付　平成27年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和51年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも50分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日までの間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月19日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表12

テスト／項目	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,877	7,698	8,339
平均点	40.3	47.6	38.5
標準偏差	23.3	25.9	27.6

(2) 得点分布（%）　　表13

テスト／得点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	2.2	5.9	5.0
80 ～ 89	4.4	8.5	5.8
70 ～ 79	7.0	9.8	6.7
60 ～ 69	8.5	10.0	8.0
50 ～ 59	11.1	11.6	8.6
40 ～ 49	13.5	12.3	9.3
30 ～ 39	15.2	13.1	10.7
20 ～ 29	16.8	11.7	12.5
10 ～ 19	13.8	10.5	16.3
0 ～ 9	7.5	6.5	17.1

(3) 調査問題別平均点分布（校）　　表14

テスト／平均点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上		2	2
75～80未満		7	4
70 ～ 75		5	4
65 ～ 70	1	6	7
60 ～ 65	3	11	5
55 ～ 60	1	5	12
50 ～ 55	3	13	8
45 ～ 50		10	10
40 ～ 45	5	6	9
35 ～ 40	4	8	11
30 ～ 35	6	14	12
25 ～ 30	5	14	12
20 ～ 25	5	5	16
15 ～ 20	1	3	7
15未満	2	3	27
計	36	112	146

4　数学Ⅰ（基本）の問題，結果及びその考察

平成２７年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ　基　本

学年　　組　　番　氏名

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) $(-2x^2)^3=$ $\boxed{}$ である。

(2) $(x+1)(x-1)(x^2+1)$ を展開すると $\boxed{}$ である。

(3) $3x^2-20x+12$ を因数分解すると $(x-\boxed{ア})(3x-\boxed{イ})$ である。

(4) $\left|\sqrt{3}-2\right|=$ $\boxed{}$ である。

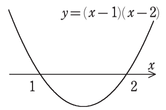
(5) $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)=\boxed{ア}$ であり，

$\dfrac{1}{\sqrt{5}+1}$ の分母を有理化すると $\boxed{イ}$ である。

(6) １次不等式 $5x+7\geqq 2x-5$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(7) ２次方程式 $x^2+3x+1=0$ を解くと $x=$ $\boxed{}$ である。

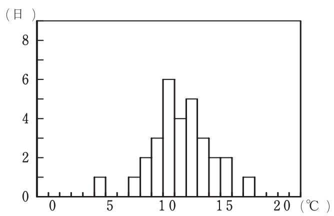
(8) ２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

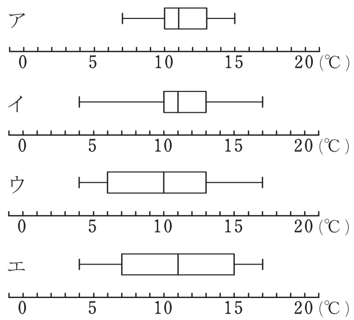


(9) 集合 $A=\{1,7,9\}$，$B=\{1,3,7\}$ について，集合 $A\cap B=\boxed{\{\quad\}}$ である。

(10) 命題「$x=2$ ならば $x^2=4$」の対偶は「$\boxed{ア}$ ならば $\boxed{イ}$ 」である。

(11) 下の図は１日の平均気温 30 日分のヒストグラムである。対応する箱ひげ図は，右のア～エのうち $\boxed{}$ である。





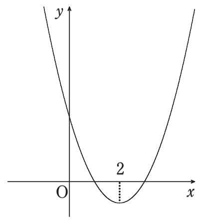
(1)	
(2)	
(3)	ア　　イ
(4)	
(5)	ア
	イ
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	{　　}
(10)	ア　　イ
(11)	

［２］　次の各問いに答えよ。

(1) x の２次方程式 $x^2+3x+m=0$ の判別式を D とすると，$D=\boxed{ア}$ だから，
２次関数 $y=x^2+3x+m$ のグラフと x 軸がただ１つの共有点を持つような m の値は $m=\boxed{イ}$ である。

