平　成　27　年　度
高等学校新入学生徒の学力に関する研究（数学）

本研究会では，愛知県高等学校数学研究会と共同で，参加を希望した県内の高等学校において，新入学生徒を対象にした学力調査及び在学生徒を対象にした学力検査を毎年実施し，結果の集計・分析・考察を行っている。

この研究は以下の内容で，本年度分についてまとめたものである。

(1) 調査の趣旨，調査の実施及び処理，調査結果の概要，分析結果の概要，調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

(2) テスト[A]，テスト[B]の結果とその考察

(3) 平成26年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

＜検索用キーワード＞

数学　中学校　高等学校　学力調査　数学Ⅰ　数学Ⅱ　数学Ａ　正答率　誤答分析

研　究　会　委　員

愛知県立鳴海高等学校教諭	伊藤慎吾
愛知県立春日井高等学校教諭	稲垣　憲
愛知県立一宮西高等学校教諭	水谷　悟
愛知県立津島東高等学校教諭	浦嶋健司
愛知県立半田高等学校教諭	竹内拓也
愛知県立半田工業高等学校教諭	吉田成穂
愛知県立岡崎高等学校教諭	井上健一
愛知県立岡崎北高等学校教諭	千田圭太
愛知県立豊橋南高等学校教諭	梅田直樹
愛知県立豊橋西高等学校教諭	冠者貴樹
愛知県総合教育センター研究指導主事	近藤哲史（主務者）

目　　次

１　調査の趣旨…… 26
２　調査の実施及び処理…… 26
３　調査結果の概要…… 26
４　分析結果の概要…… 27
５　調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）…… 28
６　テスト[A]の問題，結果及びその考察…… 30
７　テスト[B]の問題，結果及びその考察…… 34
付　平成 26 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察…… 41

１　調査の趣旨

愛知県総合教育センターでは，愛知県高等学校数学研究会と共同で，昭和 30 年以来，高等学校入学者数学学力調査を実施してきた。調査結果を分析・考察し，指導上の留意点を明らかにして，中高連携の立場からそれぞれの数学教育に有用な資料を提供することが目的である。また，本調査を継続して実施することにより新入学生徒の学力傾向の推移をつかむことができ，指導の参考とすることができる。

２　調査の実施及び処理

(1) 調査問題の構成

調査問題をテスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$の２種類に分け，各々について次の立場で問題を作成した。調査時間はいずれも 50 分である。なお，一昨年度まで実施していたテスト$\boxed{T}$は，昨年度から廃止した。

テスト$\boxed{A}$　中学校学習指導要領に示された内容を出題基準とし，高等学校で数学を学習するのに必要と思われる基礎的・基本的な事項により問題を構成した。

テスト$\boxed{B}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{A}$と同様であるが，基礎的・基本的な事項の問題に，より高度な思考力，洞察力を要する問題を加えて構成した。

(2) 調査の対象

県内の高等学校及び特別支援学校の高等部に今年度入学した生徒を対象として，調査を実施した。実施校（課程別資料提供校）の数はテスト$\boxed{A}$が 40 校，テスト$\boxed{B}$が 114 校であった。

(3) 調査の実施時期及び資料の回収

学校ごとに３月下旬から４月中旬までの間に調査を実施し，集計用紙（全員の度数分布と各標本の解答をそのまま一覧表に転記したもの）を４月 17 日までに回収した。

(4) 標本の抽出

テスト$\boxed{A}$では 283 名（抽出率 5.7%），テスト$\boxed{B}$では 1,538 名（抽出率 5.3%）を抽出して，問題別の正答率・無答率を算出し，主な誤答について分析した（テスト全体の平均点及び標準偏差は全員を対象にして算出した）。

なお，後出のテスト$\boxed{A}$，$\boxed{B}$における「上位群」，「下位群」は，それぞれ得点が「平均点＋標準偏差」付近，「平均点－標準偏差」付近の各１割で形成される標本群である。

３　調査結果の概要

(1) 人数・平均点・標準偏差（過去との比較）　　表１

テスト／年度	テスト$\boxed{A}$			テスト$\boxed{B}$			テスト$\boxed{T}$		
	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数
H25	46.7	25.0	4,335	47.6	24.5	29,194	59.9	27.2	827
H26	55.8	24.2	5,650	67.7	19.7	29,313			
H27	**53.6**	**26.5**	**5,001**	**57.2**	**20.5**	**29,281**			

(2) 頻数分布（%）　　表２

得　点	90～100	80～89	70～79	60～69	50～59	40～49	30～39	20～29	10～19	0～9
テスト$\boxed{A}$	8.5	12.4	9.8	15.9	10.6	12.9	7.4	10.1	5.3	7.1
テスト$\boxed{B}$	3.8	11.0	12.7	23.8	14.6	15.7	6.9	7.0	2.9	1.6

(3) 調査問題別平均点分布（校）　　表3

平均点	90以上	85～90	80～85	75～80	70～75	65～70	60～65	55～60	50～55	45～50	40～45	35～40	30～35	25～30	20～25	20未満	計
テスト$\boxed{A}$			1	3	3	2	6	1	5	5	3	4	3	2	1	1	40
テスト$\boxed{B}$		2	3	4	9	14	8	15	11	10	15	9	10	1	3		114

４　分析結果の概要

(1) 関数に関する問題に課題

毎年，関数に関する問題をテスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$ともに，基本問題を２問，応用問題を４問出題している。その正答率は，分野ごとの平均正答率で比較してみると，４分野の中で一番低い結果となった（表７）。表４は，テスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$の関数に関する全ての問題の概要と正答率である。テスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$ともに，基本問題として出題した［１］の問題についても正答率が低いことが分かる。特に，テスト$\boxed{A}$２(2)，３(2)，テスト$\boxed{B}$４(1)，(2)は，条件を満たす関数（方程式）を立式する問題であるが，正答率が非常に低い。

中学校で扱う関数の内容は，１年生で比例・反比例，２年生で一次関数，３年生で関数 $y=ax^2$ となっており，各学年１単元しかない。教科書の章の数で４分野の割合を見ると，おおよそ，数と式が40%（８章），図形が30%（７章），関数が15%（３章），資料の活用が15%（３章）である。高等学校では，二次関数，三角関数，対数・指数関数，分数関数，無理関数，微分・積分などの分野があり，関数を扱う場面が大変多い。中学校でどのような内容を学んでいるか，また，中学校と高等学校におけるさまざまな用語や表現の違いについて理解した上で指導する必要がある。

表４

テスト$\boxed{A}$				テスト$\boxed{B}$			
番号	概要	正答率	分野	番号	概要	正答率	分野
1(10)	比例関係	43.8%	③関数	1(9)	一次関数の変化の割合	40.8%	③関数
1(11)	さまざまな関係	20.8%	③関数	1(10)	二次関数の変域	54.9%	③関数
2(1)	一次関数	42.8%	③関数	3(1)	直線の方程式	74.6%	③関数
2(2)	一次関数の応用	17.0%	③関数	3(2)	一次関数の応用	28.2%	③関数
3(1)	二次関数	44.9%	③関数	4(1)	関数と図形の融合問題	24.6%	③関数
3(2)	二次関数の応用	15.9%	③関数	4(2)	関数と図形の融合問題	18.3%	③関数

(2) 公式や知識を活用する問題に課題

テスト$\boxed{B}$２(4)で展開や因数分解の公式を活用して式の値を求める問題を，テスト$\boxed{B}$５(2)で半径５㎝の円に内接する正八角形の面積を求める問題を出題した。正答率は，それぞれ，テスト$\boxed{B}$２(4)が29.5%，テスト$\boxed{B}$５(2)が7.8%と低かった。$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$の公式は知っているが，それを具体的な数の計算に活用できない。また，直角二等辺三角形の辺と角の関係は知っているが，それを違う図形（今回では正八角形）の中で見つけて利用することができない。今後の授業の中で，学習指導要領の目標にある「数学的活動」を意識して，問題解決のプロセスを重視し，グループ学習など協同的な活動を通して自分たちで解決する取組などを取り入れ，身に付けた知識や技能を活用できる能力を育んでいくことが望まれる。

５　調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

平成 27 年度高等学校入学者数学学力調査$\boxed{A}$, $\boxed{B}$について，Ｓ－Ｐ表処理等を基にして差異係数，信頼性係数，内容別平均正答率，正答率帯別問題数，注意係数，ＵＬ指数，問題間の相関等を考察したところ，次のような結果を得た。なお，データは，テスト$\boxed{A}$については参加 40 校から 283 名，テスト$\boxed{B}$については 114 校から 1,538 名を抽出して作成した。

［１］　問題全体について

(1)　差異係数

表５

テスト　　年度	(1)差異係数		
	H25	H26	H27
テスト$\boxed{A}$	0.285	0.226	**0.306**
テスト$\boxed{B}$	0.305	0.298	**0.228**

差異係数とは，Ｓ，Ｐ両曲線のずれの程度を数量化したもので，生徒の理解と一連の学習内容がうまくかみ合っているかを見るものである。差異係数は０から１の値をとり，0.5 より小さい値のとき生徒の理解と指導の密着性が高いとされている。簡単な確認テストのようなドリル演習型のテストではＳ曲線とＰ曲線の乖離（かいり）は小さく，差異係数は小さくなる。実力テストのような多面にわたる総合的な問題ではＳ曲線とＰ曲線は大きく乖離（かいり）して，差異係数は大きくなる。差異係数が 0.5 を超えたとき，指導内容に問題がなかったか，出題に問題がなかったか，学習者の理解やモチベーションは高かったかなどを検討する必要がある。今回のテストでは**表５**のように差異係数は小さいので，出題及び学習者の理解の間にとりわけ大きな問題はないと考えられる。

(2)　信頼性係数（ｸｰﾀﾞｰ･ﾘﾁｬｰﾄﾞｿﾝの公式 20 による）

表６

テスト　　年度	(2)信頼性係数		
	H25	H26	H27
テスト$\boxed{A}$	0.892	0.908	**0.922**
テスト$\boxed{B}$	0.875	0.876	**0.873**

信頼性係数とは，作成されたテスト問題が内容的に妥当で信頼できるものなのかを算出するものである。ここで言う信頼性とは，同一条件下で再度試験を実施しても同じ結果が出ると思われる安定性のことで，０から１の値をとり，１に近いほど信頼性が高いとされている。今回のテストでは**表６**のように信頼性係数は高いので，信頼できる良好な問題であったことが分かる。

(3)　内容別平均正答率　（ ）内の数字は問題数

表７

テスト / 内容　年度	テスト$\boxed{A}$ H25	テスト$\boxed{A}$ H26	テスト$\boxed{A}$ H27	テスト$\boxed{B}$ H25	テスト$\boxed{B}$ H26	テスト$\boxed{B}$ H27
①　数と式	64.9％(6)	70.7％(10)	**66.5％(10)**	59.6％(6)	85.9％(9)	**67.6％(9)**
②　図形	39.2％(6)	43.0％(6)	**46.1％(6)**	37.9％(6)	55.5％(6)	**55.8％(6)**
③　関数	44.3％(6)	37.4％(6)	**35.2％(6)**	53.6％(6)	52.4％(6)	**40.2％(6)**
④　資料の活用	49.0％(4)	52.4％(3)	**45.1％(3)**	51.5％(4)	74.0％(4)	**60.3％(4)**

(4)　正答率帯別問題数

表８

テスト / 正答率　年度	テスト$\boxed{A}$ H25	テスト$\boxed{A}$ H26	テスト$\boxed{A}$ H27	テスト$\boxed{B}$ H25	テスト$\boxed{B}$ H26	テスト$\boxed{B}$ H27
0.851以上	0	1	**0**	0	6	**4**
0.667～0.850	5	8	**9**	5	12	**9**
0.333～0.666	11	9	**11**	11	4	**5**
0.150～0.332	5	6	**5**	4	2	**5**
0.149以下	1	1	**0**	2	2	**2**

(5)　全体の正答率との相関別問題数

表９

テスト / 相関　年度	テスト$\boxed{A}$ H25	テスト$\boxed{A}$ H26	テスト$\boxed{A}$ H27	テスト$\boxed{B}$ H25	テスト$\boxed{B}$ H26	テスト$\boxed{B}$ H27
0.70以上	0	0	**1**	0	0	**0**
0.60～0.69	6	9	**7**	6	7	**2**
0.50～0.59	9	12	**12**	7	7	**9**
0.40～0.49	6	2	**5**	8	3	**10**
0.30～0.39	1	1	**0**	1	7	**2**
0.29以下	0	1	**0**	0	2	**2**

［2］　検討を要する問題群

表 10 の４つの指標について，基準を満たさない問題に注意マーク“×”を付けた。注意マークが一つ以上付いた問題を，正答率が基準を満たす“Ⅰ群”と，正答率が基準を満たさない“Ⅱ群”とに分け整理したところ以下のようになった。

平均正答率が非常に高い場合や非常に低い場合に，下記の指標②から④は注意マーク“×”が付きやすくなる。したがって，今回のテストで，問題となるものは**表 10** の※印の問題である。

