付　平成 26 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日までの間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 17 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表 12

テスト／項目	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,975	6,975	8,346
平均点	49.0	48.2	43.5
標準偏差	24.3	26.4	28.2

(2) 得点分布（%）　　表 13

テスト／得点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	5.5	6.1	6.1
80 ～ 89	7.3	8.4	7.5
70 ～ 79	10.0	11.0	9.1
60 ～ 69	12.2	11.1	9.9
50 ～ 59	13.6	11.4	9.3
40 ～ 49	13.8	12.1	9.9
30 ～ 39	13.4	11.3	9.8
20 ～ 29	10.7	10.8	11.7
10 ～ 19	9.6	10.2	12.8
0 ～ 9	3.9	7.6	13.9

(3) 調査問題別平均点分布（校）　　表 14

テスト／平均点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上		2	4
75～80未満	1	5	5
70 ～ 75	2	8	7
65 ～ 70		4	12
60 ～ 65	4	9	8
55 ～ 60	2	11	7
50 ～ 55	6	6	13
45 ～ 50	4	6	10
40 ～ 45	2	14	13
35 ～ 40	5	6	3
30 ～ 35	1	7	11
25 ～ 30	3	8	9
20 ～ 25	2	10	13
15 ～ 20		4	14
15未満		3	14
計	32	103	143

平成２６年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ　基　本

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $(a^2)^3\times a^3=$ $\boxed{}$ である。

(2) $(x+y+2)(x+y-2)$ を展開すると $\boxed{}$ である。

(3) $3x^2-20x+12$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(4) $|2-7|=$ $\boxed{}$ である。

(5) $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)=$ $\boxed{}$ である。

(6) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+1}$ の分母を有理化すると $\boxed{}$ である。

(7) １次不等式 $2x+5\geqq 5x-7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

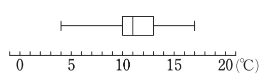
(8) ２次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解くと $x=$ $\boxed{}$ である。

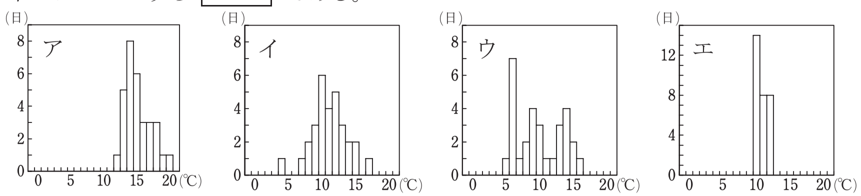
(9) ２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(10) 集合 A＝{1, 7, 9}，B＝{1, 3, 7} について，集合 A∪B＝ $\boxed{\{\}}$ である。

(11) 自然数 n について，命題「n が 12 の約数ならば，n は 18 の約数である」は偽であり，反例を一つあげると，n ＝ $\boxed{}$ である。

(12) 右の図は１日の平均気温 30 日分の箱ひげ図である。対応するヒストグラムは，下のア～エのうち $\boxed{}$ である。





(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	{　　　　}
(11)	
(12)	

学年　　組　　番　氏名

［２］ 次の各問いに答えよ。

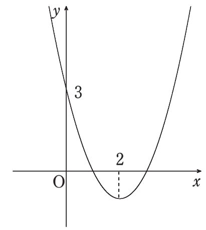
(1) ２次関数 $y=-3(x-1)^2+2$ のグラフの頂点は $\boxed{(\quad,\quad)}$ である。

(2) ２次関数 $y=x^2-4x+5$ を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると，

$y=x^2-4x+5$

$=(x-\boxed{ア})^2+\boxed{イ}$ である。

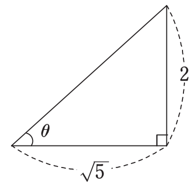
(3) 右の図は２次関数 $y=(x-2)^2-1$ のグラフである。この関数の $-1\leqq x\leqq 3$ における最大値は $\boxed{ア}$ ，最小値は $\boxed{イ}$ である。



(1)	(　　　，　　　)
(2)	ア ┆ イ
(3)	ア
	イ

［３］ 次の各問いに答えよ。

(1) 右の図の直角三角形において，$\sin\theta=$ $\boxed{}$ である。

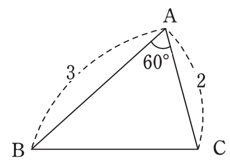


(2) $0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ とする。$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，

