平　成　26　年　度
高等学校新入学生徒の学力に関する研究（数学）

本研究会では，愛知県高等学校数学研究会と共同で，参加を希望した県内の高等学校において，新入学生徒を対象にした学力調査及び在学生徒を対象にした学力検査を毎年実施し，結果の集計･分析･考察を行っている。

この研究は以下の内容で，本年度分についてまとめたものである。

(1) 調査の趣旨，調査の実施及び処理，調査結果の概要，分析結果の概要，調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

(2) テスト$\boxed{\text{A}}$，テスト$\boxed{\text{B}}$の結果とその考察

(3) 平成25年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

＜検索用キーワード＞
数学　中学校　高等学校　学力調査　数学Ⅰ　数学Ⅱ　数学Ａ　正答率　誤答分析

研　究　会　委　員

愛知県立明和高等学校教諭	伊藤慎吾
愛知県立春日井高等学校教諭	稲垣　憲
愛知県立一宮西高等学校教諭	水谷　悟
愛知県立津島東高等学校教諭	浦嶋健司
愛知県立半田高等学校教諭	竹内拓也
愛知県立半田工業高等学校教諭	吉田成穂
愛知県立足助高等学校教諭	麻生和男
愛知県立岡崎高等学校教諭	井上健一
愛知県立豊橋西高等学校教諭	富安伸之
愛知県立新城高等学校教諭	内藤優士
愛知県総合教育センター研究指導主事	近藤哲史（主務者）

目　　次

１　調査の趣旨

愛知県総合教育センターでは，愛知県高等学校数学研究会と共同で，昭和 30 年以来，高等学校入学者数学学力調査を実施してきた。調査結果を分析・考察し，指導上の留意点を明らかにして，中高連携の立場からそれぞれの数学教育に有用な資料を提供することが目的である。また，本調査を継続して実施することにより新入学生徒の学力傾向の推移をつかむことができ，指導の参考とすることができる。

２　調査の実施及び処理

(1) 調査問題の構成

調査問題をテスト$\boxed{\text{A}}$，テスト$\boxed{\text{B}}$の２種類に分け，各々について次の立場で問題を作成した。調査時間はいずれも 50 分である。なお，昨年度まで実施していたテスト$\boxed{\text{T}}$は，テスト$\boxed{\text{A}}$に統合した。

テスト$\boxed{\text{A}}$　中学校学習指導要領に示された内容を出題基準とし，高等学校で数学を学習するのに必要と思われる基礎的・基本的な事項により問題を構成した。昨年度まで実施していた極めて基本的な事項により構成していたテスト$\boxed{\text{T}}$を統合したことにより，昨年度のテスト$\boxed{\text{A}}$とテスト$\boxed{\text{T}}$の中間レベルの問題とした。

テスト$\boxed{\text{B}}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{\text{A}}$と同様であるが，基礎的・基本的な事項の問題に，より高度な思考力，洞察力を要する問題を加えて構成した。

(2) 調査の対象

県内の高等学校及び特別支援学校の高等部に今年度入学した生徒を対象として，調査を実施した。実施校（課程別資料提供校）の数はテスト$\boxed{\text{A}}$が 41 校，テスト$\boxed{\text{B}}$が 112 校であった。

(3) 調査の実施時期及び資料の回収

学校ごとに３月下旬から４月中旬の間に調査を実施し，集計用紙（各標本の解答をそのまま一覧表に転記したものと全員の度数分布）を４月 18 日までに回収した。

(4) 標本の抽出

テスト$\boxed{\text{A}}$では 337 名（抽出率 6.0％），テスト$\boxed{\text{B}}$では 1,539 名（抽出率 5.3％）を抽出して，問題別の正答率・無答率を算出し，主な誤答について分析した（テスト全体の平均点及び標準偏差は全員を対象にして算出した）。

なお，後出のテスト$\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$における「上位群」，「下位群」は，それぞれ得点が「平均点＋標準偏差」付近，「平均点－標準偏差」付近の各１割で形成される標本群である。

３　調査結果の概要

(1) 人数・平均点・標準偏差（過去との比較）　　表１

テスト／年度	テスト$\boxed{\text{A}}$			テスト$\boxed{\text{B}}$			テスト$\boxed{\text{T}}$		
	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数
H24	51.4	26.1	3,824	50.8	23.1	28,966	52.4	23.4	503
H25	46.7	25.0	4,335	47.6	24.5	29,194	59.9	27.2	827
H26	**55.8**	**24.2**	**5,650**	**67.7**	**19.7**	**29,313**			

(2) 頻数分布（％）　　表２

得　点	90～100	80～89	70～79	60～69	50～59	40～49	30～39	20～29	10～19	0～9
テスト$\boxed{\text{A}}$	7.3	12.6	10.6	18.8	11.3	15.0	7.6	8.3	3.8	4.6
テスト$\boxed{\text{B}}$	11.2	23.6	16.4	19.6	9.0	10.3	4.8	3.8	0.8	0.4

(3) 調査問題別平均点分布（校）　表3

平均点	90以上	85～90	80～85	75～80	70～75	65～70	60～65	55～60	50～55	45～50	40～45	35～40	30～35	25～30	20～25	20未満	計
テスト A		1	1	4	3	3	5	2	6	5	5	1	2	1	2		41
テスト B	2	6	13	14	10	13	10	12	12	7	8	4	1				112

4　分析結果の概要

(1) 図形に関する問題に課題

毎年，図形に関する問題を出題しているが，その正答率は，昨年度に引き続き低く，30%を下回っている。表４は，テストA，テストBの正答率が 30%を下回った問題である。テストA，テストBともに，図形に関する問題の正答率が低いことが分かる。特に，円の面積や球の体積に関する問題と図形の相似比と面積比に関する問題の正答率が低い。他の図形の問題については，三角形の内角と平行線の同位角に関する問題（テストA１(13)）や，円周角と中心角に関する問題（テストB１(11)）は，高い正答率であった。

正答率の低かった問題の共通点は，今回の学習指導要領の改訂により，高等学校から中学校に移行した学習内容であるということである。球の表面積と体積については，中学１年で，相似な図形の面積比と体積比については，中学３年でそれぞれ学習することになっている。図形の問題は，特に立体図形など，イメージすることが難しいという特徴がある。具体的にイメージできるように教材や教具を工夫する。例えば，模型を示す，ＩＣＴを活用するなどの方策が挙げられる。

中学校の先生方と情報交換をしながら対策を検討する必要がある。

表４

テストA				テストB			
番号	概要	正答率	分野	番号	概要	正答率	分野
5(2)	相似比と面積比	24.3%	②図形	3(2)	二次関数（図形含む）	27.0%	③関数
6(1)	球の体積	22.6%	②図形	4(2)	一次関数（図形含む）	26.3%	③関数
6(2)	球と円錐の体積	16.0%	②図形	6(2)	円の面積	14.8%	②図形
3(2)	一次関数	13.1%	③関数	5(2)	球と立方体の辺の長さ	10.4%	②図形

(2) 二次方程式の解を求める問題に課題

二次方程式の解を求める問題は，テストA，テストBともに出題した。正答率は，テストA１(8)で32.6%，テストB１(6)で69.3%であった。

二次方程式の解の公式は，今回の学習指導要領の改訂により，高等学校から中学校に移行した学習内容である。テストA１(8)は，因数分解，解の公式をすぐに使うことができない式であったこと，テストB１(6)は，解の公式は利用したが，分数式の約分でミスをしてしまったことで上記のような正答率になったと考えられる。

二次方程式の解法の手順の定着については，フローチャートを用いるなど，きちんと整理して指導する必要がある。また，分数式の約分のミスについては，計算過程を丁寧に書かせる指導を徹底して行うことが大切である。

５　調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

平成 26 年度高等学校入学者数学学力調査A，Bについて，Ｓ－Ｐ表処理等を基にして差異係数，信頼性係数，内容別平均正答率，正答率帯別問題数，注意係数，ＵＬ指数，問題間の相関等を考察したところ，次のような結果を得た。なお，データは，テストAについては参加 41 校から 337 名，テストBについては 112 校から 1,539 名を抽出して作成した。

［１］　問題全体について

(1)　差異係数

表５

テスト　　年度	(1)差異係数		
	H24	H25	**H26**
テ ス ト A	0.363	0.285	**0.226**
テ ス ト B	0.380	0.305	**0.298**

差異係数とは，Ｓ，Ｐ両曲線のずれの程度を数量化したもので，生徒の理解と一連の学習内容がうまくかみ合っているかを見るものである。差異係数は０から１の値をとり，0.5 より小さい値のとき生徒の理解と指導の密着性が高いとされている。簡単な確認テストのようなドリル演習型のテストではＳ曲線とＰ曲線の乖離(かいり)は小さく，差異係数は小さくなる。実力テストのような多面にわたる総合的な問題ではＳ曲線とＰ曲線は大きく乖離(かいり)して，差異係数は大きくなる。差異係数が 0.5 を超えたとき，指導内容に問題がなかったか，出題に問題がなかったか，学習者の理解やモチベーションは高かったかなどを検討する必要がある。今回のテストでは**表５**のように差異係数は小さいので，出題及び学習者の理解の間にとりわけ大きな問題はないと考えられる。

(2)　信頼性係数（ｸｰﾀﾞｰ・ﾘﾁｬｰﾄﾞｿﾝの公式 20 による）

表６

テスト　　年度	(2)信頼性係数		
	H24	H25	**H26**
テ ス ト A	0.880	0.892	**0.908**
テ ス ト B	0.833	0.875	**0.876**

信頼性係数とは，作成されたテスト問題が内容的に妥当で信頼できるものなのかを算出するものである。ここで言う信頼性とは，同一条件下で再度試験を実施しても同じ結果が出ると思われる安定性のことで，０から１の値をとり，１に近いほど信頼性が高いとされている。今回のテストでは**表６**のように信頼性係数は高いので，信頼できる良好な問題であったことが分かる。

(3)　内容別平均正答率　（ ）内の数字は問題数

表７

内 容　　テスト／年度	テストA			テストB		
	H24	H25	**H26**	H24	H25	**H26**
数　と　式	60.7%(6)	64.9%(6)	**70.7%(10)**	67.3%(6)	59.6%(6)	**85.9%(9)**
図　　形	45.1%(6)	39.2%(6)	**43.0%(6)**	48.6%(6)	37.9%(6)	**55.5%(7)**
関　　数	42.6%(6)	44.3%(6)	**37.4%(6)**	46.1%(6)	53.6%(6)	**52.4%(6)**
資料の活用	57.7%(4)	49.0%(4)	**52.4%(3)**	45.5%(4)	51.5%(4)	**74.0%(4)**

(4)　正答率帯別問題数

表８

正答率　　テスト／年度	テストA			テストB		
	H24	H25	**H26**	H24	H25	**H26**
0.851以上	0	0	**1**	1	0	**6**
0.667～0.850	5	5	**8**	5	5	**12**
0.333～0.666	13	11	**9**	13	11	**4**
0.150～0.332	4	5	**6**	3	4	**2**
0.149以下	0	1	**1**	0	2	**2**

(5)　全体の正答率との相関別問題数

表９

相関　　テスト／年度	テストA			テストB		
	H24	H25	**H26**	H24	H25	**H26**
0.70以上	1	0	**0**	0	0	**0**
0.60～0.69	6	6	**9**	2	6	**7**
0.50～0.59	6	9	**12**	7	7	**7**
0.40～0.49	6	6	**2**	7	8	**3**
0.30～0.39	3	1	**1**	6	1	**7**
0.29以下	0	0	**1**	1	0	**2**

［２］ 検討を要する問題群

表 10 の４つの指標について，基準を満たさない問題に注意マーク“×”を付けた。注意マークが一つ以上付いた問題を，正答率が基準を満たす“Ⅰ群”と，正答率が基準を満たさない“Ⅱ群”とに分け整理したところ以下のようになった。

平均正答率が非常に高い場合や非常に低い場合に，下記の指標②から④は注意マーク“×”が付きやすくなる。従って，今回のテストで，問題となるものは表 10 の※印の問題である。

テストA２(2)，テストB２(2)については，資料の整理の分野で中央値を求める問題で，解答を表から探す多肢選択型の解答形式となったことから，上位群，下位群の正答率の差がなくなり，注意マークがついたと考えられる。テストB２(3)については，あたりくじを引く確率を求める問題で，下位群の正答率が約７割と高く，上位群との正答率の差が小さくなったからである。テストB５(2)については，全体の正答率が 0.104 と大変低く，上位群の正答率も約２割と低く，下位群との正答率の差が小さくなったからである。