テスト$\boxed{\text{B}}$1 (1)については，分数を含む数の計算の問題で，全体の正答率が 72.5%と比較的高いのに対して，上位群の正答率が 88.2%と他の問題に比べると低く，下位群との正答率の差がなくなり，注意マークがついたと考えられる。テスト$\boxed{\text{A}}$6 (2)，テスト$\boxed{\text{B}}$5 (2)，テスト$\boxed{\text{B}}$6 (2)については，いずれも全体の正答率が２割を下回り，上位群の正答率も約２割程度と低く，下位群との正答率の差が小さくなったからである。

（×印は該当項目について検討を要する数値であることを示す）

表 10

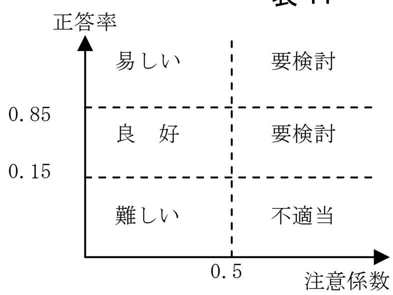
問　題		項　目／基準値	①正 答 率	②注意係数	③ＵＬ指数	④相　関
		基準値	＞ 0.333	＜ 0.500	＞ 0.400	＞ 0.400
Ⅰ	テスト$\boxed{\text{B}}$	1　(1)※	0.725	0.556　×	0.390　×	0.350　×
		1　(2)	0.844	0.382	0.371　×	0.444
		1　(4)	0.861	0.411	0.311　×	0.409
		1　(11)	0.873	0.581　×	0.234　×	0.287　×
		2　(2)	0.884	0.554　×	0.227　×	0.298　×
		5　(1)	0.820	0.444	0.364　×	0.413
Ⅱ	テスト$\boxed{\text{A}}$	3　(2)	0.170　×	0.130	0.510	0.562
		4　(2)	0.159　×	0.136	0.471	0.546
		5　(2)	0.304　×	0.319	0.602	0.531
		6　(2)※	0.180　×	0.272	0.393　×	0.480
	テスト$\boxed{\text{B}}$	1　(8)	0.332　×	0.293	0.646	0.526
		2　(4)	0.295　×	0.412	0.467	0.425
		3　(2)	0.282　×	0.254	0.602	0.533
		4　(1)	0.246　×	0.223	0.588	0.538
		4　(2)	0.183　×	0.208	0.487	0.504
		5　(2)※	0.078　×	0.234	0.246　×	0.363　×
		6　(2)※	0.114　×	0.199	0.352　×	0.436

(各項目の説明)

①正 答 率：各問題の正答率を示す。

②注意係数：Ｓ－Ｐ表において，ある問題の正誤の状況と他の問題の正誤の状況を比較し，異質の程度を数値化したものである。0.5 より小さい方が適切な問題であるとされている。**表 11** に示すように平均正答率と併せて検討するとよい。

表 11



③ＵＬ指数：$\dfrac{(\text{上位 27\%の正答者数})-(\text{下位 27\%の正答者数})}{(\text{生徒 27\%の人数})}$

ＵＬ指数は上式で算出する。「上位群に正答者が多く，下位群に正答者が少ない」場合にＵＬ指数は高くなるが，上位群に正答者が少なく下位群に正答者が多いという逆転現象の場合，ＵＬ指数は低くなる。ＵＬ指数が 0.4 より大きい方が適切な問題であるとされている。

④相　　関：生徒の得点合計とその問題の正解との相関を示す。基準値を 0.4 として大きい方が適切な問題であるとされている。

6 テストAの問題，結果及びその考察

平成27年度高等学校入学者数学学力テスト　A

愛知県高等学校数学研究会

答えは別紙の解答欄に記入しなさい。
実施時期によっては，問題用紙も回収します。

科	組	番	氏名
受検番号		番	

〔1〕 次の問いに答えなさい。

⑴ $30-12\div(-6)$ を計算しなさい。

⑵ $-3^2+(-4)^2$ を計算しなさい。

⑶ $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}-\frac{7}{6}$ を計算しなさい。

⑷ $\sqrt{3}-\sqrt{12}$ を簡単にしなさい。

⑸ $(x+y)^2$ を展開しなさい。

⑹ $x^2-5x-14$ を因数分解しなさい。

⑺ 一次方程式 $\frac{3x+9}{4}=-x-10$ を解きなさい。

⑻ 二次方程式 $x^2-9=0$ を解きなさい。

⑼ 1本80円の鉛筆と1本100円のボールペンをあわせて11本買ったところ，代金がちょうど1000円になった。

㋐ 80円の鉛筆を x 本，100円のボールペンを y 本買ったとして，連立方程式をつくりなさい。

㋑ x と y の値を求めなさい。

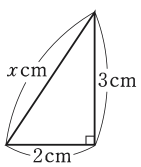
⑽ y は x に比例し，x と y の値が下の表のように対応する。□にあてはまる値を求めなさい。

x	…	2	3	4	5	…
y	…	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	□	$\frac{5}{6}$	…

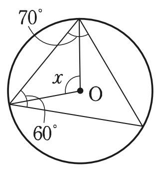
⑾ 次のア～オについて，y が x に比例するもの，y が x に反比例するもの，y が x の2乗に比例するものをそれぞれ一つずつ選び，かな符号で答えなさい。

ア 1辺の長さ $x$cm の立方体の体積 $y$cm³
イ 自動車が高速道路を時速 90km で走っているとき，x 時間で走った距離 $y$km
ウ 200ページの本を x ページまで読んだとき，残りのページ数 y ページ
エ 面積 20cm² の長方形で，縦の長さ $x$cm と横の長さ $y$cm
オ 半径 $x$cm の円の面積 $y$cm²

⑿ 右の図で，三平方の定理を用いて x の値を求めなさい。



⒀ 右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし，点Oは円の中心とする。



〔2〕 次の問いに答えなさい。

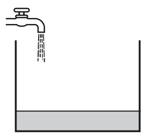
⑴ 大小2つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が5の倍数となる確率を求めなさい。

⑵ 表は，ある中学校の3年生が，バスケットボールのシュートをひとり10回ずつおこなって，ボールのはいった回数を度数分布表に表したものである。中央値を求めなさい。

はいった回数(回)	度数(人)
1	8
2	4
3	4
4	2
5	0
6	1
7	1
計	20

⑶ ある工場で大量に製造される品物から，100個を無作為に抽出したところ，そのうち4個が不良品であった。ある日，1日に500個の不良品が発生した。この日に製造された品物の数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。

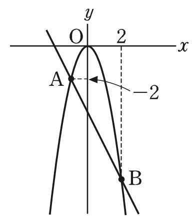
〔3〕 図のように，深さ 30cm の水そうがあり，水が底から 6cm の高さまではいっている。この容器に，一定の割合で10分間水を入れる。入れはじめてから3分後の水面の高さは 12cm であった。水を入れはじめてから x 分後の水面の高さを $y$cm とする。次の問いに答えなさい。



⑴ x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

⑵ $0\leqq x\leqq 10$ のとき，y を x の式で表しなさい。

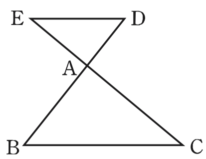
〔4〕 図のように，2点A，Bは関数 $y=-2x^2$ のグラフ上にあり，点Aの x 座標は負で，y 座標は-2であり，点Bの x 座標は2である。次の問いに答えなさい。



⑴ 点Bの y 座標を求めなさい。

⑵ 2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

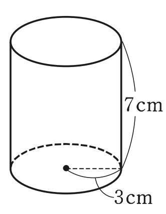
〔5〕 図のように，BC＝10cm，面積が 25cm²である△ABCがある。辺ABの延長線上にAB：AD＝5：3になるような点Dをとり，辺ACの延長線上にBC∥EDとなるような点Eをとる。次の問いに答えなさい。



⑴ DEの長さを求めなさい。

⑵ △ADEの面積を求めなさい。

〔6〕 図のように，底面の半径が 3cm，高さが 7cm の円柱がある。次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。



⑴ 円柱の体積を求めなさい。

⑵ 円柱の表面積を求めなさい。

平成 27 年度　A

番号	配点	正答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	4	32	83	97	72	0	0	0	17	28(4.9)，−3(3.2)
(2)	4	7	69	100	52	0	0	0	31	25(15.5)，−7(4.2)，5(3.2)
(3)	4	$\frac{3}{4}$	74	86	55	3	0	0	23	$\frac{9}{12}$(6.7)，$\frac{7}{12}$(2.1)
(4)	4	$-\sqrt{3}$	69	93	48	5	0	10	26	$\sqrt{3}-2\sqrt{3}$(6.4)，$\sqrt{3}$(4.6)
(5)	4	$x^2+2xy+y^2$	74	97	28	3	0	0	23	$(x+y)(x+y)$(3.9)， x^2+xy+y^2(3.5)，x^2+y^2(3.2)
(6)	4	$(x+2)(x-7)$	78	100	55	8	0	21	14	7，−2(4.9)，$(x+2)(x-7)$(2.5)
(7)	4	$x=-7$	43	97	3	28	0	69	29	7(4.6)
(8)	4	$x=\pm3$	40	62	24	16	0	28	44	3(27.6)，0，9(3.2)，9(1.8)
(9)	4	$\begin{cases} x+y=11 \\ 80x+100y=1000 \end{cases}$	68	100	31	17	0	38	15	$80x+100y=1000$(1.4)
	4	$x=5$，$y=6$	67	100	31	21	0	45	12	$x=6$，$y=5$(2.1)
(10)	4	$y=\frac{2}{3}$	44	76	10	22	3	35	34	$\frac{3}{4}$(6.0)，$\frac{4}{5}$(5.3)，1(4.6)
(11)	4	比例　イ	45	79	24	6	0	10	49	ア(10.2)，エ(9.9)，ウ(7.1)
		反比例　エ	31	65	3	6	0	10	63	ウ(28.3)，イ(16.6)，オ(5.3)
		2乗に比例　オ	42	62	14	6	0	10	52	ア(22.3)，エ(10.6)，ウ(3.9)
(12)	4	$x=\sqrt{13}$	46	83	21	8	0	10	46	4(13.8)，5(6.0)，6(3.9)
(13)	4	$\angle x=100$ 度	65	90	31	5	0	10	30	50(7.1)，130(6.4)，80(2.8)
[2](1)	4	$\frac{7}{36}$	44	55	21	10	0	0	46	$\frac{1}{6}$(8.8)，$\frac{11}{36}$(8.5)，$\frac{1}{9}$(5.3)
(2)	4	2 回	46	79	21	13	3	10	41	4(18.7)，3(9.5)，6(2.1)
(3)	4	12500 個	46	76	24	12	0	17	42	20(14.1)，1250(3.5)，2000(2.5)
[3](1)	4	2点（0，6），（3，12）を通る直線のグラフ	43	72	28	26	3	45	31	原点と(3，12)を通る直線(7.4)， (6，0)を通り(3，12)を通らない直線(6.0)
(2)	4	$y=2x+6$	17	41	0	47	14	72	36	$y=2x$(5.3)，$y=4x$(2.5)
[4](1)	4	−8	45	97	3	26	0	59	29	8(6.7)，−6(3.5)， （2，−8）(3.5)，4(2.8)
(2)	4	$y=-2x-4$	16	21	0	45	7	76	39	$y=2x-4$(3.9)，$y=-6x+4$(3.5)
[5](1)	4	6 cm	68	97	45	10	0	21	22	5(9.9)，7(2.8)，3(2.5)
(2)	4	9 cm^2	30	55	3	26	17	48	44	15(26.1)，10(2.1)
[6](1)	4	$63\pi\ cm^3$	49	93	21	17	0	41	34	21π(5.7)，63(3.2)
(2)	4	$60\pi\ cm^2$	18	28	10	26	7	45	56	42π(5.3)，81π(4.7)，63π(4.7)

(1) それぞれの関数の違いを理解させたい

問題［１］(11)				
次のア～オについて，y が x に比例するもの，y が x に反比例するもの，y が x の２乗に比例するものをそれぞれ一つずつ選び，かな符号で答えなさい。 ア　１辺の長さが $x$cm の立方体の体積 $y$cm^3 イ　自動車が高速道路を時速 90km で走っているとき，x 時間で走った距離 $y$km ウ　200 ページの本を x ページまで読んだとき，残りのページ数 y ページ エ　面積が 20cm^2 の長方形で，縦の長さ $x$cm と横の長さ $y$cm オ　半径 $x$cm の円の面積は $y$cm^2				
	正答	正答率 (上位群／下位群)	無答率 (上位群／下位群)	主な誤答例(誤答率)
y が x に 比例するもの	イ	44.5% (79.3%／24.1%)	5.7% (0.0%／10.3%)	ア(10.2%)，エ(9.9%)
y が x に 反比例するもの	エ	31.1% (65.5%／ 3.4%)	6.0% (0.0%／10.3%)	ウ(28.3%)，イ(16.6%)
y が x の２乗に 比例するもの	オ	41.7% (62.1%／13.8%)	6.0% (0.0%／10.3%)	ア(22.3%)，エ(10.6%)

アからオまでのそれぞれの関数は以下のとおりである。

ア：$y=x^3$　　イ：$y=90x$　　ウ：$y=200-x$　　エ：$y=\frac{20}{x}$　　オ：$y=\pi x^2$

反比例の正答率が低いのは，問題から式を立てると $xy=20$ となるが，見慣れた反比例の形 $y=\frac{20}{x}$ に変形できなかったため，反比例と気付かなかったと思われる。また主な誤答例から，減少する一次関数を反比例と間違えた生徒がいることが分かる。

【今後の指導に向けて】

中学校では，１年生で比例と反比例を，２年生で一次関数を，３年生で関数 $y=ax^2$ を学習する。それぞれの関数の規則性に気付かせるため，身近な関数の事例を挙げさせて，式で表現させるとよい。以下に事例と授業展開例を挙げた。

『比例となる事例』	
・６Ωの抵抗器に xA の電流を流すときに発生する電圧 yV　（オームの法則）	$y=6x$
・プールに蛇口から１分間に 20L の水が流れる。x 分後のプール内の水の量は yL	$y=20x$
『反比例となる事例』 ・10L のジュースを x 人で分けたとき，１人あたりのジュースの量 yL	$y=\frac{10}{x}$
『x の２乗に比例となる事例』 ・長方形の縦と横の長さをそれぞれ x 倍にすると，元の長方形の面積の y 倍 （コピー機の拡大縮小）	$y=x^2$

授業展開例（課題学習）

＜学習目標＞

各々が身近な関数の事例について考え，互いに事例を出し合い，事例を分類することで，それぞれの関数について違いを知り，理解を深める。

＜ワークシート＞

関数とは何か。
（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

≪身近な関数を付箋に挙げてみよう≫

例　・１本 50 円の鉛筆を x 本買いました。支払った代金は y 円でした。

・時速 60km で x 時間移動すると，移動距離は $y$km であった。

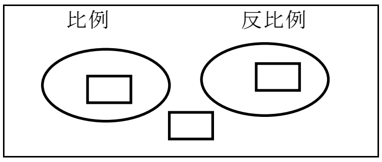
・1000 円を持って本屋に行きました。x 円の本を買ったとき，残金は y 円であった。

≪グループでおもしろいと思った例を挙げてみよう≫

≪他のグループの発表を聞いておもしろいと思った例を挙げてみよう≫

≪授業の感想≫

＜指導過程＞

過程・ねらい	学習活動・指導内容	指導上の留意点・評価
≪導入≫ 身近な出来事で関数ではないかと思う事柄を挙げさせる。 個人活動	・ワークシートの配布 ・関数の定義を確認する。 ・各自で付箋に身近な事柄で関数ではないかと思う事柄を書く。 ・５人前後の班を作る。	・ともなって変わる２つの変数について考えることを理解させる。 ・付箋は，誰が書いたか分かるようにするため，メンバーがそれぞれ違う色で書かせる。 ・相談はさせない。
≪展開≫ 班内でそれぞれ発表し，分類をさせる。 集団活動 班ごとに発表をさせる。	・班内で発表し，発表内容を書いた付箋を模造紙に張り，グループ分けをする。 ・同じような事例を集めてマジックで囲う。  ・どのようにグループ分けをしたかを決めて，名前を付ける。 ・班内で話し合った結果を，模造紙を黒板に貼って発表する。理由も発表する。 ・他の班の発表を聞き，自分の班の内容と比較し，例を付け加えるなどをして，まとめと振り返りをする。	・班で話し合わせて，比例，反比例，一次関数などの分類を考えさせる。 関心・意欲・態度 ・付箋に事柄が書けたか。 ・話し合いに積極的に参加できたか。 ・グループ分けは自由に行わせる。 ・発表内容のまとめをする。
≪まとめ≫ ワークシートの記入	・関数は日常生活の中に存在することを知る。 ・関数にはさまざまな種類があることを知る。 ・感想を書く。	

＜次回以降の授業について＞

比例や反比例，一次関数といったグループ分け以外に，定義域や値域が存在するのか，y 切片は０か０ではないかなどについて，改めてグループ分けさせることもできる。また，各班でグループ分けできなかった事柄を全体で話し合うこともできる。

平成27年度高等学校入学者数学学力テスト B

愛知県高等学校数学研究会

答えは別紙の解答欄に記入しなさい。
実施時期によっては，問題用紙も回収します。

科	組	番	氏名
受検番号		番	

〔1〕 次の問いに答えなさい。

(1) $\left(-\frac{4}{3}\right)^2\div(-2^2)\times 6$ を計算しなさい。

(2) $\frac{6}{\sqrt{3}}+(1-\sqrt{3})^2$ を計算しなさい。

(3) $\frac{9x-5}{6}-\frac{x+3}{2}$ を簡単にしなさい。

(4) $x^3y-5x^2y-14xy$ を因数分解しなさい。

(5) 二次方程式 $x^2+2x-4=0$ を解きなさい。

(6) A 君はノート1冊とボールペン1本を買った。定価で買うと500円になるところ，ノートが定価の30%引き，ボールペンが定価の10%引きだったため，支払った代金は410円になった。

(ア) ノート1冊の定価を x 円，ボールペン1本の定価を y 円として，連立方程式をつくりなさい。

(イ) x と y の値を求めなさい。

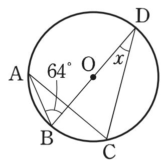
(7) ある工場で大量に製造される品物から，100個を無作為に抽出したところ，そのうち4個が不良品であった。ある日，1日に500個の不良品が発生した。この日に製造された品物の数は，およそ何個と推測されるか求めなさい。

(8) $\sqrt{\frac{72}{n}}$ が自然数となるような，自然数 n をすべて求めなさい。

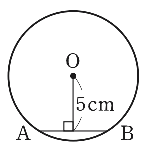
(9) 2点 $(6,\ -1)$，$(14,\ p)$ を通る直線の傾きを p を用いて表しなさい。

(10) 2つの関数 $y=2x+6$ と $y=kx^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq a$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 18$ で一致する。このとき，k の値を求めなさい。

(11) 右の図のように，円 O の円周上に4点 A，B，C，D がある。$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$ であるとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(12) 右の図は，半径 6cm の円 O である。中心 O からの距離が 5cm である弦 AB の長さを求めなさい。



〔2〕 次の問いに答えなさい。

(1) 表は，ある中学校の3年生が，バスケットボールのシュートをひとり10回ずつおこなって，ボールのはいった回数を度数分布表に表したものである。中央値を求めなさい。

はいった回数(回)	度数(人)
1	11
2	16
3	7
4	6
5	7
6	6
7	1
計	54

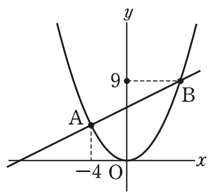
(2) 1から5までの整数が1つずつ書かれた5枚のカードがある。この5枚のカードをよくきって，続けて2枚のカードをひき，1枚目のカードを十の位の数，2枚目のカードを一の位の数として2けたの整数をつくる。このとき，この整数が偶数になる確率を求めなさい。

(3) 下のように，ある規則に従って自然数を並べていく。このとき，140は何行目で左から何番目の数か求めなさい。

1行目	1						
2行目	4	3	2				
3行目	9	8	7	6	5		
4行目	16	15	14	13	12	11	10
⋮				⋮			

(4) $2015^2-2014\times2016-2013\times2017+2012\times2018$ を計算しなさい。

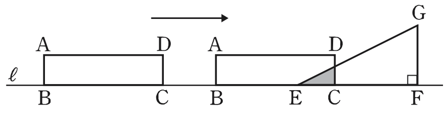
〔3〕 図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に2点 A，B がある。点 A の x 座標は -4 であり，点 B の x 座標は正で，y 座標は9である。点 O を原点とするとき，次の問いに答えなさい。



(1) 2点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

(2) 点 C の座標を $(0,\ 9)$ とし，直線 AB 上に x 座標が正である点 D をとる。△OAB と△OCD の面積が等しくなるような点 D の座標を求めなさい。

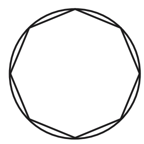
〔4〕 図のように，AB=4cm，BC=16cm の長方形 ABCD と，EF=16cm，FG=8cm，∠F=90° である直角三角形 EFG がある。長方形 ABCD は，直線 ℓ にそって矢印の方向に毎秒1cm の速さで動いていく。いま，点 C が点 E の位置にきたときから x 秒後の2つの図形が重なった部分の面積を $y$cm² とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) $0\leqq x\leqq 8$ のとき，x と y の関係を式に表しなさい。

(2) $8\leqq x\leqq 16$ のとき，x と y の関係を式に表しなさい。

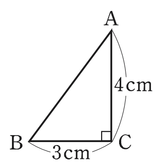
〔5〕 図のように，半径 5cm の円に内接する正八角形がある。次の問いに答えなさい。



(1) 正八角形の内角の和を求めなさい。

(2) 正八角形の面積を求めなさい。

〔6〕 図のように，BC=3cm，AC=4cm，∠C=90° である直角三角形 ABC において，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。



(1) 辺 AC を軸として1回転してできる立体の体積を求めなさい。

(2) 辺 AB を軸として1回転してできる立体の体積を求めなさい。

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	4	$-\frac{8}{3}$	73	88	55	0	0	0	27	$\frac{8}{3}$(8.4)，$-\frac{2}{27}$(4.0)，$-\frac{2}{3}$(2.3)
(2)	4	4	84	97	71	1	0	1	15	$4+2\sqrt{3}$(1.8)
(3)	4	$\frac{3x-7}{3}$	63	90	35	0	0	0	37	$\frac{6x-14}{6}$(13.1)，$\frac{3x+2}{3}$(4.0)
(4)	4	$xy(x+2)(x-7)$	86	97	79	2	0	1	12	$(x+2)(x-7)$(2.2)， $xy(x^2-5x-14)$(2.1)
(5)	4	$x=-1\pm\sqrt{5}$	71	95	47	2	0	5	27	$\pm\sqrt{5}$(3.6)，$-1\pm2\sqrt{5}$(1.8)
(6)	4	ア $\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{70}{100}x+\frac{90}{100}y=410 \end{cases}$	86	99	71	2	0	5	12	$\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{30}{100}x+\frac{10}{100}y=410 \end{cases}$(4.2)
	4	イ　$x=200$，$y=300$	83	99	61	7	0	13	10	$x=300$，$y=200$(1.5)
(7)	4	12500 個	80	97	61	2	0	5	18	20(9.4)，1250(1.7)
(8)	4	$n=2$，8，18，72	33	64	3	6	1	10	61	2,8,18(14.3)，2,8(10.4)
(9)	4	$\frac{p+1}{8}$	41	70	8	21	2	42	38	$\frac{p-1}{8}$(10.6)，$\frac{-p-1}{8}$(3.8)
(10)	4	$k=\frac{1}{2}$	55	89	18	14	3	28	31	2(16.6)，6(2.4)
(11)	4	$\angle x=26$ 度	87	96	75	2	0	2	11	32(3.8)，52(1.0)
(12)	4	$2\sqrt{11}\,cm$	68	94	37	3	1	4	29	$\sqrt{11}$(7.2)，6(4.4)，$\sqrt{22}$(2.7)
[2](1)	4	2.5	40	68	16	2	0	3	58	2(35.1)，3(11.5)，4(6.4)
(2)	4	$\frac{2}{5}$	88	96	80	1	0	3	11	$\frac{1}{2}$(1.7)，$\frac{7}{20}$(1.4)
(3)	4	12 行目	43	65	64	13	7	7	44	11(13.8)，13(4.4)，14(2.4)
		5 番目	41	14	12	13	24	23	46	20(7.7)，4(6.0)，3(3.8)
(4)	4	-4	30	51	15	22	10	23	48	0(5.3)，6(2.3)，4(1.8)
[3](1)	4	$y=\frac{1}{2}x+6$	75	99	48	8	0	13	17	$y=\frac{5}{2}x+6$(0.6)，$y=2x+6$(0.5)
(2)	4	$\left(\frac{20}{3},\frac{28}{3}\right)$	28	48	3	32	12	57	40	(6, 9)(2.7)，$\left(\frac{20}{3},\frac{100}{9}\right)$(2.2)
[4](1)	4	$y=\frac{1}{4}x^2$	25	54	1	27	4	55	48	$y=2x$(22.6)，$y=\frac{1}{2}x^2$(4.5)
(2)	4	$y=4x-16$	18	40	0	37	10	65	45	$y=4x+16$(6.5)，$y=4x$(5.2) $y=2x$(4.0)
[5](1)	4	1080 度	82	96	65	2	0	5	16	135°(2.1)，1440°(1.5)
(2)	4	$50\sqrt{2}$	8	19	0	48	36	61	44	100(2.5)，75(2.5)
[6](1)	4	12π	79	97	61	3	0	7	18	12(5.0)，36π(3.6)
(2)	4	$\frac{48}{5}\pi$	11	28	1	42	21	56	47	16π(5.5)，12π(4.0)，24π(1.8)

(1) 整数の性質を理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H26［1］(8)	$\sqrt{25+x}$ が自然数となるような，最小の自然数 x を求めなさい。(11)	81.5%（93.5%／73.2%）	$x=4$（3.3%）， $x=5$（2.9%）， $x=9$（2.2%）
H27［1］(8)	$\sqrt{\dfrac{72}{n}}$ が自然数となるような，自然数 n をすべて求めなさい。(2,8,18,72)	33.2%（64.1%／2.6%）	$n=2,\ 8,\ 18$（14.3%）， $n=2,\ 8$（10.4%）， $n=2,\ 8,\ 72$（4.7%）

H26 より，平方根の中の数が平方数になるような自然数の値を求める問題を出題している。H26は正答率が 81.5%であったのに対し，H27 は 33.2%と 50 ポイント近く下がった。これは，H26 では根号の中が和の形であるのに対し，H27 では商の形であること，さらにH26 では「最小の自然数を求めなさい」であるのに対し，H27 では「すべて求めなさい」となっていたためと考えられる。また根号の中が平方数になるための数を考えたとき，$72=2^3\cdot3^2$ と素因数分解したが $n=2\cdot3^2$，$2^3\cdot3^2$ まで考えられなかったためである。あるいは $n=72$ としたとき，$\sqrt{\dfrac{72}{n}}=\sqrt{1}$ となるが $\sqrt{1}=1$ と考えることができなかったことも正答率が下がった原因の１つと考えられる。

【今後の指導に向けて】

整数の問題ではまず具体的に整数を代入してみることも解答の糸口を見つけるよい方法である。つまり，$n=1,\ 2,\ \cdots,\ 72$ のとき，$\sqrt{\dfrac{72}{1}}$，$\sqrt{\dfrac{72}{2}}$，$\cdots$，$\sqrt{\dfrac{72}{72}}$ の中で自然数になるものを見つけさせる。

次にこの種の問題では，平方根の性質である「根号の中の数が平方数ならば根号は外れる」ということを利用して解くことを指導するとよい。解法としては次の手順で考えると分かりやすい。

①素因数分解をする。②偶数乗になっていない部分を見つけて，偶数乗になるような数字を見つける。

つまり，$72=2^3\cdot3^2$ と素因数分解した後，偶数乗になっていない数は２であるので最小の自然数は２である。本問でも，同様に偶数乗になっていない数を見つけるのであるが分数のため約分を考えなければならない。また，すべて求めなければならないため，次のように板書するなどして丁寧に指導したい。

$n=2$ のとき，$\sqrt{\dfrac{72}{n}}=\sqrt{\dfrac{2^3\cdot3^2}{2}}=\sqrt{2^2\cdot3^2}=\sqrt{6^2}$　　６の２乗

$n=2^3$ のとき，$\sqrt{\dfrac{72}{n}}=\sqrt{\dfrac{2^3\cdot3^2}{2^3}}=\sqrt{3^2}$　　３の２乗

$n=2\cdot3^2$ のとき，$\sqrt{\dfrac{72}{n}}=\sqrt{\dfrac{2^3\cdot3^2}{2\cdot3^2}}=\sqrt{2^2}$　　２の２乗

$n=2^3\cdot3^2$ のとき，$\sqrt{\dfrac{72}{n}}=\sqrt{\dfrac{2^3\cdot3^2}{2^3\cdot3^2}}=\sqrt{1^2}$　　１の２乗

(2) 展開や因数分解の有用性に気付かせたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H27［2］(4)	$2015^2-2014\times2016-2013\times2017+2012\times2018$ を計算しなさい。　(−4)	29.5%（51.0%／15.0%）	0（5.3%） 6（2.3%）

本年度新傾向の問題として展開の公式を利用した応用問題を出題したところ，正答率は３割に満たなかった。主な誤答例を見ると０が 5.3%であり，これは計算をした結果というより推測で０と答えた生徒もいたと考えられる。

【今後の指導に向けて】

本問の場合，$a=2015$ とおくと $a^2-(a-1)(a+1)-(a-2)(a+2)+(a-3)(a+3)$ となり，「この式を展開しなさい」という問題と考えられる。このように，適当な文字に置き換えをして数式を簡単な形にすることは今後重要なことになってくる。定着を図るために，数値をより簡単にして次のような問題を考えてみる。

> 類題：35^2 を求めなさい。
> 解答：展開式 $(10a+5)^2=100a^2+100a+25$
> $=100a(a+1)+25$
> において，$a=3$ とおくと，
> $35^2=100\times3\times4+25=1225$

他にも，次のような問題に対しては因数分解の考え方も利用できるので，いろいろやってみると展開や因数分解の公式の有用性に気付くであろう。

> 問題①：101^2-99^2 を求めなさい。
> 問題②：99×101 を求めなさい。

さらに，これを発展させると因数定理において x に数値を代入する際，次のように考えると計算が楽になる。例えば,

> 問題：$P(x)=x^3-7x^2-64$ を因数分解しなさい。
> において，$x=8$ を代入する際，8^2 を共通因数としてくくるとよい。
> 解答の前半：$P(8)=8^3-7\times8^2-64=8^2(8-7-1)=8^2\times0=0$
> よって，$P(x)$ は $x-8$ を因数にもつ。

この方法は，代入する数値が大きいとき，特に有効である。

(3) 関数の定義域や値域を正しく理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H27 [1] (10)	2つの関数 $y=2x+6$ と $y=kx^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq a$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq18$ で一致する。このとき，k の値を求めなさい。$\left(k=\frac{1}{2}\right)$	54.9% (88.9%／17.6%)	2(16.6%), 6(2.4%), 3(1.6%)

一次関数と二次関数の定義域や値域に関する問題を出題した。主な誤答例は $k=2$ だが，これは a の値を求めずに，$x=-3$ のとき $y=18$ と判断し，$18=k\times(-3)^2$ としてしまったのではないかと考えられる。このことから，定義域や値域がきちんと理解できていないと分かる。また，テストBの中で上位群と下位群の正答率の差が最も大きかったのがこの問題である。関数分野について，下位群の生徒には特に丁寧な指導が必要である。

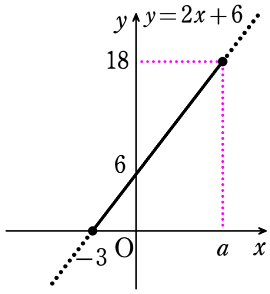
【今後の指導に向けて】

中学校ではまず一次関数を学ぶため，関数 $y=ax^2$ を考えるときでも「定義域の両端の値を調べれば，最大値や最小値を求めることができる」という先入観をもっている生徒がいると思われる。そこで二次関数のグラフを用いて，関数には増加する区間や減少する区間があることや，必ずしも定義域の両端で最大値や最小値をとるわけではないという一次関数との違いを視覚的に確認するとよいであろう。

また，問題を解く上でもグラフを利用するとよいだろう。今回の場合，一次関数と二次関数の定義域が一致しているので，まず一次関数のグラフのみをかいて a の値を求める。それから二次関数のグラフを重ねてかくことで，関数の定義域や値域を視覚的に理解することができる。

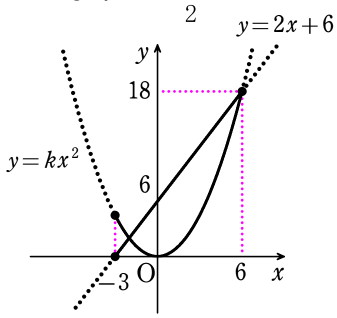
① 一次関数 $y=2x+6$ のグラフだけをかく。

$18=2\times a+6$ より $a=6$



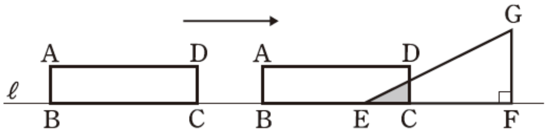
② 次に二次関数 $y=kx^2$ のグラフを重ねてかく。

$k\times6^2=18$ より $k=\frac{1}{2}$



関数の値域，つまりは最大値や最小値を求める際，定義域について考察することは非常に重要なことである。グラフや増減表を用いるなどして，確実に定着させたい。

(4) 図形や点が動く問題の理解を深めさせたい

<table>
<tr><th>問題
番号</th><th colspan="3">問題（正答）</th></tr>
<tr><td rowspan="4">H27
［４］</td><td colspan="3">図のように，ＡＢ＝4cm，ＢＣ＝16cm の長方形ＡＢＣＤと，ＥＦ＝16cm，ＦＧ＝8cm，∠Ｆ＝90°である直角三角形ＥＦＧがある。長方形ＡＢＣＤは，直線ℓにそって矢印の方向に毎秒 1cm の速さで動いていく。いま，点Ｃが点Ｅの位置にきたときから x 秒後の２つの図形が重なった部分の面積を $y$cm² とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $0\leqq x\leqq8$ のとき，x と y の関係を式に表しなさい。$\left(y=\frac{1}{4}x^2\right)$
(2) $8\leqq x\leqq16$ のとき，x と y の関係を式に表しなさい。$(y=4x-16)$</td></tr>
<tr><td>正答率（上位群／下位群）</td><td>無答率（上位群／下位群）</td><td>主な誤答例（誤答率）</td></tr>
<tr><td>(1)24.6%
(54.2%／1.3%)</td><td>(1)26.9%
(3.9%／54.9%)</td><td>(1) $y=2x$ (22.6%)，
$y=\frac{1}{2}x^2$ (4.5%)，
$y=4x$(3.0%)</td></tr>
<tr><td>(2)18.3%
(39.9%／0.0%)</td><td>(2)36.5%
(9.8%／64.7%)</td><td>(2) $y=4x+16$ (6.5%)，
$y=4x$ (5.2%)，
$y=2x$ (4.0%)</td></tr>
</table>

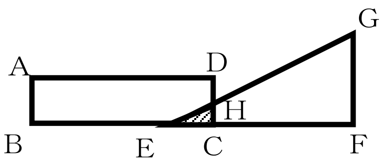
図形が動くことによって共通部分の面積の変化を立式する問題を出題した。(1)で最も多かった誤答は $y=2x$ だが，これは三角形の底辺の長さをＥＣ＝$x$cm，高さを 4cm と固定してしまい，$y=\frac{1}{2}\times x\times4$ としてしまったと考えられる。無答率が高く正答率も低いことから，図形がどのような形で動いていくかといった状況の把握ができていない生徒が多数いることが分かる。

【今後の指導に向けて】

最初から一般化して考えるのではなく，$x=4$ のとき，$x=8$ のときなど具体的な図形を幾つかかいてみるとよい。その中から，共通の法則で変化する値や，全く変化しない値などを読み取れるように指導したい。

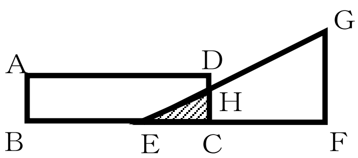
① $x=4$ のとき　ＣＥ：ＣＨ＝ＥＦ：ＦＧ＝16：8＝2：1

よって，ＣＥ＝4cm，ＣＨ＝2cm　ゆえに，$y=\frac{1}{2}\times4\times2=4$



② $x=6$ のとき　ＣＥ＝6cm，ＣＨ＝3cm

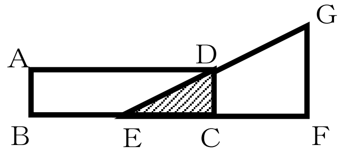
ゆえに，$y=\frac{1}{2}\times6\times3=9$



$\boxed{\text{①・②から，ＣＥもＣＨも刻一刻と変化する！！}}$

③　$x=8$ のとき　ＣＥ＝8cm，ＣＤ＝4cm だから，

$y=\dfrac{1}{2}\times 8\times 4=16$



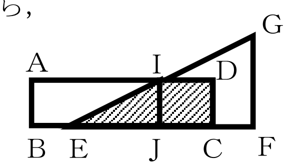
$\boxed{\text{図が切り替わるときはどちらの式でも成り立つので，検算に用いるとよい}}$

・$0\leqq x\leqq 8$ のとき $y=\dfrac{1}{4}\times 8^2=16$　　・$8\leqq x\leqq 16$ のとき $y=4\times 8-16=16$ $\boxed{\text{一致したからＯＫ！}}$

④　$x=12$ のとき　ＥＪ＝8cm，ＩＪ＝4cm，ＣＪ＝4cm，ＣＤ＝4cm だから，

△ＥＪＩ$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 4=16\text{cm}^2$　　四角形ＣＤＩＪ$=4\times 4=16\text{cm}^2$

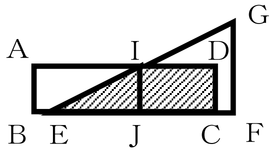
よって，$y=$△ＥＪＩ＋四角形ＣＤＩＪ$=16+16=32$



⑤　$x=14$ のとき　ＥＪ＝8cm，ＩＪ＝4cm，ＣＪ＝6cm，ＣＤ＝4cm だから，

△ＥＪＩ$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 4=16\text{cm}^2$　　四角形ＣＤＩＪ$=6\times 4=24\text{cm}^2$

よって，$y=$△ＥＪＩ＋四角形ＣＤＩＪ$=16+24=40$



$\boxed{\text{△ＥＪＩの面積と辺ＣＤの長さは点Ｃが動いても変化しない！！}}$

(5) 三角形に分割して考えるようにさせたい

問題番号	問題(正答)	正答率 (上位群／下位群)	無答率 (上位群／下位群)	主な誤答例 (誤答率)
H27 ［５］ (2)	図のように，半径 5cm の円に内接する正八角形がある。次の問いに答えなさい。(2)正八角形の面積を求めなさい。 ($50\sqrt{2}$) 	7.8% (19.0%／0.0%)	47.7% (35.9%／60.8%)	100 (2.5%), 75 (2.5%), 96 (1.8%), $50\sqrt{3}$ (1.8%)

今回，テスト$\boxed{\text{B}}$で最も正答率が低かったのがこの問題である。円の中心から，正八角形の各頂点に補助線を引き，八つの二等辺三角形に分割すればよいわけだが，この二等辺三角形の面積を求めるのに,直角二等辺三角形を見つけるなどの工夫が必要であり,既習内容の活用という点で課題が見えた。

【今後の指導に向けて】

円に内接する正八角形の面積は，三角比の有用性を生徒に感じさせることのできる問題なので，数学Ⅰで面積の公式を学習する際にぜひ扱いたい。三角比を用いた場合と，用いなかった場合の解答例は次のようになる。

三角比を用いた解答例

円の中心から，正八角形の各頂点に補助線を引き，８つの二等辺三角形に分割して考える。

中心角は 45°，半径は 5cm なので，三角形の面積は

$\dfrac{1}{2}\cdot 5^2\cdot \sin 45^\circ=\dfrac{25\sqrt{2}}{4}$

よって，正八角形の面積は

$\dfrac{25\sqrt{2}}{4}\times 8=50\sqrt{2}$

三角比を用いなかった解答例

右のようにＯ，Ａ，Ｂ，Ｈとおく。△ＯＢＨは∠ＢＯＨ＝45° の直角二等辺三角形であるから，

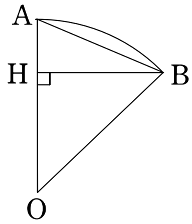
ＯＢ：ＢＨ＝$\sqrt{2}$:1 となり

ＢＨ$=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

ゆえに

△ＯＡＢ$=\dfrac{1}{2}\cdot 5\cdot \dfrac{5\sqrt{2}}{2}=\dfrac{25\sqrt{2}}{4}$

(以下，左と同様)



三角比を学ぶことにより,中学校で学んだ図形の知識をより深め活用できる力を育てたいと考える。

また，三角比の有用性を感じさせるには次のような問題を扱うのもよい。

『円周率を計算してみよう』

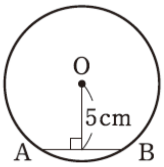
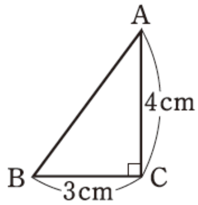
円周率は3.14…という無理数であることが分かっています。現代ではコンピュータを使って計算していますが，紀元前2000年頃には正六角形と比較したり，江戸時代の日本でも正1024角形を用いて円周率の近似値を求めたりしています。それでは，皆さんもやってみましょう。

(1) 正六角形を用いて，円周率が３より大きいことを説明しなさい。

(2) 円周率が3.05より大きいことを説明しなさい。

(3) 教科書巻末の三角比の表を用いて，円周率が3.14に近い数であることを説明しなさい。

(6) 文字をふる習慣を付けさせたい

問題番号	問題(正答)	正答率 (上位群／下位群)	無答率 (上位群／下位群)	主な誤答例 (誤答率)
H27 ［１］ (12)	右の図は，半径6cmの円Ｏである。中心Ｏからの距離が5cmである弦ＡＢの長さを求めなさい。($2\sqrt{11}$)  	67.7% (93.5%／37.3%)	2.9% (0.7%／3.9%)	$\sqrt{11}$ (7.2%), 6 (4.4%), $\sqrt{22}$ (2.7%), 5 (2.4%)
H27 ［６］	図のように，ＢＣ＝3cm，ＡＣ＝4cm，∠Ｃ＝90°である直角三角形ＡＢＣにおいて,次の問いに答えなさい。ただし,円周率はπとする。 (1) 辺ＡＣを軸として１回転してできる立体の体積を求めなさい。 (12π) (2) 辺ＡＢを軸として１回転してできる立体の体積を求めなさい。 $\left(\frac{48}{5}\pi\right)$  	(1) 78.7% (97.4%／60.8%) (2) 11.4% (27.5%／0.7%)	3.4% (0.0%／6.5%) 41.8% (20.9%／56.2%)	12 (5.0%), 36π (3.6%) 16π (5.5%), 12π (4.0%), 24π (1.8%), 36π (1.4%)

［１］(12)は三平方の定理についての定着を見る問題で，半径を図示していないにもかかわらず，約３分の２の生徒が正答を導き出した。また，最も多い誤答の$\sqrt{11}$はＡＢの中点までの長さを求めており，三平方の定理の利用はできていることが分かる。

［６］はＢＣを軸として回転させてしまった誤答16πが5.5%，(1)と同じ答えになるだろうと予想した誤答12πが4.0%あった。ＡＢを軸に回転させるということが考えにくい問題であった。

【今後の指導に向けて】

［１］(12)に関しては，ＡＢの中点をＭなどとおくことを徹底させたい。これによって，求めるものがはっきりし，ミスを減らすことができる。

文字を用いなかった誤答例

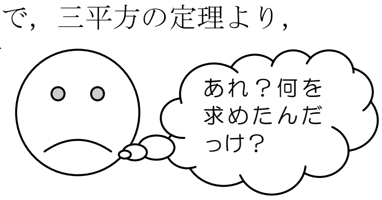
半径は６なので，三平方の定理より，

$\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$

よって，

求める長さは，

$\sqrt{11}$



文字を用いた解答例

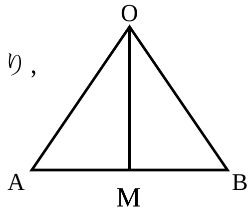
ＡＢの中点をＭとおくと，

ＯＡ＝6なので，三平方の定理より，

$\mathrm{AM}=\sqrt{\mathrm{OA}^2-\mathrm{OM}^2}$

$=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$

よって，$\mathrm{AB}=2\mathrm{AM}=2\sqrt{11}$



［６］(2)に関しては，ＣからＡＢに下ろした垂線の足をＨとおくと，相似・三平方の定理・面積などを用いてＣＨを求めればよいことに気が付くだろう。また，体積は

$\frac{\pi}{3}(\mathrm{CH})^2\mathrm{AH}+\frac{\pi}{3}(\mathrm{CH})^2\mathrm{HB}=\frac{\pi}{3}(\mathrm{CH})^2\mathrm{AB}$ となり，ＡＨやＨＢは求める必要がないことが分かる。

付　平成 26 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1)　入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2)　基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1)　検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２]，［３]，［４］は標準問題である。

(2)　調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日までの間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10％の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 17 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1)　標本数・平均点・標準偏差　　表 12

テスト／項目	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,975	6,975	8,346
平均点	49.0	48.2	43.5
標準偏差	24.3	26.4	28.2

(2)　得点分布（％）　　表 13

テスト／得点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	5.5	6.1	6.1
80 ～ 89	7.3	8.4	7.5
70 ～ 79	10.0	11.0	9.1
60 ～ 69	12.2	11.1	9.9
50 ～ 59	13.6	11.4	9.3
40 ～ 49	13.8	12.1	9.9
30 ～ 39	13.4	11.3	9.8
20 ～ 29	10.7	10.8	11.7
10 ～ 19	9.6	10.2	12.8
0 ～ 9	3.9	7.6	13.9

(3)　調査問題別平均点分布（校）　　表 14

テスト／平均点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上		2	4
75～80未満	1	5	5
70 ～ 75	2	8	7
65 ～ 70		4	12
60 ～ 65	4	9	8
55 ～ 60	2	11	7
50 ～ 55	6	6	13
45 ～ 50	4	6	10
40 ～ 45	2	14	13
35 ～ 40	5	6	3
30 ～ 35	1	7	11
25 ～ 30	3	8	9
20 ～ 25	2	10	13
15 ～ 20		4	14
15未満		3	14
計	32	103	143

平成２６年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ　基　本

学年	組	番	氏名

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $(a^2)^3 \times a^3 = \boxed{}$ である。

(2) $(x+y+2)(x+y-2)$ を展開すると $\boxed{}$ である。

(3) $3x^2-20x+12$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(4) $|2-7| = \boxed{}$ である。

(5) $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) = \boxed{}$ である。

(6) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+1}$ の分母を有理化すると $\boxed{}$ である。

(7) １次不等式 $2x+5 \leqq 5x-7$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

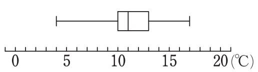
(8) ２次方程式 $2x^2+5x+1=0$ を解くと $x=\boxed{}$ である。

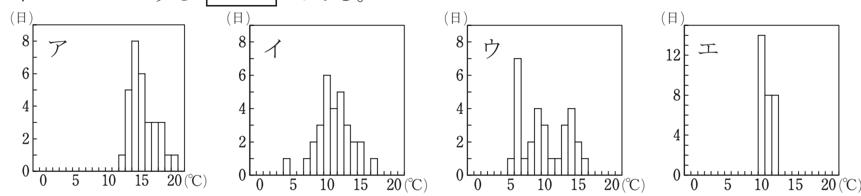
(9) ２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(10) 集合 $\mathrm{A}=\{1, 7, 9\}$，$\mathrm{B}=\{1, 3, 7\}$ について，集合 $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \boxed{\{\quad\}}$ である。

(11) 自然数 n について，命題「n が 12 の約数ならば，n は 18 の約数である」は偽であり，反例を一つあげると，$n = \boxed{}$ である。

(12) 右の図は１日の平均気温 30 日分の箱ひげ図である。対応するヒストグラムは，下のア～エのうち $\boxed{}$ である。





(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	{　　　}
(11)	
(12)	

［２］ 次の各問いに答えよ。

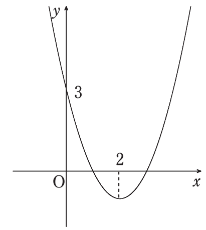
(1) ２次関数 $y=-3(x-1)^2+2$ のグラフの頂点は $\boxed{(\quad,\quad)}$ である。

(2) ２次関数 $y=x^2-4x+5$ を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると，

$y=x^2-4x+5$

$=(x-\boxed{ア})^2+\boxed{イ}$ である。

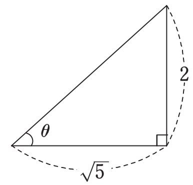
(3) 右の図は２次関数 $y=(x-2)^2-1$ のグラフである。この関数の $-1 \leqq x \leqq 3$ における最大値は $\boxed{ア}$，最小値は $\boxed{イ}$ である。



(1)	(　　，　　)
(2)	ア　　　イ
(3)	ア
	イ

［３］ 次の各問いに答えよ。

(1) 右の図の直角三角形において，$\sin\theta = \boxed{}$ である。

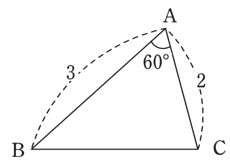


(2) $0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。$\cos\theta = \dfrac{1}{2}$ のとき，

$\theta = \boxed{}$ である。

(3) $\sin A = \dfrac{4}{5}$，$\cos A = \dfrac{3}{5}$ のとき，$\tan A = \boxed{}$ である。

(4) 下の図の△ＡＢＣにおいて，△ＡＢＣの面積は $\boxed{}$ である。



(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

番号	配点	正　答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	a^9	53	83	38	2	0	3	45	a^{24}(14.2), a^{18}(13.5), a^{11}(4.6)
(2)	5	$x^2+2xy+y^2-4$	67	86	52	5	0	7	28	x^2+y^2-4(6.8), x^2+xy+y^2-4(3.2)
(3)	5	$(x-6)(3x-2)$	54	90	14	26	3	48	20	$(x+6)(3x+2)$(2.8)
(4)	5	5	51	72	38	6	0	10	43	-5(22.8), $\lvert -5\rvert$(4.3)
(5)	5	4	79	93	48	5	0	7	16	5(2.8)
(6)	5	$\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$	38	55	14	8	7	17	54	$\dfrac{\sqrt{5}}{6}$(23.8), $\dfrac{\sqrt{5}+1}{6}$(4.3), $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$(3.9)
(7)	5	$x \leqq 4$	46	86	10	17	3	35	37	4 $(x=4)$(12.1), $x \geqq 4$(8.2)
(8)	5	$\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$	43	69	21	32	24	55	25	$\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$(2.5)
(9)	5	$1<x<2$	29	52	0	31	17	62	40	$x=1,\ 2$(8.2), $x<1,\ 2<x$(2.5)
(10)	5	{1, 3, 7, 9}	52	62	28	5	3	0	43	{1, 7}(33.1), {3, 9}(3.2)
(11)	5	4	43	62	17	13	7	24	44	3(6.4), 6(6.0), 9(6.0)
(12)	5	イ	65	79	55	2	3	3	33	エ(18.5), ウ(11.4), ア(2.8)
[2](1)	5	(1, 2)	43	69	21	21	10	24	36	(−3, 2)(5.7), (−1, 2)(5.3)
(2)	5	ア　2	60	90	31	15	0	0	25	4(6.8), 5(1.8)
		イ　1	40	69	0	15	24	24	45	5(31.0), 9(4.6)
(3)	5	ア　8	29	31	3	10	3	14	61	3(34.2), なし(16.4)
	5	イ　−1	59	69	52	10	0	14	31	0(10.7), 2(7.8)
[3](1)	5	$\dfrac{2}{3}$	33	55	0	19	14	45	48	$\dfrac{2}{\sqrt{5}}$(6.4), 45°(6.0), 3(4.6)
(2)	5	60°	47	83	21	15	0	31	38	90°(11.7), 30°(7.8), 45°(6.4)
(3)	5	$\dfrac{4}{3}$	62	97	28	13	0	35	25	$\dfrac{3}{4}$(7.8), $\dfrac{2}{5}$(3.9), 1(3.9)
(4)	5	$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$	30	52	10	40	24	62	30	$\dfrac{3}{2}$(3.9), 3(2.8)

(1) 平方完成を定着させたい

問題番号	問題(正答)	正答率(上位群／下位群)	主な誤答例(誤答率)
H25 ［２］ (2)	２次関数 $y=x^2-4x+5$ を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると，$y=\boxed{}$ である。 ($y=(x-2)^2+1$)	32.8% (52.2%／ 4.3%)	$(x-2)^2+5$(9.8%)，$(x-2)^2+9$(3.0%)
H26 ［２］ (2)	２次関数 $y=x^2-4x+5$ を $y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると，$y=x^2-4x+5$ $=(x-\boxed{ア})^2+\boxed{イ}$ である。 (ア 2，イ 1)	ア 60.1% (89.7%／31.0%) イ 39.5% (69.0%／ 0.0%)	ア 4(6.8%)，5(1.8%) イ 5(31.0%)，9(4.6%)

平方完成をさせる問題，また平方完成を利用して解く問題は例年出題している。H25 では平方完成した式全体を求めさせていたが，今回は$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$と分けて出題した。その結果，$\boxed{ア}$と$\boxed{イ}$では正答率が約 20 ポイント違うことが分かる。特に，$\boxed{イ}$の下位群の正答率が０％であった。

$\boxed{イ}$の主な誤答例として５が多く，$\boxed{イ}$の部分で$\boxed{ア}$の２乗を引くことができていないことが分かる。

【指導上の留意点】

グラフをかくとき，$y=x^2+bx+c$ の c の部分は関数 $y=x^2+bx+c$ と y 軸との交点の y 座標を表すのであって，頂点の y 座標を表しているのではないことを指導する。そうすることによって，平方完成する場合，$\boxed{イ}$の値は c の値と違う値になるはずだと考えることができ，今回の問題では$\boxed{イ}$の部分が５のままだとおかしいと気付くことができる。

平方完成を授業で教える際には，平方完成した後に展開して元の式に戻るかどうかを確認する習慣を身に付けさせることが大事である。そうすることで，生徒は展開した式が元の式と違ったときに，平方完成がきちんとできていないと気付き，平方完成の途中でどこを間違えたかを振り返るようになる。

その中で，平方完成が苦手な生徒には，$(x\pm\square)^2=x^2\pm2\square x+\square^2$ （複号同順）の展開式を利用して，「b の$\frac{1}{2}$倍の２乗を足して引くことで，前後の式がイコールで結ばれている」という意識をもたせれば，間違えにくくなる。

$$
\begin{aligned}
y&=x^2-\ \ 4x+5\\
&=x^2-2\cdot2x+5\\
&=\underline{x^2-2\cdot2x+2^2}-2^2+5\\
&=\underline{(x-2)^2}+1
\end{aligned}
$$

慣れてきたら $x^2+bx=\left(x+\frac{b}{2}\right)^2-\left(\frac{b}{2}\right)^2$ というように，徐々に計算式を省略すればよいと指導する。

平成２６年度　高等学校標準学力検査問題

数　　学　　Ⅰ＋A

学年　　組　　番　氏名

次の $\boxed{\quad}$ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}$ を計算すると $\boxed{\quad}$ である。

(2) $(x-y)^2-2(x-y)$ を因数分解すると $\boxed{\quad}$ である。

(3) ２次方程式 $4x^2+x-3=0$ の解は $x=\boxed{\quad}$ である。

(4) 不等式 $|x-2|>3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\quad}$ である。

(5) ２次関数 $y=x^2-6x+a$ のグラフが x 軸と接するとき，定数 a の値は $\boxed{\quad}$ である。

(6) 放物線 $y=2(x-1)^2+1$ を y 軸に関して対称移動させたグラフを表す放物線の方程式は $y=\boxed{\quad}$ である。

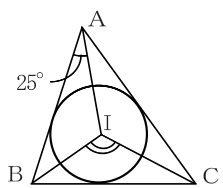
(7) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ において，$\tan\theta=-2$ のとき，$\cos\theta=\boxed{\quad}$ である。

(8) △ＡＢＣにおいて，$\angle A=60^\circ$，外接円の半径が２のとき，辺ＢＣの長さは $\boxed{\quad}$ である。

(9) ６個の数字 0，1，2，3，4，5 からくり返して用いることを許して３桁の整数をつくるとき，その整数は $\boxed{\quad}$ 個できる。

(10) 男子５人，女子３人の中から３人を選ぶとき，女子が少なくとも１人含まれる選び方は $\boxed{\quad}$ 通りである。

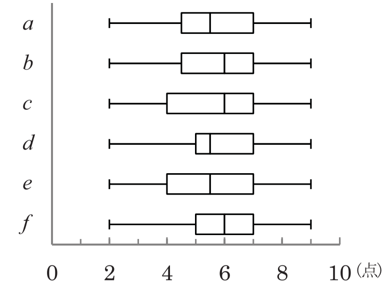
(11) 図において，点Ｉは△ＡＢＣの内心である。∠ＢＡＩ＝25° のとき，∠ＢＩＣの大きさは $\boxed{\quad}$ である。



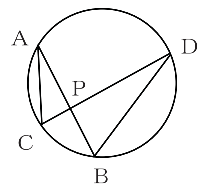
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	

(12) 次のデータを箱ひげ図に表したとき，対応する箱ひげ図は，右の a ～ f のうち $\boxed{\quad}$ である。

点数	2	3	4	5	6	7	8	9	計
人数	1	4	5	6	7	10	4	3	40



(13) 図のように，円周上の点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄについて，線分ＡＢと線分ＣＤは点Ｐで交わっている。
ＰＡ＝3，ＰＣ＝2，ＰＤ＝8 のとき，
ＰＢ＝ $\boxed{\quad}$ である。



(12)	
(13)	

［２］ ２次関数 $y=x^2-2x+3$ $(-2 \leqq x \leqq a)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=0$ のとき，y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

(2) $a>1$ のとき，y の最小値は $\boxed{\quad}$ である。

(1)	
(2)	

［３］ △ＡＢＣにおいて，ＡＢ＝8，ＢＣ＝5，∠Ｂ＝60° とするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 辺ＡＣの長さは $\boxed{\quad}$ である。

(2) △ＡＢＣの面積は $\boxed{\quad}$ である。

(3) △ＡＢＣの内接円の半径は $\boxed{\quad}$ である。

(1)	
(2)	
(3)	

［４］ 同じ製品を作る２つの工場Ａ，Ｂがあり，Ａ工場の製品には３％，Ｂ工場の製品には５％の不良品がでる。Ａ工場から100個，Ｂ工場から200個抜き出し，よく混ぜた後に１個を取り出す。次の確率を求めよ。

(1) 取り出した製品が不良品である確率は $\boxed{\quad}$ である。

(2) 取り出した製品が不良品であったとき，それがＡ工場の製品である確率は $\boxed{\quad}$ である。

(1)	
(2)	

番号	配点	正答	上位群 正答率 下位群		上位群 無答率 下位群		誤答率	主な誤答例 （標本全体に対する％）
[1](1)	5	4	72	97 54	3	0 2	25	0(7.7)，$\frac{4}{3}$(3.5)，$-\frac{1}{4}$(1.2)，1(1.2)
(2)	5	$(x-y)(x-y-2)$	65	97 31	10	0 24	25	$x^2-2xy+y^2-2x+2y$ (9.9) $(x-y-1)^2-1$ (1.0)
(3)	5	-1，$\frac{3}{4}$	70	85 61	4	0 4	26	$(4x-3)(x+1)$ (7.6)，$x=-1$ (1.6)
(4)	5	$x<-1$，$5<x$	37	65 7	9	1 8	54	$x>5$ (12.6)，$-1<x<5$ (7.5)
(5)	5	9	58	90 22	17	0 36	25	0(4.9)，6(2.5)，3(2.5)
(6)	5	$2(x+1)^2+1$	46	84 7	18	0 41	36	$-2(x-1)^2+1$(6.8)， $-2(x-1)^2-1$(5.7)
(7)	5	$-\frac{\sqrt{5}}{5}$	28	44 14	13	3 23	59	$\frac{\sqrt{5}}{5}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$(12.9)，$-\frac{1}{2}$(5.1)，-1(4.1)
(8)	5	$2\sqrt{3}$	47	75 15	19	4 40	34	4(8.5)，2(4.6)，$\sqrt{3}$(4.5)
(9)	5	180	40	66 17	7	0 8	53	100(11.6)，120(8.1)，216(5.6)
(10)	5	46	39	65 11	10	0 17	51	276(4.3)，30(3.4)，56(3.2)
(11)	5	115°	37	58 12	12	1 17	51	100° (19.1)，130° (14.4)
(12)	5	b	33	48 20	4	0 3	63	c(22.6)，e(14.2)，a(9.1)，f(9.0)
(13)	5	$\frac{16}{3}$	67	94 46	5	1 10	28	3(4.8)，$\frac{3}{4}$(4.6)，12(4.3)
[2](1)	5	3	71	96 67	10	0 12	19	2(4.7)，11(2.2)
(2)	5	2	49	85 17	18	0 32	33	3(10.6)，1(4.3)，a^2-2a+3 (2.3)
[3](1)	5	7	68	94 41	13	1 25	19	6(1.9)，$\sqrt{69}$(1.5)，$\sqrt{39}$(1.2)
(2)	5	$10\sqrt{3}$	54	93 24	19	1 43	27	10(6.6)，$20\sqrt{3}$(3.3)，20(2.3)
(3)	5	$\sqrt{3}$	25	55 4	35	13 60	40	$\frac{7\sqrt{3}}{3}$(8.6)，2(3.9)，10(2.2)
[4](1)	5	$\frac{13}{300}$	50	77 23	17	1 31	33	$\frac{2}{25}$，$\frac{8}{100}$ (9.7)，$\frac{11}{200}$，5.5%(3.8)
(2)	5	$\frac{3}{13}$	24	34 8	25	8 37	51	$\frac{1}{100}$(18.6)，$\frac{3}{100}$(3.9)

(1) ２次関数の対称移動の定着を図りたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H25［１］(6)	放物線 $y=2(x-1)^2+1$ を x 軸に関して対称移動させたグラフを表す２次関数は $y=\boxed{}$ である。（ $y=-2(x-1)^2-1$ ）	42.5%（75.8%／9.5%）15.3%（0.0%／30.5%）	$y=-2(x-1)^2+1$(4.9%), $y=2(x-1)^2-1$(4.7%), $y=2(x+1)^2+1$(3.4%)
H26［１］(6)	放物線 $y=2(x-1)^2+1$ を y 軸に関して対称移動させたグラフを表す２次関数は $y=\boxed{}$ である。（ $y=2(x+1)^2+1$ ）	46.3%（83.9%／6.5%）17.8%（0.0%／40.9%）	$y=-2(x-1)^2+1$(6.8%), $y=-2(x-1)^2-1$(5.7%), $y=2(x-1)^2-1$(3.8%)

H25 から２次関数のグラフの対称移動の問題を出題している。正答率及び無答率を見ると，上位群と下位群の差がはっきりしており，特に下位群の無答率が３割から４割であることから，下位群の生徒は，対称移動した後のグラフの形が想像できていない可能性がある。逆に上位群の数値を見ると，８割近くの正答率と無答率が０％であることから，ある程度の定着が図られていると考えられる。下位群を中心に定着を図ることが肝腎である。

【指導上の留意点】

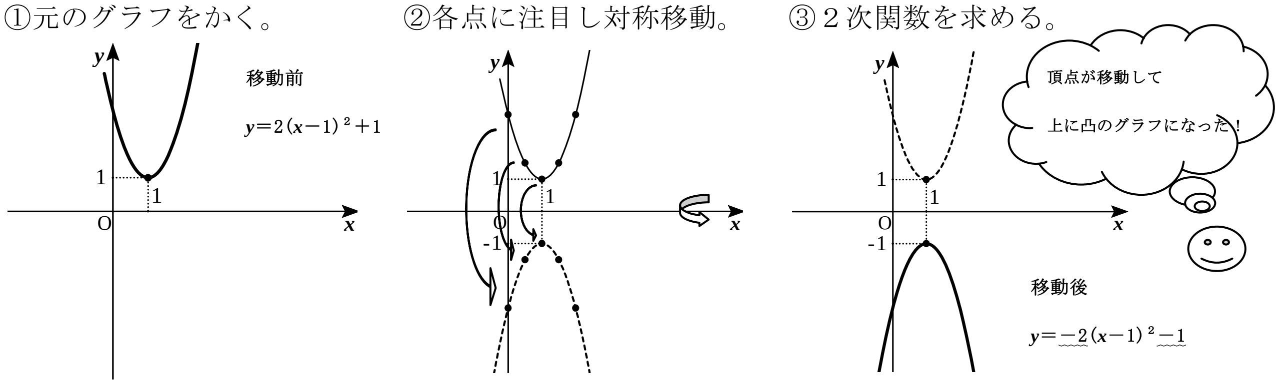
この問題が解けない主な要因は，対称移動のイメージができていないことである。

放物線のグラフをかき，対称移動のイメージができていれば，対称移動したグラフをかくことで視覚的に導き出すことができる。

中学校で点の対称移動については学んでいる。グラフは点の集まりなので，グラフの対称移動も点と同様に考えればよいのだが，点の対称移動と比べてあまり理解が得られていない。

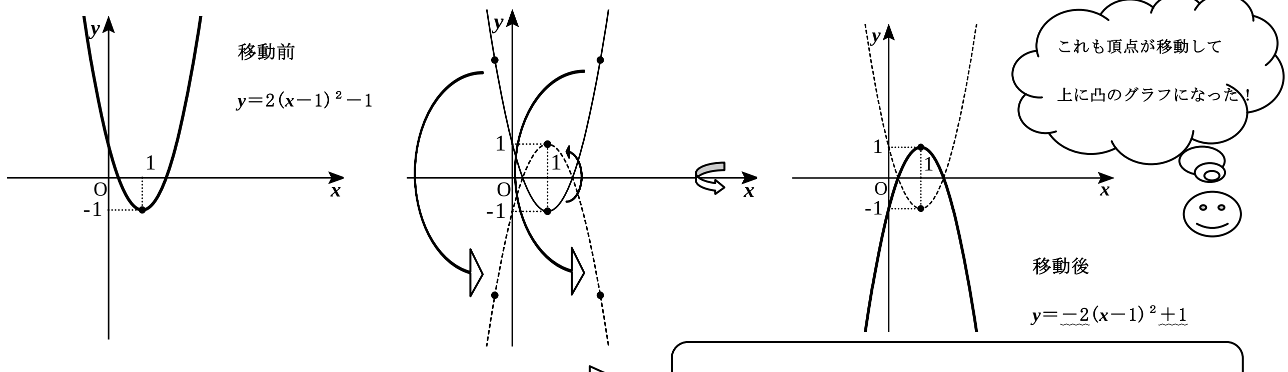
H25［１］(6) を例に，対称移動を説明する。

①元のグラフをかく。　②各点に注目し対称移動。　③２次関数を求める。



また，x 軸と交わるグラフ（例　放物線 $y=2(x-1)^2-1$ ）についても同様に考えることができる。

①元のグラフをかく。　②各点に注目し対称移動。　③２次関数を求める。



グラフの形と頂点に注目すれば解決！

グラフをかいて視覚的に考えることができれば，頂点の移動やx^2の係数の変化を理解するのは容易であり，そこに注目すればよいことも理解できる。このことを踏まえて，右表のように，一般的な関数 $y=f(x)$ についての対称移動まで発展できるとよい。

関数 $y=f(x)$ のグラフを	
x 軸に関して対称移動	$-y=f(x)$
y 軸に関して対称移動	$y=f(-x)$
原点に関して対称移動	$-y=f(-x)$

(2)正弦定理を利用する問題の計算ミスをなくしたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H26 ［１］ (8)	△ＡＢＣにおいて，∠Ａ＝60°，外接円の半径が２のとき，辺ＢＣの長さは $\boxed{}$ である。　（ＢＣ＝$2\sqrt{3}$）	46.7%（75.3%／15.1%）	４（8.5%），２（4.6%），$\sqrt{3}$（4.6%）
H26 ［３］ (1)	△ＡＢＣにおいて，ＡＢ＝８，ＢＣ＝５，∠Ｂ＝60°とするとき，次の各問に答えよ。辺ＡＣの長さは $\boxed{}$ である。　（ＡＣ＝７）	67.6%（93.5%／40.9%）	６（1.9%），$\sqrt{69}$（1.5%），$\sqrt{39}$（1.2%）

上記表は正弦定理及び余弦定理を利用する問題の比較である。両者は同じような問題であるにもかかわらず正答率，及び上位群／下位群，全てにおいて正弦定理を利用する問題は余弦定理を利用するものより約20ポイント下回っている。

【指導上の留意点】

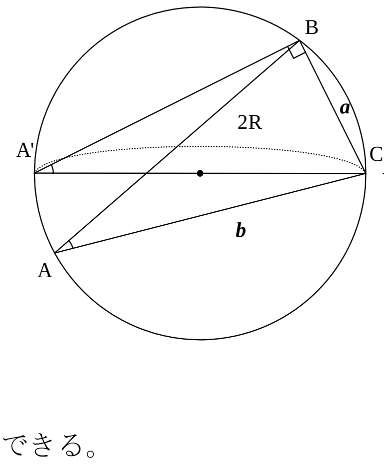
正弦定理	$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$	余弦定理	$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

余弦定理は三つの式を示しているものの，式一つ一つが完結しており，また三角形の３辺と１つの角の位置関係が理解できれば，結局は一つの公式であることが容易に分かる。

正弦定理は，分数式であること，四つの式が等号でつながっていること，という二つの要因で余弦定理よりも定着していないと考える。分数式であることに加えて，そこに代入する三角比の値自体も分数であるので,余弦定理に比べるととても煩雑な計算になる。計算力に自信がない生徒に対しては，授業で説明する際には工夫が必要である。

前提として $0°\leqq\theta\leqq180°$ の主な三角比を定着させておく。次に正弦定理の証明で，円周角の定理を利用することで次の方程式を得る。

$a=2R\sin A$　（右図参照）



すなわち

$\boxed{（辺）＝（直径）\ \sin\ （角）\cdots①}$

例えば，［１］(8)を①を利用して解くと，

$$ＢＣ=2\cdot2\cdot\sin60°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$$　となる。

この方法は，次のような一般的な正弦定理の問題でも利用することができる。

例題　△ＡＢＣにおいて，$a=12$，$A=45°$，$B=60°$ のとき，b の値を求めよ。

$12=2R\sin45°$ より，$R=\dfrac{12}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$

$b=2R\sin B$ より，$b=2\cdot6\sqrt{2}\cdot\sin60°=12\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{6}$　が得られる。

⑶ 場合の数の問題を正しく立式させたい

問題番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H25 ［１］ (10)	男子６人，女子４人の中から４人を選ぶとき，女子が少なくとも１人含まれる選び方は □ 通りである。　（195 通り）	35.1％ (68.4％／5.3％)	210 通り　(2.9％)， 336 通り　(2.2％)
H26 ［１］ (10)	男子５人，女子３人の中から３人を選ぶとき，女子が少なくとも１人含まれる選び方は □ 通りである。　（46 通り）	38.9％ (64.5％／10.8％)	276 通り (4.3％)，30 通り (3.4％)， 56 通り (3.2％)，$\frac{23}{28}$　(2.8％)， 63 通り (2.7％)

H25 から出題されている，補集合を利用する組合せの問題である。出題頻度の高い問題であるが，いずれも正答率は 40％を下回っている。

そこで，誤答率の上位から，どのような式を立てたかを推測した。

誤答	推測される式	推測される考え方
276 通り	${}_8P_3-{}_5P_3=276$	ＰとＣの誤り
30 通り	${}_5C_2\times{}_3C_1=30$	男子５人から２人選び，女子３人から１人選ぶ
56 通り	${}_8C_3=56$	単純に８人から３人選ぶ
$\frac{23}{28}$	$\frac{{}_8C_3-{}_5C_3}{{}_8C_3}=\frac{23}{28}$	確率と勘違い。多くの教科書で「少なくとも〜」が確率に入ってから出題されるからか
63 通り	$3\times{}_7C_2=63$	女子（A，B，C）を決め，残り７人から２人選ぶ $\left.\begin{array}{l}A\ ○\ ○\\B\ ○\ ○\\C\ ○\ ○\end{array}\right\}\ 3\times{}_7C_2=63$

以上から，問題文から正しく読み取り，立式することができないのではないかと考えられる。

【指導上の留意点】

誤答を基に正しく立式するために以下の二点を強調する必要がある。

ア　「『並べる』ときは『Ｐ』,『選ぶ』ときは『Ｃ』を使う」と区別できるように指導する。

ただし,「選ぶ」と記述していても『Ｐ』を使う場合があるので注意させる。

例　クラス 40 人から，級長，副級長，書記をそれぞれ１人ずつ，合計３人を選ぶ選び方は何通りか。

	考え方	式
考え方１	40 人から級長，副級長，書記の順に並ばせる	${}_{40}P_3$
考え方２	40 人から級長を１人選び，次に副級長を１人選び，書記を１人選ぶ	${}_{40}C_1\times{}_{39}C_1\times{}_{38}C_1$
考え方３	40 人から３人を選び，その中で級長，副級長，書記を決める	${}_{40}C_3\times3!$

考え方３については，場合の数をひととおり学習した後に，『Ｐ』を用いる順列を，「選んで，並べる」と考える方法である。これは，統一した方が『Ｐ』か『Ｃ』かで迷わなくなったり，複雑な順列を考えたりするときによい場合があるからである。

複雑な順列の例　monotone の８文字から４文字選んで横１列に並べるとき，文字列は何個できるか。

イ　補集合を利用するキーワードを意識させる。

以下のような言葉があるとき，補集合を利用する方が簡単になる場合がある。

キーワード	例題	考え方
少なくとも	男子５人，女子３人の中から３人を選ぶとき，女子が少なくとも１人含まれる選び方は何通りか。	男子５人から３人を選ぶ場合は ${}_5C_3$ 通り ${}_8C_3-{}_5C_3$
〜でない，〜以外	１から 100 までの自然数のうち，７の倍数でない数の個数を求めよ。	７の倍数の個数は 14 個 100−14
〜以上，〜以下	１，２，３，４，５の５個の数字を１個ずつ使って３桁の整数を作る。135 以上の整数は何個作れるか。	135 未満の整数は５個 ${}_5P_3-5$
最大値，最小値	４個のさいころを同時に投げるとき，出る目の最大値が６になる場合の数を求めよ。	４個とも１から５のいずれかの目が出る場合は 5^4 通り 6^4-5^4

平成２６年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅱ

学年　　組　　番　氏名

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］ 次の各問いに答えよ。

(1) $27x^3-8y^3$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(2) $\sqrt{-2}\times\sqrt{-4}$ を計算すると $\boxed{}$ である。

(3) ３次方程式 $2x^3+5x^2+x-2=0$ の解は $x=\boxed{}$ である。

(4) ２次方程式 $3x^2+2x+1=0$ の２つの解を α, β とするとき，$\alpha+\beta=\boxed{ア}$ ，$\alpha\beta=\boxed{イ}$ である。

(5) $(x-2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数は $\boxed{}$ である。

(6) 点（-1，2）を通り，直線 $x+3y-5=0$ に垂直な直線の方程式は $\boxed{}$ である。

(7) 点（-1，2）と直線 $4x+3y-5=0$ の距離は $\boxed{}$ である。

(8) 関数 $y=\sin2\theta$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{}$ である。

(9) $\sin\theta=\frac{2}{3}$ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ のとき，$\sin2\theta$ の値は $\boxed{}$ である。

(10) 不等式 $\log_2 x<3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(11) 7^{30} は $\boxed{}$ 桁の数である。
ただし，$\log_{10}7=0.8451$ とする。

(12) 曲線 $y=x^3-2$ 上の点（1，-1）における接線の傾きは $\boxed{}$ である。

(13) 放物線 $y=x^2-1$ と直線 $y=x+1$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	ア　　イ
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	
(12)	
(13)	

［２］ ２点Ａ（0，0），Ｂ（6，0）について，次の各問いに答えよ。

(1) 線分ＡＢを２：１に内分する点の座標は（$\boxed{ア}$ ，0），２：１に外分する点の座標は（$\boxed{イ}$ ，0）である。

(2) ２点Ａ，Ｂからの距離の比が２：１である点Ｐの軌跡は，中心 $\boxed{ア}$ ，半径 $\boxed{イ}$ の円である。

(1)	ア　　イ
(2)	ア　　イ

［３］ 関数 $y=4^x-2^{x+2}+3$（$0\leqq x\leqq2$）について，$2^x=t$ として，次の各問いに答えよ。

(1) t のとりうる値の範囲は $\boxed{}$ である。

(2) y を t の式で表すと，$y=\boxed{}$ である。

(3) y の最小値は $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	
(3)	