$\theta=$ $\boxed{}$ である。

(3) $\sin A=\dfrac{4}{5}$ ，$\cos A=\dfrac{3}{5}$ のとき，$\tan A=$ $\boxed{}$ である。

(4) 下の図の△ＡＢＣにおいて，△ＡＢＣの面積は $\boxed{}$ である。



(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	a^9	53	83	38	2	0	3	45	a^{24} (14.2), a^{18} (13.5), a^{11} (4.6)
(2)	5	$x^2+2xy+y^2-4$	67	86	52	5	0	7	28	x^2+y^2-4 (6.8), x^2+xy+y^2-4 (3.2)
(3)	5	$(x-6)(3x-2)$	54	90	14	26	3	48	20	$(x+6)(3x+2)$ (2.8)
(4)	5	5	51	72	38	6	0	10	43	-5 (22.8), $\lvert -5\rvert$ (4.3)
(5)	5	4	79	93	48	5	0	7	16	5 (2.8)
(6)	5	$\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$	38	55	14	8	7	17	54	$\dfrac{\sqrt{5}}{6}$ (23.8), $\dfrac{\sqrt{5}+1}{6}$ (4.3), $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ (3.9)
(7)	5	$x\leqq 4$	46	86	10	17	3	35	37	$4\,(x=4)$ (12.1), $x\geqq 4$ (8.2)
(8)	5	$\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$	43	69	21	32	24	55	25	$\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$ (2.5)
(9)	5	$1<x<2$	29	52	0	31	17	62	40	$x=1,\ 2$ (8.2), $x<1,\ 2<x$ (2.5)
(10)	5	$\{1,\ 3,\ 7,\ 9\}$	52	62	28	5	3	0	43	$\{1,7\}$ (33.1), $\{3,9\}$ (3.2)
(11)	5	4	43	62	17	13	7	24	44	3 (6.4), 6 (6.0), 9 (6.0)
(12)	5	イ	65	79	55	2	3	3	33	エ (18.5), ウ (11.4), ア (2.8)
[2](1)	5	(1, 2)	43	69	21	21	10	24	36	(−3, 2) (5.7), (−1, 2) (5.3)
(2)	5	ア　2	60	90	31	15	0	0	25	4 (6.8), 5 (1.8)
		イ　1	40	69	0	15	24	24	45	5 (31.0), 9 (4.6)
(3)	5	ア　8	29	31	3	10	3	14	61	3 (34.2), なし (16.4)
	5	イ　−1	59	69	52	10	0	14	31	0 (10.7), 2 (7.8)
[3](1)	5	$\dfrac{2}{3}$	33	55	0	19	14	45	48	$\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ (6.4), 45° (6.0), 3 (4.6)
(2)	5	60°	47	83	21	15	0	31	38	90° (11.7), 30° (7.8), 45° (6.4)
(3)	5	$\dfrac{4}{3}$	62	97	28	13	0	35	25	$\dfrac{3}{4}$ (7.8), $\dfrac{2}{5}$ (3.9), 1 (3.9)
(4)	5	$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$	30	52	10	40	24	62	30	$\dfrac{3}{2}$ (3.9), 3 (2.8)

(1) 平方完成を定着させたい

問題番号	問題(正答)	正答率(上位群/下位群)	主な誤答例(誤答率)
H25 ［２］ (2)	２次関数 $y=x^2-4x+5$ を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると，$y=$□ である。 ($y=(x-2)^2+1$)	32.8% (52.2%／ 4.3%)	$(x-2)^2+5$(9.8%)，$(x-2)^2+9$(3.0%)
H26 ［２］ (2)	２次関数 $y=x^2-4x+5$ を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると，$y=x^2-4x+5$ $=(x-\boxed{ア})^2+\boxed{イ}$ である。 (ア 2，イ 1)	ア 60.1% (89.7%／31.0%) イ 39.5% (69.0%／ 0.0%)	ア 4(6.8%)，5(1.8%) イ 5(31.0%)，9(4.6%)

平方完成をさせる問題，また平方完成を利用して解く問題は例年出題している。H25 では平方完成した式全体を求めさせていたが，今回は$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$と分けて出題した。その結果，$\boxed{ア}$と$\boxed{イ}$では正答率が約 20 ポイント違うことが分かる。特に，$\boxed{イ}$の下位群の正答率が０％であった。

$\boxed{イ}$の主な誤答例として５が多く，$\boxed{イ}$の部分で$\boxed{ア}$の２乗を引くことができていないことが分かる。

【指導上の留意点】

グラフをかくとき，$y=x^2+bx+c$ の c の部分は関数 $y=x^2+bx+c$ と y 軸との交点の y 座標を表すのであって，頂点の y 座標を表しているのではないことを指導する。そうすることによって，平方完成する場合，$\boxed{イ}$の値は c の値と違う値になるはずだと考えることができ，今回の問題では$\boxed{イ}$の部分が５のままだとおかしいと気付くことができる。

平方完成を授業で教える際には，平方完成した後に展開して元の式に戻るかどうかを確認する習慣を身に付けさせることが大事である。そうすることで，生徒は展開した式が元の式と違ったときに，平方完成がきちんとできていないと気付き，平方完成の途中でどこを間違えたかを振り返るようになる。

その中で，平方完成が苦手な生徒には，$(x\pm\square)^2=x^2\pm2\square x+\square^2$ （複号同順）の展開式を利用して，「b の$\frac{1}{2}$倍の２乗を足して引くことで，前後の式がイコールで結ばれている」という意識をもたせれば，間違えにくくなる。

$$
\begin{aligned}
y&=x^2-4x+5\\
&=x^2-2\cdot2x+5\\
&=x^2-2\cdot2x+2^2-2^2+5\\
&=(x-2)^2+1
\end{aligned}
$$

慣れてきたら $x^2+bx=\left(x+\dfrac{b}{2}\right)^2-\left(\dfrac{b}{2}\right)^2$ というように，徐々に計算式を省略すればよいと指導する。

平成２６年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ｉ＋Ａ

□学年　□組　□番　氏名□

次の □ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}$ を計算すると □ である。

(2) $(x-y)^2-2(x-y)$ を因数分解すると □ である。

(3) ２次方程式 $4x^2+x-3=0$ の解は $x=$ □ である。

(4) 不等式 $|x-2|>3$ を満たす x の値の範囲は □ である。

(5) ２次関数 $y=x^2-6x+a$ のグラフが x 軸と接するとき，定数 a の値は □ である。

(6) 放物線 $y=2(x-1)^2+1$ を y 軸に関して対称移動させたグラフを表す放物線の方程式は $y=$ □ である。

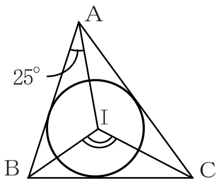
(7) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ において，$\tan\theta=-2$ のとき，$\cos\theta=$ □ である。

