}$ が全体の 13.5%と高く，次いで $3x+8y=6$ で 1.9%であった。また $\dfrac{3}{100}x+\dfrac{8}{100}y=\dfrac{6}{250}$ という誤答も 0.6%あった。このことから，割合から食塩の量を求める部分に問題があると思われる。

【今後の指導に向けて】

変数が x，y の２つあるから，２つの式を立てるということを意識させ，食塩水の量と食塩水に含まれる食塩の量に注目をさせ立式させたい。食塩水の量に関する立式は結果からも分かるように，容易と思われる。この問題では食塩の量についての立式がポイントとなる。まずは「濃度 3%，8%，6%」という表記が，「食塩水の中に食塩がどの程度の割合で含まれているのかを示したもの」という認識を定着させるため，例１のように具体例を用いて，段階的に濃度（割合）を用いた食塩の量の表し方を理解させたい。食塩の量に関する立式については，定着を図るために，例２のように図を描いて，視覚的に確認させるのもよい。食塩水は無色透明で，食塩水の中に溶けている塩の存在が分かりにくいが，可視化した図を描き，食塩の存在を意識させ，混ぜ合わせる前後で量は変化をしていないことを理解させたい。

例１　食塩水中の食塩の量

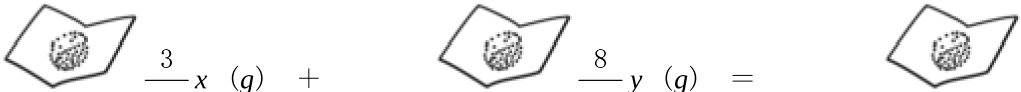
・100 g の 3%　→　$100\times\dfrac{3}{100}$ (g)　　・$x\,g$ の 3%　→　$x\times\dfrac{3}{100}=\dfrac{3}{100}x$ (g)

・250 g の 6%　→　$250\times\dfrac{6}{100}$ (g)　　・$y\,g$ の 8%　→　$y\times\dfrac{8}{100}=\dfrac{8}{100}y$ (g)

例２

3%の食塩水 x（g）　＋　8%の食塩水 y（g）　＝　6%の食塩水 250（g）

↓　　↓　　↓

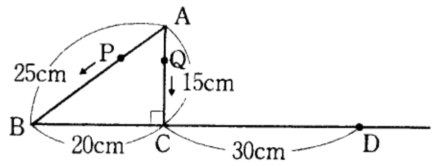


$\frac{3}{100}x$（g）　＋　$\frac{8}{100}y$（g）　＝　$250\times\frac{6}{100}$（g）

(2) 関数の式で表すことが苦手である

H24　問題〔３〕

図は，ＡＢ＝25 ㎝，ＡＣ＝15 ㎝，ＢＣ＝20 ㎝，∠ＡＣＢ＝90°の直角三角形ＡＢＣである。また，辺ＢＣの延長上にＣＤ=30 ㎝となる点Ｄをとる。点Ｐ，Ｑは同時にＡを出発し，点Ｐは毎秒５㎝の速さでＡ→Ｂ→Ｃ→Ｄの順に，点Ｑは毎秒３㎝の速さでＡ→Ｃ→Ｄの順に辺上および延長上を動く。
出発してから x 秒後の三角形ＡＰＱの面積を y ㎝^{2} とする。次の問いに答えなさい。



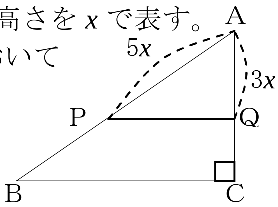
	正答率／無答率	主な誤答
(1) $0\leqq x\leqq 5$ のとき，y を x の式で表しなさい。	25.6%／17.6%	$y=30x$（23.7%）
(2) $5\leqq x\leqq 15$ のとき，y を x の式で表しなさい。	15.7%／36.6%	$y=-15x+150$（8.0%）

小問はともに関数の式を求める問題である。正答率は３割を下回っており，生徒にとって苦手な内容であると分かる。(1)では $y=30x$ という誤答が最多で 23.7%を占めた。これは，△ＡＰＱの面積が，出発時($x=0$)は０で，５秒後△ＡＢＣに一致し 150 となり，時間と面積の関係を一次関数と誤解したために得られた誤答と思われる。

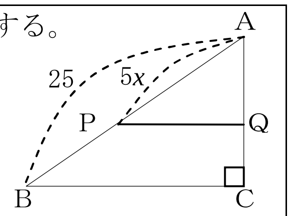
【今後の指導に向けて】

辺や面積が変化していく様子を，具体的に x を用いて考えるよう指導していく。

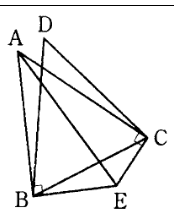
その１　三角形の底辺，高さを x で表す。
ＡＰ＝$5x$ ，ＡQ=$3x$ とおいて
底辺ＰＱを表す。



その２　相似な図形を利用する。
相似比 $5x:25\ =\ x:5$ より
面積比は $x^2:25$ であるから
△ＡＰＱの面積を y として
$x^2:25\ =\ y:150$
これを解いて $y=6x^2$



(3) 円周角の定理を図形の問題に応用させたい

H24　問題［５］		正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
図において△ＡＢＣ≡△ＤＣＢ，∠ＢＡＥ＝30°，∠ＡＣＥ＝∠ＡＢＥ＝90°，∠ＢＥＣ＝130°である。次の角の大きさを求めなさい。 	(1) ∠ＢＡＣ	66.9%（87.4%／51.7%）	60°（8.7%） 20°（7.9%） 45°（1.9%）
	(2) ∠ＥＤＣ	44.9%（62.9%／20.5%）	30°（23.5%） 25°（5.7%） 15°（2.9%）

(1)では，四角形の内角の和が 360°なので，∠ＢＡＣ＝50°を求めることができる。主な誤答例で 60°が 8.7%であるが，これは∠ＡＣＥ＝∠ＡＢＥ＝90°より△ＡＣＥ≡△ＡＢＥと間違え，∠ＣＡＥ＝30°と考えたため，∠ＢＡＣ＝60°という誤答になったと思われる。

(2)では，四角形ＡＢＥＣの対角の和が 180°より，４点は同一円周上にある。また，∠ＢＡＣ＝∠

ＢＤＣなので，円周角の定理の逆を利用することで四角形ＡＢＣＤは同一円周上にある。よって，５点ＡＢＣＤＥは同一円周上にあるから，∠ＥＡＣ＝∠ＥＤＣと分かる。誤答例で一番多かったのは，30°で 23.5%であった。これは，誤答を書いた生徒の 55.7%にもなる。更に調べてみると，(1)は正答であったのに，(2)で 30°と答えた生徒は全体の 18%もいた。これは，△ＡＢＣ≡△ＤＣＢなどから，△ＡＢＥ≡△ＤＣＥと考えて，∠ＢＡＥ＝∠ＣＤＥと考えたためと思われる。円周角の定理の逆を利用することが定着していないことが分かる。

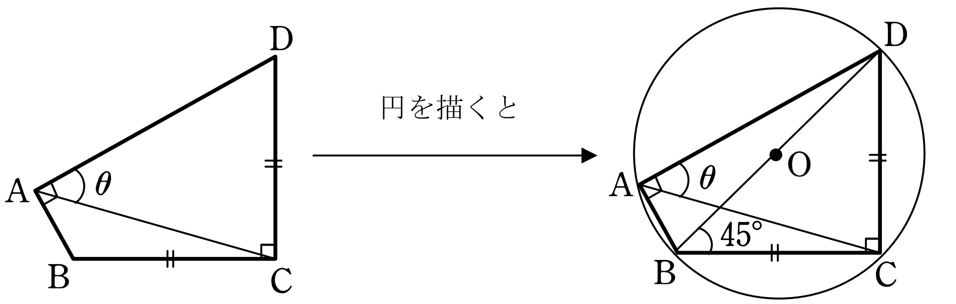
【今後の指導に向けて】

本年度，円周角を利用する問題の正答率が下がったのは，円周角の定理の逆を利用して，図形の中に円を描くことができなかったことが原因と思われる。定理などを学習した直後の演習問題では，その定理を使って問題を解くことができるが，応用問題においては，過去の既習内容のどの定理を利用して解けばよいかを容易に考えることができない場合が多い。問題文の中にある情報や値から，解決の糸口となりそうな定理などを複数思いつく力が必要となる。特に今回のように，四角形の角の問題を解く際には，対角の和が 180°になるかとか，円周角に当たる部分が等しくなるかなど，円に内接する四角形の定理を意識して問題を解けるようにしておくことが重要である。