(1)	ア	
	イ	

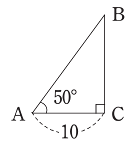
(2) 図は２次関数 $y=(x-2)^2-1$ のグラフである。
この関数の $-1\leqq x\leqq 3$ における最大値は $\boxed{ア}$，最小値は $\boxed{イ}$ である。



(2)	ア	
	イ	

［３］　次の各問いに答えよ。

(1) $\sin 50^\circ=0.77$，$\cos 50^\circ=0.64$，$\tan 50^\circ=1.19$ とする。
図の直角三角形ＡＢＣにおいて，辺ＢＣの長さは $\boxed{}$ である。



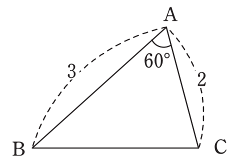
(1)	

(2) $0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ とする。$\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，

$\theta=$ $\boxed{}$ である。

(2)	

(3) 図の△ＡＢＣにおいて，辺ＢＣの長さは $\boxed{ア}$ である。また，△ＡＢＣの面積は $\boxed{イ}$ である。



(3)	ア	
	イ	

平成 27 年度　数学Ⅰ基本

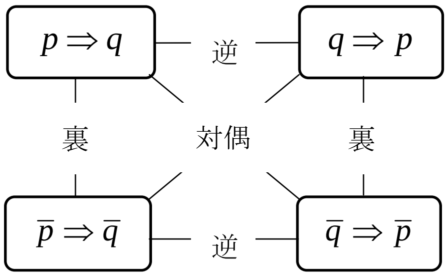
番号	配点	正答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$-8x^6$	62.7	81.5	37.0	2.9	0.0	3.7	34.4	$-8x^8$ (11.1)，$8x^6$ (3.2)
(2)	5	x^4-1	56.3	85.2	18.5	13.6	0.0	25.9	30.1	x^2-1 (2.5)， $(x^2-1)(x^2+1)$ (2.2)
(3)	5	ア　6	58.1	88.9	33.3	17.2	0.0	33.3	24.7	(ア，イ)の順で (−6，−2)(5.4)，(10，2)(4.3)
		イ　2	61.3	85.2	40.7	17.2	0.0	29.6	21.5	
(4)	5	$2-\sqrt{3}$	15.4	14.8	0.0	25.8	7.4	48.1	58.8	$\sqrt{3}-2$ (13.3)，$\sqrt{3}+2$ (11.8)
(5)	5	ア　4	73.1	100	59.3	9.3	0.0	18.5	17.6	6(2.9)，5−1(2.5)
	5	イ　$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	38.7	85.2	0.0	8.6	0.0	18.5	52.7	$\frac{\sqrt{5}}{6}$ (25.1)，$\frac{\sqrt{5}}{5}$ (5.0)，$\frac{\sqrt{5}+1}{6}$ (3.6)
(6)	5	$x \geqq -4$	43.7	81.5	7.4	19.4	11.1	37.0	36.9	−4(8.6)，$x \leqq -4$ (7.2)， $x \geqq 4$ (2.9)
(7)	5	$x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$	47.7	96.3	11.1	23.7	0.0	59.3	28.6	2(1.8)，$-\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (1.4)
(8)	5	$1<x<2$	42.3	70.4	7.4	23.7	3.7	44.4	34.0	$1 \leqq x \leqq 2$ (6.1)，$x=1$，2(3.9)
(9)	5	{1, 7}	71.7	77.8	63.0	6.1	0.0	7.4	22.2	{1, 3, 7, 9}(7.9)，{3, 9}(5.0)， {7}(2.9)
(10)	5	ア　$x^2 \neq 4$	22.6	40.7	3.7	15.4	0.0	25.9	62.0	$x^2=4$ ならば $x=2$ (46.2)， $x=-2$ ならば $x^2=4$ (1.4)
		イ　$x \neq 2$	22.2	40.7	3.7	14.3	0.0	25.9	63.5	
(11)	5	イ	32.6	44.4	29.6	4.7	0.0	7.4	62.7	エ(33.0)，ウ(25.4)，ア(3.6)
[2](1)	5	ア　$9-4m$	19.7	37.0	3.7	35.8	7.4	63.0	44.5	0(4.7)，b^2-4ac (4.3)
	5	イ　$\frac{9}{4}$	18.6	51.9	3.7	39.8	11.1	63.0	41.6	3(5.4)，0(4.7)，2(3.6)
(2)	5	ア　8	33.7	66.7	18.5	14.3	0.0	33.3	52.0	3(19.0)，なし(11.1)
	5	イ　−1	52.3	74.1	40.7	14.3	0.0	33.3	33.4	0(14.7)，2(4.3)，8(1.8)
[3](1)	5	11.9	28.7	55.6	7.4	39.8	22.2	59.3	31.5	15(5.4)，12(4.3)，6.4(2.9)
(2)	5	30°，150°	28.3	37.0	7.4	13.6	3.7	22.2	58.1	30° (18.6)， 30°，120° (17.2)
(3)	5	ア　$\sqrt{7}$	20.1	33.3	0.0	30.5	18.5	44.4	49.4	4(6.8)，3(5.7)，7(5.4)
	5	イ　$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	24.4	48.1	0.0	40.5	22.2	55.6	35.1	3(4.3)，$\frac{3}{2}$ (2.2)，$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (1.8)