(8) △ＡＢＣにおいて，∠Ａ=60°，外接円の半径が２のとき，辺ＢＣの長さは □ である。

(9) ６個の数字 0，1，2，3，4，5 からくり返して用いることを許して３桁の整数をつくるとき，その整数は □ 個できる。

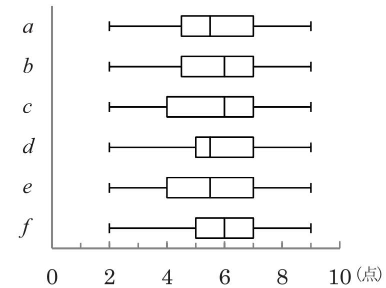
(10) 男子５人，女子３人の中から３人を選ぶとき，女子が少なくとも１人含まれる選び方は □ 通りである。

(11) 図において，点Ｉは△ＡＢＣの内心である。∠ＢＡＩ＝25° のとき，∠ＢＩＣの大きさは □ である。

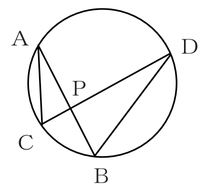


(12) 次のデータを箱ひげ図に表したとき，対応する箱ひげ図は，右の a ～ f のうち □ である。

点数	2	3	4	5	6	7	8	9	計
人数	1	4	5	6	7	10	4	3	40



(13) 図のように，円周上の点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄについて，線分ＡＢと線分ＣＤは点Ｐで交わっている。
ＰＡ=3，ＰＣ=2，ＰＤ=8 のとき，ＰＢ＝ □ である。



［２］ ２次関数 $y=x^2-2x+3$ $(-2\leqq x\leqq a)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=0$ のとき，y の最小値は □ である。

(2) $a>1$ のとき，y の最小値は □ である。

［３］ △ＡＢＣにおいて，ＡＢ＝8，ＢＣ＝5，∠Ｂ＝60° とするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 辺ＡＣの長さは □ である。

(2) △ＡＢＣの面積は □ である。

(3) △ＡＢＣの内接円の半径は □ である。

［４］ 同じ製品を作る２つの工場Ａ，Ｂがあり，Ａ工場の製品には３％，Ｂ工場の製品には５％の不良品がでる。Ａ工場から100個，Ｂ工場から200個抜き出し，よく混ぜた後に１個を取り出す。次の確率を求めよ。

(1) 取り出した製品が不良品である確率は □ である。

(2) 取り出した製品が不良品であったとき，それがＡ工場の製品である確率は □ である。

平成 26 年度　数学Ⅰ＋A

番号	配点	正　答	上位群 正答率 下位群		上位群 無答率 下位群		誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	4	72	97 54	3	0 2	25	0(7.7)，$\frac{4}{3}$(3.5)，$-\frac{1}{4}$(1.2)，1(1.2)
(2)	5	$(x-y)(x-y-2)$	65	97 31	10	0 24	25	$x^2-2xy+y^2-2x+2y$ (9.9) $(x-y-1)^2-1$ (1.0)
(3)	5	-1，$\frac{3}{4}$	70	85 61	4	0 4	26	$(4x-3)(x+1)$ (7.6)，$x=-1$ (1.6)
(4)	5	$x<-1$，$5<x$	37	65 7	9	1 8	54	$x>5$ (12.6)，$-1<x<5$ (7.5)
(5)	5	9	58	90 22	17	0 36	25	0(4.9)，6(2.5)，3(2.5)
(6)	5	$2(x+1)^2+1$	46	84 7	18	0 41	36	$-2(x-1)^2+1$(6.8)， $-2(x-1)^2-1$(5.7)
(7)	5	$-\frac{\sqrt{5}}{5}$	28	44 14	13	3 23	59	$\frac{\sqrt{5}}{5}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$(12.9)，$-\frac{1}{2}$(5.1)，$-1$(4.1)
(8)	5	$2\sqrt{3}$	47	75 15	19	4 40	34	4(8.5)，2(4.6)，$\sqrt{3}$(4.5)
(9)	5	180	40	66 17	7	0 8	53	100(11.6)，120(8.1)，216(5.6)
(10)	5	46	39	65 11	10	0 17	51	276(4.3)，30(3.4) ，56(3.2)
(11)	5	115°	37	58 12	12	1 17	51	100° (19.1)，130° (14.4)
(12)	5	b	33	48 20	4	0 3	63	c(22.6)，e(14.2)，a(9.1)，f(9.0)
(13)	5	$\frac{16}{3}$	67	94 46	5	1 10	28	3(4.8)，$\frac{3}{4}$(4.6)，12(4.3)
[2](1)	5	3	71	96 67	10	0 12	19	2(4.7)，11(2.2)
(2)	5	2	49	85 17	18	0 32	33	3(10.6)，1(4.3)，a^2-2a+3 (2.3)
[3](1)	5	7	68	94 41	13	1 25	19	6(1.9)，$\sqrt{69}$(1.5)，$\sqrt{39}$(1.2)
(2)	5	$10\sqrt{3}$	54	93 24	19	1 43	27	10(6.6)，$20\sqrt{3}$(3.3)，20(2.3)
(3)	5	$\sqrt{3}$	25	55 4	35	13 60	40	$\frac{7\sqrt{3}}{3}$(8.6)，2(3.9)，10(2.2)
[4](1)	5	$\frac{13}{300}$	50	77 23	17	1 31	33	$\frac{2}{25}$，$\frac{8}{100}$ (9.7)，$\frac{11}{200}$，5.5%(3.8)
(2)	5	$\frac{3}{13}$	24	34 8	25	8 37	51	$\frac{1}{100}$(18.6)，$\frac{3}{100}$(3.9)

