(1)　解の公式に関わる計算を確実に行わせたい

年度	［１］ 問題　（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
H23	(4) $2x^2+5x+1=0$ $\left(x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{4}\right)$	76.5% (95.0%／48.0%)	$\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$ (1.3%)，$\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$ (0.7%)， $\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$ (0.7%)
H24	(4) $3x^2+6x+1=0$ $\left(x=\dfrac{-3\pm\sqrt{6}}{3}\right)$	63.9% (80.0%／41.0%)	$-1\pm2\sqrt{6}$ (2.8%)，$2\sqrt{6}$ (2.7%)， $\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{3}$ (2.0%)
H25	(4) $(x+1)^2=6x$ $\left(x=4\pm\sqrt{3}\right)$	74.8% (91.0%／54.0%)	$-4\pm\sqrt{3}$ (1.7%)，$2\pm2\sqrt{3}$ (1.6%)， $2\pm\sqrt{2}$ (1.4%)
H26	(6) $x^2+2x-4=0$ $\left(x=-1\pm\sqrt{5}\right)$	69.3% (96.1%／49.0%)	$\pm\sqrt{5}$ (2.6%)，$-2\pm\sqrt{5}$ (1.6%)， $1\pm\sqrt{5}$ (1.2%)，$\sqrt{5}$ (1.2%)

［１］(6)で二次方程式について出題した。H23 以外の年度は，解の公式を用いて計算し，更に約分を行う形式の出題であった。約分を必要としないH23 の正答率が最も高かった。解の公式については定着しているようであるが，H25 の誤答 $\dfrac{4\pm\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}}=2\pm2\sqrt{3}$ やH26 の誤答 $\dfrac{-2\pm\cancel{2}\sqrt{5}}{\cancel{2}}=-2\pm\sqrt{5}$ のように，分数の一部の項のみを約分してしまう生徒もいることがわかる。さらに，H26 の誤答$\pm\sqrt{5}$ のように，$\dfrac{-2\pm\cancel{2}\sqrt{5}}{\cancel{2}}$ と約分しながらも，$\cancel{\dfrac{-2}{2}}=0$ とする生徒もいる。

【今後の指導に向けて】

分数式の約分を正確に行うことは，計算を行う上で重要であり，苦手な生徒に対して早期指導が必要である。例えば $\dfrac{6x+5}{4}=\dfrac{6x}{4}+\dfrac{5}{4}$ であるから $\dfrac{3x+5}{2}$ ではないこと，また，$\dfrac{-2\pm2\sqrt{5}}{2}=\pm\sqrt{5}$ としてしまう生徒に対しても，$\dfrac{-\cancel{2}}{\cancel{2}}=-1$ であり０ではないことを十分に理解させた上で，確実に約分ができるための練習を行いたい。計算の苦手な生徒に対しては，中学校までに習う計算の小テストを実施するなど，反復的な指導が必要である。

「部分的な約分を防ぐ指導例」

$\dfrac{6x+5}{4}$ ・・・６と５と４のすべてが約分できないとだめ（ハートで囲むことで分子が一つの式であることを意識させる）。

$\dfrac{6x+5}{4}=\dfrac{1}{4}\times(6x+5)\neq\dfrac{3x+5}{2}$ と，分配法則を用いて気付かせてもよい。

また，$\dfrac{-\cancel{2}}{\cancel{2}}=0$ とする生徒に対しては，$\dfrac{-\overset{1}{\cancel{2}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{5}}{1\,\cancel{2}}=-1\pm\sqrt{5}$ のように，約分した後の１を省略しないで書くことを徹底したい。

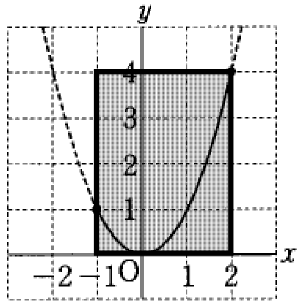
(2)　グラフを利用して問題を解くという意識を身に付けさせたい

[1](9) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ であるとき，y の変域が $a\leqq y\leqq 4$ である。a の値を求めなさい。　($a=0$)	正答率(上位群／下位群)	無答率
	67.6%(94.8%／41.2%)	2.7%

二次関数で x の変域から y の変域を求める問題を出題した。最も多かった誤答は $a=1$(24.6%)で，これは定義域の端の値である $x=-1$ をそのまま $y=x^2$に代入したものである。正答率から，下位群の生徒の多くが二次関数のグラフをかかずに，定義域の端の値だけ代入して解答しているものと考えられる。