逆・裏・対偶の違いについて理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H27 ［1］ (10)	命題「 $x=2$ ならば $x^2=4$ 」の対偶は 「 $\boxed{ア}$ ならば $\boxed{イ}$ 」である。 （ア $x^2\neq4$，イ $x\neq2$ ）	ア　22.6% (40.7%／ 3.7%) イ　22.2% (40.7%／ 3.7%)	ア　15.4% (0.0%／25.9%) イ　14.3% (0.0%／25.9%)	$x^2=4$ ならば $x=2$ (46.2%)， $x=-2$ ならば $x^2=4$ (1.4%)

平成 24 年度の学習指導要領の改訂で数学Ａから数学Ｉに指導内容が変更された集合と命題の分野から，ある命題の対偶を答える問題を初めて出題した。ア，イともに正答であったのは 22.2%で，無答であったのは 14.3%であった。最も多かった誤答の割合が正答の割合より 20 ポイント以上高くなっていることから，逆と対偶の違いを理解していないことが分かる。

【指導上の留意点】



逆に関しては，中学２年生のときに学習している。また，生徒は言葉からなんとなく順番を入れ替えればよいと気付く。しかし，裏や対偶に関しては言葉から何を表しているのか分からないため，今回のように対偶のみ問われると逆と勘違いしてしまう。

指導する際は図を使って，命題とその逆・裏・対偶の関係を説明するだけではなく，生徒に身近な例を示すなど丁寧に逆・裏・対偶を指導していかなければならない。

例１：命題「容疑者Ａが犯人ならば，犯行時刻に犯行現場にいた」（真）

逆「犯行時刻に犯行現場にいたならば，容疑者Ａは犯人である」（偽）

（たまたま犯行時刻に犯行現場にいただけかもしれないから）

裏「容疑者Ａが犯人でないならば，犯行時刻に犯行現場にいない」（偽）

（犯人でなくても，犯行時刻に犯行現場にいたかもしれないから）

対偶「犯行時刻に犯行現場にいなければ，容疑者Ａは犯人ではない」（真）

また，日常生活で逆という言葉は否定の意味を表すこともあるので，その点も注意して指導していかなければならない。

そして，逆・裏・対偶を学習した後にも，例えば，背理法の内容で対偶を復習するなど，繰り返し学習することで定着させていく必要がある。

例２：背理法の内容で対偶を復習する。

『アリバイは背理法を使っている』

① 容疑者Ａが犯人であると仮定する。

② 犯人であるならば，犯行時刻に犯行現場にいたはずである。

③ 容疑者Ａが犯行時刻に，犯行現場から遠く離れた場所にいたことが証明された。

④ 犯行時刻に２箇所にいたことになり，矛盾する。

⑤ 容疑者Ａは犯人ではないと結論が得られる。

『アリバイは対偶も使っている』

容疑者Ａが犯人ではないことを証明するために，例１の命題の対偶が真であることに基づいて，犯行時刻に犯行現場にいなかったことを証明できれば，容疑者Ａが犯人でないことが証明できる。