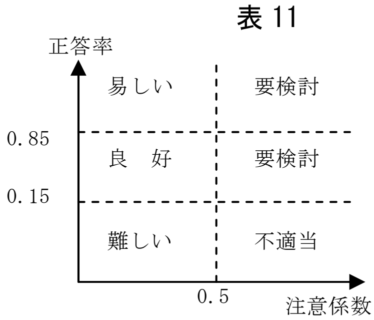
（×印は該当項目について検討を要する数値であることを示す） **表 10**

問　題		項目 / 基準値	①正 答 率	②注意係数	③ＵＬ指数	④相　関
			＞ 0.333	＜ 0.500	＞ 0.400	＞ 0.400
Ⅰ	テストA	2　(2)※	0.344	0.507　×	0.418	0.381　×
	テストB	2　(2)※	0.600	0.573　×	0.409	0.349　×
		2　(3)※	0.794	0.517　×	0.365　×	0.387　×
Ⅱ	テストA	1　(8)	0.326　×	0.337	0.593	0.505
		1　(10)	0.332　×	0.123	0.813	0.671
		3　(2)	0.131　×	0.115	0.418	0.512
		4　(2)	0.323　×	0.085	0.835	0.696
		5　(2)	0.243　×	0.283	0.571	0.503
		6　(1)	0.226　×	0.166	0.604	0.575
		6　(2)	0.160　×	0.165	0.484	0.515
	テストB	3　(2)	0.270　×	0.170	0.678	0.543
		4　(2)	0.263　×	0.171	0.663	0.538
		5　(2)※	0.104　×	0.180	0.313　×	0.372　×
		6　(2)	0.148　×	0.149	0.452	0.443

（各項目の説明）

①正 答 率：各問題の正答率を示す。

表 11



②注意係数：Ｓ－Ｐ表において，ある問題の正誤の状況と他の問題の正誤の状況を比較し，異質の程度を数値化したものである。0.5 より小さい方が適切な問題であるとされている。**表 11** に示すように平均正答率と合わせて検討するとよい。

③ＵＬ指数：$\dfrac{\text{（上位 27\%の正答者数）－（下位 27\%の正答者数）}}{\text{（生徒 27\%の人数）}}$

ＵＬ指数は上式で算出する。「上位群に正答者が多く，下位群に正答者が少ない」場合にＵＬ指数は高くなるが，上位群に正答者が少なく下位群に正答者が多いという逆転現象の場合，ＵＬ指数は低くなる。ＵＬ指数が 0.4 より大きい方が適切な問題であるとされている。

④相　　関：生徒の得点合計とその問題の正解との相関を示す。基準値を 0.4 として大きい方が適切な問題であるとされている。

6　テスト$\boxed{\text{A}}$の問題，結果及びその考察

［１］次の問いに答えなさい。

(1)　$30-12\div6$　を計算しなさい。

(2)　$-2^2+(-4)^2$　を計算しなさい。

(3)　$\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{2}-\dfrac{7}{6}$　を計算しなさい。

(4)　$\sqrt{3}-\sqrt{12}+\sqrt{27}$　を簡単にしなさい。

(5)　$(x-y)^2$　を展開しなさい。

(6)　x^2-4y^2　を因数分解しなさい。

(7)　連立方程式 $\begin{cases}3x-2y=4\\2x+5y=9\end{cases}$　を解きなさい。

(8)　二次方程式 $x^2-5=0$ を解きなさい。

(9)　80 円の鉛筆を x 本，100 円のノートを y 冊買って代金がちょうど 1000 円になるようにする。次の問いに答えなさい。

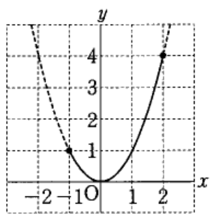
(ア)　x，y の関係を等式に表しなさい。

(イ)　$y=6$ のとき，x の値を求めなさい。

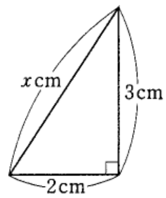
(10)　y は x に比例し，x と y の値が下の表のように対応する。□にあてはまる値を求めなさい。

x	…	2	3	4	…
y	…	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	□	…

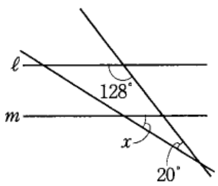
(11)　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ であるとき，y の変域は $a\leqq y\leqq 4$ である。a の値を求めなさい。



(12)　右の図で x の値を求めなさい。



(13)　右の図で $\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



［２］次の問いに答えなさい。

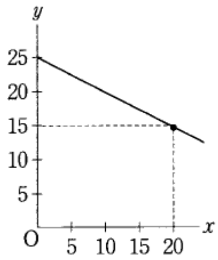
(1)　大小２つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が６となる確率を求めなさい。

(2)　右の表は，ある中学校の３年生男子 55 人が，バスケットボールのフリースローを 10 回ずつおこなって，ボールのはいった回数を度数分布表に表したものである。中央値を求めなさい。

はいった回数（回）	度数（人）
1	11
2	16
3	7
4	6
5	7
6	6
7	2

(3)　赤玉と白玉があわせて 600 個はいっている袋がある。この袋の中から標本として 30 個の玉を無作為に取り出して赤玉の数を数えると 5 個であった。最初，この袋の中の赤玉の数はおよそ何個と推測されるか求めなさい。

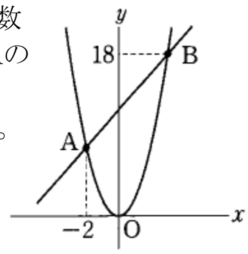
［３］25L の水がはいった容器から毎分同じ量の水を出し続けたら 20 分後には 15L になった。右のグラフは水を出しはじめてから x 分後の残った水の量を yL として，x と y の関係を表したものである。次の問いに答えなさい。



(1)　容器の水がなくなるのは水を出しはじめてから何分後か求めなさい。

(2)　容器に水が残っているとき，y を x の式で表しなさい。

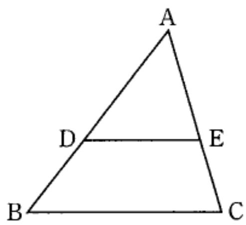
［４］図のように，２点A，Bは関数 $y=2x^2$ のグラフ上にあり，点Aの x 座標は-2，点Bの y 座標は18である。次の問いに答えなさい。



(1)　点 A の y 座標を求めなさい。

(2)　２点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

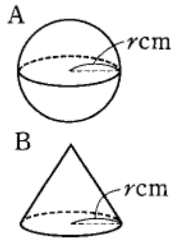
［５］図のように，BC＝10cm，面積が 50cm^2 である△ABC がある。辺 AB 上に AD : AB ＝3 : 5 となるような点 D をとり，辺 AC 上に DE$/\!/$BC となるような点 E をとる。次の問いに答えなさい。



(1)　DE の長さを求めなさい。

(2)　△ADE の面積を求めなさい。

［６］図のように，半径 r cm の球 A と底面の半径が r cm の円錐 B がある。次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。



(1)　球 A の体積を r を用いて表しなさい。

(2)　$r=2$ とする。球 A と円錐 B の体積が等しいとき，円錐 B の高さを求めなさい。

番号	配点	正答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［1］(1)	4	28	92	100	97	0	0	0	8	3(4.5)，24(0.9)
(2)	4	12	78	97	70	0	0	0	22	20(11.0)，-20(3.0)，-12(2.7)
(3)	4	2	82	100	70	2	0	6	16	$\frac{1}{3}$(2.1)，6(1.2)，$\frac{1}{2}$(1.2)，-2(1.2)
(4)	4	$2\sqrt{3}$	67	94	30	6	0	6	27	$4\sqrt{3}$(6.8)，$\sqrt{3}-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$(3.6)
(5)	4	$x^2-2xy+y^2$	65	85	24	7	0	15	28	$(x+y)(x-y)$(5.9)，x^2-xy+y^2(3.9)，x^2-y^2(2.7)
(6)	4	$(x+2y)(x-2y)$	61	88	21	20	3	49	19	$(x-2y)^2$(4.7)，$(x+2)(x-2)$(3.0)
(7)	4	$x=2$，$y=1$	72	94	42	11	0	18	17	$x=7$，$y=-1$(4.7)，$x=2$，$y=-1$(2.4)
(8)	4	$x=\pm\sqrt{5}$	33	67	6	23	6	49	44	$\sqrt{5}$(22.0)，(0，5)(7.4)，5(3.0)
(9)	4	ア　$80x+100y=1000$	80	100	42	9	0	21	11	$x+y=1000$(2.7)
	4	イ　$x=5$	78	91	55	9	0	21	13	50(5.6)，20(2.1)
(10)	4	$\frac{2}{3}$	33	79	0	7	0	12	60	1(49.0)，$\frac{1}{5}$(2.1)
(11)	4	$a=0$	40	64	6	15	0	52	45	1(24.9)，2(4.7)，-2(4.2)，-1(4.2)
(12)	4	$x=\sqrt{13}$	48	79	9	7	0	12	45	4(16.0)，5(5.0)，6(4.5)
(13)	4	$\angle x=32$ 度	80	100	64	4	0	6	16	52(3.3)，22(1.5)，40(1.5)
［2］(1)	4	$\frac{5}{36}$	58	97	24	4	0	15	38	$\frac{1}{6}$(11.6)，$\frac{1}{9}$(3.0)
(2)	4	3 回	34	55	18	12	3	30	54	4(19.3)，2(14.5)，2.5(3.6)
(3)	4	100 個	65	91	27	10	0	24	25	120(4.5)，20(3.0)
［3］(1)	4	50 分後	51	79	24	12	0	18	37	45(11.0)，40(4.7)，30(4.5)
(2)	4	$y=-\frac{1}{2}x+25$	13	33	0	43	18	67	44	$y=\frac{3}{4}x$(5.3)，$y=\frac{1}{2}x$ (5.0)
［4］(1)	4	8	55	97	6	19	0	39	26	9(3.6)，6(3.3)，4(2.7)，7(2.7)
(2)	4	$y=2x+12$	32	91	0	42	3	73	26	$y=2x+10$(1.2)
［5］(1)	4	6 cm	67	91	46	7	0	12	26	5(10.7)，7(5.6)
(2)	4	18 cm^2	24	52	3	26	3	46	50	30(25.2)，25(6.5)
［6］(1)	4	$\frac{4}{3}\pi r^3$ cm^3	23	46	3	35	6	55	42	πr^2(6.2)，$4\pi r^2$(4.2)
(2)	4	8 cm	16	30	3	45	15	64	39	4(9.2)，3(3.3)，6(2.7)

(1) 二次方程式の解法を身に付けさせたい

	問題　（正答）	正答率	無答率	主な誤答例（誤答率）
H24[1](4)	二次方程式 $x^2-6x+5=0$ を解きなさい。 ($x=1,\ 5$)	60.8%	11.2%	$x=2,\ 3$　(4.7%)
H25[1](4)	二次方程式 $x^2+3x+1=0$ を解きなさい。 $\left(x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}\right)$	61.5%	13.5%	$x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$　(2.9%)
H26[1](8)	二次方程式 $x^2-5=0$ を解きなさい。 ($x=\pm\sqrt{5}$)	32.6%	22.6%	$x=\sqrt{5}$　(22.0%)

