付　平成 24 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

1　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の２つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

2　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容もあわせて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２]，［３]，［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日の間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 18 日までに回収した。

3　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表 14

テスト／項目	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,215	7,231	8,000
平均点	44.1	45.3	38.1
標準偏差	21.6	26.3	27.4

(2) 得点分布（%）　　表 15

テスト／得点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	1.9	5.5	3.4
80 ～ 89	3.5	7.4	5.9
70 ～ 79	7.4	9.3	7.4
60 ～ 69	12.4	9.8	9.0
50 ～ 59	15.5	10.7	9.4
40 ～ 49	16.0	11.5	10.2
30 ～ 39	15.4	11.9	9.6
20 ～ 29	13.4	12.9	10.8
10 ～ 19	9.7	13.7	14.2
0 ～ 9	4.8	7.2	20.2

(3) 学校別(課程別)平均点分布（校）表 16

テスト／平均点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上		4	1
75～80未満		3	3
70 ～ 75		3	4
65 ～ 70		6	7
60 ～ 65		4	5
55 ～ 60	4	10	11
50 ～ 55	1	8	8
45 ～ 50	3	10	10
40 ～ 45	4	5	7
35 ～ 40	2	14	12
30 ～ 35	2	8	5
25 ～ 30	3	8	11
20 ～ 25	1	10	9
15 ～ 20		6	13
15未満		5	27
計	20	104	133

4　数学Ⅰ(基本)の問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad\quad}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

(1)　$(a^3b)^2\times b^3=$ $\boxed{\quad\quad}$ である。

(2)　$(x+1)(x^2-x+2)$ を展開すると $\boxed{\quad\quad}$ である。

(3) $4x^2+12x+9$ を因数分解すると $\boxed{\quad\quad}$ である。

(4)　$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=$ $\boxed{\quad\quad}$ である。

(5)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\boxed{\quad}$ である。

(6)　１次不等式 $2x-5\geqq 5x+7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad\quad}$ である。

(7)　２次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解くと $x=$ $\boxed{\quad\quad}$ である。

(8)　２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad\quad}$ である。

(9) 集合 $\mathrm{A}=\{1,7,9\}$，$\mathrm{B}=\{1,3,7\}$ について，集合 $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=$ $\boxed{\{\quad\quad\}}$ である。

(10) 下の表は40人の生徒の土，日における数学の勉強時間を調べたものである。

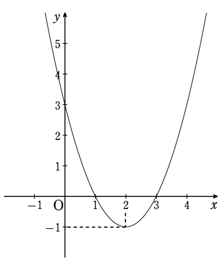
中央値(メジアン)は $\boxed{\text{ア}}$ (時間)であり，最頻値(モード)は $\boxed{\text{イ}}$ (時間)である。

時間	0	1	2	3	4	5	6	計
人数	1	3	7	8	14	4	3	40

［２］　次の各問いに答えよ。

(1)　２次関数 $y=-3(x-1)^2+2$ のグラフの頂点は $\boxed{(\quad,\quad)}$ である。

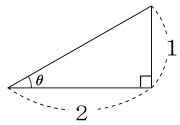
(2) 右図は２次関数 $y=x^2-4x+3$ のグラフである。この関数の $0\leqq x\leqq 1$ における最大値は $\boxed{\text{ア}}$，最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。



(3)　２次関数 $y=3x^2$ のグラフを x 軸方向に２，y 軸方向に－１だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=$ $\boxed{\quad\quad}$ である。

［３］　次の各問いに答えよ。

(1)　右図の直角三角形において，$\sin\theta=$ $\boxed{\quad\quad}$ である。



(2)　右の表を完成させよ。ただし $0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ とする。

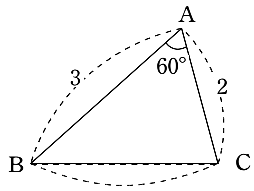
θ	ア	120°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	イ
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

(3)　$\sin^2 A+\cos^2 A=1$ である。

$90^\circ\leqq A\leqq 180^\circ$ で，$\sin A=\dfrac{3}{5}$ のとき，

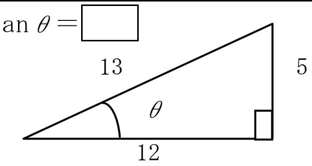
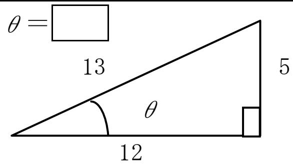
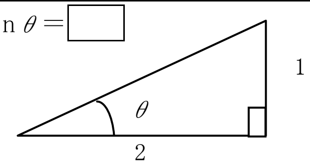
$\cos A=$ $\boxed{\quad\quad}$ である。