5 数学Ⅰ＋Aの問題，結果及びその考察

平成２７年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ＋A

□ 学年 □ 組 □ 番　氏名 □

次の □ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) $(x-y)^2-x+y$ を因数分解すると □ である。

(2) ２次方程式 $3x^2-2x-1=0$ の解は $x=$ □ である。

(3) 不等式 $5x-6 \leqq x+1 < 2x$ を満たす x の値の範囲は □ である。

(4) ２次関数 $y=x^2-6x+a$ のグラフが x 軸と異なる２点で交わるとき，定数 a の値の範囲は □ である。

(5) 放物線 $y=2(x-1)^2+1$ を原点に関して対称移動させたグラフを表す放物線の方程式は $y=$ □ である。

(6) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ において，$\tan\theta=2$ のとき，$\cos\theta=$ □ である。

(7) △ＡＢＣにおいて，∠Ａ$=30^\circ$，外接円の半径が２のとき，辺ＢＣの長さは □ である。

(8) 次のデータは，生徒５人の小テストの得点である。

４，６，４，９，７

分散を求めると，□ である。

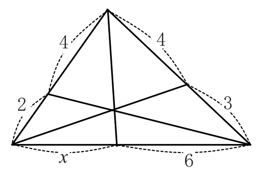
(9) 2016 の正の約数は □ 個である。

(10) 10 人の中から，部長，副部長，会計を１人ずつ合計３人を選ぶとき，その選び方は □ 通りである。

(11) ７個の数字 １，２，３，４，５，６，７から異なる３個の数字を並べてできる３桁の奇数は □ 個である。

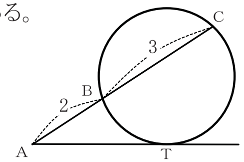
(1) □
(2) □
(3) □
(4) □
(5) □
(6) □
(7) □
(8) □
(9) □
(10) □
(11) □

(12) 図において，x の値は □ である。



(12) □

(13) 図の直線ＡＴは円の接線である。ＡＢ=2，ＢＣ=3のとき，ＡＴ= □ である。



(13) □

［２］　２次関数 $y=x^2-2x+3$ $(-2 \leqq x \leqq a)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=0$ のとき，y の最小値は □ である。

(2) $a>1$ のとき，y の最小値は □ である。

(1) □
(2) □

［３］　辺の長さがＡＢ=4，ＢＣ=3，ＣＡ=2の△ＡＢＣにおいて，∠Ａの二等分線が辺ＢＣと交わる点をＤとするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 線分ＢＤの長さは □ である。

(2) $\cos B$ の値は □ である。

(3) 線分ＡＤの長さは □ である。

(1) □
(2) □
(3) □

［４］　Ａ，Ｂ２つのチームがバレーボールの試合を行う。先に３セットを取ったチームを勝利とし，Ａチームが１つのセットを取る確率は $\frac{2}{3}$ とする。次の各問いに答えよ。