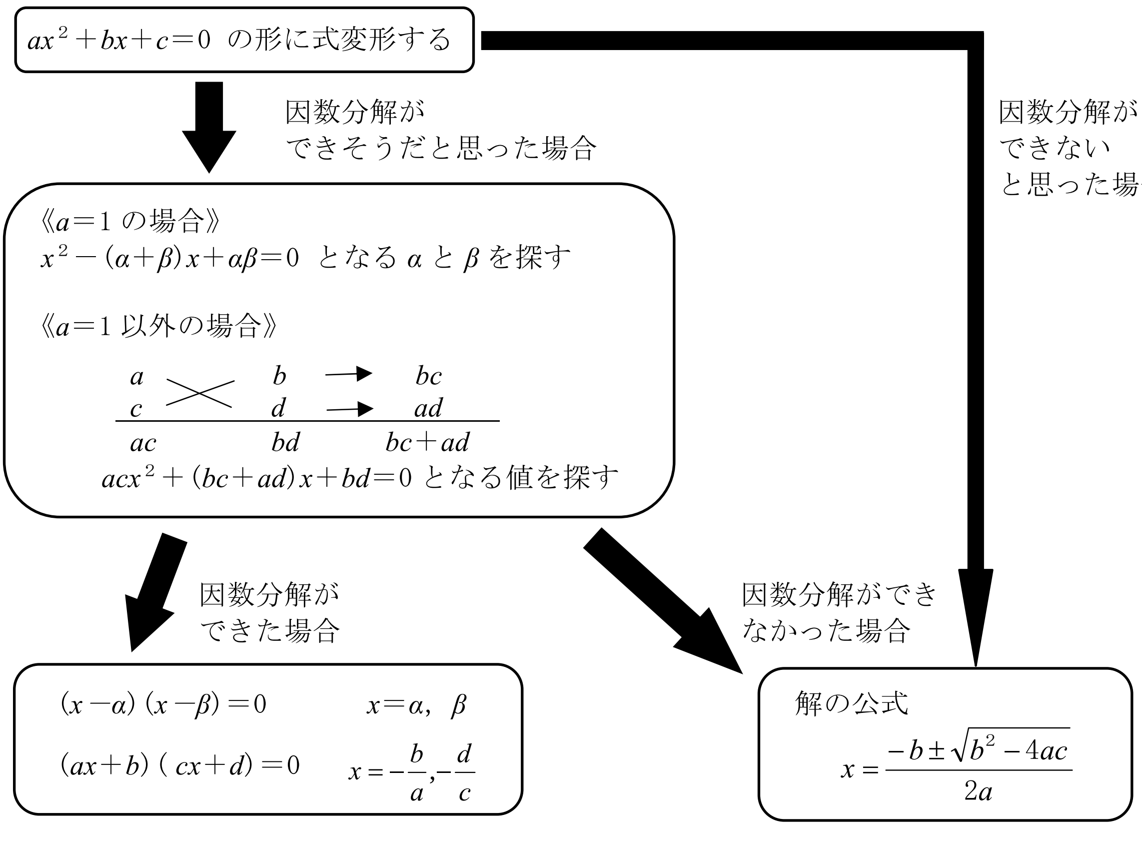
二次方程式の問題を毎年出題している。H24 やH25 の因数分解や解の公式が利用しやすい場合の正答率は 60%以上であったが，H26 の正答率は 32.6%であった。

最も多い誤答の $x=\sqrt{5}$ は，$x^2-5=0$ を $x^2=5$ と変形したが，５の平方根には $-\sqrt{5}$ もあることを忘れたと思われる。また無答率が 22.6%と上がった原因は，因数分解や解の公式が利用しにくかったためであろう。

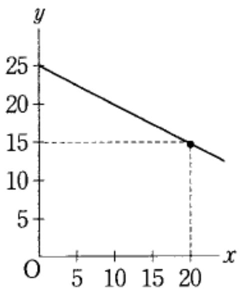
【今後の指導に向けて】

二次方程式の実数解は，重解の場合も二つの解が重なっていると考えれば，常に二つあることを強調して説明する。また，どのような二次方程式でも解の公式を利用すれば解けるということを指導しておきたい。

今回出題した $x^2-5=0$ のような問題は，x の係数が０（ $x^2+0x-5=0$ ）と考え，解の公式の b に０を代入することで，$x=\frac{-0\pm\sqrt{0^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}=\frac{\pm2\sqrt{5}}{2}=\pm\sqrt{5}$ と求めることができると説明する方法もある。以下に，二次方程式の解法をフローチャートで示す。



(2) 問題を読み取り，立式する力を身に付けさせたい

問題　H26[3]　　（正答）	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）
25Ｌの水がはいった容器から毎分同じ量の水を出し続けたら20分後には15Ｌになった。右のグラフは水を出し始めてから x 分後の残った水の量を yＬとして，x と y の関係を表したものである。 次の問いに答えなさい。 (2)　容器に水が残っているとき，y を x の式で表しなさい。 $\left(y=-\frac{1}{2}x+25\right)$ 	13.1％ （33.3％／0.0％）	42.7％ （18.2％／66.7％）
	主な誤答例（誤答率）	
	$y=\frac{3}{4}x$　（5.3％）， $y=\frac{1}{2}x$　（5.0％）	

［３］(2)は立式させる問題を出題した。下位群の正答率が 0.0％で無答率が 66.7％，上位群の正答率も 33.3％と，立式を苦手とする生徒がいることが分かる。

主な誤答例について，$y=\frac{3}{4}x$ と答えた生徒は，求める式を $y=ax$ とおき，問題文「20 分後に 15Ｌになった」ことから，$a=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$ と求めたと思われる。

また，$y=\frac{1}{2}x$ と答えた生徒は，問題文「25Ｌの水が・・・20 分後に 15Ｌになった」ことから，水量を 25－15＝10 と計算し，水量が「10Ｌ減った」ということを忘れてしまい，$a=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$ と求めたと思われる。これら以外にも，一次関数 $y=ax+b$ の傾き a が正になっている誤答が 16.3％を占めていることから，正しく傾き a の値を求めることができていない。

【今後の指導に向けて】

対応表

時間　［ x ］	0				20						
容器内の残った水量　［ y ］	25				15						

問題文やグラフから立式するには，上記のような対応表を作るとよい。抽出する２点を選ぶことで，一次関数 $y=ax+b$ の傾き a の値が求めやすくなる $\left(a=\frac{15-25}{20-0}=-\frac{1}{2}\right)$。また，$y$ 切片にも気付きやすくなる（x＝0 のときが y 切片で b＝25）。求めた関数に対して，与えられた値を代入して関数が正しいことを確認することも大切である。

グラフは，傾きが正のとき上向き，傾きが負のとき下向きとなることを強調し，今回の問題のグラフは下向きであることから，傾き a の値は負であると気付くようにさせたい。このことを印象付けるために，例えば，「数学のテストの点数が 60 点から 80 点に上がって，嬉しい　（気分が上がる）。80 点から 60 点に下がって，へこむ　（気分が下がる）。」「景気が上向き　，不景気　」とよいことは上向き，よくないことは下向きと日常生活と結び付けるとよいのではないか。

7　テスト$\boxed{\text{B}}$の問題，結果及びその考察

［1］次の問いに答えなさい。

(1)　$(-5)^2+8\div(-2^2)$ を計算しなさい。

(2)　$\left\{\dfrac{1}{3}-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2\right\}\div\dfrac{5}{4}$ を計算しなさい。

(3)　$\sqrt{18}+\dfrac{4}{\sqrt{2}}$ を簡単にしなさい。

(4)　$(2x+4y)(x-2y)$ を展開しなさい。

(5)　$x^2-5x-14$ を因数分解しなさい。

(6)　二次方程式 $x^2+2x-4=0$ を解きなさい。

(7)　ある学校の昨年度の生徒数は男女あわせて 1000 人であった。今年度は男子が５%，女子が 10%増えたので全体で 70 人増えた。次の問いに答えなさい。

(ア)　昨年度の男子の生徒数を x 人，女子の生徒数を y 人として，連立方程式をつくりなさい。

(イ)　x と y の値を求めなさい。

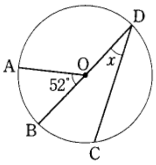
(8)　$\sqrt{25+x}$ が自然数となるような，最小の自然数 x を求めなさい。

(9)　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ であるとき，y の変域が $a\leqq y\leqq 4$ である。a の値を求めなさい。

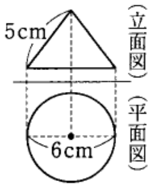
(10)　y は x の２乗に比例し，x と y の値が次の表のように対応する。$x=6$ のときの y の値を求めなさい。

x	…	2	3	…
y	…	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	…

(11)　図のように，円Ｏ の円周上に４つの点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄがある。$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$ であるとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(12)　図はある立体の投影図である。この立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。



［2］次の問いに答えなさい。

(1)　ある工場で大量に製造される品物がある。100 個を無作為に抽出すると４個の不良品が含まれていた。ある日，１日に 500 個の不良品が発生した。この日製造された品物の数はおよそ何個と推測されるか求めなさい。

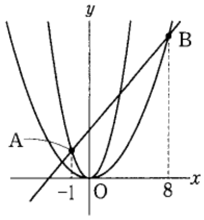
(2)　右の表は，ある中学校の３年生男子 55 人が，バスケットボールのフリースローを 10 回ずつおこなって，ボールのはいった回数を度数分布表に表したものである。中央値を求めなさい。

はいった回数（回）	度数（人）
1	11
2	16
3	7
4	6
5	7
6	6
7	2

(3)　あたりくじ２本とはずれくじ３本を入れた箱がある。この箱から同時に２本のくじを引くとき，少なくとも１本があたりくじである確率を求めなさい。

(4)　1155 を連続する正の整数の和として表すことを考える。たとえば，連続する５個の正の整数の和として表すと，1155＝229＋230＋231＋232＋233 である。1155 を連続する７個の正の整数の和として表すとき，７個のうち真ん中の数を求めなさい。

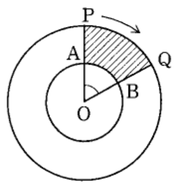
［3］図のように，２つの関数 $y=x^2$ と $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフがある。点Ａは $y=x^2$ のグラフ上に，点Ｂは $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上にある。点Ａの x 座標は−1，点Ｂの x 座標は 8 である。次の問いに答えなさい。



(1)　２点Ａ，Ｂを通る直線の式を求めなさい。

(2)　点Ｃの x 座標は，点Ａの x 座標と等しく，△ＯＡＣの面積は△ＯＡＢの面積と等しい。このとき，点Ｃの y 座標で正のものを求めなさい。

［4］図のように，半径４cm の円Ｏ の円周上に点Ｐがある。点Ｑは点Ｐを出発し，円周上を時計回りに一定の速さで動き，12 秒で１周する。点Ｑが出発してから，x 秒間に動いた部分を弧とするおうぎ形ＯＰＱを考えるとき，次の問いに答えなさい。ただし，$0<x<12$ とし，円周率は π とする。



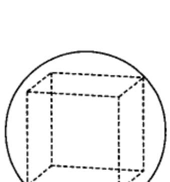
(1)おうぎ形ＯＰＱの中心角の大きさを x を用いて表しなさい。

(2)ＯＰの中点をＡとし，Ｏを中心としてＯＡを半径とする円がＯＱと交わる点をＢとする。４点Ｐ，Ａ，Ｂ，Ｑ で囲まれた斜線部分の面積を y cm^2 とする。y を x の式で表しなさい。

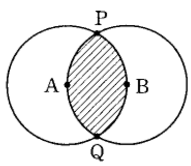
［5］次の問いに答えなさい。

(1)　半径 r cm の球の表面積と体積を r を用いて表しなさい。ただし，円周率は π とする。

(2)　図のように，半径 3cm の球にぴったりとはいった立方体がある。この立方体の１辺の長さを求めなさい。



［6］図のように，半径が 6cm の２つの円Ａ，Ｂが２点Ｐ，Ｑで交わっている。また，いずれの円の中心も他の円の円周上にある。次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。