(1) ２次関数の対称移動の定着を図りたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群） 無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H25 ［１］ (6)	放物線 $y=2(x-1)^2+1$ を x 軸に関して対称移動させたグラフを表す２次関数は $y=\boxed{}$ である。 （ $y=-2(x-1)^2-1$ ）	42.5% (75.8%／9.5%) 15.3% (0.0%／30.5%)	$y=-2(x-1)^2+1$ (4.9%), $y=\ \ 2(x-1)^2-1$ (4.7%), $y=\ \ 2(x+1)^2+1$ (3.4%)
H26 ［１］ (6)	放物線 $y=2(x-1)^2+1$ を y 軸に関して対称移動させたグラフを表す２次関数は $y=\boxed{}$ である。 （ $y=2(x+1)^2+1$ ）	46.3% (83.9%／6.5%) 17.8% (0.0%／40.9%)	$y=-2(x-1)^2+1$ (6.8%), $y=-2(x-1)^2-1$ (5.7%), $y=\ \ 2(x-1)^2-1$ (3.8%)

H25から２次関数のグラフの対称移動の問題を出題している。正答率及び無答率を見ると，上位群と下位群の差がはっきりしており，特に下位群の無答率が３割から４割であることから，下位群の生徒は，対称移動した後のグラフの形が想像できていない可能性がある。逆に上位群の数値を見ると，８割近くの正答率と無答率が０％であることから，ある程度の定着が図られていると考えられる。下位群を中心に定着を図ることが肝腎である。

【指導上の留意点】

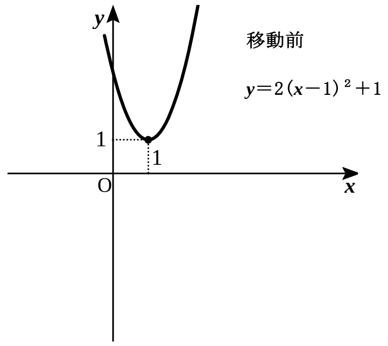
この問題が解けない主な要因は，対称移動のイメージができていないことである。

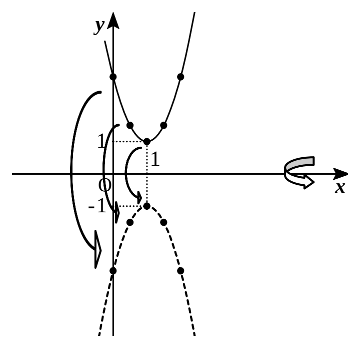
放物線のグラフをかき，対称移動のイメージができていれば，対称移動したグラフをかくことで視覚的に導き出すことができる。

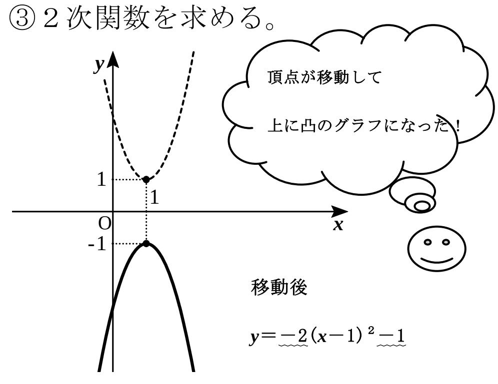
中学校で点の対称移動については学んでいる。グラフは点の集まりなので，グラフの対称移動も点と同様に考えればよいのだが，点の対称移動と比べてあまり理解が得られていない。

H25［１］(6)を例に，対称移動を説明する。

①元のグラフをかく。　②各点に注目し対称移動。　③２次関数を求める。

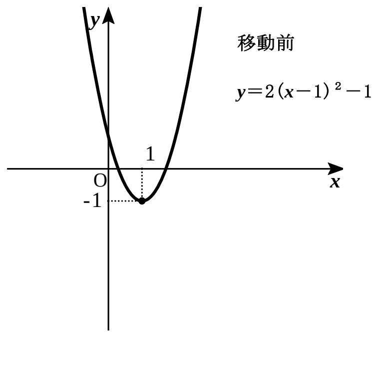


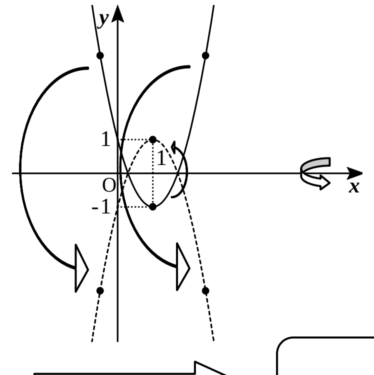


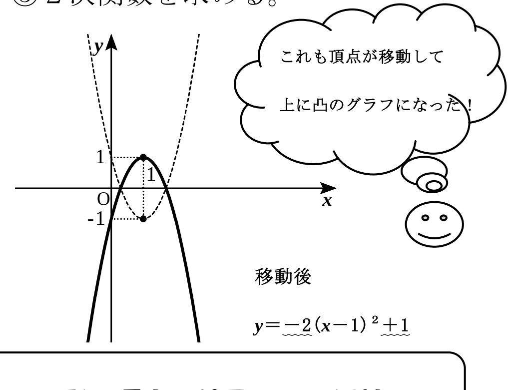


また，x 軸と交わるグラフ（例　放物線 $y=2(x-1)^2-1$ ）についても同様に考えることができる。

①元のグラフをかく。　②各点に注目し対称移動。　③２次関数を求める。







グラフの形と頂点に注目すれば解決！

グラフをかいて視覚的に考えることができれば，頂点の移動やx^2の係数の変化を理解するのは容易であり，そこに注目すればよいことも理解できる。このことを踏まえて，右表のように，一般的な関数 $y=f(x)$ についての対称移動まで発展できるとよい。

関数 $y=f(x)$ のグラフを	
x 軸に関して対称移動	$-y=f(x)$
y 軸に関して対称移動	$y=f(-x)$
原点に関して対称移動	$-y=f(-x)$