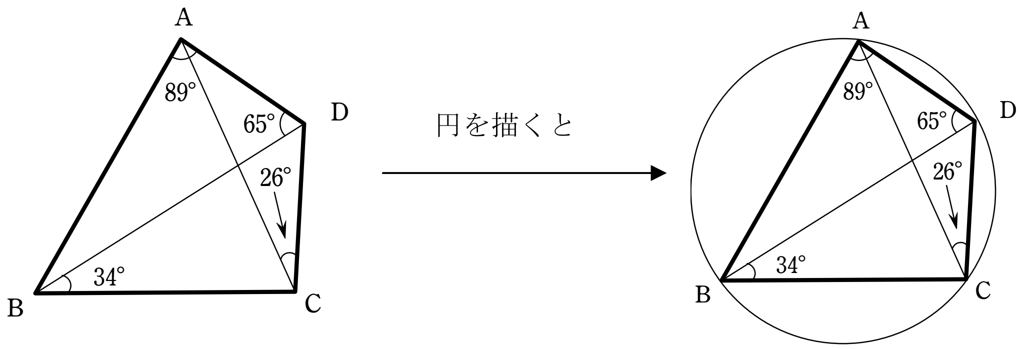
＜円を発想させることができる問題例＞

例１　∠ＡＤＢ＝∠ＡＣＢのとき，角の大きさ x を求めよ。

例２　ＢＣ＝ＤＣ，∠ＤＣＢ＝∠ＤＡＢ＝90°のとき，角 θ を求めよ。



例３　∠ＢＡＤ＝89°，∠ＡＤＢ＝65°，∠ＡＣＤ＝26°，∠ＣＢＤ＝34°である。
このとき，∠ＢＤＣの大きさを求めよ。



８　テスト$\boxed{\text{T}}$の問題，結果及びその考察

［１］ 次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-2+8$

② $9-2\times3$

③ $\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{2}$

④ $\dfrac{1}{2}\div\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{2}$

⑤ $0.5+1.69$

⑥ 0.3×0.4

⑦ $13-3^2$

⑧ $\sqrt{8}+\sqrt{2}$

(2) 次の式を簡単にしなさい。

① $5x-3-2x+5$

② $-16a^3b^2\div4ab^2$

(3) $(x+2)^2$ を展開しなさい。

(4) a^2-b^2 を因数分解しなさい。

(5) 次の方程式を解きなさい。

① $\dfrac{x}{3}=9$

② $3x+7=7x-5$

③ $\begin{cases}2x+y=6\\y=x+3\end{cases}$

④ $x^2-6x+5=0$

⑤ $x^2=5$

［２］ 次の問いに答えなさい。

(1) 1200円の商品を30%引きで買うときの代金はいくらになるか求めなさい。

(2) 自転車に乗って分速200ｍで10分間走ると何ｍ進むか求めなさい。

(3) 1個100円のドーナツを x 個と120円のジュースを y 本買うときの代金を式に表しなさい。

［３］ 次の問いに答えなさい。

(1) １つのさいころを投げるとき，４より大きい目が出る確率を求めなさい。

(2) 10本のくじの中に当たりが３本ある。このくじを１本引くとき，はずれる確率を求めなさい。

［４］ 次の問いに答えなさい。

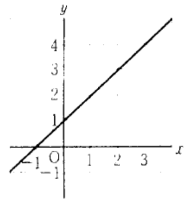
(1) y は x に反比例し，x と y の値が下の表のように対応する。$\boxed{}$ にあてはまる値を求めなさい。

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	…
y	…	□	−3	−6	×	6	3	…

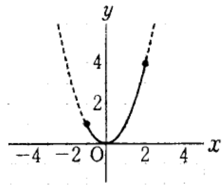
(2) 右の図は，ある一次関数のグラフである。次の問いに答えなさい。

① $x=2$ のときの y の値を求めなさい。

② $x=10$ のときの y の値を求めなさい。

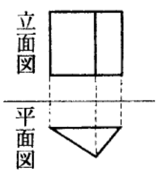


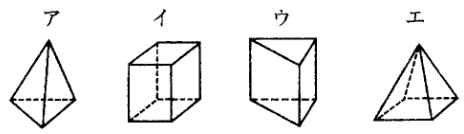
［５］ 関数 $y=x^2$ について，xの変域が $-1\leqq x\leqq 2$ であるとき y の変域は $a\leqq y\leqq b$ である。a, b の値を求めなさい。



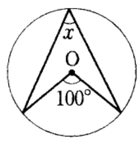
［６］ 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図は，ある立体の投影図で，正面から見た図（立面図）と真上から見た図（平面図）で表したものである。この立体の見取図を下のア～エの中から１つ選びかな符号で答えなさい。

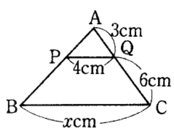




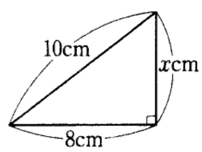
(2) 右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし，Ｏは円の中心とする。



(3) 右の図で，ＰＱ//ＢＣ のとき，x の値を求めなさい。



(4) 右の図で，x の値を求めなさい。



番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)①	3	6	91	0	9	－10（2.2），－6（2.2），7（2.2）
②	3	3	92	0	8	21（3.3）
③	3	$\frac{1}{10}$	78	2	20	$\frac{2}{3}$（12.2）
④	3	$\frac{9}{8}$	56	10	34	$\frac{1}{2}$（16.7），$\frac{3}{4}$（3.3），$\frac{9}{2}$（2.2），1（2.2）
⑤	3	2.19	68	2	30	1.74（21.1），0.174（2.2）
⑥	3	0.12	67	1	32	1.2（25.6），0.012（5.6），12（1.1）
⑦	3	4	88	2	10	7（2.2）
⑧	3	$3\sqrt{2}$	47	6	47	$\sqrt{10}$（25.6），$2\sqrt{4}$（5.6），$\sqrt{4}$（4.4）
(2)①	3	$3x+2$	79	6	15	$5x-2x-3+5$（3.3），$3x-2$（2.2）
②	3	$-4a^2$	66	13	21	$4a^2$（4.4），$-4ab$（3.3），$-4a$（2.2）
(3)	3	x^2+4x+4	66	12	22	$2x+4$（4.4），x^2+2x+4（3.3）
(4)	3	$(a+b)(a-b)$	41	26	33	$(a-b)^2$（8.9），a^2b^2（2.2）， $ab(a-b)$（2.2），$a-b$（2.2）
(5)①	3	$x=27$	42	12	46	3（30.0），6（5.6）
②	3	$x=3$	62	9	29	－3（10.0），2（2.2）
③	3	$x=1, y=4$	49	21	30	$x=3, y=9$（3.3），$x=3, y=6$（2.2）,
④	3	$x=1, 5$	33	22	45	2，3（4.4），$(x-1)(x-5)$（3.3）， －6，1（3.3），－2，－3（2.2）
⑤	3	$x=\pm\sqrt{5}$	22	20	58	$\sqrt{5}$（27.8），25（11.1），5（3.3）
[2](1)	3	840円	32	11	57	400（15.6），900（7.8），360（6.7），800（5.6）
(2)	3	2000 m	70	10	20	20（8.9），1200（2.2），50（2.2）
(3)	3	$100x+120y$	63	17	20	220（3.3），1200（2.2）， $y=100x+120$（2.2）
[3](1)	4	$\frac{1}{3}$	46	14	40	$\frac{1}{2}$（13.3），$\frac{2}{3}$（3.3），$\frac{2}{6}$（2.2）
(2)	4	$\frac{7}{10}$	52	13	35	$\frac{3}{10}$（13.3），70％（2.2），7本（2.2），$\frac{9}{10}$（2.2）
[4](1)	4	－2	38	12	50	－1（24.4），0（13.3），－9（3.3）， 1（2.2）
(2)①	4	3	73	16	11	1（3.3）
②	4	11	54	21	25	15（5.5），12（4.4），10（2.2），5（2.2）
[5]	4	$a=0$，$b=4$	18	28	54	(1, 4)（7.8），(－1, 4)（4.4）， (2, 4)（3.3），(1, 8)（2.2）
[6](1)	4	ウ	90	2	8	ア（3.3），エ（3.3）
(2)	4	$\angle x=50°$	79	6	15	80°（3.3），45°（2.2），60°（2.2），90°（2.2）
(3)	4	$x=12\ cm$	23	11	66	8（52.2），7（4.4），10（3.3），13（3.3）
(4)	4	$x=6\ cm$	54	9	37	4（5.5），5（5.5），2（4.4），7（3.3）