(1)　∠ＰＡＱの大きさを求めなさい。

(2)　斜線部分の面積を求めなさい。

番号	配点	正　答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	4	23	92	97	82	0	0	0	8	27(4.2)，$-\frac{33}{4}$(1.0)
(2)	4	$\frac{1}{15}$	88	98	81	0	0	0	12	$\frac{7}{15}$(3.4)，$-\frac{2}{15}$(0.8)，$-\frac{1}{15}$(0.8)
(3)	4	$5\sqrt{2}$	94	99	95	0	0	1	6	$\sqrt{2}$(0.8)，$3\sqrt{2}+2\sqrt{2}$(0.6)
(4)	4	$2x^2-8y^2$	88	96	78	0	0	1	12	$2(x+2y)(x-2y)$(2.3) $2x^2+2xy-8y^2$(1.6)
(5)	4	$(x-7)(x+2)$	97	99	95	0	0	1	3	$(x+7)(x-2)$(0.5)，7，−2(0.4)
(6)	4	$x=-1\pm\sqrt{5}$	69	96	49	3	0	5	28	$\pm\sqrt{5}$(2.6)，$-2\pm\sqrt{5}$(1.6)
(7)	4	ア $\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y=70 \end{cases}$	84	99	63	3	0	9	13	$\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y=1070 \end{cases}$ (2.5)
	4	イ　$x=600$，$y=400$	79	97	56	11	0	29	10	$x=600$，$y=400$(1.4)
(8)	4	$x=11$	82	94	73	2	0	3	16	4(3.3)，5(2.7)，9(2.2)，0(1.5)
(9)	4	$a=0$	68	95	41	3	0	4	29	1(24.6)，2(1.5)
(10)	4	$y=1$	73	97	46	6	0	14	21	$\frac{1}{6}$(2.4)，16(1.6)，36(1.5)
(11)	4	$\angle x=$　26 度	93	99	88	0	0	1	7	52(1.8)，104(1.4)
(12)	4	12π　cm^3	64	95	28	7	0	14	29	15π(4.3)，48π(4.0)
[2](1)	4	12500　個	82	94	73	2	1	5	16	20(8.3)，12000(1.6)
(2)	4	3　回	60	83	48	3	0	5	37	2(14.9)，2.5(8.6)，4(7.6)
(3)	4	$\frac{7}{10}$	79	94	67	1	0	1	20	$\frac{2}{5}$(6.4)，$\frac{3}{5}$(3.5)
(4)	4	165	75	95	56	13	2	21	12	167(1.3)，232(1.2)
[3](1)	4	$y=\frac{5}{3}x+\frac{8}{3}$	68	98	40	6	0	11	26	$\frac{5}{3}x-\frac{8}{3}$(0.8)
(2)	4	25	27	71	1	25	1	48	48	24(7.4)，16(5.2)，8(2.6)
[4](1)	4	$30x$　度	53	90	14	15	3	31	32	$\frac{x}{360}$(2.7)，60(2.5)，$\frac{x}{12}$(1.8)
(2)	4	$y=\pi x$	26	64	2	36	4	69	38	x(2.8)，$\frac{\pi x}{30}$(2.3)
[5](1)	4	表面積　$4\pi r^2$	66	96	29	10	0	21	24	$\frac{4}{3}\pi r^2$(4.1)，πr^2(2.3)
		体積　$\frac{4}{3}\pi r^3$	72	98	39	9	0	20	19	$4\pi r^3$(2.5)，$4\pi r^2$(2.1)
(2)	4	$2\sqrt{3}$　cm	10	24	0	18	9	28	72	$3\sqrt{2}$(24.5)，4(8.6)，3(7.1)
[6](1)	4	120 度	69	96	53	13	1	27	18	90(4.9)，150(1.9)，60(1.9)
(2)	4	$24\pi-18\sqrt{3}$　cm^2	15	36	1	37	20	60	48	12π(4.6)，9π(3.4)，18π(2.7)

(1)　解の公式に関わる計算を確実に行わせたい

年度	［1］ 問題　（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
H23	(4) $2x^2+5x+1=0$ $\left(x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{4}\right)$	76.5% (95.0%／48.0%)	$\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$ (1.3%)， $\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$ (0.7%)， $\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$ (0.7%)
H24	(4) $3x^2+6x+1=0$ $\left(x=\dfrac{-3\pm\sqrt{6}}{3}\right)$	63.9% (80.0%／41.0%)	$-1\pm2\sqrt{6}$ (2.8%)， $2\sqrt{6}$ (2.7%)， $\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{3}$ (2.0%)
H25	(4) $(x+1)^2=6x$ $\left(x=4\pm\sqrt{3}\right)$	74.8% (91.0%／54.0%)	$-4\pm\sqrt{3}$ (1.7%)， $2\pm2\sqrt{3}$ (1.6%)， $2\pm\sqrt{2}$ (1.4%)
H26	(6) $x^2+2x-4=0$ $\left(x=-1\pm\sqrt{5}\right)$	69.3% (96.1%／49.0%)	$\pm\sqrt{5}$ (2.6%)， $-2\pm\sqrt{5}$ (1.6%)， $1\pm\sqrt{5}$ (1.2%)， $\sqrt{5}$ (1.2%)

［1］(6)で二次方程式について出題した。H23 以外の年度は，解の公式を用いて計算し，更に約分を行う形式の出題であった。約分を必要としないH23 の正答率が最も高かった。解の公式については定着しているようであるが，H25 の誤答 $\dfrac{4\pm\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}}=2\pm2\sqrt{3}$ やH26 の誤答 $\dfrac{-2\pm\cancel{2}\sqrt{5}}{\cancel{2}}=-2\pm\sqrt{5}$ のように，分数の一部の項のみを約分してしまう生徒もいることがわかる。さらに，H26 の誤答$\pm\sqrt{5}$ のように，$\dfrac{-2\cancel{\pm2}\sqrt{5}}{\cancel{2}}$ と約分しながらも，$\cancel{\dfrac{-2}{2}}=0$ とする生徒もいる。

【今後の指導に向けて】

分数式の約分を正確に行うことは，計算を行う上で重要であり，苦手な生徒に対して早期指導が必要である。例えば $\dfrac{6x+5}{4}=\dfrac{6x}{4}+\dfrac{5}{4}$ であるから $\dfrac{3x+5}{2}$ ではないこと，また，$\dfrac{-2\pm2\sqrt{5}}{2}=\pm\sqrt{5}$ としてしまう生徒に対しても，$\dfrac{-\cancel{2}}{\cancel{2}}=-1$ であり０ではないことを十分に理解させた上で，確実に約分ができるための練習を行いたい。計算の苦手な生徒に対しては，中学校までに習う計算の小テストを実施するなど，反復的な指導が必要である。

「部分的な約分を防ぐ指導例」

$\dfrac{6x+5}{4}$ ･･･６と５と４のすべてが約分できないとだめ（ハートで囲むことで分子が一つの式であることを意識させる）。

$\dfrac{6x+5}{4}=\dfrac{1}{4}\times(6x+5)\neq\dfrac{3x+5}{2}$ と，分配法則を用いて気付かせてもよい。

また，$\dfrac{-\cancel{2}}{\cancel{2}}=0$ とする生徒に対しては，$\dfrac{-\overset{1}{\cancel{2}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{5}}{1\,\cancel{2}}=-1\pm\sqrt{5}$ のように，約分した後の１を省略しないで書くことを徹底したい。

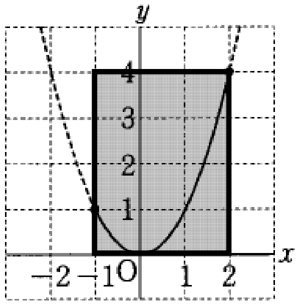
(2) グラフを利用して問題を解くという意識を身に付けさせたい

[1] (9) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq2$ であるとき，y の変域が $a\leqq y\leqq4$ である。a の値を求めなさい。　($a=0$)	正答率（上位群／下位群）	無答率
	67.6%(94.8%／41.2%)	2.7%

二次関数で x の変域から y の変域を求める問題を出題した。最も多かった誤答は $a=1$(24.6%)で，これは定義域の端の値である $x=-1$ をそのまま $y=x^2$に代入したものである。正答率から，下位群の生徒の多くが二次関数のグラフをかかずに，定義域の端の値だけ代入して解答しているものと考えられる。

【今後の指導に向けて】

高校では，定義域における最大値・最小値を求めたり，不等式を解いたりする問題を，グラフを描いて値の変化に注目して解くことが多い。このことを視野に入れて，グラフを利用して問題を解くという意識を身に付けさせたい。図のように両軸に平行な長方形で x の変域と y の変域を囲うなどして，頂点を含む形で変域を考えることを強調したい。



また，関数についての初期指導では，中学校と高校の次のような違いに気をつけて指導したい。

- 二次関数のグラフの形について，中学校では，「上に開いている，下に開いている」と呼ぶのに対して，高校では，「下に凸，上に凸」といい「上・下」が逆になっている。
- 変数のとりうる値の範囲について，中学校では，「x の変域，y の変域」と呼ぶのに対して，高校では，「定義域，値域」という。また，変域の端の点の「含む，含まない」をグラフ上で表す「●，○」については既習である。
- 中学校では，「関数の最大値・最小値」という表現は用いられていない。
- 中学校では，図やグラフがはじめから提示されている場合が多く，自分で図を描くという習慣が少ない。

(3) 代表値（平均値，中央値，最頻値）を用いてデータを分析する力を身に付けさせたい

テスト$\boxed{A}$［2］(2)，テスト$\boxed{B}$［2］(2)

右の表は，ある中学校の３年生男子 55 人が，バスケットボールのフリースローを 10 回ずつおこなって，ボールのはいった回数を度数分布表に表したものである。中央値を求めなさい。（3）

はいった回数（回）	度数（人）
1	11
2	16
3	7
4	6
5	7
6	6
7	2

	正答率／無答率	主な誤答例(誤答率)
テスト $\boxed{A}$	34.4%／12.2%	4(19.3%)，2(14.5%)，2.5(3.6%)
テスト $\boxed{B}$	60.0%／ 2.7%	2(14.9%)，2.5(8.6%)，4(7.6%)

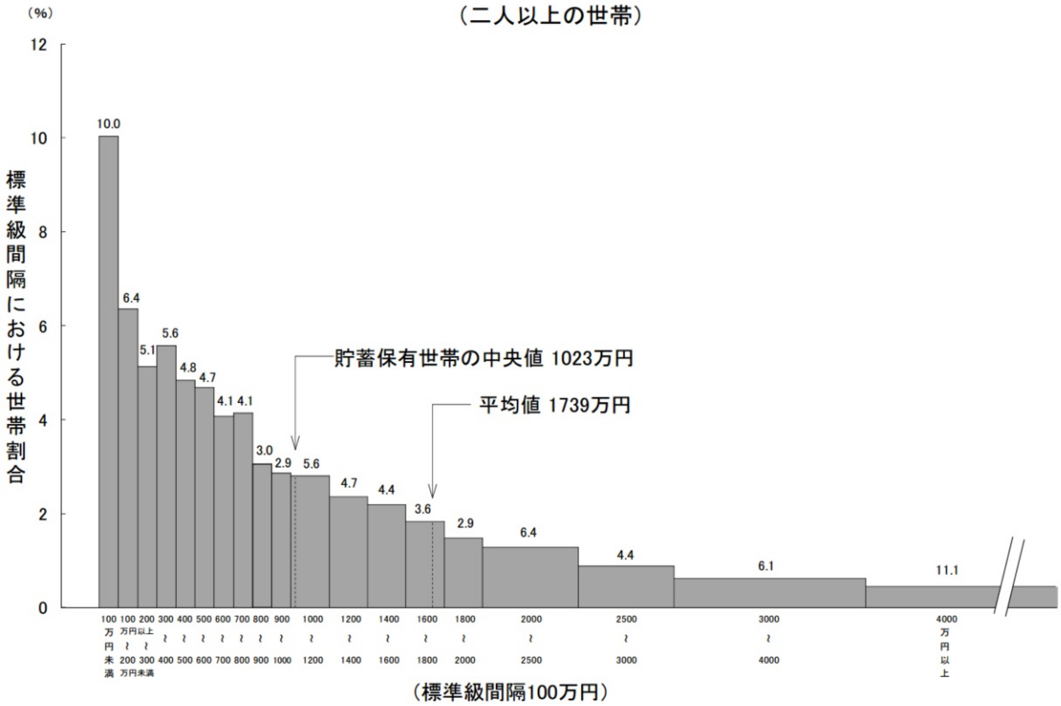
「資料の活用」から，度数分布表から中央値を求める問題をテスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$で出題した。主な誤答例は度数の最頻値である２や，ボールのはいった回数の中央の値である４などがあり，中央値の定義が定着していないと思われる。

【今後の指導に向けて】

データの代表値である平均値，中央値，最頻値を正しく求められることはデータを分析する上で必要なことなので，数学Ⅰで「データの分析」を学習する際にもう一度求める方法を確認したい。また，平均値，中央値，最頻値を正しく求めることに加えて，それぞれの値の違いを理解させ，これらからデータを分析する力を身に付けさせることも必要である。そこで，貯蓄現在高のデータ（図１）を例に挙げて考えてみたい。

このデータの平均値は 1739 万円である。中央値は 1023 万円で，平均値と 700 万円以上の差があることから，外れ値（他と比べて大きく値が異なる値）によって平均値が押し上げられていることが分かる。また，「中央値<平均値」からデータは左に偏っていることが予想され，確かに最頻値は 100 万円未満となっている。このデータについて年代別に中央値を見てみると表のようであることから，貯蓄が 1000 万円未満であるのは 20 代や 30 代の若い世代であるということが分かる。さらに，勤労者世帯に限った平均値は 1244 万円，中央値は 735 万円という

図１　貯蓄現在高階級別世帯分布－2013年－
（二人以上の世帯）



ことから，このデータは退職者世帯が数値を押し上げているということも分かる。これ以外にも年収別に貯蓄の中央値をみるなど，一つのデータをさまざまな角度から分析する力を身に付けさせたい。