(2) 正弦定理を利用する問題の計算ミスをなくしたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H26［１］(8)	△ＡＢＣにおいて，∠Ａ＝60°，外接円の半径が２のとき，辺ＢＣの長さは $\boxed{}$ である。 （ＢＣ＝$2\sqrt{3}$）	46.7%（75.3%／15.1%）	４（8.5%），２（4.6%），$\sqrt{3}$（4.6%）
H26［３］(1)	△ＡＢＣにおいて，ＡＢ＝８，ＢＣ＝５，∠Ｂ＝60°とするとき，次の各問に答えよ。辺ＡＣの長さは $\boxed{}$ である。 （ＡＣ＝７）	67.6%（93.5%／40.9%）	６（1.9%），$\sqrt{69}$（1.5%），$\sqrt{39}$（1.2%）

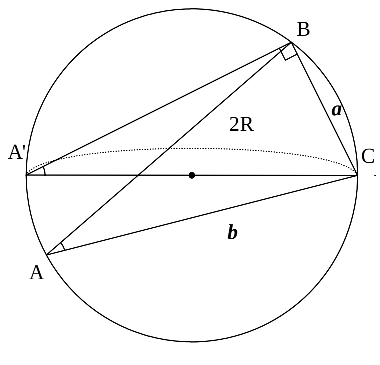
上記表は正弦定理及び余弦定理を利用する問題の比較である。両者は同じような問題であるにもかかわらず正答率，及び上位群／下位群，全てにおいて正弦定理を利用する問題は余弦定理を利用するものより約 20 ポイント下回っている。

【指導上の留意点】

正弦定理	$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$	余弦定理	$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

余弦定理は三つの式を示しているものの，式一つ一つが完結しており，また三角形の３辺と１つの角の位置関係が理解できれば，結局は一つの公式であることが容易に分かる。

正弦定理は，分数式であること，四つの式が等号でつながっていること，という二つの要因で余弦定理よりも定着していないと考える。分数式であることに加えて，そこに代入する三角比の値自体も分数であるので，余弦定理に比べるととても煩雑な計算になる。計算力に自信がない生徒に対しては，授業で説明する際には工夫が必要である。



前提として 0° ≦θ≦180° の主な三角比を定着させておく。次に正弦定理の証明で，円周角の定理を利用することで次の方程式を得る。

$a=2R\sin A$ （右図参照）

すなわち

$\boxed{（辺）＝（直径）\ \sin\ （角）\cdots①}$

例えば，［１］(8)を①を利用して解くと，

$$ＢＣ=2\cdot 2\cdot\sin 60°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$$ となる。

この方法は，次のような一般的な正弦定理の問題でも利用することができる。

例題 △ＡＢＣにおいて，$a=12$，$A=45°$，$B=60°$ のとき，b の値を求めよ。

$12=2R\sin 45°$ より，$R=\dfrac{12}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$

$b=2R\sin B$ より，$b=2\cdot 6\sqrt{2}\cdot\sin 60°=12\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{6}$ が得られる。

(3) 場合の数の問題を正しく立式させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H25 ［1］ (10)	男子６人，女子４人の中から４人を選ぶとき，女子が少なくとも１人含まれる選び方は □ 通りである。 (195 通り)	35.1% (68.4%／5.3%)	210 通り (2.9%), 336 通り (2.2%)
H26 ［1］ (10)	男子５人，女子３人の中から３人を選ぶとき，女子が少なくとも１人含まれる選び方は □ 通りである。 (46 通り)	38.9% (64.5%／10.8%)	276 通り (4.3%), 30 通り (3.4%), 56 通り (3.2%), $\frac{23}{28}$ (2.8%), 63 通り (2.7%)

H25 から出題されている，補集合を利用する組合せの問題である。出題頻度の高い問題であるが，いずれも正答率は 40%を下回っている。

そこで，誤答率の上位から，どのような式を立てたかを推測した。

誤答	推測される式	推測される考え方
276 通り	${}_8P_3-{}_5P_3=276$	ＰとＣの誤り
30 通り	${}_5C_2\times{}_3C_1=30$	男子５人から２人選び，女子３人から１人選ぶ
56 通り	${}_8C_3=56$	単純に８人から３人選ぶ
$\frac{23}{28}$	$\frac{{}_8C_3-{}_5C_3}{{}_8C_3}=\frac{23}{28}$	確率と勘違い。多くの教科書で「少なくとも～」が確率に入ってから出題されるからか
63 通り	$3\times{}_7C_2=63$	女子（A，B，C）を決め，残り７人から２人選ぶ A ○ ○ B ○ ○ C ○ ○ $3\times{}_7C_2=63$

以上から，問題文から正しく読み取り，立式することができないのではないかと考えられる。

【指導上の留意点】

誤答を基に正しく立式するために以下の二点を強調する必要がある。

ア 「『並べる』ときは『Ｐ』，『選ぶ』ときは『Ｃ』を使う」と区別できるように指導する。

ただし，「選ぶ」と記述していても『Ｐ』を使う場合があるので注意させる。

例 クラス 40 人から，級長，副級長，書記をそれぞれ１人ずつ，合計３人を選ぶ選び方は何通りか。

	考え方	式
考え方１	40 人から級長，副級長，書記の順に並ばせる	${}_{40}P_3$
考え方２	40 人から級長を１人選び，次に副級長を１人選び，書記を１人選ぶ	${}_{40}C_1\times{}_{39}C_1\times{}_{38}C_1$
考え方３	40 人から３人を選び，その中で級長，副級長，書記を決める	${}_{40}C_3\times3!$

考え方３については，場合の数をひととおり学習した後に，『Ｐ』を用いる順列を，「選んで，並べる」と考える方法である。これは，統一した方が『Ｐ』か『Ｃ』かで迷わなくなったり，複雑な順列を考えたりするときによい場合があるからである。