(1) 分数・小数の計算の理解が不十分な生徒がいる

	問題番号　[１](１)	正答率	無答率	誤　　　　　答
③	$\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$　　正答　$\frac{1}{10}$	77.8%	2.2%	$\frac{2}{3}$　(12.2%)
④	$\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$　正答　$\frac{9}{8}$	55.6%	10.0%	$\frac{1}{2}$　(16.7%)　$\frac{3}{4}$　(3.3%)

毎年，基本的な分数計算の問題を出題しているが，③の誤答のように分母同士，分子同士を計算する生徒が 10%程度いる。また，④では $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$ を先に計算して 1 とし，解答を$\frac{1}{2}$としている誤答が 16.7 %もあった。

	問題番号　[１](1)	正答率	無答率	誤　　　　　答
⑤	0.5＋1.69　　正答　2.19	67.8%	2.2%	1.74(21.1%)　　0.174(2.2%)
⑥	0.3×0.4　　正答　0.12	66.7%	1.1%	1.2(25.6%)　0.012(5.6%)　12(1.1%)

今年度，初めて小数の計算問題を出題した。誤答を見ると，位どりができていないことが分かる。誤答の 1.74 は右のように小数点を無視し，後ろをそろえて計算してしまった結果と思われる。これは，ふだん，分数や小数を目にすることはあっても，電卓や計算機能の付いた携帯電話を利用して計算したり，自分で計算する習慣がなかったりするためと思われる。

	1.	6	9
+	0.	5	
	1.	7	4

(2) ２次方程式　$x^2=k$　の負の解を忘れがちである

	問題番号　[１](5)	正答率	無答率	誤　　　　　答
⑤	$x^2=5$　　　正答　$\pm\sqrt{5}$	22.2%	20.0%	$\sqrt{5}$ (27.8)，25 (11.1)，5 (3.3)

今回のテストで一番正答率の低かったのが２次方程式 $x^2=5$ を解く問題である。誤答の中で多かったのは，負の解を忘れた$\sqrt{5}$で，誤答率は 27.8%であった。過去にも同様の問題が出題されているが，負の解を忘れる誤答が最も多い。また，25 という誤答も，11.1%あった。

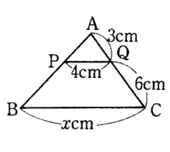
(3) 割合の計算が理解できていない

割合の計算のところでは，H22 まで，1000 円の商品を 30%引きで買う値段を求める問題を出題していた。平均正答率は，約 65%であったが，H23 に，1000 円ではなく，1500 円にしたところ，30 ポイント減少し，平均正答率は，35.8%であった。今年度，計算しやすくするため，1200 円にして出題したところ，更に下がって，32.2%であった。また誤答で最も多かったのは 400 円で，15.6%であった。1200÷３＝400 と計算したと思われる。

年度	問　　　題	正答率
H19	1000 円の商品を 30%引きで買うときの値段	68.0%
H20		64.3%
H21		65.7%
H22		65.2%
H23	1500 円の商品を 30%引きで買うときの値段	35.8%
H24	1200 円の商品を 30%引きで買うときの値段	32.2%

(4) 相似比の問題が理解できていない

この問題も正答率が低く，23.3%であった。相似比が理解できていないことが分かる。最も多い誤答は８で 52.2%であった。

<table>
<tr><td>[６](3)</td><td>正答率</td><td>無答率</td><td>誤　　　　　答</td></tr>
<tr><td>
</td><td>23.3%</td><td>11.1%</td><td>8 (52.2)，7 (4.4)，10 (3.3)，13 (3.3)</td></tr>
</table>

　３：６＝４：x

として解いたようである。どこの比が対応しているのかが理解できていないと考えられる。

付　平成 23 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の２つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容もあわせて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日の間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 19 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　表 14

テスト／項目	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,606	7,760	8,728
平均点	46.2	49.7	47.0
標準偏差	24.3	26.2	29.1

(2) 得点分布（%）　表 15

テスト／得点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	5.0	7.6	10.4
80 ～ 89	6.0	8.8	8.0
70 ～ 79	7.8	10.1	9.0
60 ～ 69	11.3	11.7	9.0
50 ～ 59	13.4	11.8	9.0
40 ～ 49	14.5	11.5	9.3
30 ～ 39	13.4	11.5	10.3
20 ～ 29	12.0	11.7	12.3
10 ～ 19	11.9	10.1	12.5
0 ～ 9	4.6	5.3	10.3

(3) 学校別（課程別）平均点分布（校）表 16

テスト／平均点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上		5	12
75～80未満	1	6	8
70 ～ 75		5	7
65 ～ 70	1	13	5
60 ～ 65	2	5	8
55 ～ 60	4	8	9
50 ～ 55	4	5	12
45 ～ 50	5	9	12
40 ～ 45	3	11	11
35 ～ 40	4	6	8
30 ～ 35	2	9	10
25 ～ 30	4	8	10
20 ～ 25		7	16
15 ～ 20	1	4	11
15未満		5	6
計	31	106	145

4　数学Ⅰ(基本)の問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1)　$a^3b\times a^4b^2=$ $\boxed{\quad}$ である。

(2)　$(2x+1)(4x^2-2x+1)$ を展開すると $\boxed{\quad}$ である。

(3)　$12x^2-20x+3$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(4)　$(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2=$ $\boxed{ア}$ であり，
$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=$ $\boxed{イ}$ である。

(5)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\boxed{\quad}$ である。

(6)　１次不等式 $3x+1<5x+7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(7)　２次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解くと
$x=$ $\boxed{\quad}$ である。

(8)　２次不等式 $(x-1)(x-2)>0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{ア}$ であり，$(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{イ}$ である。

(9)　２つの相似な図形において，相似比が１：３であるとき，２つの図形の面積比は
$\boxed{\quad:\quad}$ である。

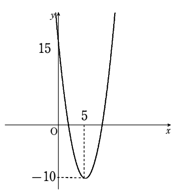
［２］　次の各問いに答えよ。

(1)　右図は２次関数 $y=x^2-10x+15$ のグラフである。この関数の $0\leqq x\leqq 3$ における

最大値は $\boxed{ア}$，

最小値は $\boxed{イ}$

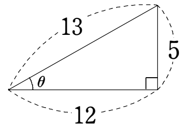
である。



(2)　２次関数 $y=-3(x+1)^2+2$ のグラフの頂点は $\boxed{ア(\quad,\quad)}$ であり，このグラフを x 軸方向に１, y 軸方向に-2 だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=$ $\boxed{イ}$ である。

［３］　次の各問いに答えよ。

(1)　右図の直角三角形において，
$\sin\theta=$ $\boxed{\quad}$ である。



(2)　右の表を完成させよ。
ただし $0°\leqq\theta\leqq180°$ とする。

θ	ア	120°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	イ
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