年代別の中央値

20 代	30 代	40 代	50 代	60 代
200 万円	405 万円	640 万円	900 万円	1398 万円

（出典：総務省統計局家屋調査報告平成 25 年平均結果速報）

(4) 球の表面積と体積の公式を定着させたい

<table>
<tr><th>問題（正答）</th><th colspan="2">正答率
（上位群／下位群）</th><th>無答率
（上位群／下位群）</th><th>主な誤答例
（誤答率）</th></tr>
<tr><td>［5］(1)
半径 r の球の表面積をいえ。
$(4\pi r^2)$</td><td colspan="2">66.0%
(96.1%／29.4%)</td><td>9.7%
(0.0%／20.9%)</td><td>$\frac{4\pi r^2}{3}$ (4.1%),
πr^2 (2.3%)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">半径 r の球の体積をいえ。
$\left(\frac{4\pi r^3}{3}\right)$</td><td colspan="2">72.3%
(98.0%／38.6%)</td><td>8.7%
(0.0%／20.3%)</td><td>$4\pi r^3$ (2.5%),
$4\pi r^2$ (2.1%)</td></tr>
<tr><td>テスト
$\boxed{A}$</td><td>22.6%
(45.5%／3.0%)</td><td>35.3%
(6.1%／54.5%)</td><td>πr^2 (6.2%),
$4\pi r^2$ (4.2%)</td></tr>
</table>

中学１年生で習う球の表面積と体積の公式の定着を確認するために出題した。体積の公式は，テスト$\boxed{A}$の分野でも出題した。上位群の生徒の正答率は高いが，下位群やテスト$\boxed{A}$を受験した生徒の正答率は30%前後であった。高等学校では数学Ⅲの積分の分野まで扱われないので，これを機に公式の再確認をさせたい。

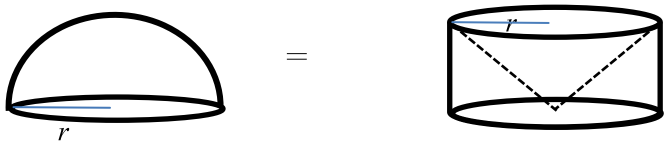
【今後の指導に向けて】

高等学校入学時では，積分を習っていないので球の表面積や体積の公式は，直感的に分かりやすい題材で説明するのが効果的である。

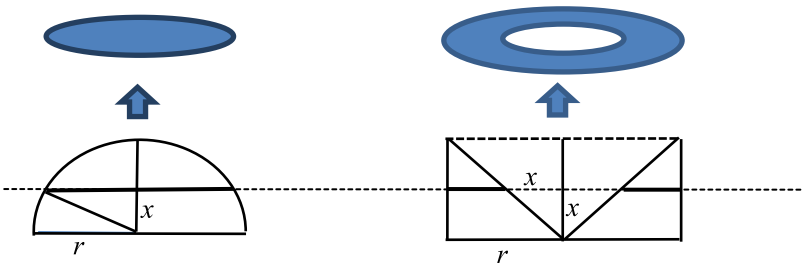
例えば表面積は，野球のボールの表皮を題材に覚えさせる方法がある。野球のボールの表皮をはがすと８の字の皮が２枚出てくる。その８の字を円が二つとみなすことで，表面積は半径が r の円が４つあると考えて $\pi r^2 \times 4$ となる。

また体積はカヴァリエリの原理（二つの立体が平行な二つの平面に挟まれているとき，二つの平面に平行な任意の平面に対しそれぞれの交わりの部分の面積が等しいならば，二つの立体の体積は等しい）を用いて説明をするとよい。

半径 r の半球と，底面積が半径 r の円で高さが r の円柱から，半径 r の円で高さが r の円錐を抜き取った体積とを比較する。



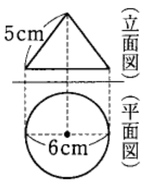
底面から高さ x で底面に平行な平面との交わり部分の面積は，どちらも $\pi(r^2-x^2)$ となることから，二つの体積は等しい。



よって（半球の体積）＝（円柱の体積）－（円錐の体積）＝ $(\pi r^3) - \left(\dfrac{\pi r^3}{3}\right) = \dfrac{2\pi r^3}{3}$ となり，

球の体積は $\dfrac{4\pi r^3}{3}$ となる。

(5) 数学的活動を通して投影図を考えさせたい

問題(正答)	正答率（上位群／下位群） 無答率（上位群／下位群）	主な誤答例 (誤答率)
［１］(12) 図はある立体の投影図である。 この立体の体積を求めなさい。 ただし，円周率は π とする。(12π)  	63.9% (95.4%／28.1%) 6.6% (0.0%／13.7%)	15π(4.3%), 48π(4.0%)

全体の正答率は63.9%であった。下位群の正答率が30%を切った。さらに，下位群の無答率は13.7%であった。

主な誤答例の 15π は立体の高さを５cm と勘違いしたためで，実際に立体図を描いて高さを調べれば減らすことのできる誤答であったと思われる。また 48π という誤答は底面積を求めるときに直径の２乗で計算をしてしまったと思われる。どちらの誤答も，立体は円錐となり体積の計算では $\dfrac{1}{3}$ 倍するということは分かっていたと推測される。

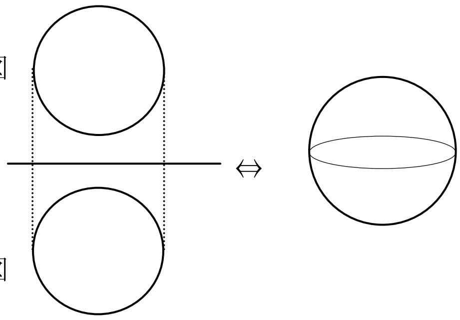
【今後の指導に向けて】

投影図の問題では，投影図から読み取れる立体を描き，その立体図で計算方法を考えたい。そのために，たくさんの例題を解き，投影図からイメージできる立体を描く練習をさせたい。また，粘土などを使って実際の模型を作り，その立体の概形を考えさせたり，逆に与えられた空間図形の模型から投影図を描かせたりするなど，数学的活動を通して思考力を養いたい。

例題

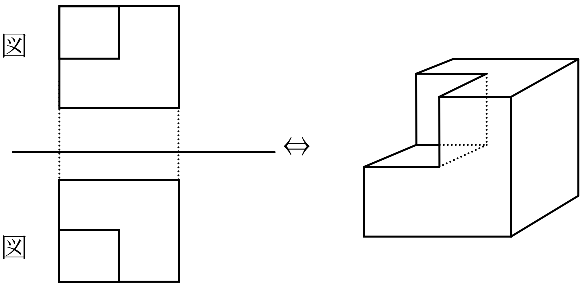
立面図

平面図

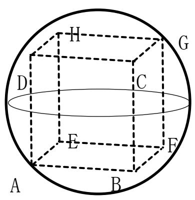


立面図

平面図



(6) 空間図形の応用問題は数学的活動を通して考える力を付けたい

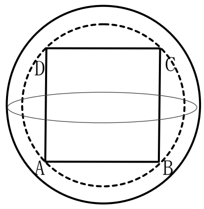
問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
［５］(2) 半径３ｃｍの球にぴったりはいった立方体の１辺の長さを求めよ。  $(2\sqrt{3})$	10.4% (24.2%／0.0%)	18.1% (9.2%／27.5%)	$3\sqrt{2}$ (24.5%), 4(8.6%)

半径の決まっている球に内接する立方体の１辺の長さを求める問題を出題したところ，正答率は10.4%であった。主な誤答の$3\sqrt{2}$ は正方形ＡＢＣＤでの切断面が中心を通り，球に内接すると勘違いをして求めたものであると思われる。

【今後の指導に向けて】

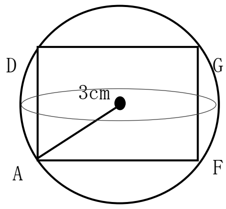
球にぴったりはいった立方体の１辺の長さを求める問題では，与えられた図を見るだけで考えるのではなく，いろいろな切り口の図をイメージし，どこの長さが分かっていて，どこの長さを求める問題なのかを正確に理解しなければならない。そのためには切断した図を実際に描く作業が大切である。

平面ＡＢＣＤでの切断面（誤答）



球の中心は通らない

平面ＡＦＧＤでの切断面（正答）



球の中心を通る

切断面の学習には割り箸などで作った骨組みの模型に，大きな輪ゴムで適宜周りを囲んで切断面を見せるのも効果的である。

付　平成 25 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容も合わせて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］，［３］，［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日の間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 18 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表 12

テスト 項目	数学 Ⅰ基本	数学 Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,892	7,687	8,100
平均点	44.0	47.6	44.0
標準偏差	23.1	25.6	28.7

(2) 得点分布（%）　　表 13

テスト 得点	数学 Ⅰ基本	数学 Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	2.2	6.0	6.8
80 ～ 89	5.8	7.9	7.9
70 ～ 79	9.2	10.1	9.2
60 ～ 69	9.0	10.3	9.3
50 ～ 59	12.8	11.0	9.9
40 ～ 49	15.3	12.2	10.0
30 ～ 39	16.3	13.6	9.5
20 ～ 29	13.3	13.1	10.3
10 ～ 19	10.5	10.8	12.4
0 ～ 9	5.7	5.0	14.8

(3) 調査問題別平均点分布（校）　　表 14

テスト 平均点	数学 Ⅰ基本	数学 Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上		5	3
75~80未満		3	4
70 ～ 75		3	8
65 ～ 70		10	12
60 ～ 65	2	6	6
55 ～ 60	2	9	9
50 ～ 55	3	8	7
45 ～ 50	2	9	11
40 ～ 45	7	7	3
35 ～ 40	2	9	9
30 ～ 35	2	11	13
25 ～ 30	2	8	13
20 ～ 25	3	14	9
15 ～ 20	1	1	7
15未満		3	18
計	26	106	132

4　数学Ⅰ(基本)の問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数，式または適語を解答欄に記入せよ。

［１］次の各問いに答えよ。

(1)　$(a^2)^3 \times a^3 =$ $\boxed{\quad}$ である。

(2)　$(2x-3)^2$ を展開すると $\boxed{\quad}$ である。

(3)　$3x^2-20x+12$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(4)　$|2-7|=$ $\boxed{\quad}$ である。

(5)　$(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)=$ $\boxed{\quad}$ である。

(6)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}+1}$ の分母を有理化すると $\boxed{\quad}$ である。

(7)　１次不等式 $2x-5 \geqq 5x+7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(8)　２次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解くと $x=$ $\boxed{\quad}$ である。

(9)　２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(10)　集合Ａ$=\{1, 7, 9\}$，Ｂ$=\{1, 3, 7\}$ について，集合Ａ∪Ｂ＝ $\boxed{\{\quad\}}$ である。

(11)　$x=2$ は $x^2=4$ であるための $\boxed{\quad}$ 条件である。

(12)　下の表は 40 人の生徒の土曜日，日曜日における数学の勉強時間を調べたものである。中央値は $\boxed{\quad}$ 時間である。

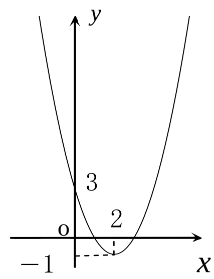
時間	0	1	2	3	4	5	6	計
人数	1	3	7	8	14	4	3	40

［２］次の各問いに答えよ。

(1)　２次関数 $y=-3(x-1)^2+2$ のグラフの頂点は $\boxed{(\quad,\quad)}$ である。

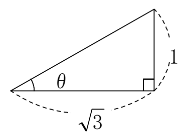
(2)　２次関数 $y=x^2-4x+5$ を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると，$y=$ $\boxed{\quad}$ である。

(3)　右図は２次関数 $y=x^2-4x+3$ のグラフである。この関数の $-1 \leqq x \leqq 1$ における最大値は $\boxed{ア}$，最小値は $\boxed{イ}$ である。



［３］次の各問いに答えよ。

(1)　右図の直角三角形において，$\sin\theta =$ $\boxed{\quad}$ である。

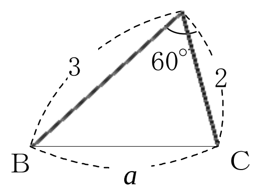


(2)　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。$\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ のとき，$\theta =$ $\boxed{\quad}$ である。

(3)　$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ である。

$0° \leqq A \leqq 180°$ で，$\sin A = \dfrac{3}{5}$ のとき，$\cos A =$ $\boxed{\quad}$ である。