【今後の指導に向けて】

高校では，定義域における最大値・最小値を求めたり，不等式を解いたりする問題を，グラフを描いて値の変化に注目して解くことが多い。このことを視野に入れて，グラフを利用して問題を解くという意識を身に付けさせたい。図のように両軸に平行な長方形で x の変域と y の変域を囲うなどして，頂点を含む形で変域を考えることを強調したい。



また，関数についての初期指導では，中学校と高校の次のような違いに気をつけて指導したい。

- 二次関数のグラフの形について，中学校では，「上に開いている，下に開いている」と呼ぶのに対して，高校では，「下に凸，上に凸」といい「上・下」が逆になっている。
- 変数のとりうる値の範囲について，中学校では，「x の変域，y の変域」と呼ぶのに対して，高校では，「定義域，値域」という。また，変域の端の点の「含む，含まない」をグラフ上で表す「●，○」については既習である。
- 中学校では，「関数の最大値・最小値」という表現は用いられていない。
- 中学校では，図やグラフがはじめから提示されている場合が多く，自分で図を描くという習慣が少ない。

(3) 代表値（平均値，中央値，最頻値）を用いてデータを分析する力を身に付けさせたい

テスト$\boxed{\text{A}}$［２］(2)，テスト$\boxed{\text{B}}$［２］(2)

右の表は，ある中学校の３年生男子 55 人が，バスケットボールのフリースローを 10 回ずつおこなって，ボールのはいった回数を度数分布表に表したものである。中央値を求めなさい。　（３）

はいった回数（回）	度数（人）
1	11
2	16
3	7
4	6
5	7
6	6
7	2

	正答率／無答率	主な誤答例(誤答率)
テスト$\boxed{\text{A}}$	34.4%／12.2%	4(19.3%)，2(14.5%)，2.5(3.6%)
テスト$\boxed{\text{B}}$	60.0%／ 2.7%	2(14.9%)，2.5(8.6%)，4(7.6%)

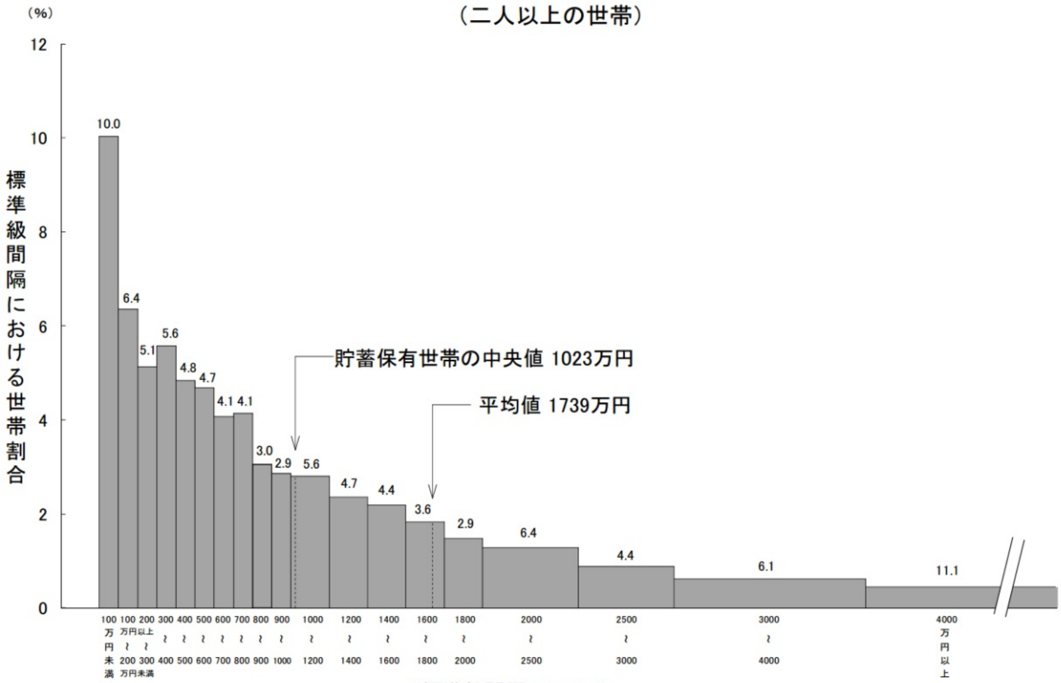
「資料の活用」から，度数分布表から中央値を求める問題をテスト$\boxed{\text{A}}$，テスト$\boxed{\text{B}}$で出題した。主な誤答例は度数の最頻値である２や，ボールのはいった回数の中央の値である４などがあり，中央値の定義が定着していないと思われる。