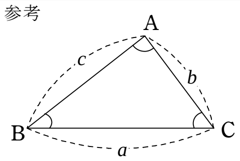
(3)　$\sin^2A+\cos^2A=1$ である。

$90°\leqq A\leqq180°$ で，$\sin A=\dfrac{3}{5}$ のとき，

$\cos A=$ $\boxed{\quad}$ である。

［４］下の定理を参考にして,次の問いに答えよ。

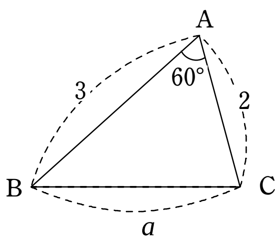
参考



余弦定理　$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

正弦定理　$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$

右図の△ＡＢＣにおいて，
辺ＢＣの長さ a は
$\boxed{\quad}$ である。



番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	a^7b^3	81	1	18	$a^{12}b^2$ (8.1)， a^7b^2 (3.3)， $a^{12}b^3$ (2.4)
(2)	5	$8x^3+1$	66	9	25	$6x^3+1$ (1.6)， $12x^3-4x+1$ (1.6)
(3)	5	$(2x-3)(6x-1)$	50	29	21	$(2x+3)(6x+1)$ (2.4)
(4) ア	5	$7+2\sqrt{10}$	48	7	45	7 (18.3)， $7+2\sqrt{5}$ (2.8)， 5+2 (2.0)
イ	5	3	74	9	17	7 (1.2)， 5 (1.2)， 0 (1.2)， $\sqrt{21}$ (1.2)
(5)	5	$\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$	33	13	54	$\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$ (15.9)， $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ (5.7)， $\dfrac{\sqrt{10}}{7}$ (4.5)
(6)	5	$x>-3$	43	21	36	$x<-3$ (6.1)， -3 (4.1)， $x>3$ (2.4)， 2 (2.0)
(7)	5	$\dfrac{-\sqrt{5}\pm\sqrt{17}}{4}$	44	32	24	$\dfrac{25\pm\sqrt{17}}{4}$ (1.2)， $\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$ (0.8)， -3 (0.8)， 3 (0.8)
(8) ア	5	$x<1$ ， $2<x$	17	36	47	1, 2 (6.1)， 2 (3.3)， $x>2$ (2.4)
イ	5	$1<x<2$	20	39	41	1, 2 (4.1)， $-1, -2$ (2.0)， 0 (1.6)， 3 (1.6)， -2 (1.6)
(9)	5	1 : 9	57	7	36	1 : 3 (13.4)， 2 : 6 (5.7)， 1 : 27 (3.3)， 1 : 6 (2.8)， 3 : 9 (2.8)
[2] (1) ア	5	15	56	9	35	なし (13.8)， 3 (7.7)， 5 (2.4)， -6 (1.6)
イ	5	-6	31	8	61	-10 (37.0)， 0 (6.5)， 15 (2.4)
(2) ア	5	$(-1, 2)$	43	22	35	(1, 2) (6.1)， $(-3, 2)$ (4.5)， (3, 2) (2.0)， $(1, -2)$ (2.0)
イ	5	$y=-3x^2$	11	34	55	$y=-3(x+2)^2$ (4.1)， 0 (3.7)， 2 (2.8)， $y=-3(x-1)^2-2$ (2.8)
[3](1)	5	$\dfrac{5}{13}$	71	9	20	30° (7.7)， $\dfrac{12}{13}$ (3.3)， $\dfrac{13}{5}$ (1.2)， $\dfrac{13}{12}$ (1.2)
(2) ア	5	30°	69	4	27	60° (10.2)， 45° (4.5)， 90° (3.7)
イ	5	$-\dfrac{1}{2}$	62	5	33	$\dfrac{1}{2}$ (18.3)， $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (2.0)
(3)	5	$-\dfrac{4}{5}$	22	19	59	$\dfrac{4}{5}$ (34.1)， $\dfrac{2}{5}$ (2.4)， $\dfrac{5}{3}$ (1.6)
[4]	5	$\sqrt{7}$	42	18	40	7 (8.9)， $\sqrt{3}$ (1.6)， $\sqrt{11}$ (1.6)， 3 (1.6)

(1) ２次不等式について理解させたい

H19は「<」で出題し，H20からH22は，因数分解してある・なしの変化はあるものの「>」で出題したところ，正答率が低下した。H23は「>」,「<」の両方を出題し，お互いが何らかのヒントとなり，例年より正答率が上がるだろうと予測した。しかし，共に正答率が低い結果となった。また，アのみ正答した生徒は０%で，イのみ正答した生徒は1.6%であった。アとイの正答を逆に答えた生徒は0.4%であった。

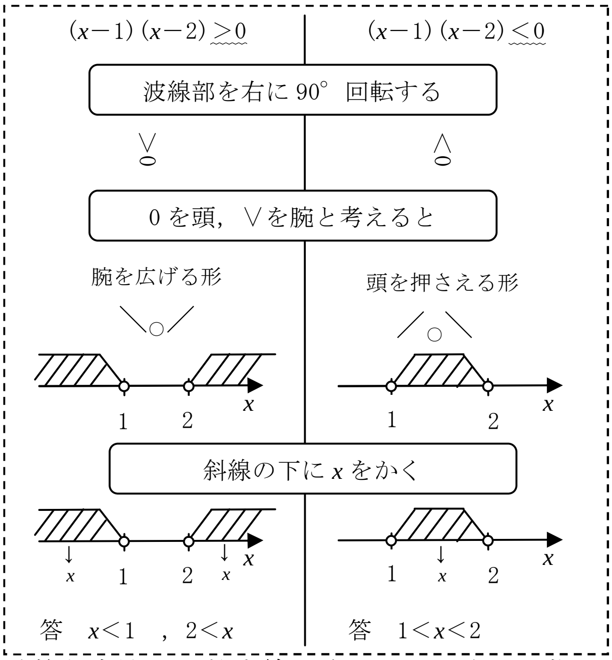
年度	設問	正答率	主な誤答例（誤答率）
H19	$x^2-3x+2<0$	30.5%	$1≦x≦2$（2.8%）　$x=1,2$（2.8%）
H20	$x^2-3x+2>0$	13.9%	$1<x<2$（9.1%）　$x=1,2$（5.4%）
H21	$(x-1)(x-2)>0$	13.2%	$1<x<2$（16.4%）　$x=1,2$（7.7%）
H22		22.7%	$1<x<2$（7.6%）　$x=1,2$（8.1%）
H23	ア　$(x-1)(x-2)>0$ イ　$(x-1)(x-2)<0$	ア　17.1% イ　19.5%	ア　$x=1,2$（6.1%） イ　$x=1,2$（4.1%）

【指導上の留意点】

２次不等式の問題であるにも関わらず，２次方程式のように解いて「$x=1,2$」としている生徒が例年いる。また，右のように，２次方程式を解く感覚で，２次不等式を解いている生徒もいる。

２次不等式
$(x-1)(x-2)>0$
答　$x>1$，２

２次不等式を解くには，２次関数のグラフと対応させて理解させることが大切であるが，因数分解できる２次不等式は，右のように「腕を広げる形」「頭を押さえる形」といった，視覚的なイメージで覚えさせる方法も有効である。また，数直線上で範囲(斜線)まで求めることができても，不等号を用いて表す段階で向きを間違える生徒もいる。不等号を「大なり」「小なり」と呼ばず,「くの反対」「くの字」と覚えている生徒も中にはいるが，数直線では常に「くの字」で表すことを意識させ，斜線部の下にxをかき，端点の数値を書けば不等号を用いて表すことが単純にできるといった機械的な方法で，数直線を徐々に慣れさせる指導も有効である。



(2) 相似比と面積比・体積比との関係について理解させたい

H18からH22までは，相似な立体の体積比を求める問題を出題しており，正答率は30%前後であった。H23は相似な図形の面積比を求める問題を出題したところ正答率が上がり，57.3%であった。

年度	設問	正答率	主な誤答例（%）
H20	相似比が１：３ の立体の体積比	30.3%	1：9(24.2%)　1：3(15.8%)
H21		37.3%	1：3(16.8%)　1：9(11.4%)
H23	相似比が１：３ の図形の面積比	57.3%	1：3(13.4%)　2：6(5.7%)

H23の主な誤答で,「2：6」と答えた生徒は相似比を２倍したと予想される。また,「1：3」と答えた生徒は，そのままの数字で答えた場合と相似比を２倍して「2：6」と考えた後，約分して「1：3」と答えた場合が予想される。H22までの体積比の誤答で,「1：9」と答えた生徒が，面積比と間違えて２乗したのか,「$1^3：3^3=1：9$」という指数の計算を間違えたのか，答えだけでは見えにくい点があるがいずれにしても，相似比と面積比･体積比の関係が理解できていない可能性がある。