(4)　下図の△ＡＢＣにおいて，辺ＢＣの長さ a は $\boxed{\quad}$ である。



番号	配点	正答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例(標本全体に対する%)
[1](1)	5	a^9	55	65	30	3	0	0	42	a^{18}(14.9), a^{24} (9.8), a^{11}(6.8)
(2)	5	$4x^2-12x+9$	77	91	70	3	0	4	20	$4x-12x+9$ (2.1) $4x^2-6x+9$ (2.1), $4x^2+9$ (2.1)
(3)	5	$(x-6)(3x-2)$	51	70	4	25	4	52	24	$(x+6)(3x+2)$ (6.0), 6, $\frac{2}{3}$ (3.4)
(4)	5	5	50	57	26	11	4	17	39	-5(26.8), $\lvert -5 \rvert$ (2.6)
(5)	5	4	78	100	74	4	0	4	18	5(2.6), $(\sqrt{5}+1)^2$ (1.7)
(6)	5	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	40	87	4	12	0	26	48	$\frac{\sqrt{5}}{6}$(22.1), $\frac{\sqrt{5}+1}{6}$(3.4), $\frac{\sqrt{5}}{5}$(3.0)
(7)	5	$x \leqq -4$	39	57	13	23	4	35	38	$x \leqq 4$(9.4), -4(5.6), $x \geqq -4$(5.1)
(8)	5	$x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$	43	70	13	34	9	48	24	$\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$(2.6)
(9)	5	$1<x<2$	24	52	0	42	13	65	34	$x=1$, 2(8.5), $x<1$, $2<x$(2.6)
(10)	5	{1, 3, 7, 9}	38	65	13	8	0	9	54	{1, 7}(40.9), {3, 9}(7.7), {7}(3.0)
(11)	5	十分	30	48	22	22	4	17	48	必要(23.8), 必要十分(5.1)
(12)	5	4	41	48	39	6	0	0	53	3(31.1), 8(8.5), 5(5.1)
[2](1)	5	(1, 2)	47	83	4	25	0	35	28	(−3, 2)(3.4), (−1, 2)(2.6)
(2)	5	$y=(x-2)^2+1$	33	52	4	35	22	52	32	$(x-2)^2+5$(9.8), $(x-2)^2+9$(3.0)
(3)	5	ア 8	34	65	4	16	0	22	50	3(18.7), なし(13.2)
	5	イ 0	35	65	9	15	0	22	50	−1(33.2), 1(4.7), (2, −1)(3.0)
[3](1)	5	$\frac{1}{2}$	48	74	35	9	0	13	43	30° (16.2), $\frac{1}{\sqrt{3}}$(6.8), 2(4.7)
(2)	5	45°	54	65	26	20	9	17	26	60° (6.4), 90° (6.0)
(3)	5	$\pm\frac{4}{5}$	5	13	0	28	4	35	67	$\frac{4}{5}$(43.4), $\frac{2}{5}$(4.3)
(4)	5	$\sqrt{7}$	41	70	4	24	4	30	35	7(7.2), 3(3.0), 5(2.6)

(1) 集合と命題についての基本的な概念の理解を深めさせたい

問題番号	問題(正答)	正答率(上位群／下位群)	無答率(上位群／下位群)	主な誤答例(誤答率)
［１］(10)	A＝{1, 7, 9}, B＝{1, 3, 7}について，集合A∪B＝ $\boxed{\{\quad\}}$ である。 ({1, 3, 7, 9})	37.9% (65.2%／13.0%)	7.7% (0.0%／8.7%)	{1, 7} (40.9%), {3, 9} (7.7%)
［１］(11)	$x=2$ は $x^2=4$ であるための $\boxed{\quad}$ 条件である。 (十分)	29.8% (47.8%／21.7%)	22.1% (4.7%／17.4%)	必要 (23.8%), 必要十分 (5.1%), 絶対 (4.3%)

平成 24 年度の学習指導要領の改訂で数学Ａから数学Ｉに指導内容が変更された集合の分野から，集合と必要条件・十分条件の問題を出題した。どちらも低い正答率であった。また，最も多かった誤答と正答の割合がほぼ同じであることから，共通部分と和集合の違い，必要条件と十分条件の違いが分かっていないと推測される。さらに，(11)は無答率も高いことから，必要条件・十分条件という用語すら覚えていない生徒が多いことが分かる。

【指導上の留意点】

集合や命題は，用語を理解するだけでなく，事象の考察に活用できるようにすることが大切である。

共通部分と和集合を教える際，まずは，クラスや部活動など身近な集合の例を用いて，共通部分や和集合の概念を理解させるとよい。その後，「∩」や「∪」の記号を用いて表すが，これらは「キャップ」・「カップ」と読む方法と，「かつ」・「または」と読む方法がある。

「∩」・「∪」の違いを印象付ける覚え方は，「∩」はクレーンゲームのアームのイメージで，一部の集合と覚え，「∪」は両手を広げた人のイメージで，全部の集合と覚える方法がある。他には，「キャップ」から「帽子」をイメージし，帽子は「かぶる」から被っている部分，と覚える方法もある。

また，具体例をイメージしやすくするために，数学Ａの内容ではあるが，「100 以下の自然数のうち，２または３で割り切れる数の個数を求めよ」などの問題を紹介するのもよいだろう。

必要条件・十分条件の問題は，まずは真偽や包含関係をきちんと答えられるようにすることが大切である。いきなり数式の問題で始めるのではなく，「『Ａ君は○○高校の生徒である』と『Ａ君は高校生である』はどういう包含関係か」といった身近な問題から始め，「命題『平行四辺形ならば，長方形である』の真偽を答えよ」といった問題につなげるのがよいだろう。

必要条件・十分条件の覚え方としては，矢印をお菓子のやりとりと考える方法もある。$p \Rightarrow q$ を，p が q にお菓子をあげたと考える。p はお菓子が「十分」にあるから与えることができ，q はお菓子が「必要」だから受け取る。

また，次のような問題は課題学習のテーマにすることもできるだろう。

問題　『４枚のカード』

ここに４枚のカードがあります。　「Ｉ」　「５」　「Ｊ」　「４」

どのカードも，片面にはアルファベット，もう片面には数字が書かれています。

このカードには「片面に母音（Ａ，Ｉ，Ｕ，Ｅ，Ｏ）が書かれていれば，もう片面には偶数が書かれている」というルールがあります。

このルールが正しいことを証明するためには，４枚のうち，どのカードを最低何枚裏返せばよいでしょう。

5 数学Ⅰ＋Aの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad\quad}$ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ を計算すると $\boxed{\quad\quad}$ である。

(2) $x^2+xy-x-y$ を因数分解すると $\boxed{\quad\quad}$ である。

(3) ２次方程式 $4x^2+x-3=0$ の解は $x=\boxed{\quad\quad}$ である。

(4) 不等式 $|2x-5|>3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad\quad}$ である。

(5) ２次関数 $y=x^2-5x+a$ のグラフが x 軸と接するとき，定数 a の値は $\boxed{\quad\quad}$ である。

(6) 放物線 $y=2(x-1)^2+1$ を x 軸に関して対称移動させたグラフを表す２次関数は $y=\boxed{\quad\quad}$ である。

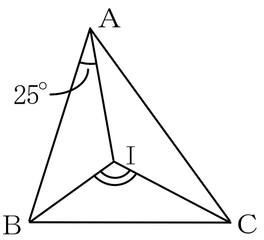
(7) 直線 $y=\sqrt{3}\,x$ と x 軸の正の向きとのなす角は $\boxed{\quad\quad}$ である。

(8) △ＡＢＣにおいて，∠Ａ=60°，外接円の半径が２のとき，辺ＢＣの長さは $\boxed{\quad\quad}$ である。

(9) ６個の数字 0，1，2，3，4，5 からくり返して用いることを許して３桁の整数をつくるとき，３桁の整数は $\boxed{\quad\quad}$ 個ある。

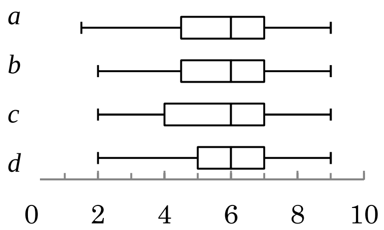
(10) 男子６人，女子４人の中から４人を選ぶとき，女子が少なくとも１人含まれる選び方は $\boxed{\quad\quad}$ 通りである。

(11) 図において，点Ｉは△ＡＢＣの内心である。∠ＢＡＩ＝25° のとき，∠ＢＩＣの大きさは $\boxed{\quad\quad}$ である。

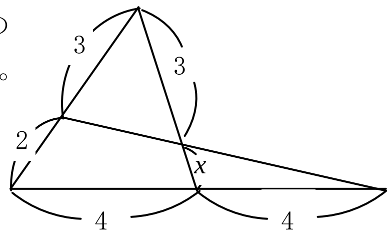


(12) 次のデータを箱ひげ図に表したとき，対応する箱ひげ図は，下の a ～ d のうち $\boxed{\quad\quad}$ である。

点数	2	3	4	5	6	7	8	9	計
人数	1	4	5	6	7	10	4	3	40



(13) 図において，x の値は $\boxed{\quad\quad}$ である。



［２］ ２次関数 $y=x^2-4x+5$ $(-1\leqq x\leqq a)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=1$ のとき，y の最小値は $\boxed{\quad\quad}$ である。

(2) $a>2$ のとき，y の最小値は $\boxed{\quad\quad}$ である。

［３］ △ＡＢＣにおいて，ＡＢ＝8，ＢＣ＝5，∠Ｂ＝60° とするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 辺ＡＣの長さは $\boxed{\quad\quad}$ である。

(2) △ＡＢＣの面積は $\boxed{\quad\quad}$ である。

(3) △ＡＢＣの内接円の半径は $\boxed{\quad\quad}$ である。

［４］ 同じ製品を作る２つの工場Ａ，Ｂがあり，Ａ工場の製品には３％，Ｂ工場の製品には５％の不良品がでる。Ａ工場から100個，Ｂ工場から150個抜き出し，よく混ぜた後に１個を取り出す。次の確率を求めよ。

(1) 取り出した製品が不良品である確率は $\boxed{\quad\quad}$ である。

(2) 取り出した製品が不良品であったとき，それがＡ工場の製品である確率は $\boxed{\quad\quad}$ である。

番号	配点	正　答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[１](1)	5	12	69	95	46	2	0	2	29	1(5.2)，2(3.1)，7(2.0)
(2)	5	$(x-1)(x+y)$	60	96	18	18	0	28	22	$x(x+y-1)-y$ (3.9)， $x(x+y)-(x+y)$ (1.2)
(3)	5	$x=-1,\ \frac{3}{4}$	68	87	46	4	0	5	28	$(4x-3)(x+1)$ (7.0)， 1，$\frac{3}{4}$(1.3)，1，$-\frac{3}{4}$(1.1)
(4)	5	$x<1,\ 4<x$	34	70	4	10	1	16	56	$4<x$ (12.2)，$1<x<4$ (5.6) $x>1$ (1.2)，$x<4$ (1.1)
(5)	5	$a=\frac{25}{4}$	45	86	10	21	2	46	34	0(3.1)，6(2.3)，5(2.0)
(6)	5	$y=-2(x-1)^2-1$	43	76	10	15	0	31	42	$-2(x-1)^2+1$(4.9)， $2(x-1)^2-1$(4.7)，$2(x+1)^2+1$(3.4)
(7)	5	60°	52	90	18	20	2	41	28	30° (6.7)，90° (2.5)
(8)	5	$2\sqrt{3}$	46	80	11	18	6	31	36	4(9.7)，2(4.4)，$\sqrt{3}$(3.7)
(9)	5	180　個	39	57	16	7	1	12	54	100(12.6)，216(6.5)，120(6.0)
(10)	5	195　通り	35	68	5	12	2	20	53	210(2.9)，336(2.2)
(11)	5	115　度	33	60	12	14	5	23	53	100(24.2)，130(10.2)
(12)	5	b	43	50	32	4	1	5	53	c(34.2)，d(13.8)，a(3.7)
(13)	5	1	78	95	64	6	0	10	16	2(5.9)，$\frac{3}{2}$(1.5)，$\frac{1}{2}$(1.5)
[２](1)	5	2	71	98	38	10	0	20	19	1(5.2)，5(2.6)，10(1.9)
(2)	5	1	44	76	16	20	3	32	36	2(12.0)，a^2-4a+5 (4.4)
[３](1)	5	7	65	95	26	12	2	28	23	6(2.7)，$\sqrt{39}$(2.6)
(2)	5	$10\sqrt{3}$	51	87	19	20	1	45	29	10(5.9)，20(3.1)，$20\sqrt{3}$(2.5)
(3)	5	$\sqrt{3}$	25	58	2	32	10	58	43	$\frac{7\sqrt{3}}{3}$(8.4)，2(4.7)，3(3.4)
[４](1)	5	$\frac{21}{500}$	29	57	6	22	4	39	49	$\frac{2}{25}$(8.2)，$\frac{19}{300}$(4.1)，$\frac{1}{25}$(2.5)
(2)	5	$\frac{2}{7}$	13	20	1	35	16	54	52	$\frac{3}{250}$(10.9)，$\frac{3}{100}$(4.0)，$\frac{3}{8}$(2.5)

(1) 絶対値の計算方法を定着させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H24［1］(5)	不等式 $\lvert 2x-5 \rvert < 3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。 $(1<x<4)$	43.0％ (69.0％／15.0％)	$x<4$(14.0％), $-4<x<4$(2.8％)
H25［1］(4)	不等式 $\lvert 2x-5 \rvert > 3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。 $(x<1,\ 4<x)$	34.1％ (69.5％／4.2％)	$x>4$(12.2％), $1<x<4$(5.6％)

H24 から出題している絶対値を含む不等式の問題である。単純に絶対値記号をはずし $2x-5>3$ としてしまい， $x>4$ となる誤答が最も多かった。H24 は不等式 $\lvert 2x-5 \rvert<3$ を出題したが，同様に $x<4$ という誤答が最も多かった。このことから，絶対値そのものの理解が定着していないと考えられる。また， $1<x<4$ という誤答については，「$c>0$ のとき，不等式 $|x|>c$ の解は $x<-c$，$c<x$」という公式を誤って利用してしまった（$-c<x<c$ と勘違いした）ことが原因と予想される。

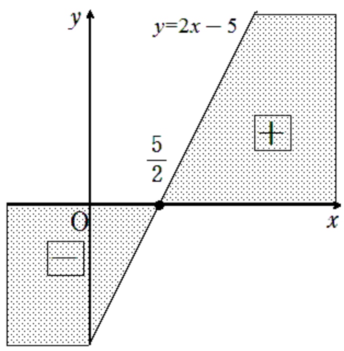
【指導上の留意点】

中学校では１年生で絶対値を学び,「数直線上で０からある数までの距離を,その数の絶対値という」と定義されているが，中学校では x や a といった文字は扱わず，-2 などの具体的な数値しか扱われていない。また，絶対値記号｜｜も扱わない。よって，「絶対値を問われたときには，正の値ならそのまま，負の値なら負の符号を除く」という認識しかできていない生徒も多いのではないかと思われる。文字式や複雑な形の式に対応するために，$\lvert -2 \rvert$ などの絶対値記号を外す際にもただ負の符号を除くというのではなく，-1 をかけて正にするということを理解させたい。

高等学校で習う絶対値の定義（絶対値記号｜｜を用いた）が，中学校で習った定義と同じ意味であることをきちんと説明する。特に，文字式で表すので $a<0$ のとき，$\lvert a \rvert=-a$ として，マイナスにマイナスをかけてプラスに変えることで，すべての場合で，$\lvert a \rvert \geqq 0$ となることをしっかり理解させることが大切である。

また，以下のような方法を用いつつ，繰り返し演習することで絶対値の計算方法を確実に定着させたい。

① グラフを描いて場合分けをさせる

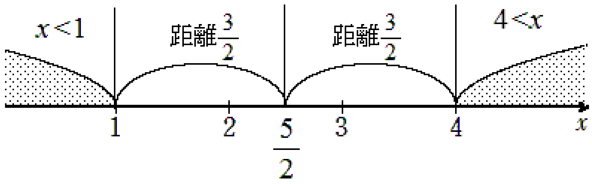


不等式 $\lvert 2x-5 \rvert>3$ を解く際に，例えば最初に $y=2x-5$ のグラフを描き， $x=\frac{5}{2}$ を境目としてグラフが x 軸の上側と下側に分かれるので，$2x-5$ は x の値によって正のときと負のときがあり，場合分けが必要だということを視覚的に気付かせる。その上で， $x \geqq \frac{5}{2}$ のときは， $\lvert 2x-5 \rvert=2x-5$ となり， $x<\frac{5}{2}$ のときは， $\lvert 2x-5 \rvert=-2x+5$ となるという場合分けを理解させる。公式を利用すればすぐ解けてしまう問題でも徹底して場合分けをさせることで，手間と時間はかかるが，高校１年生ではまだ経験の少ない「場合分け」の練習にもなる。

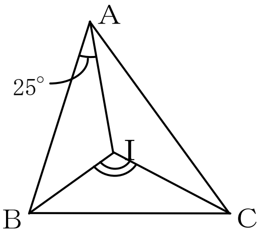
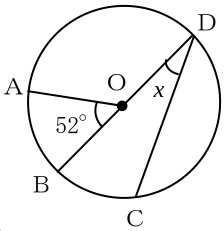
② 数直線を用いて絶対値の定義を理解させ，公式の定着を図る

不等式 $\lvert 2x-5 \rvert>3$ を解く際に，不等式の両辺を２で割って $\left| x-\frac{5}{2} \right| > \frac{3}{2}$ と変形することで，数

直線上で $\frac{5}{2}$ からの距離が $\frac{3}{2}$ より大きい範囲を求めさせる。そうすることで，求める範囲が $x<1$ と $4<x$ の二つあることに気付かせる。また，$\left|x-\frac{5}{2}\right|$ は「$|x|$ を数直線上で正の方向へ $\frac{5}{2}$ だけ平行移動した」と考えることができる。このような数直線を利用した考え方が理解できれば，公式の誤用も少なくなるのではないかと考える。



(2) 三角形の外心・内心の定義・性質を理解させたい

問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
標準学力検査Ⅰ＋Ａ［１］ (11) 図において，点Ｉは△ＡＢＣの内心である。∠ＢＡＩ＝25°のとき，∠ＢＩＣの大きさは □ である。（ 115° ） 	33．3% (60.0%／11.6%)	13．8% (5.3%／23.2%)	100° (24.2%)
入学者数学学力テスト$\boxed{B}$［１］ (11) 図のように，円Ｏの円周上に４つの点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄがある。$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$ であるとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。（$\angle x$ ＝ 26°） 	92．6% (98.7%／87.6%)	0．4% (0.0%／0.7%)	52° (1.8%)

三角形の内心の定義・性質を利用する問題を出題した。中学校までの学習において，円に内接する三角形の性質を学習するため，外心や外接円を扱うことは多い。その際に扱う問題の多くが円周角や中心角を求める問題であり，入学者数学学力テスト$\boxed{B}$［１］(11)の正答率からすると，その内容は定着しているようである。

また，標準学力検査Ⅰ＋Ａ［１］(11)の問題で与えられた図には内接円は描かれていない。最も多かった誤答の 100°（24.2%)は，内心が各頂点の内角の二等分線の交点である性質は理解しているが，外接円を描いて考えたため，$\angle IBA=2\angle BAC$ と間違えてしまったと考えられる。

【指導上の留意点】

中学校では，三角形の外心・内心・重心・垂心の定義・性質などについて，あまり指導されていない。よって，指導する側は生徒がどの程度の知識があるのかよく把握してから指導に当たりたい。

中学校の教科書で，外心・内心・重心・垂心は以下のように扱われている。

○ 外心 / 外接円
- 外心や外接円という用語は，教科書によって発展的な内容として扱っている。
  ただし，「三角形の３つの辺の垂直二等分線は１点で交わる」という証明問題を扱う教科書もある。
- 円に内接する三角形の内容として，接線と弦のつくる角の性質（接弦定理）を用いる問題や，円周角や中心角を求める問題はどの教科書もよく扱っている。ゆえに，生徒は三角形の外側に

円がある図は見慣れていると考えられる。

○ 内心 / 内接円

・内心や内接円という用語は，中学校の教科書にはほとんど出てこない。
ただし,「三角形の角の二等分線は１点で交わる」という証明問題を扱う教科書もある。

○ 重心

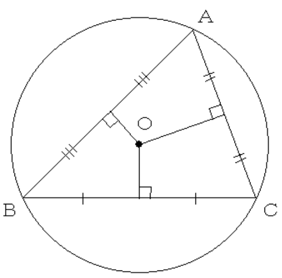
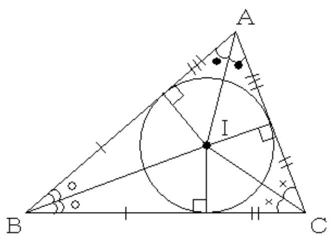
・重心という用語は，教科書によって発展的な内容として扱っている。

・発展的な内容として，三角形の三つの中線が１点で交わることを，中点連結定理を用いて証明している教科書もある。

○ 垂心

・中学校で重心・外心・内心を発展的な内容として扱うことは多いが，垂心はほとんど扱わない。

内心を考える際に,「円の内側に三角形がある」と勘違いしたり，内心と外心の作図方法を覚え間違えたりするなど，内心と外心の定義・性質・作図方法は覚えにくい。そのため，まず図に円を描き，その図から分かることを基に定義・性質を理解させたい。また，下の表のようにまとめることで，三角形の外心・内心の定義・性質の特徴や違いを定着させたい。

	定義	性質	代表的な図	相互関係
外心	・三角形の各頂点が同一円周上にあるとき，その円を外接円といい，その中心を外心という。	・各辺の垂直二等分線は１点（外心O）で交わる。		・正三角形のとき，外心・内心は一致する。
内心	・三角形の各辺が同一円の接線になっているとき，その円を内接円といい，その中心を内心という。	・角の二等分線は１点（内心 I）で交わる。 ・内心から各辺に引いた垂線の長さは全て等しい。 ・各頂点から２接点までの距離は等しい。		・三角形の外接円の半径は，内接円の半径の２倍以上である（正三角形のとき，ちょうど２倍)。

６ 数学Ⅱの問題，結果及びその考察

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{x+3}{x^2-1}-\dfrac{x+4}{x^2-x-2}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。

(2) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{-4}}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。
ただし，虚数単位を i として答えよ。

(3) ３次方程式 $2x^3+5x^2+x-2=0$ の解は $x=$ $\boxed{\quad}$ である。

(4) ２次方程式 $3x^2-2x+1=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\alpha+\beta=$ $\boxed{\text{ア}}$，$\alpha\beta=$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

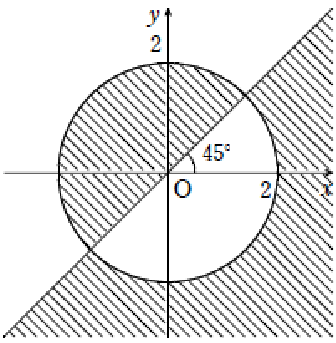
(5) $(x+2y)^5$の展開式における x^2y^3 の係数は $\boxed{\quad}$ である。

(6) 点（－1，2）を通り，直線 $x+3y-5=0$ に垂直な直線の方程式は $\boxed{\quad}$ である。

(7) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，$2\sin\theta-\sqrt{3}\geqq 0$ を満たす θ の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(8) $r>0$，$0\leqq\alpha<2\pi$ として，$\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形にすると $\boxed{\quad}$ である。

(9) 下の図の斜線部分を表す不等式は，下のア～エのうち $\boxed{\quad}$ である。ただし，境界線は含まないものとする。



ア $\begin{cases} x-y<0 \\ x^2+y^2-4<0 \end{cases}$

イ $\begin{cases} x-y>0 \\ x^2+y^2-4>0 \end{cases}$

ウ $(x-y)(x^2+y^2-4)<0$

エ $(x-y)(x^2+y^2-4)>0$

(10) $\log_3\dfrac{9}{8}+\log_3 54-\log_3\dfrac{3}{4}$ の値は $\boxed{\quad}$ である。

(11) 7^{12} は $\boxed{\quad}$ 桁の数である。
ただし，$\log_{10}7=0.8451$ とする。

(12) $y=x^3-2$ 上の点（1，－1）における接線の傾きは $\boxed{\quad}$ である。

(13) ２つの放物線 $y=x^2+2x$，$y=-x^2+4$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{\quad}$ である。

［２］ ２点Ａ(0，0)，Ｂ(6，0)について，次の各問いに答えよ。

(1) 線分ＡＢを２：１に内分する点は $\boxed{\text{ア}}$，２：１に外分する点は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) ２点Ａ，Ｂからの距離の比が２：１である点Ｐの軌跡は，中心 $\boxed{\text{ア}}$，半径 $\boxed{\text{イ}}$ の円である。

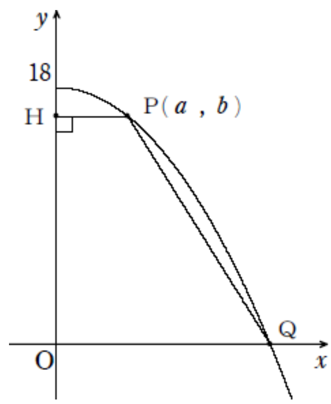
［３］ 関数 $y=4^x-2^{x+2}+3$ $(0\leqq x\leqq 2)$ について，$2^x=t$ として，次の各問いに答えよ。