(1) 第３セット目でＡチームが勝利する確率は □ である。

(2) 第５セット目でＡチームが勝利する確率は □ である。

(1) □
(2) □

番号	配点	正答	正答率	上位群 / 下位群	無答率	上位群 / 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$(x-y)(x-y-1)$	41.3	82.5 / 9.3	19.1	4.1 / 24.7	39.6	$x^2-2xy+y^2-x+y$(16.2), $-(x-y)^3$(2.8)
(2)	5	$-\frac{1}{3}$, 1	70.6	83.5 / 58.8	2.1	0.0 / 3.1	27.3	$(3x+1)(x-1)$(8.5), 1(2.8)
(3)	5	$1<x\leqq\frac{7}{4}$	60.2	91.8 / 25.8	10.3	0.0 / 17.5	29.5	$5x-7\leqq x<2x-1$(5.7), $x\leqq\frac{7}{4}$(1.5)
(4)	5	$a<9$	45.4	82.5 / 2.1	24.3	1.0 / 56.7	30.3	$a>9$(5.6), $a\leqq 9$(2.8), $a=9$(1.5)
(5)	5	$-2(x+1)^2-1$	32.6	59.8 / 12.4	16.7	2.1 / 30.9	50.7	$2(x+1)^2-1$(11.7), $-2(x-1)^2-1$(8.0)
(6)	5	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	37.2	61.9 / 13.4	12.3	0.0 / 32.0	50.5	$\frac{1}{2}$(7.2), $\frac{1}{\sqrt{3}}$(6.3), $\frac{1}{3}$(3.5)
(7)	5	2	46.9	79.4 / 13.4	18.8	1.0 / 35.1	34.3	4(7.6), 8(4.9), 1(4.1)
(8)	5	$\frac{18}{5}$	23.0	36.1 / 11.3	13.3	8.2 / 18.6	63.7	6(15.2), 5(13.2), 18(5.6)
(9)	5	36	37.4	72.2 / 11.3	14.9	2.1 / 23.7	47.7	8(3.2), 1008(2.6), 23(2.5)
(10)	5	720	43.9	58.8 / 19.6	2.6	0.0 / 5.2	53.5	120(41.5), 30(1.0)
(11)	5	120	39.2	58.8 / 10.3	7.7	2.1 / 10.3	53.1	210(8.4), 35(6.3), 60(4.2)
(12)	5	4	72.6	93.8 / 50.5	5.1	0.0 / 11.3	22.3	3(8.4), $\frac{36}{7}$(4.6), 5(1.9)
(13)	5	$\sqrt{10}$	45.2	81.4 / 11.3	9.3	4.1 / 21.6	45.5	3(10.2), $\sqrt{6}$(9.2), 4(3.7)
[2](1)	5	3	74.5	95.9 / 50.5	10.3	0.0 / 19.6	15.2	2(5.4), 0(1.5), 1(1.4)
(2)	5	2	54.9	90.7 / 16.5	17.4	0.0 / 37.1	27.7	3(10.8), 0(2.5), a^2-2a+3(2.1)
[3](1)	5	2	63.1	93.8 / 22.7	13.3	0.0 / 30.9	23.6	1.5(14.3), 1(2.4)
(2)	5	$\frac{7}{8}$	46.6	83.5 / 8.2	21.0	1.0 / 42.3	32.4	$\frac{3}{4}$(7.5), $\frac{1}{2}$(6.5)
(3)	5	$\sqrt{6}$	26.0	57.7 / 0.0	30.9	5.2 / 59.8	43.1	3(6.3), $2\sqrt{3}$(4.7), 2(4.1)
[4](1)	5	$\frac{8}{27}$	69.4	90.7 / 52.6	9.3	0.0 / 9.3	21.3	$\frac{2}{3}$(4.7), $\frac{1}{3}$(2.1), $\frac{2}{9}$(2.1)
(2)	5	$\frac{16}{81}$	19.8	45.4 / 0.0	14.9	0.0 / 25.8	65.3	$\frac{8}{243}$(20.9), $\frac{32}{243}$(7.1), $\frac{80}{243}$(6.5)

(1)　２次関数のグラフと x 軸の位置関係を考えるときに判別式を使う理由を理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H27［１］(4)	２次関数 $y=x^2-6x+a$ のグラフが x 軸と異なる２点で交わるとき，定数 a の値の範囲は $\boxed{}$ である。（$a<9$）	45.4％（82.5％／2.1％）24.3％（1.0％／56.7％）	$a>9$　(5.6％)，$a\leqq 9$　(2.8％)，$a=9$　(1.5％)

下位群は上位群に比べて，正答率が非常に低く，無答率も非常に高い。逆に上位群の数値を見ると，８割近くの正答率であることから，上位群にはある程度の定着をしている。したがって，下位群への定着に重点をおくことが必要であると考える。

また，今回取り上げた問題に関しては，判別式を利用せず平方完成し，頂点の y 座標に着目して解くことも可能である。H27 年度の数学Ｉ基本においては，判別式に関する問題を出題している。