【指導上の留意点】

相似比が$m：n$の相似な図形の「面積比は$m^2：n^2$，体積比は$m^3：n^3$」という公式が理解できていない生徒には，単位(cm^2，cm^3)と結び付けて,「面積は２乗，体積は３乗」と理解させる指導が有効である。

５　数学Ⅰ＋Aの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。

(2) $(x-y)^2-2(x-y)$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(3) ２次方程式 $3x^2-5x+1=0$ の解は $x=\boxed{\quad}$ である。

(4) 連立不等式 $x-2<3x-1\leqq x+7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(5) ２次不等式 $x^2<4$ を解くと $\boxed{\quad}$ である。

(6) 放物線 $y=2(x-1)^2+3$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に 1 だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=\boxed{\quad}$ である。

(7) ２次関数 $y=x^2-5x+a$ のグラフが x 軸と共有点をもたないとき，定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

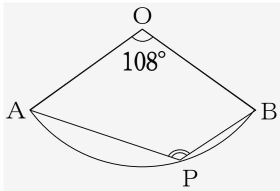
(8) $90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ において $\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\cos\theta$ の値は $\boxed{\quad}$ である。

(9) ６個の数字 1，2，3，4，5，6 から異なる３個の数字を選んで，３桁の整数をつくるとき，３桁の整数は，$\boxed{\quad}$ 個である。

(10) 先生２人と生徒６人が円形のテーブルを囲んで座るとき，先生が向かい合うような並び方は全部で $\boxed{\quad}$ 通りである。

(11) $(x+2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数は，$\boxed{\quad}$ である。

(12) 中心角 108° のおうぎ形の弧ＡＢ上に点Ｐをとるとき，∠ＡＰＢの大きさは $\boxed{\quad}$ である。



［２］ ２次関数 $y=x^2-2ax+a+1\ (0\leqq x\leqq 2)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=1$ のときの y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

(2) $a>2$ のときの y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

［３］ 円Ｏに内接する四角形ＡＢＣＤにおいて，ＡＢ＝８，ＢＣ＝５，ＣＤ＝３，∠Ｂ＝60° であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) 辺ＡＣの長さは $\boxed{\quad}$ である。

(2) 円Ｏの直径の長さは $\boxed{\quad}$ である。

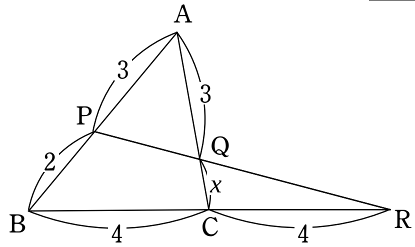
(3) 四角形ＡＢＣＤの面積は $\boxed{\quad}$ である。

［４］Ａ，Ｂの２チームで野球の試合をする。ＡはＢに $\dfrac{1}{3}$ の確率で勝ち，引き分けはないものとする。３試合を行ったとき，次の確率を求めよ。

(1) Ａが１試合目だけ勝つ確率は $\boxed{\quad}$ である。

(2) Ａが１勝２敗となる確率は $\boxed{\quad}$ である。

［５］下の図において，x の値は $\boxed{\quad}$ である。



番号	配点	正　　答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	-6	71	93 55	3	0 5	26	$-6+\sqrt{35}$（2.5），-1(1.5)，-12（1.0)
(2)	5	$(x-y)(x-y-2)$	54	90 12	17	1 40	29	$x^2-2xy+y^2-2x+2y$（11.4）， $-2(x-y)^3$（1.0)
(3)	5	$x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$	88	99 89	3	0 4	9	$1,\ \frac{1}{3}$ (0.5)，$\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$ (0.5)，$\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$ (0.4)，$\frac{25\pm\sqrt{13}}{6}$ (0.4)
(4)	5	$-\frac{1}{2}<x\leqq 4$	65	87 42	9	0 18	26	$\frac{1}{2}<x\leqq 4$ (3.9)，$\frac{x-1}{3}<x\leqq\frac{x+8}{3}$ (1.9)，$-\frac{1}{2}<x\leqq 8$ (1.5)
(5)	5	$-2<x<2$	55	96 10	3	0 6	42	$x<2$ (11.6)，$x<\pm 2$ (8.8)，± 2(5.7)
(6)	5	$y=2(x+1)^2+4$	50	81 19	15	1 32	35	$y=2(x-3)^2+4$ (5.7)，$y=2(x+1)+4$ (4.1)
(7)	5	$a>\frac{25}{4}$	50	85 7	26	1 58	24	$a<\frac{25}{4}$(5.8)，$a>-\frac{25}{4}$(1.8)，$0<a$(1.8)
(8)	5	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	47	75 10	11	0 24	42	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$（18.8），$\frac{2}{3}$（2.9），$\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$（2.0)
(9)	5	120	72	89 63	4	0 4	24	20（12.5），720（2.3），60（0.8)
(10)	5	720	23	38 10	10	1 18	67	1440（16.3），240（7.4），120（6.4）， 5040（3.4)
(11)	5	80	36	55 14	18	5 33	46	8 (8.0)，40 (3.8)，10 (3.5)，32 (2.2)
(12)	5	126°	51	75 31	7	0 12	42	72°（16.6），108°（9.8），144°（4.9)
［2］(1)	5	1	58	96 29	10	0 19	32	2（18.1），0（3.6），-2（2.0)
(2)	5	$-3a+5$	21	43 3	30	6 55	49	-1（7.0），$-a^2+a+1$（5.2），1（3.3)
［3］(1)	5	7	58	94 20	16	2 41	26	$\sqrt{89}$（2.3），$\sqrt{69}$（1.7），10（1.7）， 8（1.3)
(2)	5	$\frac{14\sqrt{3}}{3}$	18	35 1	32	15 61	50	$\frac{7\sqrt{3}}{3}$ (11.7)，7 (6.4)，10(2.7)，8 (2.6)
(3)	5	$\frac{55\sqrt{3}}{4}$	22	45 1	44	20 77	34	$16\sqrt{3}$（3.2），$10\sqrt{3}$（1.7），40（1.7)
［4］(1)	5	$\frac{4}{27}$	43	73 18	11	0 22	46	$\frac{1}{3}$ (15.4)，$\frac{4}{9}$ (6.4)，$\frac{1}{9}$ (6.3)
(2)	5	$\frac{4}{9}$	38	71 6	15	1 31	47	$\frac{4}{27}$ (12.9)，$\frac{1}{3}$ (6.4)，$\frac{2}{3}$ (3.6)，$\frac{3}{8}$ (2.8)
［5］	5	1	70	80 60	13	8 23	17	2（5.5），$\frac{3}{2}$ (3.0)，$\frac{1}{2}$（1.1)

(1) 下位群の生徒に因数分解の意味を理解させたい

年度	問題	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （標本全体に対する％）
H20	$(x+y)^2-x-y$	41.2% (80.0%／7.0%)	30.0% (9.0%／49.0%)	$x^2+2xy+y^2-x-y$ (8.0%) $(x+y)^2-(x+y)$ (1.6%)
H21	$(x+y)^2-2x+2y$	47.4% (88.0%／10.0%)	23.0% (5.0%／38.0%)	$x^2+2xy+y^2+2x+2y$ (7.2%) $(x+y)^2+2(x+y)$ (4.9%)
H22	$(x-y)^2-2x+2y$	41.4% (81.0%／13.0%)	26% (10.0%／36.0%)	$x^2-2xy+y^2-2x-2y$ (7.9%) $(x-y)^2-2(x-y)$ (3.9%)
H23	$(x-y)^2-2(x-y)$	53.7% (89.7%／12.4%)	16.9% (1.0%／40.2%)	$x^2-2xy+y^2-2x+2y$ (11.4%) $-2(x-y)^2$ (1.0%)

［１］(2)で２変数を含む２次式の因数分解を出題した。H20 からH22 は共通因数を作り出す作業を必要とする問題，H23 は既に共通因数が作られている状態の問題であった。しかし，毎年１割前後の生徒が因数分解の問題であるのに,展開された式を答えとしており,因数分解と展開を混同していることが分かる。

上位群と下位群の差は顕著で，上位群の正答率は 89.7%と高いが，下位群の正答率は 12.4%とかなり低い。また，下位群の無答率も 40.2%と極めて高い。H20 からH22 の問題では，$(x-y)^2-2(x-y)$のように，共通因数を作り出した状態を答えとする誤答も多くあった。H23 は共通因数を作った形で出題したため，予想通り正答率は上がったが，下位群はあまり変化が見られなかった。