(4)　下図の△ＡＢＣにおいて，辺ＢＣの長さ a は $\boxed{\quad\quad}$ である。



番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	a^6b^5	37	2	61	a^9b^6 （11.9），a^6b^6 （11.4），a^9b^5 （9.7）
(2)	5	x^3+x+2	63	5	32	x^3-x^2+x+2 (3.2)，x^3-x+2 (2.7)
(3)	5	$(2x+3)^2$	70	12	18	$-\frac{3}{2}$ (3.2)，$(2x+6)^2$ (1.1)，$2x^2+6x+3$ (1.1)
(4)	5	3	82	6	12	1（2.2），0（1.6），$\sqrt{5}+\sqrt{2}$ （1.6）
(5)	5	$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$	40	11	49	$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$ （17.3），$\frac{\sqrt{7}}{7}$ （5.9），$\frac{\sqrt{10}}{7}$ （5.4）
(6)	5	$x\leqq-4$	40	17	43	-4 (10.3)，$x\leqq4$ (9.2)，$x\geqq-4$ (3.8)
(7)	5	$\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$	45	23	32	-3（2.7），$\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$ （1.6），$\frac{-5\pm\sqrt{13}}{4}$ （1.6）
(8)	5	$1<x<2$	30	25	45	1,2（8.1），$x<1$ （3.2），$1\leqq x\leqq2$ （3.2）
(9)	5	$\{1,7\}$	64	10	26	$\{1,3,7,9\}$（14.6），$\{3,9\}$（2.7），7（2.7）
(10) ア	5	4	28	6	66	3（48.6），5（5.9），3.5（2.7），8,2（2.2）
イ	5	4	63	9	28	0（7.6），3（5.4），6（5.4），8,1.5（1.6）
[2](1)	5	(1,2)	38	12	50	(2，−1)（15.7），(−1,2)（9.7），(−3，−2)（3.8），(3,2)（3.2）
(2) ア	5	3	48	9	43	なし（23.2），1（8.1），4（2.7），2（2.2）
イ	5	0	36	9	55	−1（35.1），1（6.5），3（3.2），2（2.2）
(3)	5	$3(x-2)^2-1$	12	25	63	$3x^2+2x-1$ （8.1），$3(x-2)^2+1$ （3.8），$5x^2-1$ （3.8），$3x^2-1$ （3.2）
[3](1)	5	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	23	10	67	30° （23.2），$\frac{1}{2}$ （10.8），$\frac{1}{\sqrt{3}}$ （8.1），60° （3.2）
(2) ア	5	30°	65	4	31	60° （16.2），90° （3.2），45° （3.2）
イ	5	$-\frac{1}{2}$	55	5	40	$\frac{1}{2}$ （18.4），$\frac{1}{\sqrt{2}}$ （6.5），$\frac{1}{\sqrt{3}}$ （3.2）
(3)	5	$-\frac{4}{5}$	10	20	70	$\frac{4}{5}$ （32.4），$\frac{2}{5}$ （8.6），$\frac{5}{3}$ （3.2）
(4)	5	$\sqrt{7}$	26	26	48	3（5.4），7（4.9），2,5（3.8），4（3.8）

(1) 三角比の定義を定着させたい

年度	H21	H23	H24
問題[3](1)	$\tan\theta=\boxed{}$ 	$\sin\theta=\boxed{}$ 	$\sin\theta=\boxed{}$ 
正答率／無答率	74.1%／ 5.5%	70.7%／ 9.4%	22.7%／10.3%

例年，三角比の定義について出題している。今回は三平方の定理から直角三角形の斜辺を求め，$\sin\theta$を求める問題を出題した。H21 やH23 はともに 70%を超える正答率であったが，H24 は 22.7%と大幅に正答率が下がった。主な誤答例は右の表のとおりである。30°という誤答が一番多く，三角比の定義が理解できていないことが分かる。また，H24 の問題を三平方の定理を用いて斜辺 $\sqrt{5}$ を求めた生徒は，正答率と誤答率を合わせても 26%程度であった。この問題が三平方の定理を用いると考えた生徒が少ないことも分かる。

主な誤答例(誤答率)
30°　(23.2%)
$\frac{1}{2}$　(10.8%)
$\frac{1}{\sqrt{3}}$　(8.1%)
60°　(3.2%)

【指導上の留意点】

右の問題はH24[３](２)の問題である。表にしたことで，角度を答えるのか，三角比の値(辺の比の値)を求めるのかが推測できたようで，正答率が 50%を超えている。

これらのことから，おぼろげに三角比の定義を理解している生徒が多いことが分かる。

θは角度で，三角比は辺の比の値であることを繰り返し話し，定着を図ることが大切である。

(2) 表を完成させよ。0°≦θ≦180°

θ	ア	120°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	イ
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

正答率／無答率
ア　64.9%／3.8%
イ　54.6%／5.4%

(2) 分母の有理化の計算方法を定着させたい

[１](５)の問題はH20 から毎年出題している。

問題[1]	正答率（上位／下位）	無答率（上位／下位）
(4) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=\boxed{}$である。	81.6%（100%／89.5%）	5.9%（0.0%／0.0%）
(5) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると$\boxed{}$	40.0%（73.7%／10.5%）	10.8%（0.0%／21.1%）

主な誤答例は，以下のように考えたためと思われる。

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{5+2}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{5+2}}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-4}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$$

主な誤答例(誤答率)
$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$　(17.3%)
$\frac{\sqrt{7}}{7}$　(5.9%)
$\frac{\sqrt{10}}{7}$　(5.4%)
$\sqrt{5}-\sqrt{2}$　(2.2%)

(4)をヒントとして出題しているが，$\sqrt{5}-\sqrt{2}$ を分母分子に掛けて求めていない解答が多い。分母の有理化の計算方法を理解していない生徒がいることが分かる。

【指導上の留意点】

分母にルートが含まれる解答が主な誤答例になかったことから，分母の有理化は，分母にルートがないようにすることであるとは理解している。(４)の正答率から$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$の計算ができないわけではない。分母を有理化するためには，分母分子に何をかけなければいけないかが理解できていない。ルートの計算を理解させ，分母を有理化させる問題の定着に繋げることが大切である。

5　数学Ⅰ＋Aの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数，式または適語を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。

(2) $(x-y)^2-2(x-y)-3$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(3) ２次方程式 $6x^2+11x-10=0$ の解は $x=\boxed{\quad}$ である。

(4) 自然数 n が６の倍数であることは，n が偶数であるための $\boxed{\quad}$ 条件である。

(5) 不等式 $|2x-5|<3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(6) 放物線 $y=2x^2$ を x 軸方向に $\boxed{\text{ア}}$, y 軸方向に $\boxed{\text{イ}}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=2x^2-8x+5$ である。

(7) ２次方程式 $x^2-5x+a=0$ が実数解をもたないとき，定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(8) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ において，$2\sin\theta-1=0$ を満たす θ の値は $\boxed{\quad}$ である。

(9) 直線 $y=-\sqrt{3}\,x$ と x 軸の正の向きとのなす角は $\boxed{\quad}$ である。

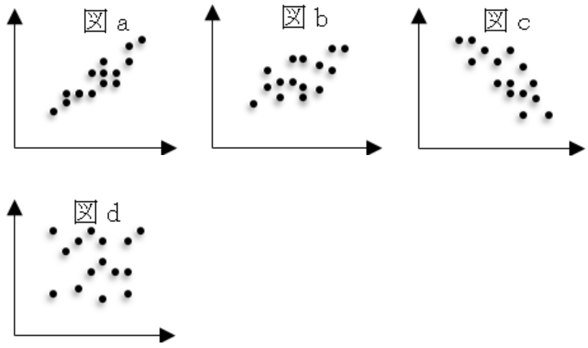
(10) coffee の６文字をすべて並べてできる文字列の総数は $\boxed{\quad}$ 通りである。

(11) 男子５人，女子４人の中から４人を選ぶとき，男子を２人，女子を２人選ぶ選び方は $\boxed{\quad}$ 通りである。

(12) 次のデータの第１四分位数は，$\boxed{\quad}$ である。

9，15，17，22，29，31，40，43

(13) ４つの散布図があり，その相関係数は -0.8，0，0.6，0.9 のいずれかに対応する。図ｂに対応する相関係数は $\boxed{\quad}$ である。



［２］ ２次関数 $y=x^2-2ax+a^2-1$ $(0\leqq x\leqq 2)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=1$ のとき，y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

(2) $a>2$ のとき，y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

［３］ 円Oに内接する四角形ＡＢＣＤにおいて，ＡＢ＝8，ＢＣ＝5，ＣＤ＝3，∠Ｂ＝60° であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) ＡＣの長さは $\boxed{\quad}$ である。

(2) ＡＤの長さは $\boxed{\quad}$ である。

(3) 四角形ＡＢＣＤの面積は $\boxed{\quad}$ である。

［４］ 同じ製品を作る２つの工場A，Bがあり，A工場の製品には３％，B工場の製品には５％の不良品がでる。A工場から100個，B工場から150個抜き出し，よく混ぜた後に１個を取り出す。次の確率を求めよ。

(1) 取り出した製品が不良品である確率は $\boxed{\quad}$ である。

(2) 取り出した製品が不良品であったとき，それがA工場の製品である確率は $\boxed{\quad}$ である。

番号	配点	正　　答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［１］ (1)	5	-6	65	86 36	4	0 7	31	$-6+\sqrt{35}$ （3.3），-1（1.8），$1+\sqrt{35}$ （1.3）
(2)	5	$(x-y+1)(x-y-3)$	59	87 17	15	1 34	26	$x^2-2xy+y^2-2x+2y-3$ （8.8）， $(x-y)(x-y-2)-3$ （1.0）
(3)	5	$x = -\frac{5}{2}, \frac{2}{3}$	47	68 30	6	0 15	47	$\frac{-11\pm\sqrt{361}}{12}$ (16.5)，$(2x+5)(3x-2)$ (12.5)，$\frac{5}{2}, -\frac{2}{3}$ (3.8)
(4)	5	十分	56	75 36	4	0 5	40	必要（29.7），必要十分（6.5）
(5)	5	$1<x<4$	43	69 15	11	2 18	46	$x<4$ (14.0)，$-4<x<4$ (2.8)，$x<1$(2.1)
(6)	5	ア　2　，イ　-3	40	83 5	8	0 15	52	(−8, 5)（12.9），(8, 5)（8.0），(, 1)（4.7）
(7)	5	$a>\frac{25}{4}$	43	85 5	24	3 47	33	$a<\frac{25}{4}$(6.2)，$a<0$ (2.2)，$\frac{25}{4}$ (1.7)
(8)	5	30°，150°	47	80 19	17	2 29	36	30°（10.9），90°（3.7），$\frac{1}{2}$ (3.0)
(9)	5	120°	26	44 9	23	7 47	51	60°（18.7），30°（7.5），150° （2.9）
(10)	5	180	43	80 13	5	0 11	52	720（32.1），36（2.7），24（1.4）， 96（1.4）
(11)	5	60	65	79 45	5	0 9	30	16（5.3），240（4.7），$\frac{10}{21}$ （1.9）
(12)	5	16	59	69 46	8	3 10	33	15（5.3），22（4.2），25.5（3.6）
(13)	5	0.6	71	90 57	9	1 9	20	c（4.5），a（3.5），0（3.4），0.9（3.1）
［２］ (1)	5	-1	53	86 19	9	0 17	38	0（20.8），-2（3.9），1（3.0）
(2)	5	a^2-4a+3	18	37 1	29	8 46	53	-1（13.6），0（9.8），3（4.2）
［３］ (1)	5	7	62	94 26	14	3 26	24	$\sqrt{89}$ （2.6），$\sqrt{39}$ （1.7），9（1.6）， 6（1.5）
(2)	5	5	41	71 8	26	9 45	33	8（7.9），6（3.8），4（2.6），10（1.5）
(3)	5	$\frac{55\sqrt{3}}{4}$	26	51 1	40	14 68	34	$16\sqrt{3}$ （4.2），40（1.7），20（1.1）
［４］ (1)	5	$\frac{21}{500}$	30	57 10	22	8 37	48	$\frac{2}{25}$ (8.3)，$\frac{1}{25}$ (2.9)，$\frac{19}{300}$ (2.8)
(2)	5	$\frac{2}{7}$	11	12 1	35	22 51	54	$\frac{3}{250}$ (9.5)，$\frac{3}{100}$ (3.4)，$\frac{3}{8}$ (2.5)

(1) ２次関数の平行移動についての知識を習得させたい

年度	問題番号［1］(6)	正答率 (上位群／下位群)	無答率 (上位群／下位群)	主な誤答例 (誤答率)
H22	$y=2(x-1)^2+3$ を x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=2(x+1)^2+4$ である。	53.9％ (91％／15％)	6.4％ (0％／10％)	ア２，イ１(正解) (21.3％) ア１，イ３(3.8％)
H24	$y=2x^2$ を x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=2x^2-8x+5$ である。	40.2％ (82.8％／5.4％)	7.5％ (0％／15.1％)	ア-8, イ５(12.9％) ア 8, イ５(8.0％)

２次関数の平行移動について毎年出題している。H22，H24 は x 軸方向，y 軸方向にどれだけ平行移動したかを問う問題を出題した。正答率は５割程度で上位群・下位群の正答率の差が大きい結果であった。また，他の問題に比べて全体的な無答率は低いが，下位群の無答率が高い。

H22 は，あらかじめ式が基本形にしてあるので，計算ミスによる誤答が少なく，式の形から頂点の座標をすぐ求めることができ正答率は高かった。H24 の問題では，$y=2x^2-8x+5$ を基本形にして頂点の座標を求めなければならないので，難しかったようである。

誤答例の割合と式の形から考えて，頂点の座標に注目することができなかった生徒は，式を変形することなく直感的に係数を抜き出して答えたものと考えられる。

【指導上の留意点】

まずは平方完成の確実な定着を図りたい。H24 の問題は，２次の項の係数でくくりだす問題なので，平方完成をする際には注意が必要である。また，H22 の誤答例を見ると，平方完成された式であっても平行移動した値の正・負を間違えたため正答できなかった生徒が多くいることが分かる。

そのような生徒に対しては，以下のまとめを再確認しておきたい。

＜平行移動前･後の式から，x 軸方向･y 軸方向にどれだけ平行移動したのか調べる＞

(例題) 次の $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ に入る値を求めよ。

$y=a(x-p)^2+q$ を x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=a(x-r)^2+s$ である。

(解答)

$y=a(x-p)^2+q$　　移動前の頂点（p，q）

$y=a(x-r)^2+s$　　移動後の頂点（r，s）

x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動するので，

（x 軸方向の平行移動）＝（移動後の頂点の x 座標）－（移動前の頂点の x 座標）

（y 軸方向の平行移動）＝（移動後の頂点の y 座標）－（移動前の頂点の y 座標）

よって，　$\boxed{ア} = r-p$　　　$\boxed{イ} = s-q$

(2) 新課程の内容を定着させたい

番号	問題［1］	正答率 (上位群／下位群)	無答率 (上位群／下位群)	主な誤答例 (誤答率)
(12)	次のデータの第１四分位数は，$\boxed{}$ である。 9，15，17，22，29，31，40，43	59.2％ (68.8％／46.2％)	8.2％ (3.2％／9.7％)	15(5.3％) 22(4.2％) 25.5(3.6％) 17(2.9％)
(13)	４つの散布図があり，その相関係数は -0.8，0，0.6，0.9 のいずれかに対応する。図ｂに対応する相関係数は $\boxed{}$ である。	70.6％ (90.3％／57.0％)	8.7％ (1.1％／8.6％)	c (4.5％) a (3.5％) 0 (3.4％) 0.9 (3.1％)

今回から新課程の内容を出題した。［1］(12)では第１四分位数を答える問題，［1］(13)では相関係数を答える問題を出題した。［1］(13)の正答率は 70.6％で，今回の検査において最も高い正答率であった。このことから，生徒にとって相関係数の内容は比較的定着していると考えられる。

【指導上の留意点】

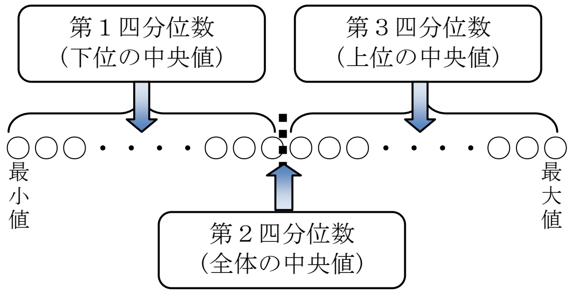
［1］（12）の四分位数の問題の誤答例には，データの個数が８個にもかかわらず 15，17，22 などの与えられた値を抜き出して答えた解答が多い。四分位数について理解できていない生徒がいることが分かる。

四分位数を基にした四分位偏差(四分位範囲)は，データの分布状況を簡易に把握でき，外れ値の影響も受けにくい大変有効な数値である。四分位偏差(四分位範囲)の有用性を確認し，定着を図りたい。

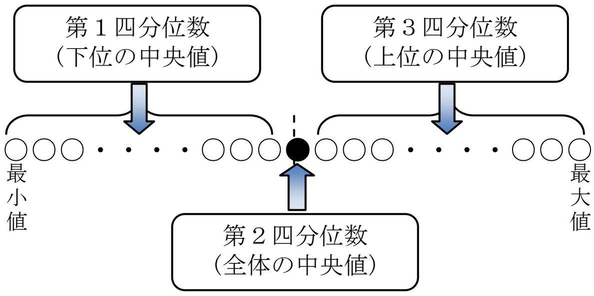
【四分位数，四分位偏差について】

データを小さい順に並べて，４等分する位置の値を四分位数という。小さい方から順に，第１四分位数，第２四分位数(中央値)，第３四分位数という。データの数が偶数のときと奇数のときの違いは以下の通り。

＜データが $2n$ 個＞



＜データが $2n-1$ 個＞



◆　（四分位範囲）＝（第３四分位数）―（第１四分位数）
　　（四分位偏差）＝（四分位範囲）÷２

※四分位範囲は，中央付近 50%のデータが入っている範囲を表す。したがって，データの中に外れ値があっても，影響を受けない。

(3) 順列を考える際に，すべて異なるものか，同じものが含まれるかを判断させたい

年度	問題	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H18	ＡＩＣＨＩを１列に並べる	40.0%（74.0%／7.0%）	7.0%（2.0%／11.0%）	５！＝120（22.0%）
H19	ＡＡＢＣＤを１列に並べる	38.0%（69.0%／4.0%）	8.0%（1.0%／11.0%）	５！＝120（23.0%）
H20	ＡＡＢＢＢを１列に並べる	44.2%（74.0%／14.0%）	6.9%（2.4%／14.1%）	５！＝120（27.2%）
H24	ｃｏｆｆｅｅを１列に並べる	42.9%（79.6%／12.9%）	5.0%（0.0%／10.8%）	６！＝720（32.1%）

同じものを含む順列の問題である。H18 からH20 の出題と比較しても，正答率，無答率ともに大きな変化はしておらず，依然として下位層への定着が課題とされる問題である。主な誤答例は６！＝120 であり，これは同じものが含まれていても，全て異なる場合と同じように考えてしまったものである。今年度はこの考え方の誤答例の割合がH18 からH20 と比較して５%から 10%上昇した。

【指導上の留意点】

場合の数は，全て異なるものか，同じものを含んでいるかによって求め方が変わる。よって，並べるものの中身をよく見て，同じものを含むかどうかを確認することが必要である。そこで，次の例題を生徒に考えさせたい。

例題　次の各単語の文字を並べかえてできる順列の総数について同じものの集まりに分けなさい。
　　ｂａｎａｎａ　ｃｏｆｆｅｅ　ｏｒａｎｇｅ　ｔｅｎｎｉｓ　ｂｅｔｔｅｒ
　　ｓｏｃｃｅｒ　ｓｕｎｄａｙ　ｓｃｈｏｏｌ　ｓｉｍｐｌｅ　ｅｌｅｖｅｎ

どの単語も６文字を１列に並べる順列である。このように具体的な文字列を比較しながら考えさせることで，順列を求める際に，同じものを含んでいるかどうかを確認することを定着させたい。

(4) 確率の乗法定理，条件付き確率の考え方を身につけさせたい

［４］ 同じ製品を作る２つの工場Ａ，Ｂがあり，Ａ工場の製品には３％，Ｂ工場の製品には５％の不良品がでる。Ａ工場から 100 個，Ｂ工場から 150 個抜き出し，よく混ぜた後に１個を取り出す。次の確率を求めよ。

(1) 取り出した製品が不良品である確率は$\boxed{}$である。

(2) 取り出した製品が不良品であったとき，それがＡ工場の製品である確率は$\boxed{}$である。

	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）
(1)	30.0％（57.0％／9.7％）	22.2％（7.5％／36.6％）
(2)	10.5％（11.8％／1.1％）	35.1％（21.5％／50.5％）

新課程において導入された確率の乗法定理，条件付き確率に関する問題である。正答率は(1)では 30.0％，(2)では正答率 10.5％とともに正答率が低く，定着していないことが分かる。(1)では５％の不良品を含むＢ工場の製品 150 個という問題設定により，抜き出す個数が整数値とならなかったため，乗法定理を用いないと正答にたどり着くことが難しかったと考えられる。(2) に関しては(1)ができないと求められない上に，誤答例で一番多かった $\dfrac{3}{250}$ (9.5％)のように条件付き確率の問題として認識できていない解答も見られた。

【指導上の留意点】

条件付き確率は $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ のように記述され，その意味を理解しにくい。そこで，今回の問題で起こる事象を右のような表に分類してからそれぞれの確率を考えてみる。

	Ａ工場	Ｂ工場
良品	①	②
不良品	③	④

(1)において問われているのは③と④の確率である。③は「Ａ工場の製品である」かつ「Ａ工場の製品が不良品である」確率を考えるので， $\dfrac{100}{250}\times\dfrac{3}{100}=\dfrac{3}{250}$ である。④は「Ｂ工場の製品である」かつ「Ｂ工場の製品が不良品である」確率を考えるので， $\dfrac{150}{250}\times\dfrac{5}{100}=\dfrac{3}{100}$ である。これらは互いに排反であるから，取り出した製品が不良品である確率は $\dfrac{3}{250}+\dfrac{3}{100}=\dfrac{21}{500}$ となる。

(2)は「取り出した製品が不良品であったとき」なので，確率を計算する上で考える対象が③＋④である。表を利用すると，$\boxed{}$で囲った部分である。その中で「Ａ工場の不良品である」という場合を考えるので，求める確率は $\dfrac{③}{③+④}=\dfrac{2}{7}$ となる。

	Ａ工場	Ｂ工場
良品	①	②
不良品	③	④

類題　５回に１回の割合で帽子を忘れるくせのあるＫ君が，帽子をかぶって家を出て，Ａ，Ｂ，Ｃの３軒をこの順に回り家に帰った。次の問いに答えよ。ただし，帽子を忘れる可能性があるのはＡ，Ｂ，Ｃのいずれかの家であるとする。

(1) ２軒目の家Ｂに帽子を忘れる確率を求めよ。

(2) 家に帰り帽子を忘れてきたことに気がついたとき，２軒目の家Ｂで忘れた確率を求めよ。

解答　右の表のように状況を整理して考える。(1)は②の確率を求めるので，帽子をＡで忘れずＢで忘れる確率はを求めるので $\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{25}$ となる。(2)は「Ｋ君が帽子を忘れてきたことに気がついたとき」なので，確率を計算する上で考える対象は①＋②＋③で，その確率は $\dfrac{1}{5}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{5}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{61}{125}$ である。Ｋ君が家Ｂに忘れる確率は②であるから，求める確率は

$\dfrac{②}{①+②+③}=\dfrac{20}{61}$ である。

Ａ	Ｂ	Ｃ	忘れない
①	②	③	④

６　数学Ⅱの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{x+3}{x^2-1}-\dfrac{x+4}{x^2-x-2}$ を計算すると $\boxed{}$ である。

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+i}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-i}$ を計算すると $\boxed{}$ である。
ただし，i は虚数単位とする。

(3) ３次方程式 $2x^3-x^2-50x+25=0$ の解は $x=\boxed{}$ である。

(4) ２次方程式 $2x^2-3x+4=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2=\boxed{}$ である。

(5) 点(3 ，2)を通り，直線 $x+3y-5=0$ に平行な直線の方程式は $\boxed{}$ である。

(6) 次の３つの不等式 $x^2+y^2\leqq 4$，$y\geqq -x$，$x\geqq 0$ で表される領域の面積は $\boxed{}$ である。
ただし，円周率は π とする。

(7) $y=3\sin 2\theta$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{}$ である。ただし弧度法で答えよ。

(8) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，$2\sin\theta-\sqrt{3}\geqq 0$ を満たす θ の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(9) $r>0$，$-\pi\leqq\alpha<\pi$ として，
$-\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形にすると
$\boxed{}$ である。

(10) 不等式 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}\leqq\left(\dfrac{1}{9}\right)^{x}$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(11) 7^{30} は $\boxed{}$ 桁の数である。
ただし，$\log_{10}7=0.8451$ とする。

(12) $y=x^3-2$ 上の点（2，6）における接線の傾きは $\boxed{}$ である。

(13) 放物線 $y=x^2-2x$ と x 軸，および，直線 $x=3$ とで囲まれた２つの部分の面積の和は $\boxed{}$ である。

［２］円 $(x-2)^2+(y+3)^2=r^2$ $\cdots$ ①
と直線 $3x-4y+7=0$ $\cdots$ ②について，次の各問いに答えよ。ただし $r>0$ とする。

(1) 円①の中心と直線②の距離は $\boxed{}$ である。

(2) 円①と直線②が共有点をもたないとき，r の値の範囲は $\boxed{}$ である。

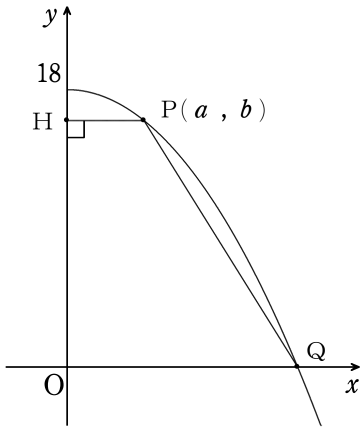
［３］関数 $y=(\log_2 x)^2-\log_2 x^2+5$
$(1\leqq x\leqq 8)$ について，$\log_2 x=t$ として，次の各問いに答えよ。

(1) t のとる値の範囲は $\boxed{}$ である。

(2) y を t の式で表すと，$y=\boxed{}$ である。

(3) y の最大値は $\boxed{}$ である。

［４］下の図のような曲線 $y=-2x^2+18$ $(x>0)$ がある。この曲線と x 軸との交点をＱとする。
また，この曲線上の点Ｐ$(a,\ b)$ から y 軸に垂線ＰＨをおろす。このとき次の各問いに答えよ。ただし，$0<a<3$ とする。



(1) 台形ＰＨＯＱの面積Ｓを a で表すと
Ｓ＝$\boxed{}$ である。

(2) 面積Ｓの最大値は $\boxed{}$ である。

番号	配点	正　　答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］ (1)	5	$-\frac{2}{(x-1)(x-2)}$	54	80 23	6	0 7	40	$\frac{-2x-2}{x^3-2x^2-x+2}$ (3.5)，$\frac{-2x-2}{(x+1)(x-1)(x-2)}$ (2.4)
(2)	5	$-\frac{2}{3}i$	63	86 25	5	0 12	32	$-2i$ (7.6)，2 (1.2)，$\frac{1}{3}$ (1.2)
(3)	5	-5，$\frac{1}{2}$，5	44	65 6	20	1 43	36	5 (6.2)，$\frac{1}{2}$ (3.3)，5，$\frac{1}{2}$ (1.8)，5，-5 (1.6)
(4)	5	$-\frac{15}{4}$	40	74 11	31	8 56	29	$\frac{13}{4}$ (2.9)，$-\frac{7}{8}$ (1.6)，$\frac{1}{4}$ (1.4)
(5)	5	$x+3y-9=0$	68	89 46	9	0 16	23	$y=3x-7$ (1.7)，$y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$ (1.1)，$y=-\frac{1}{3}x+1$ (0.5)
(6)	5	$\frac{3}{2}\pi$	30	54 2	35	6 73	35	π (8.3)，4π (4.5)，2π (4.1)，$\frac{\pi}{2}$ (2.5)
(7)	5	π	8	11 0	47	29 67	45	$\frac{\pi}{2}$ (4.9)，$\frac{3}{4}\pi$ (4.0)，$\frac{\pi}{4}$ (3.2)
(8)	5	$\frac{\pi}{3}\leqq\theta\leqq\frac{2}{3}\pi$	45	83 4	28	6 55	27	$60°\leqq\theta\leqq120°$ (3.5)，$\frac{\pi}{6}\leqq\theta\leqq\frac{5}{6}\pi$ (1.3)， $\frac{\pi}{3}\leqq\theta\leqq\frac{4}{3}\pi$ (0.6)，$\frac{1}{3}\leqq\theta\leqq\frac{2}{3}$ (0.6)
(9)	5	$2\sin(\theta+\frac{5}{6}\pi)$	27	53 3	41	5 77	32	$2\sin(\theta-\frac{\pi}{3})$ (3.9)，$2\sin(\theta+\frac{\pi}{6})$ (3.5)，$2\sin(\theta-\frac{\pi}{6})$ (3.0)
(10)	5	$x\leqq1$	33	55 11	17	2 36	50	$x\geqq1$ (24.0)，$x\leqq-2$ (2.7)
(11)	5	26	40	65 10	17	7 32	43	25 (12.5)，25.353 (2.2)，5 (2.0)
(12)	5	12	40	62 15	19	5 33	41	3 (7.4)，$y=12x-18$ (4.0)，6 (3.3)
(13)	5	$\frac{8}{3}$	32	55 9	28	6 51	40	$\frac{4}{3}$ (5.9)，3 (2.6)，4 (1.8)，8 (1.1)
［2］ (1)	5	5	35	68 5	39	3 73	26	$\frac{25\sqrt{13}}{13}$ (5.3)，$\frac{1}{5}$ (2.0)，1 (1.3)
(2)	5	$0<r<5$	11	23 1	55	22 83	34	$r<5$ (8.9)，$r>5$ (2.1)，$0<r<\frac{25\sqrt{13}}{13}$ (1.1)
［3］ (1)	5	$0\leqq t\leqq3$	50	92 2	26	0 63	24	$1\leqq t\leqq8$ (4.9)，$1\leqq t\leqq3$ (2.6) $0\leqq t\leqq4$ (0.9)
(2)	5	$y=t^2-2t+5$	66	95 19	24	0 59	10	$y=t^2-t+5$ (2.2)，5 (1.5)，$y=t^2-tx+5$ (1.1)
(3)	5	8	43	73 3	31	2 71	26	4 (7.2)，53 (4.3)，5 (3.8)
［4］ (1)	5	$-a^3-3a^2+9a+27$	33	68 1	36	4 69	31	$\frac{(a+3)b}{2}$ (11.1)，$-(a+3)^2(a-3)$ (0.9)
(2)	5	32	27	68 6	53	25 82	20	27 (3.2)，54 (1.0)，64 (0.9)，18 (0.7)

(1) 三角関数のグラフにおける周期を正確に理解させたい

問題番号	問題	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）
H24 [1](7)	$y=3\sin 2\theta$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{}$ である。	7.9%（11.0%／0.0%）	47.2%（29.4%／67.0%）

三角方程式，三角不等式に関する問題は例年出題しているが，今回，三角関数のグラフの周期について出題した。その結果，正答率は今回実施した問題の中で最低の 7.9%，上位群においても 11.0% であり，下位群にいたっては，無答率が 67.0%であった。

【指導上の留意点】

問題文の「正で最小のもの」という表現について，教科書では「周期関数の周期は無数にある。そこで，通常は正で最小なものを周期と呼ぶ」と書かれているが，単に「周期を求めなさい」と省略されて出題されることが多い。そのため，今回のような問題文にすると，何を答えればいいか分からなくなったため，無答率が高くなったと思われる。周期については，θ の係数に応じてどう変化するかだけでなく，無数に存在するということも理解させたい。

(2) 点と直線の距離の公式を定着させたい

問題番号	問　題	正答率（上位群／下位群）
H21[1](4)	点（－1，2）と直線 $4x+3y-5=0$ との距離は $\boxed{}$ である。	39.1%(74.0%／9.0%)
H24 [2]	円 $(x-2)^2+(y+3)^2=r^2$…①と直線 $3x-4y+7=0$…②について，次の各問いに答えよ。ただし $r>0$ とする。 (1) 円①の中心と直線②の距離は $\boxed{}$ である。 (2) 円①と直線②が共有点をもたないとき，r の値の範囲は $\boxed{}$ である。	35.2% (67.9%／4.6%) 11.3% (22.9%／0.9%)

H21 とH24 の(1)では，点と直線の距離の公式を使う問題を出題したところ，正答率が 39.1%，35.2%であった。誤答には，点と直線の距離の公式 $d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ を，$d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{{x_0}^2+{y_0}^2}}$ としてしまった $\dfrac{25\sqrt{13}}{13}$ というものがあった。

【指導上の留意点】

点と直線の距離の公式のように，覚えにくく誤用しがちな公式は，簡単な場合を考えて，自分が覚えている公式が正しいか確認する習慣をつけさせたい。例えば，上の誤答のように間違えてしまう生徒には，原点を代入して確認させたい。

また，生徒自身が点と直線の距離の公式を導くことができると，さらに理解が深まるであろう。以下にその方針を述べる。

方針１

点A（x_0，y_0）を通り，直線 $ax+by+c=0$…①に垂直な直線は

$$b(x-x_0)-a(y-y_0)=0\cdots②$$

①と②の交点（x，y）と（x_0，y_0）との距離を求めればよいので，①より，

$a(x-x_0)+b(y-y_0)=-(ax_0+by_0+c)\cdots①'$

①’^{2}＋②^{2}より，

$(a^2+b^2)\{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2\}$

$=(ax_0+by_0+c)^2$

よって，

$$d=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

方針２

点Ａから直線に下した垂線の足をＨ（x，y）とする。直線 $ax+by+c=0$ の法線ベクトル $\vec{n}$ は，

$\vec{n}=(a,\ b)$ とでき，$\overrightarrow{\mathrm{AH}}=k\vec{n}$ より，

$$(x-x_0,\ y-y_0)=k(a,\ b)$$

よって，$x=ka+x_0$，$y=kb+y_0$ となり，Ｈは直線上の点であるから

$$a(ka+x_0)+b(kb+y_0)+c=0$$

$k=-\dfrac{ax_0+by_0+c}{a^2+b^2}$ となり，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AH}}\right|=|k||\vec{n}|$ に代入して，

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{AH}}\right|=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

方針３

直線と軸との交点をＢ，Ｃとおくと，

Ｂ$\left(-\dfrac{c}{a},0\right)$，Ｃ$\left(0,-\dfrac{c}{b}\right)$ となる。

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left(\frac{c}{a}+x_0\right)\left(\frac{c}{b}+y_0\right)-x_0y_0\right|$$

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\mathrm{BC}\times d=\frac{d}{2}\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2+\left(\frac{c}{b}\right)^2}$$

これより，$d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

方針４

直線の方程式を $y=mx+n$ と変形する。直線と x 軸の正の向きとのなす角を θ とおくと，

$\tan\theta=m$ より，　$|\cos\theta|=\dfrac{1}{\sqrt{1+m^2}}$

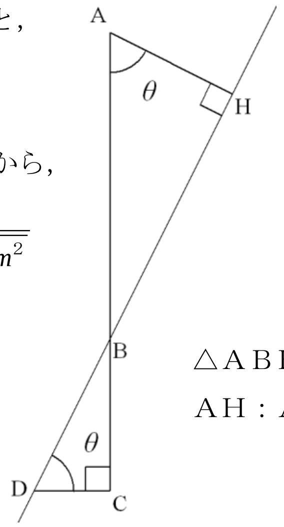
右の図において，$\angle\mathrm{BAH}=\theta$ であるから，

$$\mathrm{AH}=\mathrm{AB}\cos\theta=|mx_0+n-y_0|\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$$

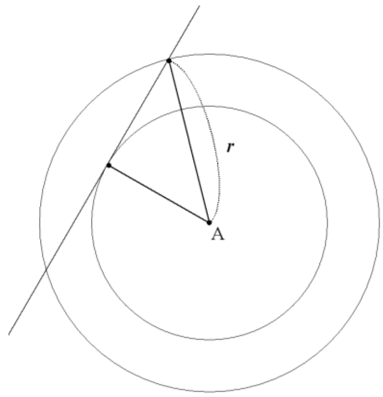
$m=-\dfrac{a}{b}$，　$n=-\dfrac{c}{b}$ であるから，

$$\mathrm{AH}=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

また，右の図以外の場合も同様。



方針５



点Ａを中心とし，半径 r の円周上の点は

$x=r\cos\theta+x_0$

$y=r\sin\theta+y_0$

とおける。円と直線が共有点をもつとき，

$$a(r\cos\theta+x_0)+b(r\sin\theta+y_0)+c=0$$

$$r\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)=-(ax_0+by_0+c)$$

$$r=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}|\sin(\theta+\alpha)|}$$

ここで，点Ａと直線との距離は r の最小値であるから，$|\sin(\theta+\alpha)|\leqq 1$ より，$r\ \geqq\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

となり，$d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

方針６

直線 $y=mx+n$ 上の点Ｐ（t，$mt+n$）と点Ａとの距離は，

$\mathrm{AP}^2=(t-x_0)^2+(mt+n-y_0)^2$

$=(1+m^2)\left(t-\dfrac{x_0+my_0-mn}{1+m^2}\right)^2+\dfrac{(mx_0+n-y_0)^2}{1+m^2}$

ＡＨはＡＰの最小値であるから

$$\mathrm{AH}=\frac{|mx_0+n-y_0|}{\sqrt{1+m^2}}$$

方針７

左図のように，点Ａから y 軸に平行な直線を引き，直線との交点をＢ，ＤＣ＝１となるように点Ｃ，Ｄをとる。

ＢＣ＝m より，

$$\mathrm{DB}=\sqrt{1+m^2}$$

△ＡＢＨ∽△ＤＢＣより，

ＡＨ：ＡＢ＝ＤＣ：ＤＢであるから，

$$\mathrm{AH}=\frac{|mx_0+n-y_0|}{\sqrt{1+m^2}}$$