問題番号	問題（正答）	正答率 無答率
H27 Ｉ基本［２］(1)	x の２次方程式 $x^2+3x+m=0$ の判別式を D とすると，$D=\boxed{\text{ア}}$ だから，２次関数 $y=x^2+3x+m$ のグラフと x 軸がただ１つの共有点を持つような m の値は $m=\boxed{\text{イ}}$ である。（ア $9-4m$，イ $\frac{9}{4}$）	正答率 ア 19.7％　イ 18.6％ 無答率 ア 35.8％　イ 39.8％

この問題に関して，アは不正解だがイは正解である生徒が全体の 4.7％いた。この中には平方完成を利用して解いている生徒もいると考えられる。しかし，今回の数学Ｉ＋Ａ［１］(4)のように x の係数が偶数であれば平方完成しやすいが，奇数になると平方完成を利用することが困難になる。

以上のことを踏まえると，下位群の生徒にとって，解の個数や共有点の個数を求める際の計算に関しては，判別式を活用できるように指導することが必要と考える。

【指導上の留意点】

この問題を解くに当たっては，上記のように２とおりの解法が考えられるが，今回は下位群への判別式の定着ということに関して指導上の留意点を述べる。

下位群の多くの生徒は，今回の問題を，２次方程式 $x^2-6x+a=0$ …※ の判別式を使って範囲を求めればよいという判断ができていない。すなわち，※の方程式を解けば，グラフと x 軸の共有点の x 座標が求められることを理解していない。この要因としては以下の２点の理解が不足しているからだと考えられる。

①　x 軸は方程式 $y=0$ で表されること。
②　判別式と解の公式の関連性，及び判別式で何が判別できるかということ。

以上２点の理解を深めるためには，中学校の復習も含めて授業を展開していくとよい。

「①　x 軸は方程式 $y=0$ で表されること」の理解を深める。

例１　１次関数 $y=3x+4$ のグラフと x 軸との共有点の座標を求めなさい。

（解答）x 軸は方程式 $y=0$ で表されるので，連立方程式 $\begin{cases} y=3x+4 \\ y=0 \end{cases}$ を解けばよい。

$3x+4=0$ より $x=-\dfrac{4}{3}$　　よって $\left(-\dfrac{4}{3}\ ,0\right)$

例２　２次関数 $y=x^2-4x+2$ のグラフと x 軸との共有点の座標を求めなさい。

（解答）x 軸は方程式 $y=0$ で表されるので，連立方程式 $\begin{cases} y=x^2-4x+2 \\ y=0 \end{cases}$ を解けばよい。

$$x^2-4x+2=0 \quad \text{より} \quad x=\frac{4\pm\sqrt{16-8}}{2}=2\pm\sqrt{2} \quad \text{よって}（2+\sqrt{2}，0），（2-\sqrt{2}，0）$$

「②　判別式と解の公式の関連性，及び判別式で何が判別できるかということ」の理解を深める。

例３　次の２次方程式の解を，解の公式を用いて求めなさい。

(1) $x^2-4x+2=0$　　(2) $x^2-4x+4=0$　　(3) $x^2-4x+6=0$

（解答）(1)　$x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-8}}{2}=\dfrac{4\pm\sqrt{8}}{2}=2\pm\sqrt{2}$

(2)　$x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-16}}{2}=\dfrac{4\pm\sqrt{0}}{2}=2$

(3)　$x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-24}}{2}=\dfrac{4\pm\sqrt{-8}}{2}$ より実数解なし

例４　例３の２次方程式の実数解の個数を調べる方法を考えなさい。

（解答）　(1) ２個　(2) １個　(3) ０個となる理由は『$\sqrt{\ }$ の中身』が正か負か０かで決まる。

このように誘導しながら，判別式 $D=b^2-4ac$ は解の公式 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ の『$\sqrt{\ }$ の中身』であることを再認識させることが大切である。①，②の理解を深めた上で，以下のような問題を解くとよい。