【指導上の留意点】

数学の苦手な生徒に対して，最初に因数分解と展開の関係について理解を深めさせる必要がある。どのような形が因数分解なのか具体例を何度も見せ，展開との区別をつける指導を行うことで，展開した形を答えとする生徒を減少させたい。

また，数学Ｉでは様々な種類の因数分解を学習するが，複雑な式であっても，共通因数の部分を他の文字に置き換えて分かりやすく整理したり，一つの文字に着目して整理した後，公式を利用したりすることで，整理後は，基礎的・基本的な問題になることが多い。基礎・基本の反復練習と式の整理方法の徹底を図ることが重要である。特に，下位群の生徒は，x^2-3x+2 よりも x^2-3x のような因数分解を苦手とする生徒は多いので，因数分解の公式の活用と共通因数でくくる変形の区別がつくように反復的な指導が重要である。

(2) ２次不等式の問題は，グラフを利用した解法を徹底したい

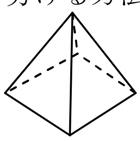
年度	問題	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H20	$x^2-3x<0$	60.9% (4.0%／25.0%)	10.0% (0%／22.0%)	$x<3$ (9.6%) $x=0,3$ (2.4%) $x<0, 3<x$ (2.3%)
H21	$x^2-6x+9\leqq 0$	42.4% (6.0%／14.0%)	4.0% (0%／9.0%)	$x\leqq 3$ (25.3%) $-3\leqq x\leqq 3$ (4.3%) $0\leqq x\leqq 3$ (3.3%) $x\geqq 3$ (2.7%)
H22	$x^2-3x\leqq 0$	64.0% (100%／35.0%)	11.0% (0%／16.0%)	$x\leqq 3$ (7.0%) $x=0,3$ (3.4%) $x\leqq 0, 3\leqq x$ (1.7%)
H23	$x^2<4$	54.8% (95.9%／10.3%)	3.0% (0%／6.0%)	$x<2$ (11.6%) $x<\pm 2$ (8.2%) ± 2 (5.7%)

［１］(5)で２次不等式を出題している。H23の正答率は54.8%であり,H22の64.0%よりも低下した。今回，右辺に４を残した形で与えたため，左辺に移項せずにそのまま方程式のように解いてしまった誤答が多くあった。また，他の誤答例（H22 における $x\leqq 0$，$3\leqq x$，H23 における $x<2$）を見ても分かるとおり，２次不等式を解く手段としてグラフが活用されていないことが分かる。

【指導上の留意点】

高等学校学習指導要領解説に，「２次不等式では，２次不等式の解の意味を理解させ，２次関数のグラフとx軸との位置関係から２次不等式の解を求めることができるようにするとともに，グラフを活用することのよさを認識させる。２次不等式は生徒にとって理解しにくい内容であるので，２次関数のグラフと２次不等式の解の関係をより丁寧に扱うことが大切である」とあるように，２次不等式は２次関数のグラフを利用して解を求めさせる指導が重要である。そのために，因数分解や解の公式を利用して簡易なグラフをかけるように指導したい。２次不等式は，この後の様々な分野で必要な計算となってくるので，不等式はグラフで解く習慣を身に付けさせるために，丁寧かつ反復的な学習指導を徹底したい。ただし，因数分解できる基本的な２次不等式については解をパターン化して指導する方法(数学Ⅰ基本参照)もあるので，解ける自信を付けさせたいときは有効な指導法と思われる。

(3) 円順列の問題をできるようにしたい

年度	問題	正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (誤答率)
H21 1 (9)	５人が手をつないで輪を作る方法は何通りあるか。	65.4% (88.0%/46.0%)	3.1% (0%/3.0%)	120(14.6%) 25(3.3%)
H22 1 (9)	正四角錐の各面に異なる５色を使って塗り分ける方法は何通りあるか。 	16.2% (29.6%/1.1%)	9.9% (0%/12.0%)	120(29.8%) 24(8.3%)
H23 1 (10)	先生２人と生徒６人が円形のテーブルを囲んで座るとき，先生が向かい合うような並び方は全部で何通りあるか。	22.6% (38.1%/10.3%)	10.0% (1.0%/17.5%)	1440(16.3%) 240(7.4%)

円順列の問題をH21から３年連続で出題した。H21は基本的な円順列を扱う問題であり，正答率は65.4%であった。H22は立体図形の中で円順列を扱う問題で，正答率は16.2%であった。H23では標準的な円順列を扱う問題であったが正答率は22.6%であった。

誤答例は円順列の計算と判断できずに，先生２人の順列と生徒６人の順列の計算をした ２！×６！＝1440 と，生徒６人の円順列の計算を先に計算し，(6－1)！×2＝240 とした誤答が目立った。

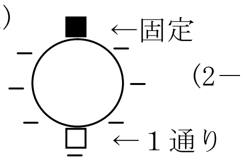
【指導上の留意点】

円順列の問題は，文章を読んだら，まず図を描いて考えさせる習慣を身に付けさせたい。また，数学を苦手とする生徒の中には n 人の円順列の計算は（n－１）！ と計算方法のみを暗記してしまい，出題形式が変わったときに応用ができなくて困っている生徒がいる。円順列は回転させて相対的に同じ並び方の場合，同一と見なすので，先に１つを固定して，回転による重複をなくすことが重要である。また１回の計算の中で円順列の公式（n－１）！ は１度使えば固定されるので，複数回使用しないことを理解させたい。

今回の問題は以下のように指導する。

①２人の先生のうちの１人を固定してから，残り１人の先生の座り方を考える。

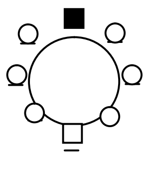
(□：先生)



(2−1)！＝１通り

②残りの６つの空席に６人の生徒を座らせる座り方を考える。同じ並び方は存在しない。

(○：生徒)



６！＝720 通り

①，②より，1×720＝720（通り）

(4) 二項定理の問題は公式の暗記ではなく，組み合わせや並べ替えの考え方で解けるようにしたい

年度	問題	正答率 （上位群/下位群）	無答率 （上位群/下位群）	主な誤答例 （誤答率）
H15 1(11)	$(x-2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数を求めよ。	35.0% (58.0%/14.0%)	23.0% (3.0%/28.0%)	−8(9.2%) −40(3.0%)
H19 1(9)	$(x-2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数を求めよ。	29.5% (51.6%/5.5%)	25.0% (6.0%/44.0%)	−8(6.5%) −40(3.3%)
H23 1(11)	$(x+2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数を求めよ。	36.2% (54.6%/14.4%)	17.5% (5.2%/33.0%)	8(8.0%) 40(3.8%)

二項定理に関する出題である。正答率は，約30%から35%で定着していないことが分かる。上位群の正答率も50%前後で，上位群の定着もよくない。主な誤答例の８は，$x^2(2y)^3$ の計算から，$8x^2y^3$ の係数を答えにしたと予想される。$x^2(2y)^3$ と同じ項がいくつあるか考慮されていないと思われる。

【指導上の留意点】

以下のように段階的に指導していくとよい。

① 具体例から考える「(例) $(a+b)^3$ の展開式における，a^2b の係数を求める」

$(a+b)^3=\underset{①}{(a+b)}\underset{②}{(a+b)}\underset{③}{(a+b)}$ の展開式の各項は，①から③のそれぞれの因数から a か b のどちらかを選択し，かけることによって得られる。

(例) $(a+b)^3=\underset{①}{(a+b)}\underset{②}{(a+b)}\underset{③}{(a+b)}$

$$\boxed{a}\times\boxed{a}\times\boxed{b}=a^2b$$

このように，□□□の枠の中に文字を入れて作られるので，項 a^2b は$\begin{cases}a\cdot a\cdot b\\ a\cdot b\cdot a\\ b\cdot a\cdot a\end{cases}$ の３通りある。