複雑な順列の例 monotone の８文字から４文字選んで横１列に並べるとき，文字列は何個できるか。

イ 補集合を利用するキーワードを意識させる。

以下のような言葉があるとき，補集合を利用する方が簡単になる場合がある。

キーワード	例題	考え方
少なくとも	男子５人，女子３人の中から３人を選ぶとき，女子が少なくとも１人含まれる選び方は何通りか。	男子５人から３人を選ぶ場合は ${}_5C_3$ 通り ${}_8C_3-{}_5C_3$
～でない，～以外	１から 100 までの自然数のうち，７の倍数でない数の個数を求めよ。	７の倍数の個数は 14 個 100－14
～以上，～以下	１，２，３，４，５の５個の数字を１個ずつ使って３桁の整数を作る。135 以上の整数は何個作れるか。	135 未満の整数は５個 ${}_5P_3-5$
最大値，最小値	４個のさいころを同時に投げるとき，出る目の最大値が６になる場合の数を求めよ。	４個とも１から５のいずれかの目が出る場合は 5^4 通り 6^4-5^4

平成２６年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅱ

	学年		組		番　氏名	

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $27x^3-8y^3$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(2) $\sqrt{-2}\times\sqrt{-4}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。

(3) ３次方程式 $2x^3+5x^2+x-2=0$ の解は $x=\boxed{\quad}$ である。

(4) ２次方程式 $3x^2+2x+1=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\alpha+\beta=\boxed{ア}$，$\alpha\beta=\boxed{イ}$ である。

(5) $(x-2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数は $\boxed{\quad}$ である。

(6) 点（-1，２）を通り，直線 $x+3y-5=0$ に垂直な直線の方程式は $\boxed{\quad}$ である。

(7) 点（-1，２）と直線 $4x+3y-5=0$ の距離は $\boxed{\quad}$ である。

(8) 関数 $y=\sin 2\theta$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{\quad}$ である。

(9) $\sin\theta=\dfrac{2}{3}$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ のとき，$\sin 2\theta$ の値は $\boxed{\quad}$ である。

(10) 不等式 $\log_2 x<3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(11) 7^{30} は $\boxed{\quad}$ 桁の数である。
ただし，$\log_{10}7=0.8451$ とする。

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	ア　　イ
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	

(12) 曲線 $y=x^3-2$ 上の点（１，-1）における接線の傾きは $\boxed{\quad}$ である。

(13) 放物線 $y=x^2-1$ と直線 $y=x+1$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{\quad}$ である。

(12)	
(13)	

［２］ ２点Ａ（０，０），Ｂ（６，０）について，次の各問いに答えよ。

(1) 線分ＡＢを２：１に内分する点の座標は（$\boxed{ア}$，０），２：１に外分する点の座標は（$\boxed{イ}$，０）である。

(2) ２点Ａ，Ｂからの距離の比が２：１である点Ｐの軌跡は，中心 $\boxed{ア}$，半径 $\boxed{イ}$ の円である。

(1)	ア　　イ
(2)	ア　　イ

［３］ 関数 $y=4^x-2^{x+2}+3$（$0\leqq x\leqq 2$）について，$2^x=t$ として，次の各問いに答えよ。

(1) t のとりうる値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(2) y を t の式で表すと，$y=\boxed{\quad}$ である。

(3) y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

(1)	
(2)	
(3)	

［４］ 関数 $y=x^3-3x$ について，次の各問いに答えよ。

(1) この関数の極大値は $\boxed{\quad}$ である。

(2) x についての方程式 $x^3-3x-a=0$ が異なる３つの実数解をもつような定数 a の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(1)	
(2)	

平成 26 年度　数学Ⅱ

番号	配点	正答	正答率	上位群（正答率）	下位群（正答率）	無答率	上位群（無答率）	下位群（無答率）	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$	60	87	30	10	0	25	30	$(3x-2y)^2$ (5.2)
(2)	5	$-2\sqrt{2}$	43	63	31	1	0	1	56	$2\sqrt{2}$ (41.8)，$2\sqrt{2}i$ (5.9)
(3)	5	$-2,\ -1,\ \frac{1}{2}$	47	83	6	18	0	41	35	-1 (9.0)， $(x+1)(x+2)(2x-1)$ (4.7)
(4)	5	ア $-\frac{2}{3}$	60	96	22	11	0	21	29	$\frac{2}{3}$ (6.0)，2 (2.1)，$-\frac{1}{3}$ (2.1)
		イ $\frac{1}{3}$	58	96	17	11	0	23	31	3 (5.1)，$-\frac{1}{3}$ (4.8)，1 (2.9)
(5)	5	-80	43	63	14	12	3	17	45	-8 (6.8)，-40 (5.9)
(6)	5	$3x-y+5=0$	55	93	16	18	0	41	27	$y=\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ (4.0)
(7)	5	$\frac{3}{5}$	32	58	4	30	4	55	38	$\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (7.5)，3 (3.9)，-3 (2.0)
(8)	5	π	10	10	4	27	9	44	63	0 (16.1)，1 (9.5)
(9)	5	$\frac{4\sqrt{5}}{9}$	34	68	4	26	3	44	40	$\frac{4}{3}$ (8.8)，$\frac{4}{9}$ (2.8)，$\frac{1}{3}$ (2.8)
(10)	5	$0<x<8$	26	50	7	15	0	28	59	$x<8$ (36.0)，$x<3$ (1.8)
(11)	5	26	36	52	15	19	6	22	45	25 (17.8)，24 (2.3)，29 (1.7)
(12)	5	3	48	77	18	24	5	47	28	1 (4.4)，-1 (2.8)
(13)	5	$\frac{9}{2}$	43	70	11	21	1	47	36	$\frac{3}{2}$ (2.6)，$\frac{11}{2}$ (2.3)，2 (2.1)
[2](1)	5	ア 4	76	98	63	4	0	3	20	2 (5.6)，3 (3.7)
		イ 12	66	97	44	4	0	4	30	9 (6.3)，-6 (4.7)，6 (4.4)
(2)	5	ア (8，0)	26	55	0	34	10	51	40	(12，0) (4.4)，(4，0) (3.8)
		イ 4	29	55	1	34	10	47	37	2 (8.6)，3 (7.1)，$6\sqrt{2}$ (3.7)
[3](1)	5	$1\leqq t\leqq 4$	50	80	11	17	0	37	33	$0\leqq t\leqq 4$ (5.6)，$1\leqq t\leqq 3$ (3.2)
(2)	5	$y=t^2-4t+3$	53	91	14	14	1	30	33	$y=t^2-2t+3$ (6.3)， $y=-t^2+2t+3$ (5.0)
(3)	5	-1	45	86	17	20	1	45	35	0 (9.6)，1 (4.4)，2 (4.1)
[4](1)	5	2	73	96	43	11	1	25	16	0 (4.5)，-2 (1.7)
(2)	5	$-2<a<2$	46	78	10	31	8	59	23	$-2\leqq a\leqq 2$ (4.1)， $-1<a<1$ (2.2)

(1) 対数関数において「真数が正である」という条件を定着させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H26 ［１］(10)	不等式 $\log_2 x<3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。 $(0<x<8)$	25.5%（50.4%／7.0%）	$x<8$ （36.0%），$x<3$ （ 1.8%），$x<9$ （ 1.8%）

$x<8$ (36.0%)という誤答から対数関数を含む不等式を解く際に，「真数が正である」という条件を忘れていることが分かる。

原因として，例えば方程式「 $\log_2 x=3$ 」を解く際には，対数の定義「 $\log_a M=p \Leftrightarrow M=a^p$ 」から解答することができるため，真数条件 $x>0$ の必要性が感じられない。そのため，対数関数を含む不等式を解く際にも同様に解答してしまったと考えられる。

【指導上の留意点】

真数条件を確認する習慣を身に付けるには，定義を利用して解ける対数関数を含む方程式も右記のように，不等式と同様の解答方法で解答するよう指導し，「対数関数を含む方程式と不等式は，まず真数条件を考える」ということを定着させるとよい。

例　$\log_2 x=3$

解　真数は正であるから　$x>0$　…… ①

方程式を変形すると　$\log_2 x=\log_2 2^3$

すなわち　$\log_2 x=\log_2 8$

真数を比較すると　$x=8$　…… ②

② は ① を満たす。

よって　$x=8$

(2) 高次方程式が解けるようにしたい

問題番号	問題(正答)	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例(誤答率)
H25 ［1］(3)	３次方程式 $2x^3+5x^2+x-2=0$ の解は $x=\boxed{}$ である。 $\left(x=-2,\ -1,\ \frac{1}{2}\right)$	55.5%（81.7%／20.2%）	17.2%（1.8%／36.7%）	-1 (6.0%)，$(x+1)(x+2)(2x-1)$ (3.0%)
H26 ［1］(3)		46.5%（82.6%／6.1%）	18.1%（0.0%／40.9%）	-1 (9.0%)，$(x+1)(x+2)(2x-1)$ (4.7%)，-2 (3.3%)，$-1,\ -2$ (2.4%)

高次方程式を解く問題を毎年出題している。本年度と同じ問題をH25にも出題しているが，正答率を比べると下位群が低下している。主な誤答例には，正答の一部を含むものや左辺を因数分解した式を答えてしまったものが多く，その合計は本年度では19.4%にも及ぶ。この正答まであと一歩と思われる誤答を正答に導くことで，下位群の正答率低下を防ぎたい。

【指導上の留意点】

この問題は３個の解をもつにもかかわらず２個以下の解を答える誤答が多いことから，因数定理を利用し切れていないことや，「３次方程式は３個の解をもつ」ことが確認できていないことが誤答の要因と考えられる。$x^3-27=0$，$x^3+x^2-4x-4=0$ （$(x+1)(x+2)(x-2)=0$ に変形できる），$x^3+6x^2+12x+8=0$ （$(x+2)^3=0$ に因数分解できる）などの例題を用いて３次方程式は３個の解をもつことや重解をもつ場合もあることを理解させ,解の個数が足らない場合には違和感をもたせたい。

<因数の見つけ方>

因数定理を利用する他に，１次式と２次式の積になることを利用して候補となる整数を次のように求めることもできる。

例　$2x^3+5x^2+x-2$ を因数分解せよ。

③ $a\times e-b\times d=1$
かつ $a\times d-b\times c=5$ を満たす数

①かけて２

$$(ax-b)(cx^2+dx+e)=0$$

②かけて２

手順①　x^3の項の係数２に注目し，２の約数（±1，±2）からa，cの値の候補となるペアを探す。

手順②　定数項２に注目し，２の約数（±1，±2）からb，eの値の候補となるペアを探す。

手順③　x^2の項の係数５と x の項の係数１に注目し，①，②の手順で求めた候補のうち，$a\times e-b\times d=1$ かつ $a\times d-b\times c=5$ を満たすようなペアとdの値を求める。
このとき，もとの式の各項が共通因数をもたないことにより，$ax-b$や，cx^2+dx+eが共通因数をもつものは候補から除外される。

解　$2x^3+5x^2+x-2$ が $(ax-b)(cx^2+dx+e)$ の形（a，b，c，d，eは整数）に因数分解できるとすると，$ac=2$，$be=2$ より

$(a,\ c)=(2,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(-2,\ -1)$，$(-1,\ -2)$