(1) t のとりうる値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(2) y を t の式で表すと，$y=$ $\boxed{\quad}$ である。

(3) y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

［４］ 関数 $y=-2x^2+18$ $(x>0)$ がある。この関数のグラフと x 軸との交点をＱとする。また，このグラフ上の点Ｐ(a, b)から y 軸に垂線ＰＨをおろす。このとき次の各問いに答えよ。ただし，$0<a<3$ とする。



(1) 台形ＰＨＯＱの面積 Sを a で表すと $S=$ $\boxed{\quad}$ である。

(2) 面積 Sの最大値は $\boxed{\quad}$ である。

番号	配点	正　答	上位群 正答率 下位群		上位群 無答率 下位群		誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
［１］(１)	5	$-\dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$	55	73 32	8	1 15	37	$\dfrac{-2x-2}{x^3-2x^2-x+2}$ (4.9)，　$\dfrac{-2}{(x+1)(x-2)}$ (2.9)
(２)	5	$-\sqrt{2}i$	37	45 19	3	1 4	60	$\dfrac{\sqrt{2}}{i}$ (29.6)，　$\sqrt{2}i$ (13.6)
(３)	5	$x=-2,\ -1,\ \dfrac{1}{2}$	56	82 20	17	2 37	27	-1 (6.0)， $(x+1)(x+2)(2x-1)$ (3.0)
(４)	5	ア　$\alpha+\beta=\dfrac{2}{3}$	64	91 38	10	0 24	26	$-\dfrac{2}{3}$ (5.9)，　$\dfrac{3}{2}$ (1.7)
		イ　$\alpha\beta=\dfrac{1}{3}$	62	86 30	11	0 24	27	$-\dfrac{1}{3}$ (6.8)，3(3.5)
(５)	5	80	48	73 26	12	3 20	40	40(6.9)，8(6.0)
(６)	5	$3x-y+5=0$	58	93 16	20	1 46	22	$y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3}$ (2.6)，　$y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$ (2.1)
(７)	5	$\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta\leqq\dfrac{2}{3}\pi$	53	90 14	23	2 43	24	$60°\leqq\theta\leqq120°$ (1.6)， $\dfrac{\pi}{6}\leqq\theta\leqq\dfrac{5}{6}\pi$ (1.6)
(８)	5	$2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)$	46	74 11	30	3 55	24	$2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)$ (10.2)，　$\sqrt{3}\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)$ (0.5)
(９)	5	エ	22	28 11	4	1 6	74	ウ(34.9)，イ(20.9)，ア(17.3)
(10)	5	4	51	87 25	24	4 33	25	81(3.7)，　$\log_3\dfrac{435}{8}$ (2.3)
(11)	5	11　ケタ	45	55 29	19	6 29	36	10(13.9)，12(3.4)
(12)	5	3	45	67 10	24	6 43	31	1(6.7)，$y=3x-4$ (5.4)
(13)	5	9	35	50 8	26	5 44	39	$\dfrac{9}{2}$ (6.0)，12(2.3)
［２］(１)	5	ア　(4，0)	73	98 51	6	0 9	21	4(4.8)
		イ　(12，0)	61	92 25	8	0 13	31	(9，0)(5.2)，(－6，0)(3.8)
(２)	5	ア　中心(8，0)	26	57 2	36	12 53	38	(4，0)(5.7)，(0，0)(3.8)
		イ　半径４	29	62 6	37	12 54	34	2(7.1)，3(5.5)
［３］(１)	5	$1\leqq t\leqq 4$	51	91 7	22	0 50	27	$0\leqq t\leqq 4$ (4.2)，$1\leqq t\leqq 3$ (2.7)
(２)	5	$y=t^2-4t+3$	52	92 6	21	0 49	27	t^2-2t+3 (4.8)， $-t^2+2t+3$ (4.2)
(３)	5	-1	44	84 6	26	0 58	30	0(6.7)，2(4.9)，1(3.1)，3(3.0)
［４］(１)	5	$-a^3-3a^2+9a+27$	39	74 6	31	1 60	30	$\dfrac{(a+3)b}{2}$ (11.4)
(２)	5	32	30	59 2	48	17 70	22	27(3.8)

(1) 複素数の計算方法を定着させたい

年度	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
H25	［１］(2) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{-4}}$ を計算すると$\boxed{}$である。ただし，虚数単位を i として答えよ。　（$-\sqrt{2}i$）	36.5% (45.0%／19.3%)	$\dfrac{\sqrt{2}}{i}$ (29.6%), $\sqrt{2}i$ (13.6%), $\dfrac{2}{i}$ (2.7%)

虚数単位 i を含む計算問題は例年出題している。H25 は，H17(正答率 24.0%)と同じ問題で，H17 よりは高い正答率(36.5%)であったが出題の形式の異なる前年度よりは低い結果となった。主な誤答は $\dfrac{\sqrt{2}}{i}$ であり，H17 でも 21.7%の誤答があった。これは $\sqrt{-4}=2i$ は理解できているものの，i を分母に残したままではいけないということが理解できていないことが理由の一つになっていると考えられる。

また，$\sqrt{2}i$ という誤答は $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{-4}}=\sqrt{\dfrac{8}{-4}}=\sqrt{-2}=\sqrt{2}i$ としたためであると考えられる。H17 では 10.7%の誤答があった。これは $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ が成り立つのは $a>0$，$b>0$ のときのみであることが定着していないためであると考えられる。

【指導上の留意点】

複素数は，$a+bi$ の形で表すのが一般的であるので，答えは分母に i が残ったままではいけないということを認識させる。H22 からH24 では「$\dfrac{1}{\sqrt{2}+i}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-i}$ を計算せよ」という問題を出題したところ，正答率はすべて 60%を超えていた。つまり，分母が $a+bi$ の形である式を計算する問題にはよく対応できているので，計算の過程において分母が純虚数である場合も分母を実数化させることを確認させたい。

年度	問　題	正答率
H22	$\dfrac{1}{\sqrt{2}+i}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-i}$	70.4%
H23		63.2%
H24		62.6%

類題として，$\dfrac{8}{\sqrt{32}}$ の計算方法について確認させる。この式のように，$\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ と変形し約分をすると $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ になるが，分母の有理化をすることによって更に簡単な形にできることを確認させる。今年度の問題も同様に，分母分子に i をかけることによって分母が実数化されて式が簡単になるということを理解させ，計算方法の定着につなげることが大切である。

また，$\dfrac{\sqrt{2}}{i}=\dfrac{\sqrt{2}}{0+i}=\dfrac{\sqrt{2}(0-i)}{(0+i)(0-i)}=-\sqrt{2}i$ と $a+bi$ の形と同じ方法で計算させれば，分母の実数化ができる生徒が増えるかもしれない。

(2) 内分点，外分点の求め方を定着させたい

年度	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
H25	［2］ 2点A（0，0），B（6，0）について，次の各問いに答えよ。 (1) 線分ABを2：1に内分する点は $\boxed{ア}$，2：1に外分する点は $\boxed{イ}$ である。 （ア（4，0），イ（12，0））	ア 73.2% （98.2%／50.5%） イ 61.4% （91.7%／24.8%）	ア　4　（4.8%） イ（9，0）（5.2%）， （−6，0）（3.8%）

内分点，外分点の求める問題はここ数年出題されていなかった。結果，外分点に対しては下位群の正答率が 24.8%となった。これは，単に公式を覚えていないだけでなく外分点の図形的意味を理解していないことも理由の一つと考えられる。

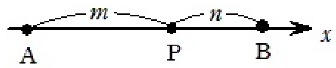
【指導上の留意点】

本問では2点がA（0，0），B（6，0）であり，公式を忘れてしまっても座標平面上に点がとれれば答えは出すことはできる。特に下位群には，下記のように x 座標に注目させ，指導したい。

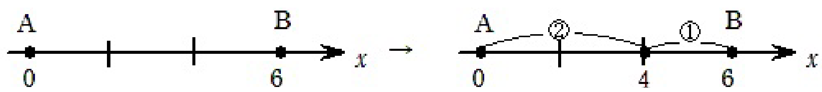
<u>～基準となる1メモリを見つけよう！～</u>

<内分点>

線分ABを m:n に内分する点Pの図形的意味として AB＝AP＋BP より，線分ABを(m+n)等分したものを，1メモリとして考える。



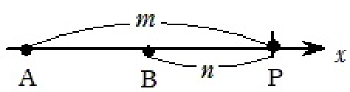
本問：2点A（0，0），B（6，0）について，線分ABを2：1に内分する点Pを求めよ。
考え方：ABを2+1=3等分したものを，1メモリ（距離2）と考えるから，点Aから点Bの方向に2メモリ（距離4）進んだ点が点Pとなる



<外分点>

線分ABを m：n に外分する点Pの図形的意味として m>n のときは AB＝AP－BP より，線分ABを（m−n）等分したものを，1メモリとして考える。

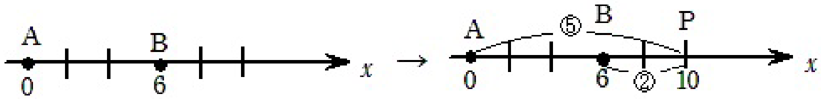
m>n のとき



m<n のときも同様に考える。

また，点Pは，m−n>0 のときは点Bの右側，m−n<0 のときは点Aの左側にあると考える。

類題：2点A（0，0），B（6，0）について，線分ABを5：2に外分する点Pを求めよ。
考え方：ABを5−2=3等分したものを，1メモリ（距離2）と考えるから，点Aから点Bの方向に5メモリ（距離10）進んだ点が点Pとなる



(3) 面積を確実に求めさせたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	誤答例（誤答率）
H23 [1](11)	放物線 $y=x^2$ と直線 $y=4x$ とで囲まれた部分の面積は $\boxed{}$ である。$\left(\dfrac{32}{3}\right)$	55.0%（86.0%／28.0%）	4（3.5%），8（2.6%）
H25 [1](13)	２つの放物線 $y=x^2+2x$，$y=-x^2+4$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{}$ である。(9)	35.1%（49.5%／8.3%）	$\dfrac{9}{2}$（6.0%），12（2.3%）

面積を求めさせる問題は例年出題している。今回，二つの放物線で囲まれた部分の面積を求める問題について出題した。その結果，H23 の放物線と直線で囲まれた部分の面積を求める問題よりも正答率が約 20 ポイント下がった。

原因として，H23 の問題は定積分の下端が０であったのに対し，H25 の問題では定積分の上端もしくは下端が０でなかったことで，計算ミスを起こしやすかったことが考えられる。

また，誤答の中で一番多かったのが $\dfrac{9}{2}$ であったため，下記に挙げる公式①を正しく使うことができていなかったと考えられる。

【指導上の留意点】

「放物線と直線」や「放物線と放物線」とで囲まれる部分の面積を求める際には，公式①を使うと計算が簡単になる。

$$\int_{\alpha}^{\beta} a(x-\alpha)(x-\beta)dx = -\frac{a}{6}(\beta-\alpha)^3 \quad \cdots\text{公式①}$$

ただし，今回の問題で公式①を使うときに注意しなければいけなかった点は，面積を求める際，a の値が－２となる点である。生徒は「放物線と直線（放物線）で囲まれた部分の面積」を求めるときに，公式①を使うと簡単に計算できることを習う。しかし，放物線の２次の係数が１である問題を扱うことが多く，今回も a の値を－１と思い込んで解いてしまったと推測される。

間違いを減らすには，まず『 $\alpha \leqq x \leqq \beta$ の範囲で $f(x) \geqq g(x)$ のとき，$y=f(x)$ と $y=g(x)$ のグラフおよび２直線 $x=a, x=b$ で囲まれた部分の面積 S 』を求める問題では，まず『 $S=\int_{\alpha}^{\beta}\{f(x)-g(x)\}dx$ 』を必ず書くことを定着させることが有効である。さらに，次のように因数分解まで書くことを確実に定着させることで，a の値をきちんと意識して面積を正確に求めることができる。

$$S=\int_{\alpha}^{\beta}\{f(x)-g(x)\}dx$$
$$=\int_{\alpha}^{\beta}(ax^2+bx+c)dx$$
$$=\int_{\alpha}^{\beta}a(x-\alpha)(x-\beta)dx$$

２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が２つの解 α，β をもつとき

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$$

例：$-2x^2+5x-2=-(2x-1)(x-2) \cdots \times$

$$=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-2) \cdots ○$$