計算は□□□の３個の枠の中に b を１個入れる入れ方を考えて，残った２個の枠には自動的に a を入れればよいから，

$${}_3\mathrm{C}_1=3$$

となる。

② 一般的に考える（公式）

$(a+b)^n=\underset{①}{(a+b)}\underset{②}{(a+b)}\cdot\cdot\cdot\underset{ⓝ}{(a+b)}$ の展開式における項 $a^{n-r}b^r$ は，□□・・・□ の n 個の枠の中に r 個の b を入れる入れ方を考えて，係数は ${}_n\mathrm{C}_r$ となる。残った $n-r$ 個の枠には自動的に a が入る。

公式：$\boxed{(a+b)^n\text{ の展開式における一般項は }{}_n\mathrm{C}_r a^{n-r}b^r}$

③ H23の１(11)の問題を解く。

$(x+2y)^5=(x+2y)(x+2y)\cdot\cdot\cdot(x+2y)$ の展開式における項 x^2y^3 は，□□□□□の５個の枠の中に３個の y を入れる入れ方を考えて ${}_5\mathrm{C}_3$ となる。したがって，

$${}_5\mathrm{C}_3\times x^2(2y)^3=80x^2y^3$$

より係数は80となる。

６　数学Ⅱの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{x+3}{x^2-1}-\dfrac{x+4}{x^2-x-2}$ を計算すると $\boxed{}$ である。

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+i}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-i}$ を計算すると $\boxed{}$ である。

ただし，i は虚数単位とする。

(3) ３次方程式 $2x^3+x^2-5x+2=0$ の解は

$x=$ $\boxed{}$ である。

(4) ２次方程式 $2x^2-3x+4=0$ の２つの解を α, β とするとき，$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=$ $\boxed{}$ である。

(5) 点$(-1, 2)$ を通り，直線 $x+3y-5=0$ に垂直な直線の方程式は $\boxed{}$ である。

(6) $75^\circ=45^\circ+30^\circ$ であることを利用して，

$\sin 75^\circ$ の値を求めると $\boxed{}$ である。

(7) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，$2\sin\theta-\sqrt{3}\leqq 0$ を満たす θ の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(8) $r>0$，$-\pi\leqq\alpha<\pi$ として，$\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると，$r=$ $\boxed{ア}$，

$\alpha=$ $\boxed{イ}$ である。

(9) 不等式 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}\leqq\left(\dfrac{1}{9}\right)^{x}$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(10) 関数 $y=x^3-2$ を x について微分すると，

$y'=$ $\boxed{ア}$ である。この関数の $x=2$ における接線の傾きは $\boxed{イ}$ である。

(11) 放物線 $y=x^2$ と直線 $y=4x$ とで囲まれた部分の面積は $\boxed{}$ である。

［２］円 $x^2+y^2-4x+2y-4=0$ ･･･ ①，と直線 $y=2x+m$（m は定数）･･･ ② について，次の各問いに答えよ。

(1) 円①の中心の座標は $\boxed{ア}$，半径は $\boxed{イ}$ である。

(2) 円①の中心と直線②との距離が円①の半径の長さと同じとき，m の値は $\boxed{}$ である。

(3) 円①と直線②が異なる２点で交わるとき，m の値の範囲は $\boxed{}$ である。

［３］関数 $y=(\log_2 x)^2-\log_2 x^2+3$（$1\leqq x\leqq 16$）について，次の各問いに答えよ。

(1) $\log_2 x=t$ とおくとき，y を t の式で表すと，

$y=$ $\boxed{}$ である。

(2) t がとる値の範囲は $\boxed{}$ である。

(3) y の最大値は $\boxed{}$ である。

［４］関数 $y=2x^3+3x^2-12x$ について，次の各問いに答えよ。

(1) この関数の極小値は $\boxed{}$ である。

(2) x についての方程式 $2x^3+3x^2-12x=a$ が，異なる３つの実数解をもつような定数 a の値の範囲は

$\boxed{}$ である。

(3) x についての方程式 $2x^3+3x^2-12x=a$ が，異なる２つの正の解と１つの負の解をもつような定数 a の値の範囲は $\boxed{}$ である。

番号	配点	正答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する%）
［1］(1)	5	$-\dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$	57	75 29	6	0 13	37	$\dfrac{-2x-2}{x^2-2x^2-x+2}$ (2.6) , $\dfrac{-2x-2}{(x+1)(x-1)(x-2)}$ (1.8)
(2)	5	$-\dfrac{2}{3}i$	63	86 39	5	0 9	32	$-2i$ (9.8) , $-\dfrac{2i}{2-i^2}$ (1.7) , $\dfrac{1}{3}$ (1.0)
(3)	5	-2 , $\dfrac{1}{2}$, 1	52	90 14	20	0 42	28	1 (6.6) , $(x-1)(x+2)(2x-1)$ (2.3) , $-2,\dfrac{1}{2}$ (0.9)
(4)	5	$\dfrac{1}{4}$	44	74 7	21	3 42	35	$\dfrac{25}{8}$ (2.5) , $\dfrac{17}{4}$ (2.2) , $\dfrac{5}{4}$ (2.0)
(5)	5	$3x-y+5=0$	59	87 23	18	0 37	23	$y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3}$ (6.8) , $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$ (1.9) , $y=-3x-1$ (1.1)
(6)	5	$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	44	70 12	9	2 14	47	$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$ (9.4) , $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ (3.0) , $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ (1.2) , $\dfrac{5}{12}\pi$ (0.9)
(7)	5	$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2}{3}\pi\leqq\theta<2\pi$	37	70 3	24	3 52	39	$\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta\leqq\dfrac{2}{3}\pi$ (5.5), $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2}{3}\pi\leqq\theta\leqq2\pi$ (2.7), $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{3}$ (1.6), $0°\leqq\theta\leqq60°$ (1.2)
(8)	5	ア 2 , イ $-\dfrac{\pi}{6}$	26	44 2	34	10 57	40	ア 2, イ $\dfrac{\pi}{6}$ (5.4) , ア 2, イ $\dfrac{2}{3}\pi$ (2.1) ア 2, イ $\dfrac{\pi}{3}$ (1.9) , ア 2, イ $\dfrac{11}{6}\pi$ (1.7)
(9)	5	$x\leqq1$	33	50 10	17	3 32	50	$x\geqq1$ (25.4) , $x\leqq-2$ (2.1)
(10)	5	ア $3x^2$, イ 12	74	92 62	1	0 1	25	ア $3x^2$, イ 6 (5.5) , ア $3x^2$, イ(無答) (4.0) ア $3x$, イ 6 (2.8) , ア $3x^2$, イ 3 (2.1)
(11)	5	$\dfrac{32}{3}$	55	86 28	21	2 32	24	4 (3.5) , 8 (2.6) , 32 (1.6) , 16 (1.6)
［2］(1)	5	ア (2, −1) イ 3	69	96 35	10	0 18	21	ア(2, 1) イ 3 (2.1) , ア(4, −2) イ 2 (1.8) ア(4, −2) イ 4 (1.3) , ア(2, −1) イ 2 (0.6)
(2)	5	$m=-5\pm3\sqrt{5}$	16	28 1	37	14 51	47	$3\sqrt{5}-5$ (7.3) , 2 (2.4) , -5 (1.9) , -2 (1.7)
(3)	5	$-5-3\sqrt{5}<m<-5+3\sqrt{5}$	17	31 2	52	26 75	31	$m<-5-3\sqrt{5},-5+3\sqrt{5}<m$ (1.3) , $-5-\sqrt{5}<m<-5+\sqrt{5}$ (1.3)
［3］(1)	5	$y=t^2-2t+3$	71	100 40	10	0 16	19	3 (3.8), $y=t^2-tx+3$ (2.8), $y=t^2-t+3$ (2.5)
(2)	5	$0\leqq t\leqq4$	49	93 4	26	1 54	25	$-1\leqq t\leqq3$ (2.8) , $1\leqq t\leqq4$ (2.7) $1\leqq t\leqq16$ (2.1) , $1-\sqrt{2}i\leqq t\leqq1+\sqrt{2}i$ (1.0)
(3)	5	11	45	83 5	30	1 58	25	3 (4.8) , 2 (4.0) , 16 (2.1) , 6(1.7)
［4］(1)	5	-7	74	96 59	9	0 14	17	-6 (1.8) , -2 (1.7) , 4 (1.2) , 1 (1.0)
(2)	5	$-7<a<20$	50	80 21	26	1 40	24	$-7\leqq a\leqq20$ (3.1) , $-2\leqq a\leqq1$ (1.5), $-2<a<1$ (1.4) , $-7<a<8$ (1.1)
(3)	5	$-7<a<0$	36	67 6	41	10 57	23	$-7<a\leqq0$ (3.3) , $0<a<20$ (1.3) , $-7\leqq a\leqq0$ (0.5) , $-7<a<20$ (0.5)