［４］ 関数 $y=x^3-3x$ について，次の各問いに答えよ。

(1) この関数の極大値は $\boxed{}$ である。

(2) x についての方程式 $x^3-3x-a=0$ が異なる３つの実数解をもつような定数 a の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$	60	87	30	10	0	25	30	$(3x-2y)^2$ (5.2)
(2)	5	$-2\sqrt{2}$	43	63	31	1	0	1	56	$2\sqrt{2}$ (41.8), $2\sqrt{2}i$ (5.9)
(3)	5	$-2,\ -1,\ \frac{1}{2}$	47	83	6	18	0	41	35	-1 (9.0), $(x+1)(x+2)(2x-1)$ (4.7)
(4)	5	ア　$-\frac{2}{3}$	60	96	22	11	0	21	29	$\frac{2}{3}$ (6.0), 2 (2.1), $-\frac{1}{3}$ (2.1)
		イ　$\frac{1}{3}$	58	96	17	11	0	23	31	3 (5.1), $-\frac{1}{3}$ (4.8), 1 (2.9)
(5)	5	-80	43	63	14	12	3	17	45	-8 (6.8), -40 (5.9)
(6)	5	$3x-y+5=0$	55	93	16	18	0	41	27	$y=\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ (4.0)
(7)	5	$\frac{3}{5}$	32	58	4	30	4	55	38	$\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (7.5), 3 (3.9), -3 (2.0)
(8)	5	π	10	10	4	27	9	44	63	0 (16.1), 1 (9.5)
(9)	5	$\frac{4\sqrt{5}}{9}$	34	68	4	26	3	44	40	$\frac{4}{3}$ (8.8), $\frac{4}{9}$ (2.8), $\frac{1}{3}$ (2.8)
(10)	5	$0<x<8$	26	50	7	15	0	28	59	$x<8$ (36.0), $x<3$ (1.8)
(11)	5	26	36	52	15	19	6	22	45	25 (17.8), 24 (2.3), 29 (1.7)
(12)	5	3	48	77	18	24	5	47	28	1 (4.4), -1 (2.8)
(13)	5	$\frac{9}{2}$	43	70	11	21	1	47	36	$\frac{3}{2}$ (2.6), $\frac{11}{2}$ (2.3), 2 (2.1)
[2](1)	5	ア　4	76	98	63	4	0	3	20	2 (5.6), 3 (3.7)
		イ　12	66	97	44	4	0	4	30	9 (6.3), -6 (4.7), 6 (4.4)
(2)	5	ア　(8, 0)	26	55	0	34	10	51	40	(12, 0) (4.4), (4, 0) (3.8)
		イ　4	29	55	1	34	10	47	37	2 (8.6), 3 (7.1), $6\sqrt{2}$ (3.7)
[3](1)	5	$1\leqq t\leqq 4$	50	80	11	17	0	37	33	$0\leqq t\leqq 4$ (5.6), $1\leqq t\leqq 3$ (3.2)
(2)	5	$y=t^2-4t+3$	53	91	14	14	1	30	33	$y=t^2-2t+3$ (6.3), $y=-t^2+2t+3$ (5.0)
(3)	5	-1	45	86	17	20	1	45	35	0 (9.6), 1 (4.4), 2 (4.1)
[4](1)	5	2	73	96	43	11	1	25	16	0 (4.5), -2 (1.7)
(2)	5	$-2<a<2$	46	78	10	31	8	59	23	$-2\leqq a\leqq 2$ (4.1), $-1<a<1$ (2.2)

(1) 対数関数において「真数が正である」という条件を定着させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（誤答率）
H26 ［1］(10)	不等式 $\log_2 x<3$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。 ($0<x<8$)	25.5% (50.4%／7.0%)	$x<8$ (36.0%)，$x<3$ (1.8%)，$x<9$ (1.8%)

$x<8$ (36.0%) という誤答から対数関数を含む不等式を解く際に，「真数が正である」という条件を忘れていることが分かる。

原因として，例えば方程式「 $\log_2 x=3$ 」を解く際には，対数の定義「 $\log_a M=p \Leftrightarrow M=a^p$ 」から解答することができるため，真数条件 $x>0$ の必要性が感じられない。そのため，対数関数を含む不等式を解く際にも同様に解答してしまったと考えられる。

【指導上の留意点】

真数条件を確認する習慣を身に付けるには，定義を利用して解ける対数関数を含む方程式も右記のように，不等式と同様の解答方法で解答するよう指導し，「対数関数を含む方程式と不等式は，まず真数条件を考える」ということを定着させるとよい。

例　$\log_2 x=3$

解　真数は正であるから　$x>0$　…… ①

方程式を変形すると　$\log_2 x=\log_2 2^3$

すなわち　$\log_2 x=\log_2 8$

真数を比較すると　$x=8$　…… ②

② は ① を満たす。

よって　$x=8$

(2) 高次方程式が解けるようにしたい

問題番号	問題(正答)	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例(誤答率)
H25 [1] (3)	３次方程式 $2x^3+5x^2+x-2=0$ の解は $x=\boxed{}$ である。 ($x=-2,\ -1,\ \frac{1}{2}$)	55.5% (81.7%／20.2%)	17.2% (1.8%／36.7%)	-1 (6.0%)，$(x+1)(x+2)(2x-1)$ (3.0%)
H26 [1] (3)		46.5% (82.6%／6.1%)	18.1% (0.0%／40.9%)	-1 (9.0%)，$(x+1)(x+2)(2x-1)$ (4.7%)，-2 (3.3%)，$-1,\ -2$ (2.4%)

高次方程式を解く問題を毎年出題している。本年度と同じ問題をH25にも出題しているが，正答率を比べると下位群が低下している。主な誤答例には，正答の一部を含むものや左辺を因数分解した式を答えてしまったものが多く，その合計は本年度では19.4%にも及ぶ。この正答まであと一歩と思われる誤答を正答に導くことで，下位群の正答率低下を防ぎたい。

【指導上の留意点】

この問題は３個の解をもつにもかかわらず２個以下の解を答える誤答が多いことから，因数定理を利用し切れていないことや，「３次方程式は３個の解をもつ」ことが確認できていないことが誤答の要因と考えられる。$x^3-27=0$，$x^3+x^2-4x-4=0$ （$(x+1)(x+2)(x-2)=0$ に変形できる），$x^3+6x^2+12x+8=0$ （$(x+2)^3=0$ に因数分解できる）などの例題を用いて３次方程式は３個の解をもつことや重解をもつ場合もあることを理解させ,解の個数が足らない場合には違和感をもたせたい。

<因数の見つけ方>

因数定理を利用する他に，１次式と２次式の積になることを利用して候補となる整数を次のように求めることもできる。

例　$2x^3+5x^2+x-2$ を因数分解せよ。

③ $a\times e-b\times d=1$
かつ $a\times d-b\times c=5$ を満たす数

①かけて２

$$(ax-b)(cx^2+dx+e)=0$$

②かけて２

手順①　x^3 の項の係数２に注目し，２の約数（±1，±2）から a，c の値の候補となるペアを探す。

手順②　定数項２に注目し，２の約数（±1，±2）から b，e の値の候補となるペアを探す。

手順③　x^2 の項の係数５と x の項の係数１に注目し，①，②の手順で求めた候補のうち，$a\times e-b\times d=1$ かつ $a\times d-b\times c=5$ を満たすようなペアと d の値を求める。

このとき，もとの式の各項が共通因数をもたないことにより，$ax-b$ や，cx^2+dx+e が共通因数をもつものは候補から除外される。

解　$2x^3+5x^2+x-2$ が $(ax-b)(cx^2+dx+e)$ の形（a，b，c，d，e は整数）に因数分解できるとすると，$ac=2$，$be=2$ より

$(a,\ c)=(2,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(-2,\ -1)$，$(-1,\ -2)$

$(b,\ e)=(2,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(-2,\ -1)$，$(-1,\ -2)$ が各係数の候補である。

あとは，$a\times e-b\times d=1$ かつ $a\times d-b\times c=5$ を満たすような d の値を求めればよい。

ここで，もとの式の各項が共通因数をもたないことを考慮すると，

$(a,\ b)=(-2,\ 2)$，$(-1,\ 1)$，$(2,\ -2)$ となるペアは候補から除外される。

$(a,\ c)=(2,\ 1)$

かつ $(b,\ e)=(-1,\ -2)$ のとき

$(2d+1)x^2$

$$2x^3+5x^2+x-2=(2x+1)(x^2+dx-2)$$

$(d-4)x$

x^2 の項の係数について

$$2d+1=5$$

よって $d=2$ ･･･ ①

x の項の係数について

$$d-4=1$$

失敗…

よって $d=5$ ･･･ ②

①，②より d の値が一致しないので不適。

$(a,\ c)=(2,\ 1)$

かつ $(b,\ e)=(1,\ 2)$ のとき

$(2d-1)x^2$

$$2x^3+5x^2+x-2=(2x-1)(x^2+dx+2)$$

$(-d+4)x$

x^2 の項の係数について

$$2d-1=5$$

よって $d=3$ ･･･ ③

x の項の係数について

$$-d+4=1$$

よって $d=3$ ･･･④

③，④より $d=3$

成功！

このとき

$$2x^3+5x^2+x-2=(2x-1)(x^2+3x+2)$$
$$=(2x-1)(x+1)(x+2)$$

(3) 三角関数のグラフを理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率 無答率	主な誤答例（誤答率）
H24 ［1］ (7)	関数 $y=3\sin 2\theta$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{}$ である。ただし弧度法で答えよ。（ π ）	7.9% 47.2%	$\frac{\pi}{2}$（4.9%），$\frac{3}{4}\pi$（4.9%），$\frac{\pi}{4}$（3.2%）
H26 ［1］ (8)	関数 $y=\sin 2\theta$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{}$ である。（ π ）	9.9% 26.6%	0（16.1%），1（9.5%）， -1（4.7%），$\frac{1}{2}$（4.7%）

H24とH26では，ともに正答率が低く，無答率も高い。三角関数の基本的なことが理解できていないと考えられる。

【指導上の留意点】

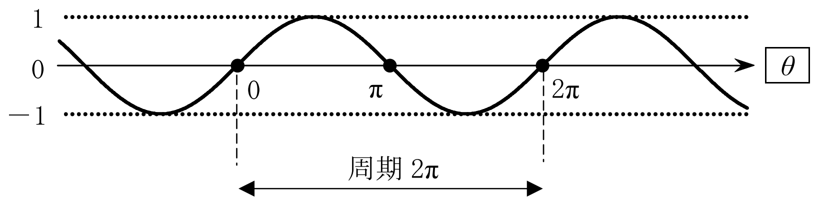
公式を単に暗記するのではなく，最初は実際に値を代入して，なぜ周期が$\frac{1}{2}$倍になるのか考えさせてから公式を理解して使えるように指導していく必要がある。そのためにも，グラフを用いて指導することで，視覚的に理解を深める。

例　$y=\sin 2\theta$ のグラフをかけ。

（前提）　$y=\sin\boxed{\theta}$ のグラフ

$\boxed{\theta}=0，\pi，2\pi$

の点を横軸とともに強調する。



手順１　$y=\sin\boxed{2\theta}$ のグラフ

$\boxed{2\theta}=0，\pi，2\pi$

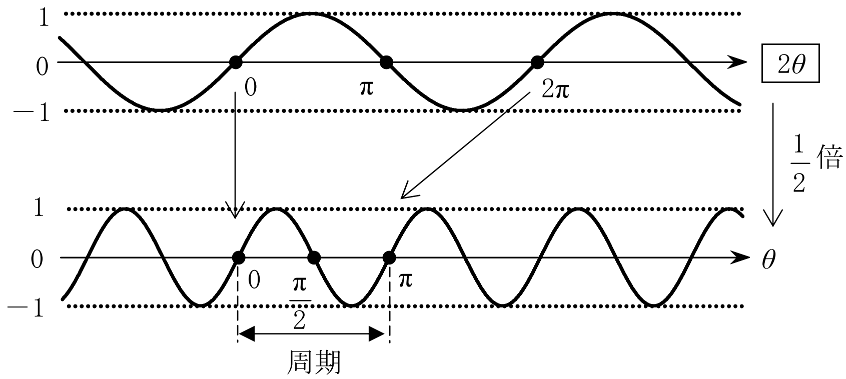
の点を横軸とともに強調する。

手順２　横軸をθにするために

$\frac{1}{2}$倍すると

$\theta=0，\frac{\pi}{2}，\pi$

グラフは右図のようになる。



グラフより，周期が$\frac{1}{2}$倍のπになることが分かる。

以下のような問題でも，同様に考えることができる。

問題　$y=\sin(3\theta-\pi)$ のグラフをかけ。

手順１　$y=\sin\boxed{(3\theta-\pi)}$ のグラフ

$\boxed{(3\theta-\pi)}=0，\pi，2\pi$

の点を横軸とともに強調する。

手順２　横軸をθにするために

πを足して，$\frac{1}{3}$倍すると

$\theta=\frac{\pi}{3}，\frac{2}{3}\pi，\pi$

グラフは右下図のようになる。

グラフより周期が$\frac{1}{3}$倍の$\frac{2}{3}\pi$に

なることが分かる。