【今後の指導に向けて】

データの代表値である平均値，中央値，最頻値を正しく求められることはデータを分析する上で必要なことなので，数学Ⅰで「データの分析」を学習する際にもう一度求める方法を確認したい。また，平均値，中央値，最頻値を正しく求めることに加えて，それぞれの値の違いを理解させ，これらからデータを分析する力を身に付けさせることも必要である。そこで，貯蓄現在高のデータ（図１）を例に挙げて考えてみたい。

このデータの平均値は 1739 万円である。中央値は 1023 万円で，平均値と 700 万円以上の差があることから，外れ値（他と比べて大きく値が異なる値）によって平均値が押し上げられていることが分かる。また，「中央値＜平均値」からデータは左に偏っていることが予想され，確かに最頻値は 100 万円未満となっている。このデータについて年代別に中央値を見てみると表のようであることから，貯蓄が 1000 万円未満であるのは 20 代や 30 代の若い世代であるということが分かる。さらに，勤労者世帯に限った平均値は 1244 万円，中央値は 735 万円という

図１　貯蓄現在高階級別世帯分布－2013年－
（二人以上の世帯）



ことから，このデータは退職者世帯が数値を押し上げているということも分かる。これ以外にも年収別に貯蓄の中央値をみるなど，一つのデータをさまざまな角度から分析する力を身に付けさせたい。

年代別の中央値

20 代	30 代	40 代	50 代	60 代
200 万円	405 万円	640 万円	900 万円	1398 万円

（出典：総務省統計局家屋調査報告平成 25 年平均結果速報）

⑷ 球の表面積と体積の公式を定着させたい

問題（正答）		正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
［５］⑴ 半径 r の球の表面積をいえ。 $(4\pi r^2)$		66.0% (96.1%／29.4%)	9.7% (0.0%／20.9%)	$\frac{4\pi r^2}{3}$ (4.1%), πr^2 (2.3%)
半径 r の球の体積をいえ。 $\left(\frac{4\pi r^3}{3}\right)$		72.3% (98.0%／38.6%)	8.7% (0.0%／20.3%)	$4\pi r^3$ (2.5%), $4\pi r^2$ (2.1%)
	テスト $\boxed{A}$	22.6% (45.5%／3.0%)	35.3% (6.1%／54.5%)	πr^2 (6.2%), $4\pi r^2$ (4.2%)

中学１年生で習う球の表面積と体積の公式の定着を確認するために出題した。体積の公式は，テスト $\boxed{A}$ の分野でも出題した。上位群の生徒の正答率は高いが，下位群やテスト $\boxed{A}$ を受験した生徒の正答率は30%前後であった。高等学校では数学Ⅲの積分の分野まで扱われないので，これを機に公式の再確認をさせたい。

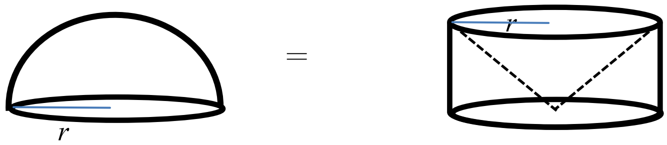
【今後の指導に向けて】

高等学校入学時では，積分を習っていないので球の表面積や体積の公式は，直感的に分かりやすい題材で説明するのが効果的である。

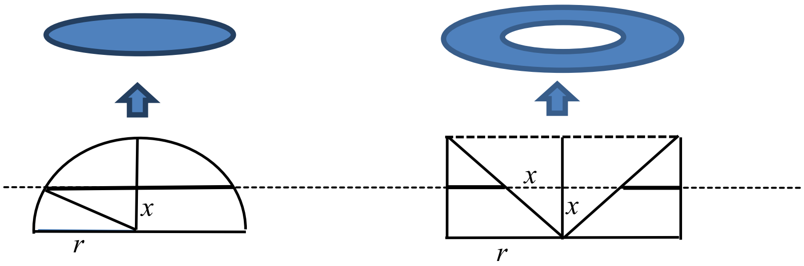
例えば表面積は，野球のボールの表皮を題材に覚えさせる方法がある。野球のボールの表皮をはがすと８の字の皮が２枚出てくる。その８の字を円が二つとみなすことで，表面積は半径が r の円が４つあると考えて $\pi r^2\times 4$ となる。

また体積はカヴァリエリの原理（二つの立体が平行な二つの平面に挟まれているとき，二つの平面に平行な任意の平面に対しそれぞれの交わりの部分の面積が等しいならば，二つの立体の体積は等しい）を用いて説明をするとよい。

半径 r の半球と，底面積が半径 r の円で高さが r の円柱から，半径 r の円で高さが r の円錐を抜き取った体積とを比較する。



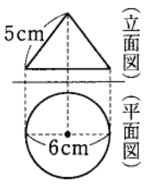
底面から高さ x で底面に平行な平面との交わり部分の面積は，どちらも $\pi(r^2-x^2)$ となることから，二つの体積は等しい。



よって（半球の体積）＝（円柱の体積）－（円錐の体積）＝ $(\pi r^3) - \left(\frac{\pi r^3}{3}\right) = \frac{2\pi r^3}{3}$ となり，

球の体積は $\frac{4\pi r^3}{3}$ となる。

(5) 数学的活動を通して投影図を考えさせたい

問題（正答）	正答率（上位群／下位群） 無答率（上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
［１］(12) 図はある立体の投影図である。 この立体の体積を求めなさい。 ただし，円周率は π とする。(12π) 	63.9% (95.4%／28.1%) 6.6% (0.0%／13.7%)	15π(4.3%)， 48π(4.0%)

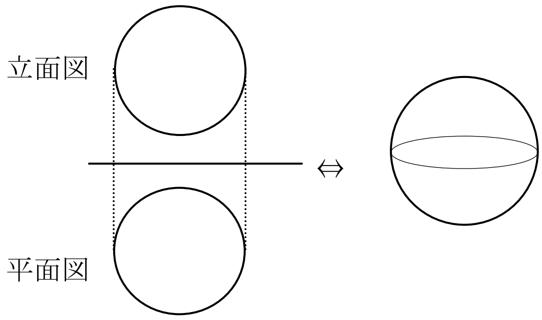
全体の正答率は63.9%であった。下位群の正答率が30%を切った。さらに，下位群の無答率は13.7%であった。

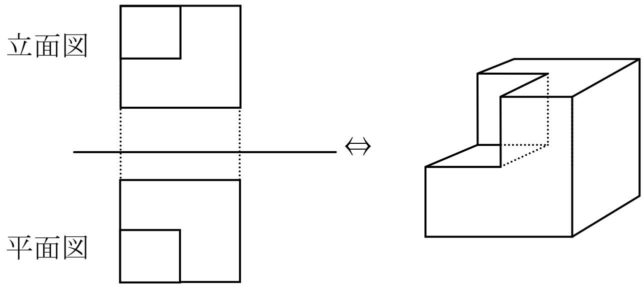
主な誤答例の 15π は立体の高さを５cm と勘違いしたためで，実際に立体図を描いて高さを調べれば減らすことのできる誤答であったと思われる。また 48π という誤答は底面積を求めるときに直径の２乗で計算をしてしまったと思われる。どちらの誤答も，立体は円錐となり体積の計算では $\frac{1}{3}$ 倍するということは分かっていたと推測される。

【今後の指導に向けて】

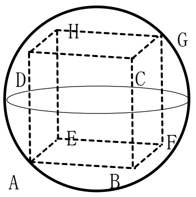
投影図の問題では，投影図から読み取れる立体を描き，その立体図で計算方法を考えたい。そのために，たくさんの例題を解き，投影図からイメージできる立体を描く練習をさせたい。また，粘土などを使って実際の模型を作り，その立体の概形を考えさせたり，逆に与えられた空間図形の模型から投影図を描かせたりするなど，数学的活動を通して思考力を養いたい。

例題





(6) 空間図形の応用問題は数学的活動を通して考える力を付けたい

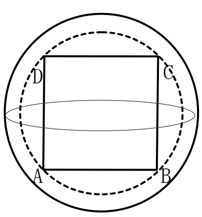
問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （誤答率）
［５］(2) 半径３ｃｍの球にぴったりはいった立方体の１辺の長さを求めよ。  ($2\sqrt{3}$)	10.4% (24.2%／0.0%)	18.1% (9.2%／27.5%)	$3\sqrt{2}$ (24.5%)， 4(8.6%)

半径の決まっている球に内接する立方体の１辺の長さを求める問題を出題したところ，正答率は10.4%であった。主な誤答の$3\sqrt{2}$ は正方形ＡＢＣＤでの切断面が中心を通り，球に内接すると勘違いをして求めたものであると思われる。

【今後の指導に向けて】

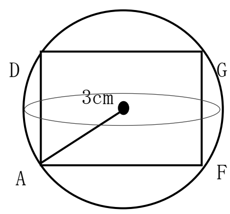
球にぴったりはいった立方体の１辺の長さを求める問題では，与えられた図を見るだけで考えるのではなく，いろいろな切り口の図をイメージし，どこの長さが分かっていて，どこの長さを求める問題なのかを正確に理解しなければならない。そのためには切断した図を実際に描く作業が大切である。

平面ＡＢＣＤでの切断面（誤答）



球の中心は通らない

平面ＡＦＧＤでの切断面（正答）



球の中心を通る

切断面の学習には割り箸などで作った骨組みの模型に，大きな輪ゴムで適宜周りを囲んで切断面を見せるのも効果的である。