

(1) 二次方程式の解法を身に付けさせたい

	問題 (正答)	正答率	無答率	主な誤答例 (誤答率)
H24[1] (4)	二次方程式 $x^2-6x+5=0$ を解きなさい。 ($x=1, 5$)	60.8%	11.2%	$x=2, 3$ (4.7%)
H25[1] (4)	二次方程式 $x^2+3x+1=0$ を解きなさい。 $\left(x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}\right)$	61.5%	13.5%	$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ (2.9%)
H26[1] (8)	二次方程式 $x^2-5=0$ を解きなさい。 ($x = \pm\sqrt{5}$)	32.6%	22.6%	$x = \sqrt{5}$ (22.0%)

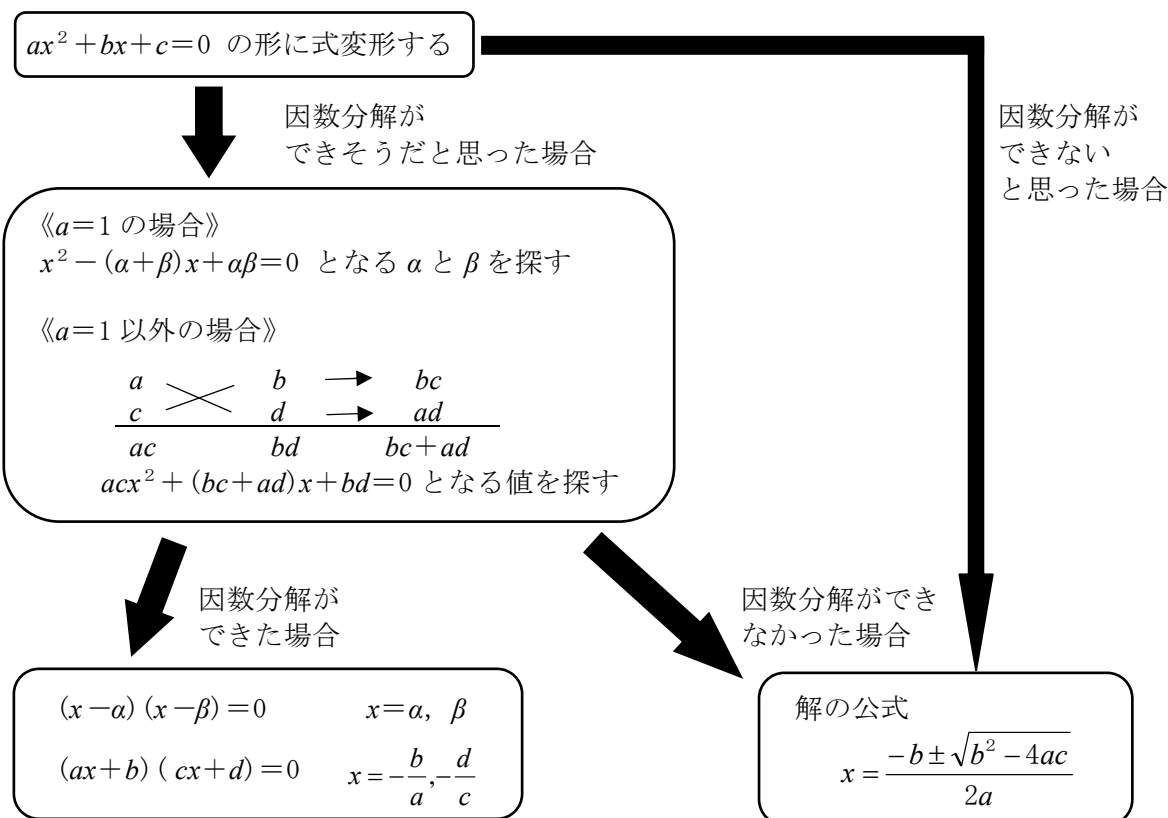
二次方程式の問題を毎年出題している。H24 や H25 の因数分解や解の公式が利用しやすい場合の正答率は 60% 以上であったが、H26 の正答率は 32.6% であった。

最も多い誤答の $x = \sqrt{5}$ は、 $x^2 - 5 = 0$ を $x^2 = 5$ と変形したが、5 の平方根には $-\sqrt{5}$ もあることを忘れたと思われる。また無答率が 22.6% と上がった原因は、因数分解や解の公式が利用しにくかったためであろう。

【今後の指導に向けて】

二次方程式の実数解は、重解の場合も二つの解が重なっていると考えれば、常に二つあることを強調して説明する。また、どのような二次方程式でも解の公式を利用すれば解けるということを指導しておきたい。

今回出題した $x^2 - 5 = 0$ のような問題は、 x の係数が 0 ($x^2 + 0x - 5 = 0$) と考え、解の公式の b に 0 を代入することで、 $x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} = \frac{\pm 2\sqrt{5}}{2} = \pm\sqrt{5}$ と求めることができると説明する方法もある。以下に、二次方程式の解法をフローチャートで示す。



(2) 問題を読み取り、立式する力を身に付けさせたい

<p>問題 H26[3] (正答)</p> <p>25 Lの水がはいった容器から毎分同じ量の水を出し続けたら 20 分後には 15 L になった。右のグラフは水を出し始めてから x 分後の残った水の量を y L として、x と y の関係を表したものである。</p> <p>次の問いに答えなさい。</p> <p>(2) 容器に水が残っているとき、y を x の式で表しなさい。</p> $\left(y = -\frac{1}{2}x + 25 \right)$	<p>正答率 (上位群/下位群)</p>	<p>無答率 (上位群/下位群)</p>
	<p>13.1% (33.3%/0.0%)</p>	<p>42.7% (18.2%/66.7%)</p>
	<p>主な誤答例 (誤答率)</p> <p>$y = \frac{3}{4}x$ (5.3%), $y = \frac{1}{2}x$ (5.0%)</p>	

[3](2)は立式させる問題を出題した。下位群の正答率が0.0%で無答率が66.7%、上位群の正答率も33.3%と、立式を苦手とする生徒がいることが分かる。

主な誤答例について、 $y = \frac{3}{4}x$ と答えた生徒は、求める式を $y = ax$ とおき、問題文「20分後に15Lになった」ことから、 $a = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ と求めたと思われる。

また、 $y = \frac{1}{2}x$ と答えた生徒は、問題文「25Lの水が・・・20分後に15Lになった」ことから、水量を $25 - 15 = 10$ と計算し、水量が「10L減った」ということを忘れてしまい、 $a = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ と求めたと思われる。これら以外にも、一次関数 $y = ax + b$ の傾き a が正になっている誤答が16.3%を占めていることから、正しく傾き a の値を求めることができていない。

【今後の指導に向けて】

対応表										
時間 [x]	0				20					
容器内の残った水量 [y]	25				15					

問題文やグラフから立式するには、上記のような対応表を作るとよい。抽出する2点を選ぶことで、一次関数 $y = ax + b$ の傾き a の値が求めやすくなる $\left(a = \frac{15 - 25}{20 - 0} = -\frac{1}{2} \right)$ 。また、 y 切片にも気付きやすくなる ($x = 0$ のときが y 切片で $b = 25$)。求めた関数に対して、与えられた値を代入して関数が正しいことを確認することも大切である。

グラフは、傾きが正のとき上向き、傾きが負のとき下向きとなることを強調し、今回の問題のグラフは下向きであることから、傾き a の値は負であると気付くようにさせたい。このことを印象付けるために、例えば、「数学のテストの点数が60点から80点に上がって、嬉しい \blacktriangleright (気分が上がる)」。80点から60点に下がって、へこむ \blacktriangleleft (気分が下がる)。「景気が上向き \blacktriangleright , 不景気 \blacktriangleleft 」とよいことは上向き、よくないことは下向きと日常生活と結び付けるとよいのではないかな。