(1) 指数関数のグラフを描いて，指数不等式を解けるようにさせたい

設問番号	設問の概要	正答率(%) (上位群，下位群)	無答率(%) (上位群，下位群)	主な誤答と割合
H20 [1](9)	不等式 $3^{x+1} \leqq 9^x$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。	66.5 (89.0，48.0)	8.3 (0，12.0)	$\frac{1}{2} \leqq x$ (5.3%) $x \leqq 1$ (4.8%)
H23 [1](9)	不等式 $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leqq \left(\frac{1}{9}\right)^x$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。	33.3 (49.6，9.6)	17.4 (2.6，32.2)	$x \geqq 1$ (25.4%) $x \leqq -2$ (2.1%) $x \leqq -1$ (1.6%) $x \leqq \frac{1}{2}$ (1.6%)

指数不等式は，H20 に底が３(＞１)の基本的な問題を出題した。このときの正答率は 66.5%で，上位群の正答率は 89.0%と高く，下位群の正答率も 48.0%とほぼ 50%あった。H23 はH20 と比較するために底を $\frac{1}{3}$ (＜１)にして出題した。その結果，正答率は 33.3%で，非常に低い結果であった。上位群の正答率は 49.6%で 50%を下回り，下位群の正答率は 9.6%であった。最頻誤答は $x \geqq 1$ で，誤答率は 25.4%であった。誤答の原因は，底が $\frac{1}{3}$ で単調減少であるにもかかわらず，指数部分を比較する際に，大小関係を逆転させていないためと思われる。

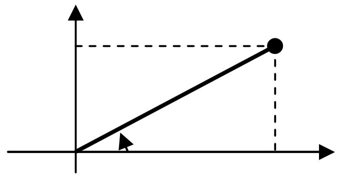
【指導上の留意点】

指数不等式を解く上で大切なことは，指数関数のグラフを常にイメージさせ，x の大小と y の大小の関係を視覚的に捉えさせることである。特に，底が１より小さいときは，単調減少のグラフになり，指数部分の不等式の不等号の向きが逆転することを認識させたい。

(2) 三角関数の合成の確実な定着を図りたい

設問番号	設問の概要	正答率(%) (上位群，下位群)	無答率(%) (上位群，下位群)	主な誤答と割合
H21 [1] (7)	$r>0$，$-\pi \leqq \alpha < \pi$ として， $\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ $r=\boxed{ア}$，$\alpha=\boxed{イ}$	41.0 (80.0，5.0)	30.0 (0，59.0)	ア.2(正解)，イ. $\frac{\pi}{6}$ (5.4%) ア.2(正解)，イ. 60° (1.9%)
H20 [1] (7)	$r>0$，$0 \leqq \alpha < 2\pi$ として， $\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ $r=\boxed{ア}$，$\alpha=\boxed{イ}$	14.2 (19.0，1.0)	29.7 (1.0，56.0)	ア.2(正解)，イ. $-\frac{\pi}{6}$ (13.3%) ア.2(正解)，イ. $\frac{\pi}{6}$ (8.7%) ア.2(正解)，イ. $\frac{\pi}{3}$ (3.4%)
H23 [1] (8)	$r>0$，$-\pi \leqq \alpha < \pi$ として， $\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ $r=\boxed{ア}$，$\alpha=\boxed{イ}$	25.8 (44.4，1.7)	34.2 (9.6，57.4)	ア.2(正解)，イ. $\frac{\pi}{6}$ (5.4%) ア.2(正解)，イ. $\frac{2}{3}\pi$ (2.1%) ア.2(正解)，イ. $\frac{\pi}{3}$ (1.9%) ア.2(正解)，イ. $\frac{11}{6}\pi$ (1.7%)

H21　動径が第１象限



毎年，三角関数の合成の問題を出題しているが，上記の結果を見ても分かるように，定着はよくない。そして，動径の位置によってその正答率はかなり違うことが分かる。

H21 のように，動径が第１象限にある場合は，正答率は 40%を超え，上位群の正答率は 80%前後になる。しかし，H20，H23 のように動径が第４象限にあるときは，正答率はかなり下がり，特に，α の範囲が $0 \leqq \alpha < 2\pi$ のときは，正答率が約 15%になってしまう。これは，基軸の x 軸から動径までの角 α の求め方を十分理解していないためと思われる。

【指導上の留意点】

1　偏角 α の求め方を理解させる

学習の最初の段階で大切なことは，図を描いて三角関数を合成する処理の仕方を習得させることである。そのとき，今回の結果からも分かるように，角 α の求め方が理解しにくいところなので，次の例のように，与式が同じでも，与えられる α の範囲によって α が異なることを印象づけるとよい。

（例）　α が次の範囲のとき，　$\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形しなさい。

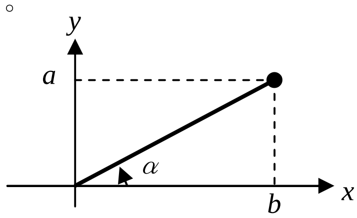
（1）　$-\pi \leqq \alpha < \pi$

（2）　$0 \leqq \alpha < 2\pi$

（3）　$2\pi \leqq \alpha < 4\pi$

2　合成に関する理解を深め定着を図る

一通り学習し終えた後，$a\sin\theta + b\cos\theta$ の a の値を y 軸に，b の値を x 軸にとり，合成の式がどのようになるかを考えさせると，さらに合成について理解を深めることができる。



（例）　$a\sin\theta + b\cos\theta$

$$a = \sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha,\quad b = \sqrt{a^2+b^2}\cos\alpha$$

$$\begin{aligned} a\sin\theta + b\cos\theta &= \sqrt{a^2+b^2}\sin\alpha\sin\theta + \sqrt{a^2+b^2}\cos\alpha\cos\theta \\ &= \sqrt{a^2+b^2}\,(\sin\alpha\sin\theta + \cos\alpha\cos\theta) \\ &= \sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta - \alpha) \end{aligned}$$

3　恒等式の考え方から三角関数の合成の式を作る

等式 $a\sin\theta + b\cos\theta = r\sin(\theta+\alpha)$ を θ についての恒等式と考えて，r と α を求めることができる。

（例）　$r>0$，$-\pi \leqq \alpha < \pi$ として，$\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形する。

$$\begin{aligned} \sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta &= r\sin(\theta+\alpha) \\ &= r\sin\theta\cos\alpha + r\cos\theta\sin\alpha \end{aligned}$$

θ についての恒等式と考えて，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の係数を比較する。

$\sqrt{3} = r\cos\alpha$ ･･･①

$-1 = r\sin\alpha$ ･･･②

①，②より，

$r^2 = 4$　　　よって，$r>0$ より，$r = 2$

この結果を①，②に代入して

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2},\quad \sin\alpha = -\frac{1}{2}$$

$-\pi \leqq \alpha < \pi$ より，　$\alpha = -\dfrac{\pi}{6}$

この恒等式の考え方を使うと，$r\cos(\theta+\alpha)$ への変形も容易にできる。

（例）　$r>0$，$-\pi \leqq \alpha < \pi$ として，$\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta$ を $r\cos(\theta+\alpha)$ の形に変形する。

$$\begin{aligned} \sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta &= r\cos(\theta+\alpha) \\ &= r\cos\theta\cos\alpha - r\sin\theta\sin\alpha \end{aligned}$$

θ についての恒等式と考えて，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の係数を比較する。

$-1 = r\cos\alpha$ ･･･①

$\sqrt{3} = r\sin\alpha$ ･･･②

①，②より，

$r^2 = 4$　　　よって，$r>0$ より，$r = 2$

この結果を①，②に代入して

$$\cos\alpha = -\frac{1}{2},\quad \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$-\pi \leqq \alpha < \pi$ より，　$\alpha = \dfrac{2\pi}{3}$