$(b,\ e)=(2,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(-2,\ -1)$，$(-1,\ -2)$ が各係数の候補である。

あとは，$a\times e-b\times d=1$ かつ $a\times d-b\times c=5$ を満たすようなdの値を求めればよい。

ここで，もとの式の各項が共通因数をもたないことを考慮すると，

$(a,\ b)=(-2,\ 2)$，$(-1,\ 1)$，$(2,\ -2)$となるペアは候補から除外される。

$(a,\ c)=(2,\ 1)$

かつ $(b,\ e)=(-1,\ -2)$ のとき

$(2d+1)x^2$

$$2x^3+5x^2+x-2=(2x+1)(x^2+dx-2)$$

$(d-4)x$

x^2の項の係数について

$$2d+1=5$$

よって $d=2$ ・・・ ①

xの項の係数について

$$d-4=1$$

失敗…

よって $d=5$ ・・・ ②

①，②より dの値が一致しないので不適。

$(a,\ c)=(2,\ 1)$

かつ $(b,\ e)=(1,\ 2)$ のとき

$(2d-1)x^2$

$$2x^3+5x^2+x-2=(2x-1)(x^2+dx+2)$$

$(-d+4)x$

x^2の項の係数について

$$2d-1=5$$

よって　$d=3$ ・・・ ③

xの項の係数について

$$-d+4=1$$

よって　$d=3$ ・・・④

③，④より　$d=3$

成功！

このとき

$$2x^3+5x^2+x-2=(2x-1)(x^2+3x+2)$$
$$=(2x-1)(x+1)(x+2)$$

(3) 三角関数のグラフを理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率 無答率	主な誤答例（誤答率）
H24 ［1］ (7)	関数$y=3\sin 2\theta$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{\quad}$ である。ただし弧度法で答えよ。　（π）	7.9% 47.2%	$\frac{\pi}{2}$（4.9%），$\frac{3}{4}\pi$（4.9%），$\frac{\pi}{4}$（3.2%）
H26 ［1］ (8)	関数$y=\sin 2\theta$の周期のうち正で最小のものは $\boxed{\quad}$ である。　（π）	9.9% 26.6%	0（16.1%），1（9.5%）， −1（4.7%），$\frac{1}{2}$（4.7%）

H24とH26では，ともに正答率が低く，無答率も高い。三角関数の基本的なことが理解できていないと考えられる。

【指導上の留意点】

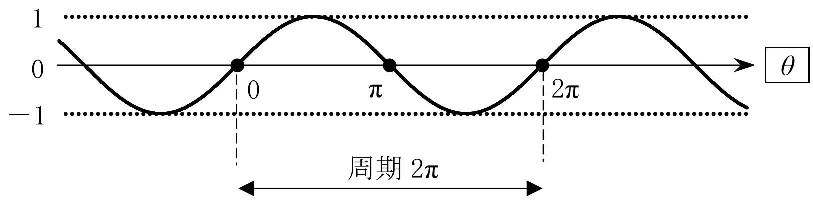
公式を単に暗記するのではなく，最初は実際に値を代入して，なぜ周期が$\frac{1}{2}$倍になるのか考えさせてから公式を理解して使えるように指導していく必要がある。そのためにも，グラフを用いて指導することで，視覚的に理解を深める。

$\boxed{\text{例}\quad y=\sin 2\theta \text{ のグラフをかけ。}}$

（前提）　$y=\sin\boxed{\theta}$ のグラフ

$\boxed{\theta}=0,\ \pi,\ 2\pi$

の点を横軸とともに強調する。



手順１　$y=\sin\boxed{2\theta}$ のグラフ

$\boxed{2\theta}=0,\ \pi,\ 2\pi$

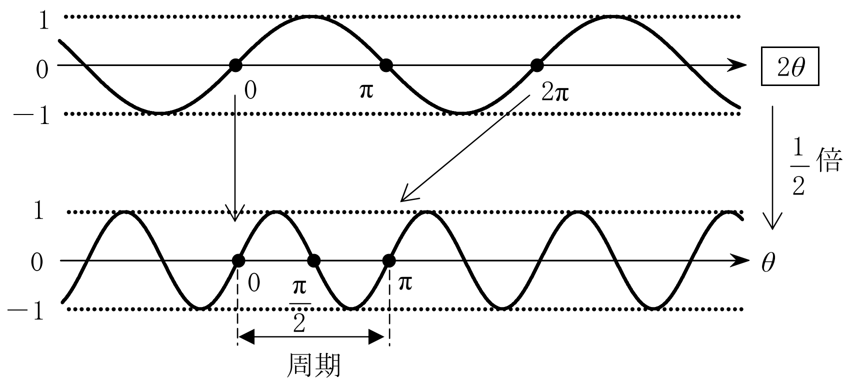
の点を横軸とともに強調する。

手順２　横軸を θ にするために

$\frac{1}{2}$倍すると

$\theta=0,\ \frac{\pi}{2},\ \pi$

グラフは右図のようになる。



グラフより，周期が$\frac{1}{2}$倍の π になることが分かる。

以下のような問題でも，同様に考えることができる。

$\boxed{\text{問題}\quad y=\sin(3\theta-\pi) \text{ のグラフをかけ。}}$

手順１　$y=\sin\boxed{(3\theta-\pi)}$ のグラフ

$\boxed{(3\theta-\pi)}=0,\ \pi,\ 2\pi$

の点を横軸とともに強調する。

手順２　横軸を θ にするために

π を足して，$\frac{1}{3}$倍すると

$\theta=\frac{\pi}{3},\ \frac{2}{3}\pi,\ \pi$

グラフは右下図のようになる。

グラフより周期が$\frac{1}{3}$倍の$\frac{2}{3}\pi$に

なることが分かる。