例５　２次関数 $y=x^2-4x+2$ のグラフと x 軸との共有点の個数を求めなさい。

（解答）　x 軸は方程式 $y=0$ で表されるので，

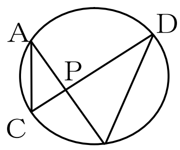
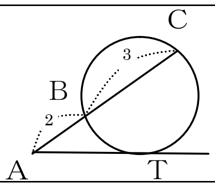
連立方程式 $\begin{cases} y=x^2-4x+2 \\ y=0 \end{cases}$ の実数解の個数を求めればよい。

２次方程式 $x^2-4x+2=0$ の判別式を D とすると，

$D=(-4)^2-4\cdot1\cdot2=16-8=8>0$ よって $x^2-4x+2=0$ は実数解を２個もつので，

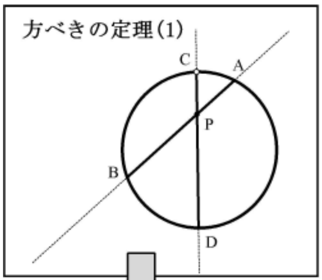
２次関数 $y=x^2-4x+2$ のグラフと x 軸との共有点の個数は２個である。

(2) 方べきの定理の使い方・考え方を理解させたい

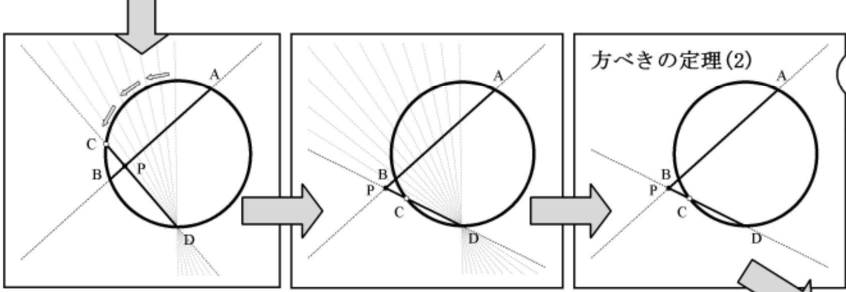
問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H26［１］(13)	図のように，円周上の点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄについて，線分ＡＢと線分ＣＤは点Ｐで交わっている。ＰＡ＝３，ＰＣ＝２，ＰＤ＝８ のとき，ＰＢ＝☐ である。$\left(\frac{16}{3}\right)$ 	66.8％（93.5％／46.2％）	3（4.8％），$\frac{3}{4}$（4.6％），12（4.3％）
H27［１］(13)	図の直線ＡＴは円の接線である。ＡＢ＝２，ＢＣ＝３のとき，ＡＴ＝☐ である。($\sqrt{10}$) 	45.2％（81.4％／11.3％）	3（10.2％），$\sqrt{6}$（9.2％），4（3.7％）

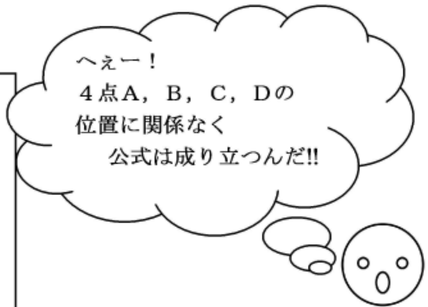
方べきの定理は，円と交わる（接する）２直線について，「２直線の交点と，２直線と円との交点（接点）に関する定理」である。H27 年度の問題はH26 年度と比較すると，正答率が 21.6 ポイント下がっている。主な誤答例から判断すると，方べきの定理の式（ＡＢ・ＡＣ＝ＡＴ^2）に与えられた長さを単純に当てはめて計算した結果，$\sqrt{6}$ などの値を答えていると予想できる。方べきの定理は，相似な三角形の辺の比を利用した線分の対応関係を表しているという根本的な意味を理解していない生徒がいることが分かる。

【指導上の留意点】



方べきの定理を視覚的に理解するため，グラフ作成ソフト等を用いて，図のように準備する。（例　ＧＲＡＰＥＳにて作成，下の手順参照）
①同一円周上に４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを用意する。
②直線ＡