平　成　25　年　度
高等学校新入学生徒の学力に関する研究（数学）

本研究会では，愛知県高等学校数学研究会と共同で，参加を希望した県内の高等学校において，新入学生徒を対象にした学力調査及び在学生徒を対象にした学力検査を毎年実施し，結果の集計･分析･考察を行っている。

この研究は以下の内容で，本年度分についてまとめたものである。

(1) 調査の趣旨，調査の実施及び処理，調査結果の概要，分析結果の概要，調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

(2) テスト$\boxed{\text{A}}$，テスト$\boxed{\text{B}}$，テスト$\boxed{\text{T}}$の結果とその考察

(3) 平成24年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

＜検索用キーワード＞
数学　中学校　高等学校　学力調査　数学Ⅰ　数学Ⅱ　正答率　誤答分析

研　究　会　委　員

愛知県立明和高等学校教諭	伊藤慎吾
愛知県立名古屋西高等学校教諭	鈴村　愛
愛知県立春日井高等学校教諭	浅野弘義
愛知県立一宮西高等学校教諭	水谷　悟
愛知県立半田工業高等学校教諭	吉田成穂
愛知県立大府高等学校教諭	石原　優
愛知県立足助高等学校教諭	麻生和男
愛知県立岡崎高等学校教諭	井上健一
愛知県立豊橋西高等学校教諭	富安伸之
愛知県立成章高等学校教諭	内藤優士
愛知県総合教育センター教科研究室長	齋藤育浩（主務者）

目　　　次

１　調査の趣旨

愛知県総合教育センターでは愛知県高等学校数学研究会と共同で，昭和30年以来，高等学校入学者数学学力調査を実施してきた。調査結果を分析・考察し，指導上の留意点を明らかにして，中高連携の立場からそれぞれの数学教育に有用な資料を提供することが目的である。また，本調査を継続して実施することにより新入学生徒の学力傾向の推移をつかむことができ，指導の参考とすることができる。

２　調査の実施及び処理

(1) 調査問題の構成

調査問題をテスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$，テスト$\boxed{T}$の３種類に分け，各々について次の立場で問題を作成した。調査時間はいずれも50分である。

テスト$\boxed{A}$　中学校学習指導要領に示された内容を出題基準とし，高等学校で数学を学習するのに必要と思われる基礎的・基本的な事項により問題を構成した。

テスト$\boxed{B}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{A}$と同様であるが，より高度な思考力，洞察力を要する問題を中心に構成した。

テスト$\boxed{T}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{A}$と同様であるが，極めて基本的な事項により問題を構成した。

(2) 調査の対象

県内の高等学校及び特別支援学校の高等部に今年度入学した生徒を対象として，調査を実施した。実施校（課程別資料提供校）の数はテスト$\boxed{A}$が31校，テスト$\boxed{B}$が116校，テスト$\boxed{T}$が７校であった。

(3) 調査の実施時期及び資料の回収

学校ごとに３月下旬から４月中旬の間に調査を実施し，集計用紙（各標本の解答をそのまま一覧表に転記したものと全員の度数分布）を４月18日までに回収した。

(4) 標本の抽出

テスト$\boxed{A}$では244名（抽出率5.6%），テスト$\boxed{B}$では1,472名（抽出率5.0%），テスト$\boxed{T}$では107名（抽出率12.9%）を抽出して，問題別の正答率・無答率を算出し，主な誤答について分析した（テスト全体の平均点及び標準偏差は全員を対象にして算出した）。

なお，後出のテスト$\boxed{A}$，$\boxed{B}$における「上位群」，「下位群」は，それぞれ得点が「平均点＋標準偏差」付近，「平均点－標準偏差」付近の各１割で形成される標本群である。

３　調査結果の概要

(1) 人数・平均点・標準偏差（過去との比較）　表１

テスト／年度	テスト$\boxed{A}$			テスト$\boxed{B}$			テスト$\boxed{T}$		
	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数
H23	48.7	25.1	2,801	55.4	22.7	28,778	53.1	26.7	536
H24	51.4	26.1	3,824	50.8	23.1	28,966	52.4	23.4	503
H25	**46.7**	**25.0**	**4,335**	**47.6**	**24.5**	**29,194**	**59.9**	**27.2**	**827**

(2) 頻数分布（%）　表２

得　点	90～100	80～89	70～79	60～69	50～59	40～49	30～39	20～29	10～19	0～9
ﾃｽﾄ$\boxed{A}$	4.8	7.3	8.9	10.5	12.6	14.8	13.4	11.5	8.6	7.5
ﾃｽﾄ$\boxed{B}$	3.5	7.2	10.8	12.9	13.7	13.6	12.7	10.1	8.0	7.5
ﾃｽﾄ$\boxed{T}$	18.6	12.9	11.1	10.8	11.4	8.9	8.0	8.7	6.8	2.8

(3) 学校(課程)別平均点分布(校)　　表3

平均点	90以上	85～90	80～85	75～80	70～75	65～70	60～65	55～60	50～55	45～50	40～45	35～40	30～35	25～30	20～25	20未満	計
テストA				1	1	2	2	5	1	2	6	5	1	4		1	31
テストB		1	3	4	5	5	10	8	5	13	10	9	12	13	8	10	116
テストT			1						1	2		2	1				7

4　分析結果の概要

(1) 図形に関する問題に課題

毎年，図形に関する問題を６問出題しているが，その平均正答率はかなり低い。本年度はその傾向が顕著で，表４のように，テストA，Bともに，平均正答率の順位でいうと，22 問中，下位５位までに３問も入っている。問題の内容も，円錐の体積や球の体積，三角形の面積など基本的なものが多く，どこでつまずいているかを分析する必要がある。

この図形の問題を不得手とする傾向は，全国学力学習状況調査でも明らかになっており，昨年度，義務教育課が発表した分析結果(http://www.pref.aichi.jp/kyoiku/gimukyoiku/gakuryokutyosa/24zenntaikeikou.pdf)では，「４　算数・数学の傾向と改善の方策」において，小学校算数では「A問題の図形領域は，平成 19 年度より５回連続して，全国平均を下回っており，特に今回はその差が大きくなっている」，中学校数学では「22 年度と比べるとやや持ち直したが，相対的には「図形」に課題が見られる（A・B合わせて全国平均を下回った６問中４問が図形に関する問題)」と発表されている。

中学校の先生方と情報交換をしながら対策を検討する必要がある。

表４

	テストA				テストB			
順位	番号	概要	正答率	領域	番号	概要	正答率	領域
18位	1(8)	中央値	27.5%	資料	3(2)	直線の方程式	32.7%	関数
19位	4(2)	直線の方程式	26.6%	関数	4(2)	円錐の体積	22.6%	図形
20位	5(2)	円錐の高さ	19.7%	図形	6(2)	三角形の面積	17.5%	図形
21位	2(4)	扇形の半径	16.0%	図形	1(3)	複雑な因数分解	8.4%	数式
22位	5(1)	球の体積	12.7%	図形	6(3)	垂線の長さ	8.4%	図形

(2) 小数を含んだ計算に課題

一昨年，最近の生徒は小数に関する問題が苦手であるということが話題となったため，問題Tで小数の和と積に関する問題(0.5＋1.69，0.3×0.4)を出題した。その結果，両問とも平均正答率は７割を下回った。誤答を分析した結果，位取りができていないことが分かった。

そこで今回，テストBの四則計算のところで小数を含んだ計算を出題したところ，やはり平均正答率は大きく下がった。小学校の小数に関しては，今回の学習指導要領の改訂で，指導内容が大幅に見直され，$\frac{1}{100}$の位まで扱うようになったが，本年度，高校に入学した１年生は，小学校で算数が先行実施された時，小学校６年生であったため，小学校のときの小数計算は$\frac{1}{10}$の位までの問題しか解いていない。小数計算を苦手とする原因として，計算量の不足の他に，$\frac{1}{100}$の位までの小数計算をあまり経験してきていないということが考えられる。

５　調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

平成 25 年度高等学校入学者数学学力調査A，Bについて，Ｓ－Ｐ表処理等を基にして差異係数，信頼性係数，内容別平均正答率，正答率帯別問題数，注意係数，ＵＬ指数，問題間の相関等を考察したところ，次のような結果を得た。なお，データは，テストAについては参加 31 校から 244 名，テストBについては 116 校から 1,472 名を抽出して作成した。

［１］ 問題全体について

(1) 差異係数

表５

テスト　年度	(1)差異係数 H23	H24	H25
テストA	0.302	0.363	**0.285**
テストB	0.250	0.380	**0.305**

差異係数とは，Ｓ，Ｐ両曲線のずれの程度を数量化したもので，生徒理解と一連の学習内容がうまくかみ合っているかを見るものである。差異係数は０から１の値をとり，0.5 より小さい値のとき生徒の理解と指導の密着性が高いとされている。簡単な確認テストのようなドリル演習型のテストではＳ曲線とＰ曲線の乖離（かいり）は小さく，差異係数は小さくなる。実力テストのような多面にわたる総合的な問題ではＳ曲線とＰ曲線は大きく乖離（かいり）して，差異係数は大きくなる。差異係数が 0.5 を超えたとき，指導内容に問題がなかったか，出題に問題がなかったか，学習者の理解やモチベーションは高かったかなどを検討する必要がある。今回のテストでは**表５**のように差異係数は小さいので，出題及び学習者の理解の間にとりわけ大きな問題はないと考えられる。

(2) 信頼性係数（ｸｰﾀﾞｰ・ﾘﾁｬｰﾄﾞｿﾝの公式 20 による）

表６

テスト　年度	(2)信頼性係数 H23	H24	H25
テストA	0.873	0.880	**0.892**
テストB	0.856	0.833	**0.875**

信頼性係数とは，作成されたテスト問題が内容的に妥当で信頼できるものなのかを算出するものである。ここで言う信頼性とは，同一条件下で再度試験を実施しても同じ結果が出ると思われる安定性のことで，０から１の値をとり，１に近いほど信頼性が高いとされている。今回のテストでは**表６**のように信頼性係数は高いので，信頼できる良好な問題であったことが分かる。

(3) 内容別平均正答率　(　)内の数字は問題数

表７

内容＼年度	テストA H23	テストA H24	テストA H25	テストB H23	テストB H24	テストB H25
数と式	58.8%(6)	60.7%(6)	**64.9%(6)**	75.8%(6)	67.3%(6)	**59.6%(6)**
図　形	32.9%(6)	45.1%(6)	**39.2%(6)**	40.9%(6)	48.6%(6)	**37.9%(6)**
関　数	36.9%(6)	42.6%(6)	**44.3%(6)**	48.4%(6)	46.1%(6)	**53.6%(6)**
資料の活用（ただしH23は確率と個数の処理・数列）	56.1%(2)	57.7%(4)	**49.0%(4)**	50.7%(2)	45.5%(4)	**51.5%(4)**

(4) 正答率帯別問題数

表８

正答率＼年度	テストA H23	テストA H24	テストA H25	テストB H23	テストB H24	テストB H25
0.851以上	0	0	**0**	3	1	**0**
0.667～0.850	4	5	**5**	4	5	**5**
0.333～0.666	10	13	**11**	8	13	**11**
0.150～0.332	4	4	**5**	4	3	**4**
0.149以下	2	0	**1**	1	0	**2**

(5) 全体の正答率との相関別問題数

表９

相関＼年度	テストA H23	テストA H24	テストA H25	テストB H23	テストB H24	テストB H25
0.70以上	0	1	**0**	0	0	**0**
0.60～0.69	6	6	**6**	4	2	**6**
0.50～0.59	9	6	**9**	10	7	**7**
0.40～0.49	3	6	**6**	2	7	**8**
0.30～0.39	2	3	**1**	3	6	**1**
0.29以下	0	0	**0**	1	0	**0**

［2］ 検討を要する問題群

表 10 の４つの指標について，基準を満たさない問題に注意マーク“×”を付けた。注意マークが１つ以上付いた問題を，正答率が基準を満たす“Ｉ群”と，正答率が基準を満たさない“Ⅱ群”とに分け整理しところ，Ｉ群において，②から④で基準を満たさない問題はなかった。Ⅱ群において，②から④で基準を満たさない問題は以下のようになった。

平均正答率が非常に高い場合や非常に低い場合に，下記の指標②から④は注意マーク“×”が付きやすくなる。従って，今回のテストで，問題となるものは特になかった。

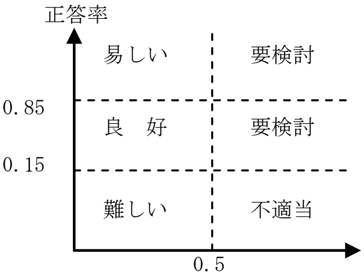
（×印は該当項目について検討を要する数値であることを示す） **表 10**

問　題		項　目 / 基準値	①正 答 率	②注意係数	③ＵＬ指数	④相　関
			＞ 0.333	＜ 0.500	＞ 0.400	＞ 0.400
Ⅱ	テスト$\boxed{A}$	1 (8)	0.275 ×	0.426	0.479	0.436
		2 (4)	0.160 ×	0.155	0.486	0.524
		3 (1)	0.291 ×	0.195	0.698	0.614
		4 (2)	0.266 ×	0.202	0.668	0.593
		5 (1)	0.127 ×	0.204	0.379 ×	0.456
		5 (2)	0.197 ×	0.433	0.364 ×	0.378 ×
	テスト$\boxed{B}$	1 (3)	0.084 ×	0.370	0.189 ×	0.304 ×
		1 (7)	0.329 ×	0.411	0.519	0.450
		3 (2)	0.327 ×	0.205	0.725	0.606
		4 (2)	0.226 ×	0.348	0.474	0.450
		6 (2)	0.175 ×	0.202	0.476	0.505
		6 (3)	0.084 ×	0.122	0.282 ×	0.425

(各項目の説明)

①正 答 率：各問題の正答率を示す。

表 11



②注意係数：ＳＰ表において，ある問題の正誤の状況と他の問題の正誤の状況を比較し，異質の程度を数値化したものである。0.5 より小さい方が適切な問題であるとされている。**表 11** に示すように平均正答率とあわせて検討するとよい。

③ＵＬ指数：

$$\frac{\text{（上位 27\%の正答者数）}-\text{（下位 27\%の正答者数）}}{\text{（生徒 27\%の人数）}}$$

ＵＬ指数は上式で算出する。「上位群に正答者が多く，下位群に正答者が少ない」場合にＵＬ指数は高くなるが，上位群に正答者が少なく下位群に正答者が多いという逆転現象の場合，ＵＬ指数は低くなる。ＵＬ指数が 0.4 より大きい方が適切な問題であるとされている。

④相　　関：生徒の得点合計とその問題の正解との相関を示す。基準値を 0.4 として大きい方が適切な問題であるとされている。

６　テスト$\boxed{\text{A}}$の問題，結果及びその考察

［１］次の問いに答えなさい。

(1)　$-2^2+3\times(-4)^2$を計算しなさい。

(2)　$\left(1+2\sqrt{3}\right)^2$ を計算しなさい。

(3)　$4x^2-9$ を因数分解しなさい。

(4)　二次方程式$x^2+3x+1=0$を解きなさい。

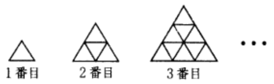
(5)　１冊100円のノートと１冊80円のノートを，あわせて30冊買い，2660円支払った。次の問いに答えなさい。

(ｱ) 100円のノートと80円のノートの買った冊数をそれぞれx冊，y冊として，連立方程式をつくりなさい。

(ｲ)　xとyの値を求めなさい。

(6)　３枚の硬貨を同時に投げるとき，１枚は表で，２枚は裏となる確率を求めなさい。

(7)　図のように，大きさが同じ正三角形のタイルを規則的に並べていく。例えば，３番目の図形には，９枚のタイルが必要である。このとき，20番目の図形には何枚のタイルが必要か求めなさい。



(8)　下の表は，ある中学校の３年生男子55人が，バスケットボールのフリースローを10回ずつおこなって，ボールのはいった回数を度数分布表に表したものである。中央値を求めなさい。

はいった回数(回)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
度数(人)	11	16	7	6	7	4	1	2	1

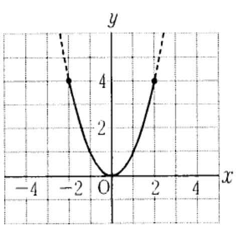
(9)　ある工場で製品の抜き取り検査をしたところ，1000個の中に不良品が２個あった。この製品25万個の中に，不良品はおよそ何個あると推測されるか求めなさい。

［２］次の問いに答えなさい。

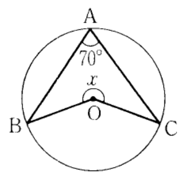
(1)　yはxに比例し，xとyの値が下の表のように対応する。□にあてはまる値を求めなさい。

x	…	2	3	4	…
y	…	$\frac{1}{3}$	□	$\frac{2}{3}$	…

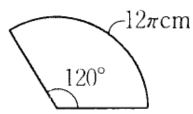
(2)　関数$y=x^2$について，xの変域が$-2\leqq x\leqq 2$であるとき，yの変域は$a\leqq y\leqq b$である。a，bの値を求めなさい。



(3)　図のように，円Oの円周上に３つの点A，B，Cがある。$\angle$BAC＝70°であるとき，$\angle x$の大きさを求めなさい。



(4)　図のように，孤の長さが12πcm，中心角が120°のおうぎ形がある。このおうぎ形の半径を求めなさい。ただし，πは円周率である。

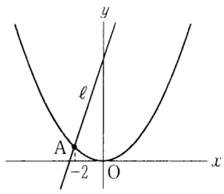


［３］深さ25 cmの円柱状の容器に水が底から５cmの高さまではいっている。この容器に満水になるまで一定の割合で水を入れたとき，入れはじめてから３分後の水面の高さは11 cmであった。次の問いに答えなさい。

(1)　水を入れはじめてからx分後の水面の高さをy cmとする。yをxの式で表しなさい。

(2)　満水になるのは，水を入れはじめてから何分後か求めなさい。

［４］図のように関数$y=\dfrac{1}{4}x^2$のグラフ上に点Aがあり，そのx座標は-2である。また，直線lは点Aを通り傾きが３である。次の問いに答えなさい。

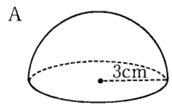


(1)　点Aのy座標を求めなさい。

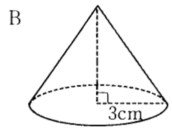
(2)　直線lの式を求めなさい。

［５］図のように，半径が３cmの半球Aと底面の半径が３cmの円錐Bがある。次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。

(1)　半球Aの体積を求めなさい。



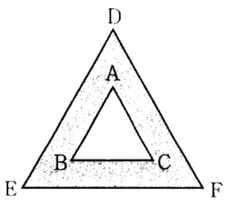
(2)　半球Aと円錐Bの体積が等しいとき，円錐Bの高さを求めなさい。



［６］図のように，△ABCと△DEFがあり，その相似比は１：２である。次の問いに答えなさい。

(1)　△ABCと△DEFの面積の比を求めなさい。

(2)　△ABCの面積が３cm^{2}のとき，色のついた部分の面積を求めなさい。



番号	配点	正　　答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	4	44	73	100	56	0	0	0	27	52（13.1），－16（3.3），－44（1.6）
(2)	4	$13+4\sqrt{3}$	43	76	8	7	0	16	50	13（12.2），7（3.3），$7+4\sqrt{3}$（1.6）
(3)	4	$(2x+3)(2x-3)$	70	96	48	14	0	28	16	$(2x-3)^2$（3.3），$(2x+3)^2$（0.8）
(4)	4	$x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$	62	84	48	14	0	20	24	$\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ (2.9)，$\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$ (2.5)，$\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ (1.6)
(5)ア	4	$\begin{cases}100x+80y=2660\\x+y=30\end{cases}$	77	92	52	12	0	32	11	$\begin{cases}x+y=2660\\100x+80y=30\end{cases}$ (1.2)，$\begin{cases}x+y=30\\100x+80y=2600\end{cases}$ (0.8)，$\begin{cases}100x+80y=2660\\\end{cases}$ (0.8)
イ	4	$x=13$，$y=17$	65	88	20	17	0	36	18	(10, 20)（4.5），(12, 18)（1.2），(17, 13)（0.8），(14, 16)（0.8）
(6)	4	$\frac{3}{8}$	43	80	12	5	0	16	52	$\frac{1}{4}$ (17.2)，$\frac{1}{3}$ (8.6)，$\frac{1}{2}$ (7.8)，$\frac{2}{3}$ (2.9)
(7)	4	400 枚	62	80	44	6	0	12	32	60（4.5），40（3.3），39（2.0）
(8)	4	3 回	28	36	4	12	4	20	60	5 (22.5)，2 (9.8)，4 (7.4)，6 (7.4)
(9)	4	500 個	60	80	32	7	0	8	33	50（11.9），5000（3.3），250（2.5）
［2］(1)	5	$\frac{1}{2}$	46	76	16	15	12	20	39	2（7.8），1（6.6），$\frac{3}{4}$（1.6）
(2)	5	$a=0$，$b=4$	57	100	16	16	0	24	27	(－4,　)（4.5），(－4, 4)（4.1），
(3)	5	220°	79	88	60	2	0	0	19	140（12.3），110（2.0），225 (1.2)
(4)	5	18 cm	16	32	0	23	8	36	61	6（16.8），4（11.9），4π (4.5)
［3］(1)	5	$y=2x+5$	29	56	0	30	8	64	41	$y=2x$ (13.9)，$y=5x$ (2.0)
(2)	5	10 分後	48	84	4	17	4	40	35	7（6.1），5（6.1），8 (2.5)
［4］(1)	5	1	59	80	24	20	0	40	21	(－2, 1)（5.3），3（1.6），6（1.6）
(2)	5	$y=3x+7$	27	56	4	35	12	64	38	$y=x+3$（4.5），$y=3x+6$（3.3）
［5］(1)	5	$18\pi\ cm^3$	13	24	0	24	12	48	63	9π（8.2），36π（5.7），27π（4.5）
(2)	5	6 cm	20	32	12	26	12	40	54	4（13.1），5（6.1），12（6.1），3（4.5）
［6］(1)	5	1：4	69	100	28	7	0	12	24	1：2（12.3），1：3（3.3）
(2)	5	9 cm^2	38	60	8	13	0	32	49	12（25.8），6（12.7），3（2.5）

(1) 立てた式を利用させたい

［３］	正答率／無答率	誤答例(誤答率)
深さ25㎝の円柱状の容器に水が底から５㎝の高さまではいっている。この容器に満水になるまで一定の割合で水を入れたとき,入れはじめてから３分後の水面の高さは11㎝だった。		
(1) 水を入れはじめてから x 分後の水面の高さを y ㎝とする。 y を x の式で表しなさい。	29.1%／29.5%	$y=2x$ (13.9%) $y=5x$ (2.0%)
(2) 満水になるのは水を入れはじめてから何分後か求めなさい。	48.0%／17.2%	7 (6.1%) 5 (6.1%)

(1)は水の増加量を読み取り， x と y の関係を１次関数で表す問題で，(2)は(1)の結果を利用して x の値を求める問題である。しかし，正答率は(1)より(2)の方が高い結果になった。これは，25 ㎝から既に入っていた５㎝を引き，その結果を１分当たりの増加量である２で割れば答えが出せるためである。このことに気がついた生徒は，(1)の式ができていなくても(2)で正答を導くことができたようである。

【今後の指導に向けて】

(1)が解けなくても，あきらめず(2)に取り組んだ生徒がいたことは良かったといえる。しかし，今回のように，式を立てることが出来なくても値を出せるという方法は，常に通用するものではないので，条件から式を立てることができるように指導しておく必要がある。特に，高等学校の数学では文字を扱うことが多く，立式しないと解けない場合があるので，立式する方法を確実に身に付けさせたい。

問題文の「一定の割合」という言葉や誤答の結果から，答えが１次関数であるということは理解できているようである。よって，その１次関数を，$y=ax+b$ とおくことを習慣にさせたい。また，増加量が２であることから１次関数の傾きが２と分かったのだが，はじめに入っている５㎝の部分を切片として考えることができず，$y=2x$ としてしまった生徒が 13.9%いた。これも最初に $y=2x+b$ とおき，(0，5) を代入して b を求めるという手順で解けば，切片を忘れるという誤答も減らしていけると思われる。

また次のように，１分後，２分後・・・の結果から，関数を類推して求め，最後に立てた式が合っているか確認する方法も紹介すると，更に定着を図ることができる。

はじめ	５㎝	＝５㎝＋２㎝×<u>0</u>
<u>１</u>分後	７㎝＝５㎝＋２㎝	＝５㎝＋２㎝×<u>1</u>
<u>２</u>分後	９㎝＝５㎝＋２㎝＋２㎝	＝５㎝＋２㎝×<u>2</u>
<u>３</u>分後	11 ㎝＝５㎝＋２㎝＋２㎝＋２㎝	＝５㎝＋２㎝×<u>3</u>
・ ・		
<u>x</u> 分後	５㎝＋２㎝＋２㎝＋･･･＋２㎝	＝５㎝＋２㎝× <u>x</u>

よって $y=2x+5$

(類題) 長さ 10 ㎝のバネがあり，５g のおもりをつるすと 25 ㎝になる。$x\,g$ のおもりをつるしたときのばねの長さを y ㎝とする。次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) バネ全体の長さが 40 ㎝ になるのは何 g のおもりをつるしたときか求めなさい。

(解答)

(1) ５g で 15 ㎝伸びるので１g で３㎝ の割合ということを読み取り，$y=3x+b$ とおく。
(0，10) を代入すると $10=3\times0+b$ より $b=10$ 　したがって $y=3x+10$

(2) $40=3x+10$ より，$x=10$ したがって 10g

7　テスト$\boxed{\text{B}}$の問題，結果及びその考察

［１］　次の問いに答えなさい。

(1) $-3^2\times2-\dfrac{4}{5}\div(-0.4)^2$を計算しなさい。

(2) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)^2+\dfrac{6}{\sqrt{2}}$を簡単にしなさい。

(3) $\left(x^2-1\right)^2-3\left(x^2-1\right)$を因数分解しなさい。

(4) 二次方程式$(x+1)^2=6x$を解きなさい。

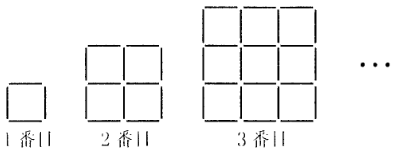
(5) ある学校において，昨年度の生徒数は320人であった。今年度の生徒数は昨年度の生徒数に比べて，男子は５％増加して，女子は10％減少したので，あわせて５人減少した。次の問いに答えなさい。

(ｱ)昨年度の男子の人数をx人，女子の人数をy人として，連立方程式をつくりなさい。

(ｲ) xとyの値を求めなさい。

(6) 大小２つのさいころを同時に投げるとき，大きいさいころの出る目の数をa，小さいさいころの出る目の数をbとする。このとき$a-b\geqq0$となる確率を求めなさい。

(7) 図のように，１辺の長さが１の正方形が規則的に並んだ図形を考える。１番目の図形には長さ１の線分が４本，２番目の図形には長さ１の線分が12本必要である。このとき 20 番目の図形には長さ１の線分が何本必要か求めなさい。



(8) 袋の中に白玉だけがたくさんはいっている。白玉の個数を推測するために，同じ大きさの赤玉100個をこの袋の中に入れ，その中から 50 個の玉を無作為に抽出し，白玉と赤玉の個数を調べた後に袋の中にもどす実験を数回おこなったところ，平均して赤玉は５個はいっていた。この結果をもとに，はじめに袋の中にはいっていた白玉の個数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。

(9) $xy=3$を満たす整数x，yの組は全部で何組あるか求めなさい。

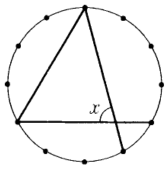
［２］　次の問いに答えなさい。

(1) ２つの関数$y=2x+6$と$y=kx^2$について，xの変域が$-3\leqq x\leqq a$のとき，yの変域が$0\leqq y\leqq18$で一致する。このとき，kの値を求めなさい。

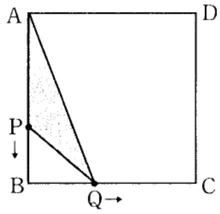
(2) 表は$y=ax$，$y=ax^2$，$y=\dfrac{a}{x}$のいずれかの関係を表している。$x=5$のときのyの値を求めなさい。

x	…	4	…	8	…	10	…
y	…	20	…	10	…	8	…

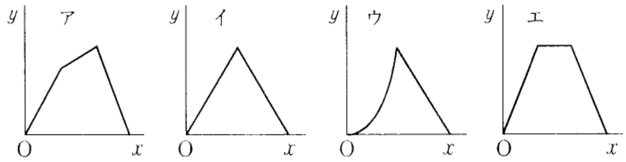
(3) 図のように，円周上に等間隔に12個の点をとるとき，$\angle x$の大きさを求めなさい。



［３］　図のように，１辺の長さが６cmの正方形ＡＢＣＤがある。点Ｐは点Ａを出発し，正方形の辺上を毎秒２cmの速さで点Ｂを通過して点Ｃまで動く。また，点Ｑは点Ｂを出発し，辺ＢＣ上を毎秒１cmの速さで点Ｃまで動く。２点Ｐ，Ｑが同時に出発してからx秒後の△ＡＰＱの面積をy cm^{2}とする。次の問いに答えなさい。

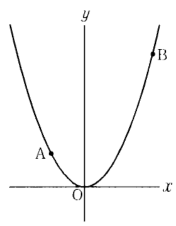


(1) xとyの関係を表したグラフの形を次のア～エの中から１つ選び，かな符号で答えなさい。



(2) $3\leqq x\leqq6$のとき，yをxの式で表しなさい。

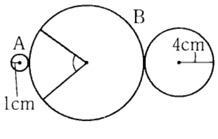
［４］　図のように，関数$y=\dfrac{1}{2}x^2$のグラフ上に２点Ａ，Ｂがあり，点Ａのx座標は-2，点Ｂのy座標は点Ａのy座標の４倍である。次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。



(1) ２点Ａ，Ｂを通る直線の式を求めなさい。

(2) 直線ＡＢとx軸との交点をＣとする。三角形ＢＣＯをx軸を軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。

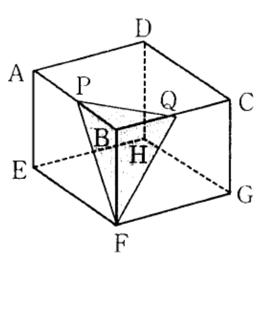
［５］　図のように，底面の半径が１cmの円錐Ａと底面の半径が４cmの円錐Ｂの展開図をあわせると，ちょうど３つの円ができた。次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。



(1) 円錐Ａの展開図における，おうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

(2) 円錐Ｂの表面積を求めなさい。

［６］　直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいて，ＡＢ=ＡＤ＝2 cm，ＡＥ=$\sqrt{3}$ cmである。辺ＡＢの中点をＰ，辺ＢＣの中点をＱとするとき，次の問いに答えなさい。



(1) 三角錐ＰＢＦＱの体積を求めなさい。

(2) △ＰＦＱの面積を求めなさい。

(3) 頂点Ｂから△ＰＦＱに下ろした垂線の長さを求めなさい。

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	4	-23	59	76	34	3	0	3	38	$-\frac{37}{2}$（5.8），13（5.6）
(2)	4	$9-3\sqrt{2}$	62	80	44	1	0	1	37	$-3-3\sqrt{2}$（5.9），$3-3\sqrt{2}$（4.1）
(3)	4	$(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$	8	12	2	5	0	7	87	$(x^2-1)(x^2-4)$（51.4），x^4-5x+4（14.9）
(4)	4	$x=2\pm\sqrt{3}$	75	91	54	3	0	8	22	$4\pm\sqrt{3}$（1.7）　$2\pm2\sqrt{3}$（1.6）　$2\pm\sqrt{2}$（1.4）
(5)ア	4	$\begin{cases} x+y=320 \\ \frac{105}{100}x+\frac{90}{100}y=315 \end{cases}$	81	98	63	5	0	8	14	$\begin{cases} x+y=320 \\ 1.5x+0.9y=315 \end{cases}$（1.0），$\begin{cases} x+y=320 \\ 0.05x-0.1y=5 \end{cases}$（0.8），
イ	4	$x=180$，$y=140$	73	96	44	13	0	31	14	(140，180)（1.0），(45，275)（0.7），(170，150)（0.6）
(6)	4	$\frac{7}{12}$	65	88	36	3	1	2	32	$\frac{5}{12}$（15.6），$\frac{1}{6}$（3.0），$\frac{1}{2}$（2.2）
(7)	4	840 本	33	50	14	12	10	16	55	228（4.1），120（3.8），80（3.0）
(8)	4	900 個	53	74	27	5	0	9	42	1000（19.8），10（3.0），90（2.5）
(9)	4	4 組	55	78	35	2	0	5	43	2（32.0），3（2.6），6（1.8），5（0.9）
［2］(1)	5	$k=\frac{1}{2}$	61	92	33	11	1	20	28	2 (15.3)，3 (1.4)，6 (1.3)，$\frac{2}{3}$ (1.1)
(2)	5	$y=16$	75	97	55	7	1	10	18	25（2.9），18（2.4），$\frac{125}{4}$（1.6）
(3)	5	75°	62	91	35	6	1	14	32	60°（12.5），80°（3.1），30°（2.9）
［3］(1)	5	ウ	48	84	12	1	0	0	51	イ（25.0），エ（13.7），ア（10.5）
(2)	5	$y=-3x+18$	33	62	3	25	3	52	42	$y=3x$（5.9），$y=x^2$（2.9），$y=-3x+9$（2.6）
［4］(1)	5	$y=x+4$	82	99	69	6	0	6	12	$y=\frac{3}{2}x+5$（1.0），$y=3x+8$（0.7）
(2)	5	$\frac{256}{3}\pi$	23	40	5	20	3	28	57	$\frac{64}{3}\pi$（11.1），$\frac{128}{3}\pi$（6.3）
［5］(1)	5	72°	54	88	14	14	2	28	32	60°（7.9），90°（3.7），80°（3.4）
(2)	5	36π cm^2	34	69	1	30	3	52	36	16π (2.4)，20π (2.2)，32π (1.3)
［6］(1)	5	$\frac{\sqrt{6}}{3}$ cm^3	52	84	19	16	0	33	32	$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (8.8)，$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4.4)，$\sqrt{3}$ (1.2)，$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (1.1)
(2)	5	$\frac{\sqrt{7}}{2}$ cm^2	18	38	1	25	2	42	57	$\frac{\sqrt{6}}{2}$ (6.6)，$\sqrt{3}$ (4.6)，$\sqrt{2}$ (3.4)，$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3.1)
(3)	5	$\frac{\sqrt{21}}{7}$ cm	8	14	0	41	25	57	51	1（6.3），$\sqrt{3}$（5.3），$\sqrt{2}$（3.3）

(1) 小数を含む計算を確実に解かせたい

年度	［１］(1)　問題	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H20	$2\times(-3^2)-(-3)^2\div 9$	86.8%　(96.0%／83.0%)	17(4.6%)　-17(3.3%)　-3(1.2%)
H23	$(-6)^2\div(-3^2)\times 2$	86.4%　(93.0%／81.0%)	8(5.7%)　-2(5.7%)　2(0.5%)
H24	$\left(-\frac{4}{3}\right)^2\div\left\{-\left(\frac{1}{6}\right)^2\right\}\times 8$	78.9%　(89.0%／72.0%)	8(11.5%)　-2(0.7%)
H25	$-3^2\times 2-\frac{4}{5}\div(-0.4)^2$	59.3%　(75.5%／34.0%)	$-\frac{37}{2}$(5.8%)　13(5.6%)　-13(2.6%)

［１］(1)で分数や小数を含む計算について出題した。H20とH23は，-3^2と$(-3)^2$等の違いを理解しているかを確認する問題で，H24は２乗される数を分数にし，H25は小数にして，その結果にどれだけ違いが出るか調査した。分数計算を含めたH24は，H20やH23と比較して，正答率は約７ポイント下がった。小数計算を含めたH25は，H20やH23と比較して，正答率は27ポイント下がり，下位群の正答率は50ポイント近く下がった。

H25の誤答$-\frac{37}{2}$は，$(-0.4)^2$を1.6と計算したもの，誤答13は，-3^2を9としてしまったもので，このように計算してしまう生徒は毎年少なからずおり，小数の計算を苦手とする生徒がいることが分かる。

【今後の指導に向けて】

小数や分数の四則計算はスパイラル学習として小学校６年で定着を図っているが，生徒にはなかなか定着できていない。小数と分数が含まれる式を計算する際に，小数を分数に直してから計算することを徹底したい。また，２乗される数の符号を意識させて指導することが大切である。数学の苦手な生徒に対しては，入学当初より中学校までに習う計算を，小テストを実施するなど反復的な指導をし，基礎基本の定着を図りたい。

(2) 求めるものを意識して解かせたい

年度 番号	問題	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
H24	［１］(8)　袋の中に白玉がたくさんはいっている。この白玉と同じ大きさの赤玉40個をこの袋の中に入れ，その中から30個の玉を無作為に抽出し，白玉と赤玉の個数を調べてからもとの袋の中にもどすという実験を数回行った。その結果，平均して赤玉は４個はいっていた。もとの袋の中にはいっていた白玉の個数は，およそ何個と考えられるか。	49.7% (74.1%／31.0%)	300個 (17.9%)
H25	［１］(8)　袋の中に白玉だけがたくさんはいっている。白玉の個数を推測するために，同じ大きさの赤玉100個をこの袋の中に入れ，その中から50個の玉を無作為に抽出し，白玉と赤玉の個数を調べた後に袋の中にもどす実験を数回おこなったところ，平均して赤玉は５個はいっていた。この結果をもとに，はじめに袋の中にはいっていた白玉の個数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。	53.1% (74.1%／26.5%)	1000個 (19.8%)

本年度入学した生徒は，中学校で新課程の内容を履修してきており，学習領域は，「数と式」「図形」「数量関係」の３領域から，「資料の活用」という領域を新設して「数と式」「図形」「関数」

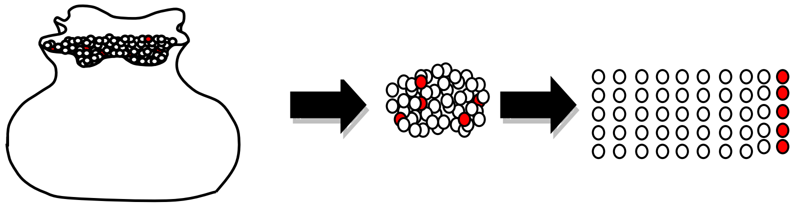
「資料の活用」の４領域になった。[１](8)の標本調査に関する問題は，新設された「資料の活用」から出題したものである。標本調査の結果から母集団を推測する問題で，中学校教科書の例題程度の問題であったが，H25 の正答率は 53.1%，H24 のそれは 49.7%と半数程度にとどまった。

誤答例を見ると，H24 の 300 個（17.9%），H25 の 1000 個（19.8%）のように，白玉と赤玉を合わせた総数を求めている生徒が多い。比の計算の部分は約７割の生徒ができているのに，約２割の生徒が，最後に赤玉の個数を引き忘れている。

【今後の指導に向けて】

今回は，抽出された標本と母集団の構成（白玉と赤玉の比率）を同じと捉え，比で答えを求める問題である。比（割合）の問題を苦手とする生徒に対しては，図や表をかき，問題内容をイメージ化すると計算の方針が立てやすくなる。

今回の問題では，下記のように全体，白玉，赤玉の個数を表のようにかき，何を求めるのかをはっきりとさせると，式が立てやすい。



袋全体

全体	白玉	赤玉
？個	x個	100個

今回は不要

⇔

抽出したもの（標本）

全体	白玉	赤玉
50個	$\boxed{(50-5)}$個	５個

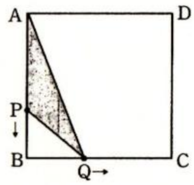
$x：100＝45：5$

$5x＝4500$

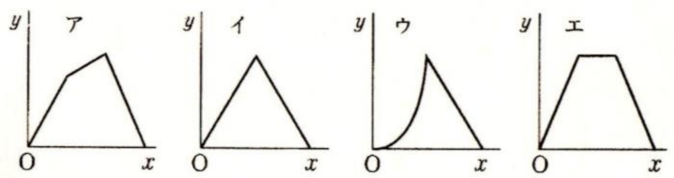
$x＝900$

(3) 動点の位置によって求める関数が異なる問題について理解を深めさせたい

H25[3]　図のように，１辺の長さが６cm の正方形ＡＢＣＤがある。点Ｐは点Ａを出発し，正方形の辺上を毎秒２cm の速さで点Ｂを通過して点Ｃまで動く。また，点Ｑは点Ｂを出発し，辺ＢＣ上を毎秒１cm の速さで点Ｃまで動く。２点Ｐ，Ｑが同時に出発してから x 秒後の△ＡＰＱの面積を y cm^2 とする。次の問いに答えなさい。



(1)　x と y の関係を表したグラフの形を次のア～エの中から１つ選び，かな符号で答えなさい。



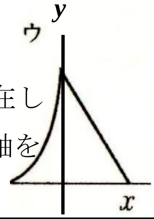
(2)　$3≦x≦6$ のとき，y を x の式で表しなさい。

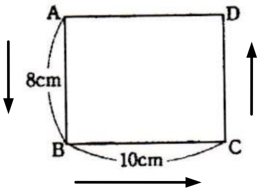
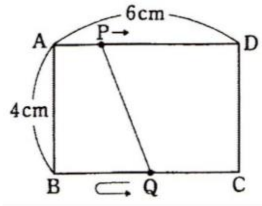
正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
(1) 48.4% (83.7%／12.2%)	(1) イ（25.0%） エ（13.7%） ア（10.5%）
(2) 32.7% (61.9%／2.7%)	(2) $y=3x$（5.9%） $y=x^2$（2.9%） $y=-3x+9$（2.6%）

例年，動点や定点等を結んで図形をつくり，その面積を求める問題を出題している。H22，H23 は(1)で具体的な場合の面積を求めさせ，(2)でそれを踏まえて，ある x の範囲での x と y の関係式を求めさせた。しかし，H25 では(1)で正確に立式をできなくても，x の範囲によってグラフが２次関数になるか１次関数になるかが分かれば,x と y の関係を表すグラフを選択できるという問題を出題した。上位群の正答率は 80%を超えたが，全体として 50%弱に留まった。

(2)は例年と同じ出題形式であるが,上位群の正答率も全体の正答率もあまり変化はみられなかった。

主な誤答例の $y=-3x+9$ と答えたのは，$x=3$ のとき面積９cm^2，$x=6$ のとき三角形が存在しないので面積０cm^2 となるので傾きが－３，さらに右のグラフのように，$x=3$ の位置に y 軸をもってきて y 切片９として解いたと考察できる。



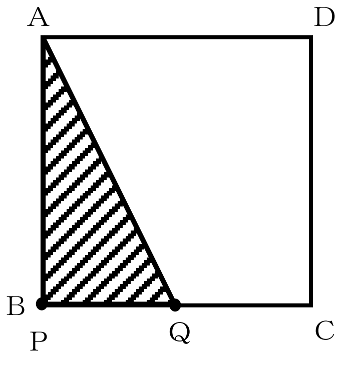
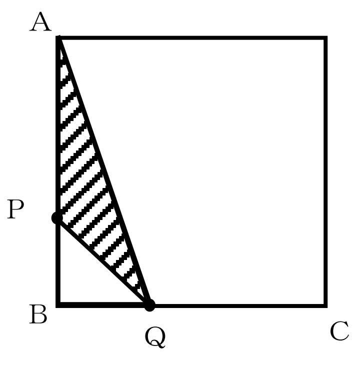
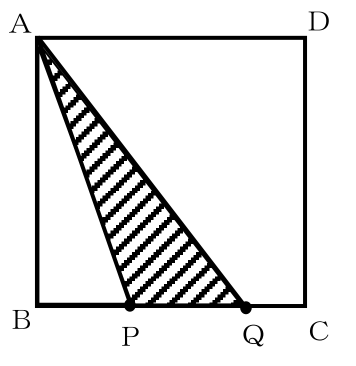
問題	正答率(上位群／下位群)
H22　点Ｐは長方形ＡＢＣＤの周上を，点Ａを出発し，Ｂ，Ｃを通り点Ｄまで，毎秒２cm の速さで動く。出発して x 秒後の△ＰＡＤの面積を y cm^2 とする。 (1) $x=10$ のとき y の値を求めなさい。 (2) $9\leqq x\leqq 13$ のとき，y を x の式で表しなさい。 	(1)　68.4% (90.1%／43.7%) (2)　29.8% (61.6%／0.7%)
H23　点Ｐは，点Ａを出発し辺ＡＤ上を毎秒１cm の速さで点Ｄまで動く。点Ｑは，点Ｃを出発し辺ＢＣ上を毎秒２cm の速さで点Ｂまで動き，折り返して点Ｃに戻ってくる。点Ｐ，Ｑが同時に出発してから x 秒後の四角形ＡＢＱＰの面積を y cm^2 とする。ただし，$x=0$，３のときは三角形の面積を y cm^2 とする。 (1) $x=4$ のとき，y の値を求めなさい。 (2) $3\leqq x\leqq 6$ のとき，y を x の式で表しなさい。 	(1)　62.5% (85.2%／31.5%) (2)　23.8% (45.6%／0.6%)

【今後の指導に向けて】

H22, H23において，具体的な x の値を与えたとき y の値を求めることは60%以上できているので，動点が頂点を通過するとき，関数の式が変化する可能性があることに気付かせたい。また，場合分けする x の値の範囲が問題文の中に最初から指定されていない場合でも，動点が頂点を通過するときに注意すれば，自分で場合分けするヒントになる。この種の問題では，次の手順で考えると分かりやすい。

① 通過する頂点に動点があるときの x の値を求める。

② 求めた x の値の前と後の図形における面積を考える。

① 点ＰはＡ→Ｂ→Ｃの順で動くので，点Ｐが頂点Ｂの位置にあるのは，$\boxed{x=3}$	② 点ＰがＡ→Ｂを動くのは，$\boxed{0\leqq x\leqq 3}$	点ＰがＢ→Ｃを動くのは，$\boxed{3\leqq x\leqq 6}$
		

③ x 秒後の辺の長さをそれぞれ求める。

$\boxed{0\leqq x\leqq 3 \text{ のとき}}$　ＡＰ＝$2x$，ＢＱ＝x

よって求める面積は　$y=x^2$

$\boxed{3\leqq x\leqq 6 \text{ のとき}}$　(A-B-P)＝$2x$，ＢＱ＝x

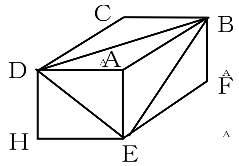
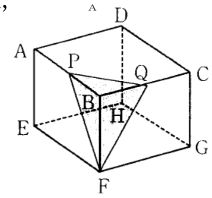
ＢＰ＝(A-B-P)－ＡＢ，ＰＱ＝ＢＱ－ＢＰ

ＢＰ＝$2x-6$,　ＰＱ＝$x-(2x-6)=-x+6$

よって求める面積は　$y=-3x+18$

※　ＡからＢを通ってＰまでの距離ＡＢ＋ＢＰを以下のように表記した。
(A-B-P)

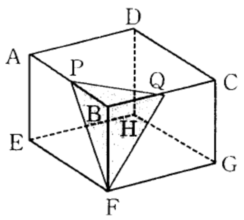
(4) 空間図形をいろいろな見方ができるようにしたい

	問題	正答率 （上位群／下位群）
H17 ［５］	直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいてＡＢ＝$\sqrt{6}$ cm，ＡＤ＝ＡＥ＝２cm とする。 (1) 三角錐ＡＢＤＥの体積を求めよ。 (2) △ＢＤＥの面積を求めよ。 (3) Ａから△ＢＤＥに下ろした垂線の長さを求めよ。 	(1)　67.0% (94.0%／44.0%) (2)　42.0% (65.0%／14.0%) (3)　16.0% (28.0%／1.0%)
H25 ［６］	直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいてＡＢ＝ＡＤ＝２cm，ＡＥ＝$\sqrt{3}$ cmである。辺ＡＢの中点をＰ，辺ＢＣの中点をＱとする。 (1) 三角錐ＰＢＦＱの体積を求めよ。 (2) △ＰＦＱの面積を求めよ。 (3) 頂点Ｂから△ＰＦＱに下ろした垂線の長さを求めよ。 	(1)　51.6% (83.7%／19.0%) (2)　17.5% (38.1%／1.4%) (3)　8.4% (14.3%／0.0%)

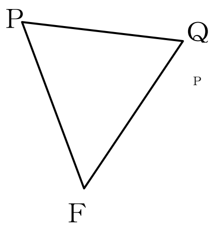
直方体から三角錐を切り取り，その高さを求める問題を８年ぶりに出題した。(1)の三角錐の体積は正答率が67.0%から51.6%に大きく下がった。(2)，(3)は分数計算ということもあり正答率はさらに下がった。空間図形の問題を苦手とする生徒が増えているので今まで以上に丁寧な指導が必要である。

【今後の指導に向けて】

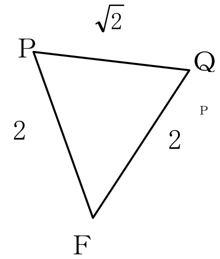
空間図形の問題を考える場合，必要な図を取り出して考えるのも良い方法である。今回の問題の(2)は，切り口の△ＰＱＦを描き，各辺の長さを求めると，二等辺三角形の面積を求めればよいことが分かる。



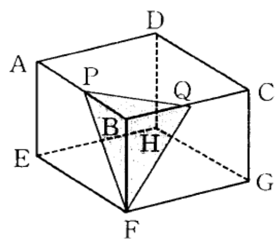
取り出し⇒



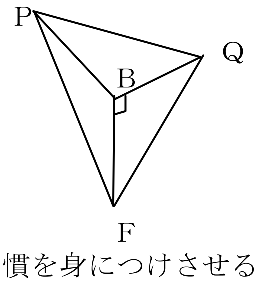
値を記入⇒



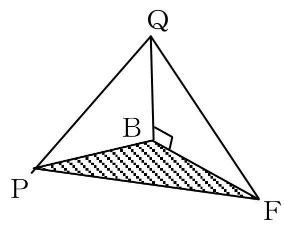
また，(1)，(3)の四面体の問題でも同様に，四面体を取り出し，条件を書き込んで，状況を把握しやすくして問題に取り組むとよい。また，図形を回転させたり，底面に薄く色を付けたりして，状況を把握しやすくすると，解く方針が立てやすくなる。



取り出し⇒



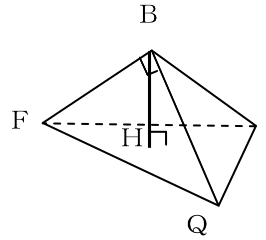
回転⇒



また，１つの図形で別な見方をする習慣を身につけさせるために，いろいろな面を底面と考えて体積Ｖを計算する練習を取り入れるのも効果的である。具体的には，

①　$V=\frac{1}{3}\cdot$△ＰＢＦ・ＢＱ　　②　$V=\frac{1}{3}\cdot$△ＱＢＦ・ＢＰ　　③　$V=\frac{1}{3}\cdot$△ＰＢＱ・ＢＦ

をそれぞれ計算させ，その後△ＰＦＱを底面として考えることで，高さＢＨを求める計算へと誘導したい。



８　テスト$\boxed{\text{T}}$の問題，結果及びその考察

［１］ 次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-8+5$

② $20-12\div3$

③ $\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$

⑤ $0.5+1.69$

⑥ $-3^2+(-2)^2$

⑦ $\sqrt{8}+\sqrt{2}$

(2) 次の式を簡単にしなさい。

① $5x-3-7x+9$

② $16a^3b^2\div(-4ab^2)$

(3) $(x+3)^2$ を展開しなさい。

(4) x^2-4 を因数分解しなさい。

(5) 次の方程式を解きなさい。

① $\frac{1}{3}x=9$

② $3x+7=7x-5$

③ $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2x-y=9 \end{cases}$

④ $x^2-6x+8=0$

⑤ $x^2=5$

［２］ 次の問いに答えなさい。

(1) 2000円の商品を30%引きで買うときの代金はいくらになるか求めなさい。

(2) 自転車に乗って時速9.6kmで２時間走ると何km進むか求めなさい。

(3) １個100円のドーナツをx個と１本120円のジュースをy本買うときの代金を式に表しなさい。

(4) ９人の生徒に最近１か月間に図書館で借りた本の冊数を聞いたところ，次のような数字であった。このとき，中央値を求めなさい。

1，2，2，3，3，5，7，9，11

［３］ 次の問いに答えなさい。

(1) １つのさいころを投げるとき，４以上の目が出る確率を求めなさい。

(2) 箱の中に白玉と黒玉があわせて10000個はいっている。この箱の中から，200個の玉を無作為に取り出して，黒玉の個数を数えると14個であった。この箱の中の黒玉の個数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。

［４］ 次の問いに答えなさい。

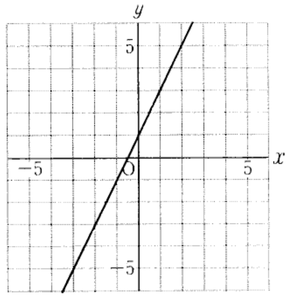
(1) yはxに比例し，xとyの値が下の表のように対応する。□ にあてはまる値を求めなさい。

x	…	2	3	4	…
y	…	$\frac{1}{3}$	□	$\frac{2}{3}$	…

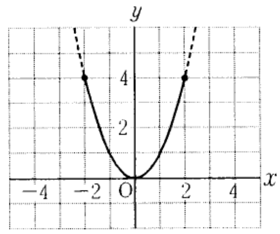
(2) 右の図は，ある一次関数のグラフである。
次の問いに答えなさい。

① $x=-3$ のときのyの値を求めなさい。

② この直線の傾きを求めなさい。

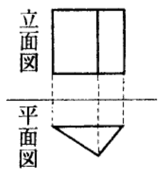


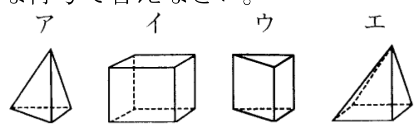
［５］ 関数 $y=x^2$ について，x の変域が$-2\leqq x\leqq2$ であるとき，yの変域は$a\leqq y\leqq b$ である。a, bの値を求めなさい。



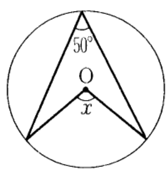
［６］ 次の問いに答えなさい。

(1) 右の図は，ある立体の投影図で，正面から見た図（立面図）と真上から見た図（平面図）で表したものである。この立体の見取図を下のア～エから１つ選びかな符号で答えなさい。

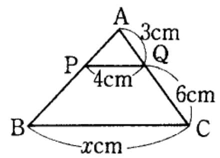




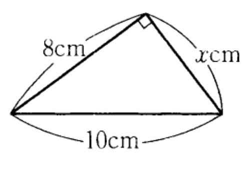
(2) 右の図で，$\angle x$の大きさを求めなさい。ただし，Oは円の中心とする。



(3) 右の図で，ＰＱ//ＢＣ のとき，xの値を求めなさい。



(4) 右の図で，xの値を求めなさい。



番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)①	3	－3	95	0	5	3（2.8），－13（1.9）
②	3	16	90	0	10	－16（2.8），6（2.8）
③	3	$\frac{1}{10}$	77	5	18	$\frac{2}{3}$（6.5），$\frac{1}{5}$（3.7），$-\frac{2}{3}$（1.9）
④	3	$\frac{9}{8}$	44	11	45	$\frac{1}{2}$（15.0），$\frac{9}{2}$（7.5），2（6.5）
⑤	3	2.19	68	4	28	1.74（18.7），2.09（1.9），1.75（1.9）
⑥	3	－5	53	5	42	13（30.8），5（3.7），－2（2.8）
⑦	3	$3\sqrt{2}$	33	10	57	$\sqrt{10}$（27.1），$2\sqrt{4}$（5.6），4（4.7）
(2)①	3	$-2x+6$	73	3	24	$2x+6$（2.8），$5x-7x-3+9$（2.8）
②	3	$-4a^2$	63	12	25	$4a^2$（8.4），$4a^3b$（1.9），$-3a^2$（1.9）
(3)	3	x^2+6x+9	53	10	37	$(x+3)(x-3)$（7.5），x^2+9（2.8）
(4)	3	$(x+2)(x-2)$	37	36	27	$(x-2)^2$（6.5），$(x+4)(x-4)$（2.8）
(5)①	3	$x=27$	29	16	55	3（39.3），－3（4.7）
②	3	$x=3$	57	16	27	－3（8.4），5（3.7），12（1.9）
③	3	$x=4$, $y=-1$	46	25	29	$x=4$, $y=1$（8.6），$x=4$, $y=2$（1.9），
④	3	$x=2$, 4	34	39	27	2（5.6），5，1（2.8），4，－2（2.8）
⑤	3	$x=\pm\sqrt{5}$	17	31	52	$\sqrt{5}$（19.6），25（10.3），10（3.7）
[2](1)	3	1400円	39	14	47	1700（11.2），600（9.3），1970（5.6），666（4.7）
(2)	3	19.2 km	64	17	19	4.8（3.7），18.2（1.9），8.4（1.9）
(3)	3	$100x+120y$	66	20	14	220（5.6），$x=100+120y$（0.9）
(4)	3	3冊	19	13	68	5（36.4），4（8.4），6（5.6）
[3](1)	4	$\frac{1}{2}$	51	9	40	$\frac{2}{3}$（5.6），$\frac{2}{6}$（4.7），$\frac{1}{3}$（4.7）
(2)	4	700個	42	22	36	50（3.7），1400（2.8），70（2.8）
[4](1)	4	$\frac{1}{2}$	30	22	48	$\frac{1.5}{3}$（11.2），3（9.3），$\frac{1}{3}$（3.7）
(2)①	4	$y=-5$	41	17	42	3（5.6），1（5.6），6（4.7）
②	4	2	25	40	35	1（5.6），5（2.8），3（2.8）
[5]	4	$a=0$，$b=4$	23	38	39	（－4，4）（10.3），（4，4）（5.6），（－2，2）（4.7）
[6](1)	4	ウ	81	8	11	ア（5.6），イ（2.8），エ（0.9）
(2)	4	$\angle x=100^\circ$	64	11	25	50°（5.6），25°（4.7）
(3)	4	$x=12\ cm$	24	9	67	8（52.3），10（2.8），9（2.8）
(4)	4	$x=6\ cm$	47	18	35	5（10.3），4（7.5），7（3.7）

(1) 分数や小数および２乗や根号などの基本的な計算の理解が不十分である

問題［１］(1)		正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
③	$\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$	76.6% （100%／45.5%）	4.7% （0.0%／27.3%）	$\frac{2}{3}$（6.5%），$\frac{1}{5}$（3.7%），$-\frac{2}{3}$（1.9%）
④	$\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$	43.9% （63.6%／9.1%）	11.2% （9.1%／54.5%）	$\frac{1}{2}$（15.0%），$\frac{9}{2}$（7.5%），2（6.5%）
⑤	0.5＋1.69	68.2% （100%／54.5%）	3.7% （0.0%／0.0%）	1.74（18.7%），2.09（1.9%）
⑥	$-3^2+(-2)^2$	53.3% （90.9%／9.1%）	4.7% （9.1%／27.3%）	13（30.8%），5（3.7%），−2（2.8%）
⑦	$\sqrt{8}+\sqrt{2}$	32.7% （36.4%／0.0%）	10.3% （0.0%／63.6%）	$\sqrt{10}$（27.1%），$2\sqrt{4}$（5.6%）

毎年，新入生が基本的な計算を理解できているかを確認するために上記のような問題を出題している。これらの計算は高等学校の数学においても重要であり，確実にできるようにさせたい。これらの問題で，実際に生徒がどのような計算をして誤答につながっているのかを考察してみた。

考えられる誤答の原因

③ $\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=\frac{3-1}{5-2}=\frac{2}{3}$　④ $\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{1\div2\times3}{2\div3\times2}=\frac{1}{2}$，　$\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\div\frac{2\times3}{3\times2}=\frac{1}{2}\div1=\frac{1}{2}$

⑤ 0.5＋1.69＝5＋169＝174 と計算して，1.69 と同じ位置に小数点をつけた。

⑥ $-3^2+(-2)^2=9+4=13$　⑦ $\sqrt{8}+\sqrt{2}=\sqrt{8+2}=\sqrt{10}$

上記の誤答は比較的誤答率の高いものであるが，よく見てみると数字の部分のみを四則演算しているように見られる。また，③，④，⑥，⑦の問題において下位群の無答率が高いことも気になる。

(2) 方程式に対する理解が不十分である

［１］(5)①		正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H24	$\frac{x}{3}=9$	42.2%（88.9%／0.0%）	12.2%（0.0%／22.2%）	3（30.0%），6（5.6%）
H25	$\frac{1}{3}x=9$	29.0%（36.4%／0.0%）	15.9%（0.0%／45.5%）	3（39.3%），−3（4.7%），$\frac{1}{3}$（1.9%）

この問題も毎年出題しているが，H25 の正答率が一番低い結果となった。H24 は $\frac{x}{3}=9$ という形の出題であり，正答率は 42.2%であった。H25 は分数の表し方を変えて $\frac{1}{3}x=9$ の形で出題したところ正答率は 29.0%と低くなった。$\frac{x}{3}$ と表すか $\frac{1}{3}x$ と表すかの違いで，生徒は全く違うものと捉えてしまったようである。主な誤答では，$x=3$ と答える生徒が多い。この誤答についても考察してみた。

考えられる誤答の原因

・$\frac{1}{3}x=9$ のまま，3 と 9 を約分。　・$\frac{1}{3}x=9$ → $x=9\times\frac{1}{3}$　そのまま $\frac{1}{3}$ が右辺に移動。

誤答から，計算問題と同じく数字のみを見て約分するなど，方程式として捉えていないことが分かる。

［１］(5)④	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
$x^2-6x+8=0$	33.6%（72.7%／0.0%）	39.3%（9.1%／90.9%）	2（5.6%），5,1（2.8%），4,−2（2.8%）
$\boxed{\text{参考}}$［１］(4) x^2-4 因数分解	37.4%（72.7%／0.0%）	35.5%（18.2%／90.9%）	$(x-2)^2$（6.5%），$(x-4)(x+4)$（2.8%）

また，［１］(5)④の２次方程式であるが，［１］(4)の x^2-4 の因数分解の結果からも分かるとおり，おそらく因数分解が理解できていない。下位群の無答率が 90.9%と非常に高いので，これから丁寧に指導していく必要がある。

付　平成 24 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の２つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容もあわせて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日の間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10％の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 18 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　表 14

テスト／項目	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,215	7,231	8,000
平均点	44.1	45.3	38.1
標準偏差	21.6	26.3	27.4

(2) 得点分布（%）　表 15

テスト／得点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	1.9	5.5	3.4
80 ～ 89	3.5	7.4	5.9
70 ～ 79	7.4	9.3	7.4
60 ～ 69	12.4	9.8	9.0
50 ～ 59	15.5	10.7	9.4
40 ～ 49	16.0	11.5	10.2
30 ～ 39	15.4	11.9	9.6
20 ～ 29	13.4	12.9	10.8
10 ～ 19	9.7	13.7	14.2
0 ～ 9	4.8	7.2	20.2

(3) 学校別（課程別）平均点分布（校）表 16

テスト／平均点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上		4	1
75～80未満		3	3
70 ～ 75		3	4
65 ～ 70		6	7
60 ～ 65		4	5
55 ～ 60	4	10	11
50 ～ 55	1	8	8
45 ～ 50	3	10	10
40 ～ 45	4	5	7
35 ～ 40	2	14	12
30 ～ 35	2	8	5
25 ～ 30	3	8	11
20 ～ 25	1	10	9
15 ～ 20		6	13
15未満		5	27
計	20	104	133

4　数学Ⅰ（基本）の問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

(1)　$(a^3b)^2 \times b^3 =$ $\boxed{\quad}$ である。

(2)　$(x+1)(x^2-x+2)$ を展開すると $\boxed{\quad}$ である。

(3) $4x^2+12x+9$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(4)　$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=$ $\boxed{\quad}$ である。

(5)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\boxed{\quad}$ である。

(6)　１次不等式 $2x-5 \geqq 5x+7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(7)　２次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解くと $x=$ $\boxed{\quad}$ である。

(8)　２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(9)　集合Ａ＝{1, 7, 9}，Ｂ＝{1, 3, 7} について，集合 Ａ∩Ｂ＝ $\boxed{\{\quad\}}$ である。

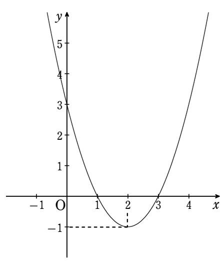
(10)　下の表は 40 人の生徒の土，日における数学の勉強時間を調べたものである。
中央値（メジアン）は $\boxed{ア}$ （時間）であり，最頻値（モード）は $\boxed{イ}$ （時間）である。

時間	0	1	2	3	4	5	6	計
人数	1	3	7	8	14	4	3	40

［２］　次の各問いに答えよ。

(1)　２次関数 $y=-3(x-1)^2+2$ のグラフの頂点は $\boxed{(\quad,\quad)}$ である。

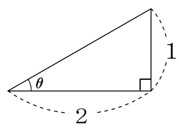
(2)　右図は２次関数 $y=x^2-4x+3$ のグラフである。この関数の $0 \leqq x \leqq 1$ における最大値は $\boxed{ア}$，最小値は $\boxed{イ}$ である。



(3)　２次関数 $y=3x^2$ のグラフを x 軸方向に２，y 軸方向に－１だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=$ $\boxed{\quad}$ である。

［３］　次の各問いに答えよ。

(1)　右図の直角三角形において，$\sin\theta =$ $\boxed{\quad}$ である。



(2)　右の表を完成させよ。ただし $0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

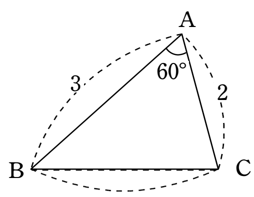
θ	ア	120°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	イ
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

(3)　$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ である。

$90° \leqq A \leqq 180°$ で，$\sin A = \dfrac{3}{5}$ のとき，

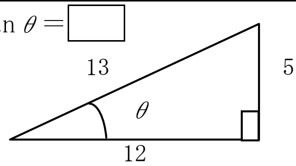
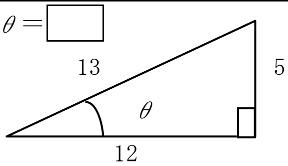
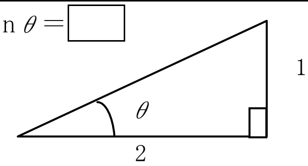
$\cos A =$ $\boxed{\quad}$ である。

(4)　下図の△ＡＢＣにおいて，辺ＢＣの長さ a は $\boxed{\quad}$ である。



番号	配点	正答	正答率	無答率	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	a^6b^5	37	2	61	a^9b^6 （11.9），a^6b^6 （11.4），a^9b^5 （9.7）
(2)	5	x^3+x+2	63	5	32	x^3-x^2+x+2 （3.2），x^3-x+2 （2.7）
(3)	5	$(2x+3)^2$	70	12	18	$-\frac{3}{2}$ （3.2），$(2x+6)^2$ （1.1），$2x^2+6x+3$ （1.1）
(4)	5	3	82	6	12	1（2.2），0（1.6），$\sqrt{5}+\sqrt{2}$ （1.6）
(5)	5	$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$	40	11	49	$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$ （17.3），$\frac{\sqrt{7}}{7}$ （5.9），$\frac{\sqrt{10}}{7}$ （5.4）
(6)	5	$x \leqq -4$	40	17	43	-4 （10.3），$x \leqq 4$ （9.2），$x \geqq -4$ （3.8）
(7)	5	$\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$	45	23	32	-3 （2.7），$\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$ （1.6），$\frac{-5\pm\sqrt{13}}{4}$ （1.6）
(8)	5	$1<x<2$	30	25	45	1,2（8.1），$x<1$ （3.2），$1 \leqq x \leqq 2$ （3.2）
(9)	5	$\{1,7\}$	64	10	26	$\{1,3,7,9\}$ （14.6），$\{3,9\}$ （2.7），7（2.7）
(10)ア	5	4	28	6	66	3（48.6），5（5.9），3.5（2.7），8,2（2.2）
イ	5	4	63	9	28	0（7.6），3（5.4），6（5.4），8,1.5（1.6）
[2](1)	5	(1,2)	38	12	50	(2,−1)（15.7），(−1,2)（9.7），(−3,−2)（3.8），(3,2)（3.2）
(2)ア	5	3	48	9	43	なし（23.2），1（8.1），4（2.7），2（2.2）
イ	5	0	36	9	55	−1（35.1），1（6.5），3（3.2），2（2.2）
(3)	5	$3(x-2)^2-1$	12	25	63	$3x^2+2x-1$ （8.1），$3(x-2)^2+1$ （3.8），$5x^2-1$ （3.8），$3x^2-1$ （3.2）
[3](1)	5	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	23	10	67	30° （23.2），$\frac{1}{2}$ （10.8），$\frac{1}{\sqrt{3}}$ （8.1），60° （3.2）
(2)ア	5	30°	65	4	31	60° （16.2），90° （3.2），45° （3.2）
イ	5	$-\frac{1}{2}$	55	5	40	$\frac{1}{2}$ （18.4），$\frac{1}{\sqrt{2}}$ （6.5），$\frac{1}{\sqrt{3}}$ （3.2）
(3)	5	$-\frac{4}{5}$	10	20	70	$\frac{4}{5}$ （32.4），$\frac{2}{5}$ （8.6），$\frac{5}{3}$ （3.2）
(4)	5	$\sqrt{7}$	26	26	48	3（5.4），7（4.9），2,5（3.8），4（3.8）

(1) 三角比の定義を定着させたい

年度	H21	H23	H24
問題[3](1)	$\tan\theta=\boxed{}$ 	$\sin\theta=\boxed{}$ 	$\sin\theta=\boxed{}$ 
正答率／無答率	74.1%／ 5.5%	70.7%／ 9.4%	22.7%／10.3%

例年，三角比の定義について出題している。今回は三平方の定理から直角三角形の斜辺を求め，$\sin\theta$を求める問題を出題した。H21 やH23 はともに 70%を超える正答率であったが，H24 は 22.7%と大幅に正答率が下がった。主な誤答例は右の表のとおりである。30°という誤答が一番多く，三角比の定義が理解できていないことが分かる。また，H24 の問題を三平方の定理を用いて斜辺$\sqrt{5}$を求めた生徒は，正答率と誤答率を合わせても 26%程度であった。この問題が三平方の定理を用いると考えた生徒が少ないことも分かる。

主な誤答例(誤答率)
30°　(23.2%)
$\frac{1}{2}$　(10.8%)
$\frac{1}{\sqrt{3}}$　(8.1%)
60°　(3.2%)

【指導上の留意点】

右の問題はH24[３](２)の問題である。表にしたことで，角度を答えるのか，三角比の値(辺の比の値)を求めるのかが推測できたようで，正答率が 50%を超えている。

これらのことから，おぼろげに三角比の定義を理解している生徒が多いことが分かる。

θは角度で，三角比は辺の比の値であることを繰り返し話し，定着を図ることが大切である。

(2) 表を完成させよ。$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$

θ	ア	120°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	イ
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

正答率／無答率
ア　64.9%／3.8%
イ　54.6%／5.4%

(2) 分母の有理化の計算方法を定着させたい

［１］(５)の問題はH20 から毎年出題している。

問題[1]	正答率（上位／下位）	無答率（上位／下位）
(4) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)=\boxed{}$である。	81.6%（100%／89.5%）	5.9%（0.0%／0.0%）
(5) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$の分母を有理化すると$\boxed{}$	40.0%（73.7%／10.5%）	10.8%（0.0%／21.1%）

主な誤答例は，以下のように考えたためと思われる。

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{5+2}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{5+2}}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-4}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$$

主な誤答例(誤答率)
$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{7}$　(17.3%)
$\frac{\sqrt{7}}{7}$　(5.9%)
$\frac{\sqrt{10}}{7}$　(5.4%)
$\sqrt{5}-\sqrt{2}$　(2.2%)

(4)をヒントとして出題しているが，$\sqrt{5}-\sqrt{2}$を分母分子に掛けて求めていない解答が多い。分母の有理化の計算方法を理解していない生徒がいることが分かる。

【指導上の留意点】

分母にルートが含まれる解答が主な誤答例になかったことから，分母の有理化は，分母にルートがないようにすることであるとは理解している。(４)の正答率から$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$の計算ができないわけではない。分母を有理化するためには，分母分子に何をかけなければいけないかが理解できていない。ルートの計算を理解させ，分母を有理化させる問題の定着に繋げることが大切である。

５　数学Ⅰ＋Aの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数，式または適語を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ を計算すると $\boxed{}$ である。

(2) $(x-y)^2-2(x-y)-3$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(3) ２次方程式 $6x^2+11x-10=0$ の解は $x=\boxed{}$ である。

(4) 自然数 n が６の倍数であることは，n が偶数であるための $\boxed{}$ 条件である。

(5) 不等式 $|2x-5|<3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(6) 放物線 $y=2x^2$ を x 軸方向に $\boxed{\text{ア}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{イ}}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=2x^2-8x+5$ である。

(7) ２次方程式 $x^2-5x+a=0$ が実数解をもたないとき，定数 a の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(8) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ において，$2\sin\theta-1=0$ を満たす θ の値は $\boxed{}$ である。

(9) 直線 $y=-\sqrt{3}\,x$ と x 軸の正の向きとのなす角は $\boxed{}$ である。

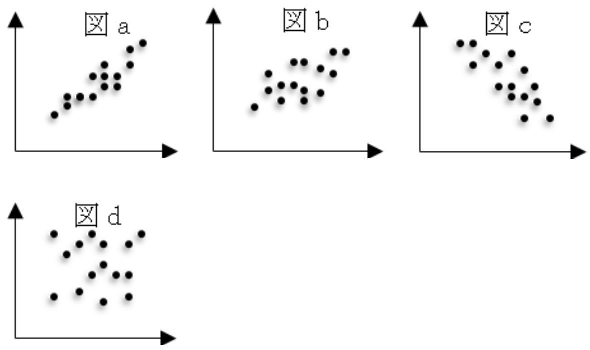
(10) coffee の６文字をすべて並べてできる文字列の総数は $\boxed{}$ 通りである。

(11) 男子５人，女子４人の中から４人を選ぶとき，男子を２人，女子を２人選ぶ選び方は $\boxed{}$ 通りである。

(12) 次のデータの第１四分位数は，$\boxed{}$ である。

9，15，17，22，29，31，40，43

(13) ４つの散布図があり，その相関係数は -0.8，0，0.6，0.9 のいずれかに対応する。図ｂに対応する相関係数は $\boxed{}$ である。



［２］ ２次関数 $y=x^2-2ax+a^2-1$ $(0 \leqq x \leqq 2)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=1$ のとき，y の最小値は $\boxed{}$ である。

(2) $a>2$ のとき，y の最小値は $\boxed{}$ である。

［３］ 円Ｏに内接する四角形ＡＢＣＤにおいて，ＡＢ＝8，ＢＣ＝5，ＣＤ＝3，∠Ｂ＝60° であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) ＡＣの長さは $\boxed{}$ である。

(2) ＡＤの長さは $\boxed{}$ である。

(3) 四角形ＡＢＣＤの面積は $\boxed{}$ である。

［４］ 同じ製品を作る２つの工場Ａ，Ｂがあり，Ａ工場の製品には３％，Ｂ工場の製品には５％の不良品がでる。Ａ工場から100個，Ｂ工場から150個抜き出し，よく混ぜた後に１個を取り出す。次の確率を求めよ。

(1) 取り出した製品が不良品である確率は $\boxed{}$ である。

(2) 取り出した製品が不良品であったとき，それがＡ工場の製品である確率は $\boxed{}$ である。

番号	配点	正　答	正答率	上位群 / 下位群	無答率	上位群 / 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	5	-6	65	86 / 36	4	0 / 7	31	$-6+\sqrt{35}$ (3.3)，-1 (1.8)，$1+\sqrt{35}$ (1.3)
(2)	5	$(x-y+1)(x-y-3)$	59	87 / 17	15	1 / 34	26	$x^2-2xy+y^2-2x+2y-3$ (8.8)，$(x-y)(x-y-2)-3$ (1.0)
(3)	5	$x=-\frac{5}{2},\frac{2}{3}$	47	68 / 30	6	0 / 15	47	$\frac{-11\pm\sqrt{361}}{12}$ (16.5)，$(2x+5)(3x-2)$ (12.5)，$\frac{5}{2},-\frac{2}{3}$ (3.8)
(4)	5	十分	56	75 / 36	4	0 / 5	40	必要（29.7），必要十分（6.5）
(5)	5	$1<x<4$	43	69 / 15	11	2 / 18	46	$x<4$ (14.0)，$-4<x<4$ (2.8)，$x<1$ (2.1)
(6)	5	ア　2　，イ　-3	40	83 / 5	8	0 / 15	52	$(-8,5)$ (12.9)，$(8,5)$ (8.0)，$(\ ,1)$ (4.7)
(7)	5	$a>\frac{25}{4}$	43	85 / 5	24	3 / 47	33	$a<\frac{25}{4}$ (6.2)，$a<0$ (2.2)，$\frac{25}{4}$ (1.7)
(8)	5	$30°$，$150°$	47	80 / 19	17	2 / 29	36	$30°$ (10.9)，$90°$ (3.7)，$\frac{1}{2}$ (3.0)
(9)	5	$120°$	26	44 / 9	23	7 / 47	51	$60°$ (18.7)，$30°$ (7.5)，$150°$ (2.9)
(10)	5	180	43	80 / 13	5	0 / 11	52	720（32.1），36（2.7），24（1.4），96（1.4）
(11)	5	60	65	79 / 45	5	0 / 9	30	16（5.3），240（4.7），$\frac{10}{21}$ (1.9)
(12)	5	16	59	69 / 46	8	3 / 10	33	15（5.3），22（4.2），25.5（3.6）
(13)	5	0.6	71	90 / 57	9	1 / 9	20	c（4.5），a（3.5），0（3.4），0.9（3.1）
［2］(1)	5	-1	53	86 / 19	9	0 / 17	38	0（20.8），-2（3.9），1（3.0）
(2)	5	a^2-4a+3	18	37 / 1	29	8 / 46	53	-1（13.6），0（9.8），3（4.2）
［3］(1)	5	7	62	94 / 26	14	3 / 26	24	$\sqrt{89}$ (2.6)，$\sqrt{39}$ (1.7)，9（1.6），6（1.5）
(2)	5	5	41	71 / 8	26	9 / 45	33	8（7.9），6（3.8），4（2.6），10（1.5）
(3)	5	$\frac{55\sqrt{3}}{4}$	26	51 / 1	40	14 / 68	34	$16\sqrt{3}$ (4.2)，40（1.7），20（1.1）
［4］(1)	5	$\frac{21}{500}$	30	57 / 10	22	8 / 37	48	$\frac{2}{25}$ (8.3)，$\frac{1}{25}$ (2.9)，$\frac{19}{300}$ (2.8)
(2)	5	$\frac{2}{7}$	11	12 / 1	35	22 / 51	54	$\frac{3}{250}$ (9.5)，$\frac{3}{100}$ (3.4)，$\frac{3}{8}$ (2.5)

(1) ２次関数の平行移動についての知識を習得させたい

年度	問題番号［1］(6)	正答率 (上位群／下位群)	無答率 (上位群／下位群)	主な誤答例 (誤答率)
H22	$y=2(x-1)^2+3$ を x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=2(x+1)^2+4$ である。	53.9％ (91％／15％)	6.4％ (0％／10％)	ア２，イ１(正解) (21.3％) ア１，イ３(3.8％)
H24	$y=2x^2$ を x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=2x^2-8x+5$ である。	40.2％ (82.8％／5.4％)	7.5％ (0％／15.1％)	ア-8，イ５(12.9％) ア８，イ５(8.0％)

２次関数の平行移動について毎年出題している。H22，H24 は x 軸方向，y 軸方向にどれだけ平行移動したかを問う問題を出題した。正答率は５割程度で上位群・下位群の正答率の差が大きい結果であった。また，他の問題に比べて全体的な無答率は低いが，下位群の無答率が高い。

H22 は，あらかじめ式が基本形にしてあるので，計算ミスによる誤答が少なく，式の形から頂点の座標をすぐ求めることができ正答率は高かった。H24 の問題では，$y=2x^2-8x+5$ を基本形にして頂点の座標を求めなければならないので，難しかったようである。

誤答例の割合と式の形から考えて，頂点の座標に注目することができなかった生徒は，式を変形することなく直感的に係数を抜き出して答えたものと考えられる。

【指導上の留意点】

まずは平方完成の確実な定着を図りたい。H24 の問題は，２次の項の係数でくくりだす問題なので，平方完成をする際には注意が必要である。また，H22 の誤答例を見ると，平方完成された式であっても平行移動した値の正・負を間違えたため正答できなかった生徒が多くいることが分かる。

そのような生徒に対しては，以下のまとめを再確認しておきたい。

＜平行移動前･後の式から，x 軸方向･y 軸方向にどれだけ平行移動したのか調べる＞

(例題) 次の $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ に入る値を求めよ。

$y=a(x-p)^2+q$ を x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動したグラフを表す２次関数は $y=a(x-r)^2+s$ である。

(解答)

$y=a(x-p)^2+q$　　移動前の頂点（p，q）

$y=a(x-r)^2+s$　　移動後の頂点（r，s）

x 軸方向に $\boxed{ア}$ ，y 軸方向に $\boxed{イ}$ だけ平行移動するので，

（x 軸方向の平行移動）＝（移動後の頂点の x 座標）－（移動前の頂点の x 座標）

（y 軸方向の平行移動）＝（移動後の頂点の y 座標）－（移動前の頂点の y 座標）

よって，　$\boxed{ア}=r-p$　　$\boxed{イ}=s-q$

(2) 新課程の内容を定着させたい

番号	問題［1］	正答率 (上位群／下位群)	無答率 (上位群／下位群)	主な誤答例 (誤答率)
(12)	次のデータの第１四分位数は，$\boxed{}$である。 9 ，15 ，17 ，22 ，29 ，31 ，40 ，43	59.2％ (68.8％／46.2％)	8.2％ (3.2％／9.7％)	15(5.3％) 22(4.2％) 25.5(3.6％) 17(2.9％)
(13)	４つの散布図があり，その相関係数は -0.8，0，0.6，0.9 のいずれかに対応する。図ｂに対応する相関係数は $\boxed{}$ である。	70.6％ (90.3％／57.0％)	8.7％ (1.1％／8.6％)	c (4.5％) a (3.5％) 0 (3.4％) 0.9 (3.1％)

今回から新課程の内容を出題した。［1］(12)では第１四分位数を答える問題，［1］(13)では相関係数を答える問題を出題した。［1］(13)の正答率は 70.6％で，今回の検査において最も高い正答率であった。このことから，生徒にとって相関係数の内容は比較的定着していると考えられる。

【指導上の留意点】

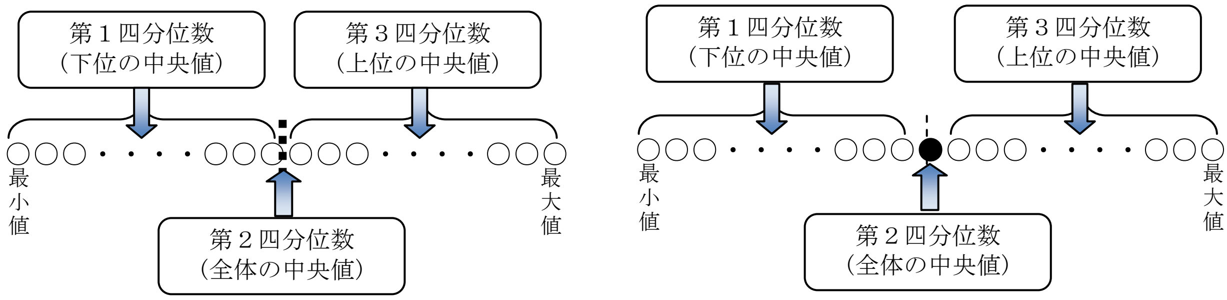
［1］（12）の四分位数の問題の誤答例には，データの個数が８個にもかかわらず 15，17，22 などの与えられた値を抜き出して答えた解答が多い。四分位数について理解できていない生徒がいることが分かる。

四分位数を基にした四分位偏差(四分位範囲)は，データの分布状況を簡易に把握でき，外れ値の影響も受けにくい大変有効な数値である。四分位偏差(四分位範囲)の有用性を確認し，定着を図りたい。

【四分位数，四分位偏差について】

データを小さい順に並べて，４等分する位置の値を四分位数という。小さい方から順に，第１四分位数，第２四分位数(中央値)，第３四分位数という。データの数が偶数のときと奇数のときの違いは以下の通り。

＜データが $2n$ 個＞　　　　　　　　＜データが $2n-1$ 個＞



◆　（四分位範囲）＝（第３四分位数）―（第１四分位数）
　　（四分位偏差）＝（四分位範囲）÷２

※四分位範囲は，中央付近 50%のデータが入っている範囲を表す。したがって，データの中に外れ値があっても，影響を受けない。

(3) 順列を考える際に，すべて異なるものか，同じものが含まれるかを判断させたい

年度	問題	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H18	ＡＩＣＨＩを１列に並べる	40.0%（74.0%／7.0%）	7.0%（2.0%／11.0%）	５！＝120（22.0%）
H19	ＡＡＢＣＤを１列に並べる	38.0%（69.0%／4.0%）	8.0%（1.0%／11.0%）	５！＝120（23.0%）
H20	ＡＡＢＢＢを１列に並べる	44.2%（74.0%／14.0%）	6.9%（2.4%／14.1%）	５！＝120（27.2%）
H24	ｃｏｆｆｅｅを１列に並べる	42.9%（79.6%／12.9%）	5.0%（0.0%／10.8%）	６！＝720（32.1%）

同じものを含む順列の問題である。H18 からH20 の出題と比較しても，正答率，無答率ともに大きな変化はしておらず，依然として下位層への定着が課題とされる問題である。主な誤答例は６！＝120 であり，これは同じものが含まれていても，全て異なる場合と同じように考えてしまったものである。今年度はこの考え方の誤答例の割合がH18 からH20 と比較して５％から 10%上昇した。

【指導上の留意点】

場合の数は，全て異なるものか，同じものを含んでいるかによって求め方が変わる。よって，並べるものの中身をよく見て，同じものを含むかどうかを確認することが必要である。そこで，次の例題を生徒に考えさせたい。

例題　次の各単語の文字を並べかえてできる順列の総数について同じものの集まりに分けなさい。
　　ｂａｎａｎａ　ｃｏｆｆｅｅ　ｏｒａｎｇｅ　ｔｅｎｎｉｓ　ｂｅｔｔｅｒ
　　ｓｏｃｃｅｒ　ｓｕｎｄａｙ　ｓｃｈｏｏｌ　ｓｉｍｐｌｅ　ｅｌｅｖｅｎ

どの単語も６文字を１列に並べる順列である。このように具体的な文字列を比較しながら考えさせることで，順列を求める際に，同じものを含んでいるかどうかを確認することを定着させたい。

(4) 確率の乗法定理，条件付き確率の考え方を身につけさせたい

［４］ 同じ製品を作る２つの工場Ａ，Ｂがあり，Ａ工場の製品には３％，Ｂ工場の製品には５％の不良品がでる。Ａ工場から 100 個，Ｂ工場から 150 個抜き出し，よく混ぜた後に１個を取り出す。次の確率を求めよ。

(1) 取り出した製品が不良品である確率は$\boxed{}$である。

(2) 取り出した製品が不良品であったとき，それがＡ工場の製品である確率は$\boxed{}$である。

	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）
(1)	30.0％（57.0％／9.7％）	22.2％（7.5％／36.6％）
(2)	10.5％（11.8％／1.1％）	35.1％（21.5％／50.5％）

新課程において導入された確率の乗法定理，条件付き確率に関する問題である。正答率は(1)では 30.0％，(2)では正答率 10.5％とともに正答率が低く，定着していないことが分かる。(1)では５％の不良品を含むＢ工場の製品 150 個という問題設定により，抜き出す個数が整数値とならなかったため，乗法定理を用いないと正答にたどり着くことが難しかったと考えられる。(2) に関しては(1)ができないと求められない上に，誤答例で一番多かった $\frac{3}{250}$ (9.5％)のように条件付き確率の問題として認識できていない解答も見られた。

【指導上の留意点】

条件付き確率は $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ のように記述され，その意味を理解しにくい。そこで，今回の問題で起こる事象を右のような表に分類してからそれぞれの確率を考えてみる。

	Ａ工場	Ｂ工場
良品	①	②
不良品	③	④

(1)において問われているのは③と④の確率である。③は「Ａ工場の製品である」かつ「Ａ工場の製品が不良品である」確率を考えるので，$\frac{100}{250}\times\frac{3}{100}=\frac{3}{250}$ である。④は「Ｂ工場の製品である」かつ「Ｂ工場の製品が不良品である」確率を考えるので，$\frac{150}{250}\times\frac{5}{100}=\frac{3}{100}$ である。これらは互いに排反であるから，取り出した製品が不良品である確率は $\frac{3}{250}+\frac{3}{100}=\frac{21}{500}$ となる。

(2)は「取り出した製品が不良品であったとき」なので，確率を計算する上で考える対象が③＋④である。表を利用すると，■で囲った部分である。その中で「Ａ工場の不良品である」という場合を考えるので，求める確率は $\frac{③}{③+④}=\frac{2}{7}$ となる。

	Ａ工場	Ｂ工場
良品	①	②
不良品	③	④

類題 ５回に１回の割合で帽子を忘れるくせのあるＫ君が，帽子をかぶって家を出て，Ａ，Ｂ，Ｃの３軒をこの順に回り家に帰った。次の問いに答えよ。ただし，帽子を忘れる可能性があるのはＡ，Ｂ，Ｃのいずれかの家であるとする。

(1) ２軒目の家Ｂに帽子を忘れる確率を求めよ。

(2) 家に帰り帽子を忘れてきたことに気がついたとき，２軒目の家Ｂで忘れた確率を求めよ。

解答 右の表のように状況を整理して考える。(1)は②の確率を求めるので，帽子をＡで忘れずＢで忘れる確率はを求めるので $\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$ となる。(2)は「Ｋ君が帽子を忘れてきたことに気がついたとき」なので，確率を計算する上で考える対象は①＋②＋③で，その確率は

$\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{61}{125}$ である。Ｋ君が家Ｂに忘れる確率は②であるから，求める確率は

$\frac{②}{①+②+③}=\frac{20}{61}$ である。

A	B	C	忘れない
①	②	③	④

６　数学Ⅱの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{x+3}{x^2-1}-\dfrac{x+4}{x^2-x-2}$ を計算すると $\boxed{}$ である。

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+i}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-i}$ を計算すると $\boxed{}$ である。
ただし，i は虚数単位とする。

(3) ３次方程式 $2x^3-x^2-50x+25=0$ の解は
$x=\boxed{}$ である。

(4) ２次方程式 $2x^2-3x+4=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2=\boxed{}$ である。

(5) 点(3 , 2)を通り，直線 $x+3y-5=0$ に平行な直線の方程式は $\boxed{}$ である。

(6) 次の３つの不等式 $x^2+y^2\leqq 4$，$y\geqq -x$，$x\geqq 0$ で表される領域の面積は $\boxed{}$ である。
ただし，円周率は π とする。

(7) $y=3\sin 2\theta$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{}$ である。ただし弧度法で答えよ。

(8) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，$2\sin\theta-\sqrt{3}\geqq 0$ を満たす θ の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(9) $r>0$，$-\pi\leqq\alpha<\pi$ として，
$-\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形にすると
$\boxed{}$ である。

(10) 不等式 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}\leqq\left(\dfrac{1}{9}\right)^{x}$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(11) 7^{30} は $\boxed{}$ 桁の数である。
ただし，$\log_{10}7=0.8451$ とする。

(12) $y=x^3-2$ 上の点（2，6）における接線の傾きは
$\boxed{}$ である。

(13) 放物線 $y=x^2-2x$ と x 軸，および，直線 $x=3$ とで囲まれた２つの部分の面積の和は $\boxed{}$ である。

［２］円 $(x-2)^2+(y+3)^2=r^2$･･･ ①
と直線 $3x-4y+7=0$ ･･･ ②について，次の各問いに答えよ。ただし $r>0$ とする。

(1) 円①の中心と直線②の距離は $\boxed{}$ である。

(2) 円①と直線②が共有点をもたないとき，r の値の範囲は $\boxed{}$ である。

［３］関数 $y=(\log_2 x)^2-\log_2 x^2+5$
$(1\leqq x\leqq 8)$ について，$\log_2 x=t$ として，次の各問いに答えよ。

(1) t のとる値の範囲は $\boxed{}$ である。

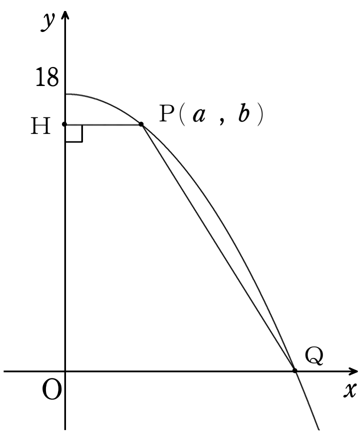
(2) y を t の式で表すと，$y=\boxed{}$ である。

(3) y の最大値は $\boxed{}$ である。

［４］下の図のような曲線 $y=-2x^2+18$
$(x>0)$ がある。この曲線と x 軸との交点をＱとする。
また，この曲線上の点Ｐ$(a,\ b)$ から y 軸に垂線ＰＨをおろす。このとき次の各問いに答えよ。ただし，$0<a<3$ とする。

(1) 台形ＰＨＯＱの面積Ｓを a で表すと
Ｓ＝$\boxed{}$ である。

(2) 面積Ｓの最大値は $\boxed{}$ である。



番号	配点	正　答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］ (1)	5	$-\dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$	54	80 23	6	0 7	40	$\dfrac{-2x-2}{x^3-2x^2-x+2}$ (3.5)　，　$\dfrac{-2x-2}{(x+1)(x-1)(x-2)}$ (2.4)
(2)	5	$-\dfrac{2}{3}i$	63	86 25	5	0 12	32	$-2i$ (7.6)，2 (1.2)，$\dfrac{1}{3}$ (1.2)
(3)	5	-5，$\dfrac{1}{2}$，5	44	65 6	20	1 43	36	5 (6.2)，$\dfrac{1}{2}$ (3.3)，$5, \dfrac{1}{2}$ (1.8)，$5, -5$ (1.6)
(4)	5	$-\dfrac{15}{4}$	40	74 11	31	8 56	29	$\dfrac{13}{4}$ (2.9)，$-\dfrac{7}{8}$ (1.6)，$\dfrac{1}{4}$ (1.4)
(5)	5	$x+3y-9=0$	68	89 46	9	0 16	23	$y=3x-7$ (1.7)，$y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{11}{3}$ (1.1)，$y=-\dfrac{1}{3}x+1$ (0.5)
(6)	5	$\dfrac{3}{2}\pi$	30	54 2	35	6 73	35	π (8.3)，4π (4.5)，2π (4.1)，$\dfrac{\pi}{2}$ (2.5)
(7)	5	π	8	11 0	47	29 67	45	$\dfrac{\pi}{2}$ (4.9)，$\dfrac{3}{4}\pi$ (4.0)，$\dfrac{\pi}{4}$ (3.2)
(8)	5	$\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta \leqq \dfrac{2}{3}\pi$	45	83 4	28	6 55	27	$60° \leqq \theta \leqq 120°$ (3.5)，$\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta \leqq \dfrac{5}{6}\pi$ (1.3)， $\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta \leqq \dfrac{4}{3}\pi$ (0.6)，$\dfrac{1}{3} \leqq \theta \leqq \dfrac{2}{3}$ (0.6)
(9)	5	$2sin(\theta+\dfrac{5}{6}\pi)$	27	53 3	41	5 77	32	$2sin(\theta-\dfrac{\pi}{3})$ (3.9)，$2sin(\theta+\dfrac{\pi}{6})$ (3.5)，$2sin(\theta-\dfrac{\pi}{6})$ (3.0)
(10)	5	$x \leqq 1$	33	55 11	17	2 36	50	$x \geqq 1$ (24.0)，$x \leqq -2$ (2.7)
(11)	5	26	40	65 10	17	7 32	43	25 (12.5)，25.353 (2.2)，5 (2.0)
(12)	5	12	40	62 15	19	5 33	41	3 (7.4)，$y=12x-18$ (4.0)，6 (3.3)
(13)	5	$\dfrac{8}{3}$	32	55 9	28	6 51	40	$\dfrac{4}{3}$ (5.9)，3 (2.6)，4 (1.8)，8 (1.1)
［2］ (1)	5	5	35	68 5	39	3 73	26	$\dfrac{25\sqrt{13}}{13}$ (5.3)，$\dfrac{1}{5}$ (2.0)，1 (1.3)
(2)	5	$0<r<5$	11	23 1	55	22 83	34	$r<5$ (8.9)，$r>5$ (2.1)，$0<r<\dfrac{25\sqrt{13}}{13}$ (1.1)
［3］ (1)	5	$0 \leqq t \leqq 3$	50	92 2	26	0 63	24	$1 \leqq t \leqq 8$ (4.9)，$1 \leqq t \leqq 3$ (2.6) $0 \leqq t \leqq 4$ (0.9)
(2)	5	$y=t^2-2t+5$	66	95 19	24	0 59	10	$y=t^2-t+5$ (2.2)，5 (1.5)，$y=t^2-tx+5$ (1.1)
(3)	5	8	43	73 3	31	2 71	26	4 (7.2)，53 (4.3)，5 (3.8)
［4］ (1)	5	$-a^3-3a^2+9a+27$	33	68 1	36	4 69	31	$\dfrac{(a+3)b}{2}$ (11.1)，$-(a+3)^2(a-3)$ (0.9)
(2)	5	32	27	68 6	53	25 82	20	27 (3.2)，54 (1.0)，64 (0.9)，18 (0.7)

(1) 三角関数のグラフにおける周期を正確に理解させたい

問題番号	問題	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）
H24 [1](7)	y=3sin2θ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{}$ である。	7.9%（11.0%／0.0%）	47.2%（29.4%／67.0%）

三角方程式，三角不等式に関する問題は例年出題しているが，今回，三角関数のグラフの周期について出題した。その結果，正答率は今回実施した問題の中で最低の 7.9%，上位群においても 11.0%であり，下位群にいたっては，無答率が 67.0%であった。

【指導上の留意点】

問題文の「正で最小のもの」という表現について，教科書では「周期関数の周期は無数にある。そこで，通常は正で最小なものを周期と呼ぶ」と書かれているが，単に「周期を求めなさい」と省略されて出題されることが多い。そのため，今回のような問題文にすると，何を答えればいいか分からなくなったため，無答率が高くなったと思われる。周期については，θ の係数に応じてどう変化するかだけでなく，無数に存在するということも理解させたい。

(2) 点と直線の距離の公式を定着させたい

問題番号	問　題	正答率（上位群／下位群）
H21[1](4)	点（−1，2）と直線 $4x+3y-5=0$ との距離は$\boxed{}$である。	39.1%(74.0%／9.0%)
H24 [2]	円 $(x-2)^2+(y+3)^2=r^2$…①と直線 $3x-4y+7=0$…②について，次の各問いに答えよ。ただし $r>0$ とする。 (1) 円①の中心と直線②の距離は$\boxed{}$である。 (2) 円①と直線②が共有点をもたないとき，r の値の範囲は$\boxed{}$である。	35.2%（67.9%／4.6%） 11.3%（22.9%／0.9%）

H21 とH24 の(1)では，点と直線の距離の公式を使う問題を出題したところ，正答率が 39.1%，35.2%であった。誤答には，点と直線の距離の公式 $d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ を，$d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{{x_0}^2+{y_0}^2}}$ としてしまった $\dfrac{25\sqrt{13}}{13}$ というものがあった。

【指導上の留意点】

点と直線の距離の公式のように，覚えにくく誤用しがちな公式は，簡単な場合を考えて，自分が覚えている公式が正しいか確認する習慣をつけさせたい。例えば，上の誤答のように間違えてしまう生徒には，原点を代入して確認させたい。

また，生徒自身が点と直線の距離の公式を導くことができると，さらに理解が深まるであろう。以下にその方針を述べる。

方針１

点Ａ（x_0，y_0）を通り，直線 $ax+by+c=0$…①に垂直な直線は

$$b(x-x_0)-a(y-y_0)=0\cdots②$$

①と②の交点（x，y）と（x_0，y_0）との距離を求めればよいので，①より，

$a(x-x_0)+b(y-y_0)=-(ax_0+by_0+c)\cdots①'$

①’^{2}＋②^{2}より，

$(a^2+b^2)\{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2\}$

$=(ax_0+by_0+c)^2$

よって，

$$d=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

方針２

点Ａから直線に下した垂線の足をＨ（x，y）とする。直線 $ax+by+c=0$ の法線ベクトル $\vec{n}$ は，

$\vec{n}=(a,\ b)$ とでき，$\overrightarrow{\mathrm{AH}}=k\vec{n}$ より，

$$(x-x_0,\ y-y_0)=k(a,\ b)$$

よって，$x=ka+x_0$，$y=kb+y_0$ となり，Ｈは直線上の点であるから

$$a(ka+x_0)+b(kb+y_0)+c=0$$

$k=-\dfrac{ax_0+by_0+c}{a^2+b^2}$ となり，$|\overrightarrow{\mathrm{AH}}|=|k||\vec{n}|$ に代入して，

$$|\overrightarrow{\mathrm{AH}}|=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

方針３

直線と軸との交点をＢ，Ｃとおくと，

$\mathrm{B}\left(-\dfrac{c}{a},0\right)$，$\mathrm{C}\left(0,-\dfrac{c}{b}\right)$ となる。

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left(\frac{c}{a}+x_0\right)\left(\frac{c}{b}+y_0\right)-x_0y_0\right|$$

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\mathrm{BC}\times d=\frac{d}{2}\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2+\left(\frac{c}{b}\right)^2}$$

これより，$d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

方針４

直線の方程式を $y=mx+n$ と変形する。直線と x 軸の正の向きとのなす角を θ とおくと，

$\tan\theta=m$ より，　$|\cos\theta|=\dfrac{1}{\sqrt{1+m^2}}$

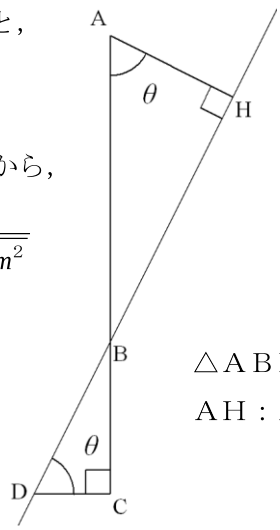
右の図において，$\angle\mathrm{BAH}=\theta$ であるから，

$$\mathrm{AH}=\mathrm{AB}\cos\theta=|mx_0+n-y_0|\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$$

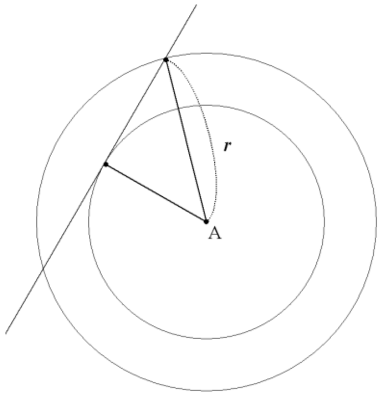
$m=-\dfrac{a}{b}$，$n=-\dfrac{c}{b}$ であるから，

$$\mathrm{AH}=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

また，右の図以外の場合も同様。



方針５



点Ａを中心とし，半径 r の円周上の点は

$x=r\cos\theta+x_0$

$y=r\sin\theta+y_0$

とおける。円と直線が共有点をもつとき，

$$a(r\cos\theta+x_0)+b(r\sin\theta+y_0)+c=0$$

$$r\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)=-(ax_0+by_0+c)$$

$$r=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}|\sin(\theta+\alpha)|}$$

ここで，点Ａと直線との距離は r の最小値であるから，$|\sin(\theta+\alpha)|\leqq 1$ より，$r\ \geqq\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

となり，$d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

方針６

直線 $y=mx+n$ 上の点Ｐ（t，$mt+n$）と点Ａとの距離は，

$\mathrm{AP}^2=(t-x_0)^2+(mt+n-y_0)^2$

$=(1+m^2)\left(t-\dfrac{x_0+my_0-mn}{1+m^2}\right)^2+\dfrac{(mx_0+n-y_0)^2}{1+m^2}$

ＡＨはＡＰの最小値であるから

$$\mathrm{AH}=\frac{|mx_0+n-y_0|}{\sqrt{1+m^2}}$$

方針７

左図のように，点Ａから y 軸に平行な直線を引き，直線との交点をＢ，ＤＣ＝１となるように点Ｃ，Ｄをとる。

$\mathrm{BC}=m$ より，

$$\mathrm{DB}=\sqrt{1+m^2}$$

△ＡＢＨ∽△ＤＢＣより，

ＡＨ：ＡＢ＝ＤＣ：ＤＢであるから，

$$\mathrm{AH}=\frac{|mx_0+n-y_0|}{\sqrt{1+m^2}}$$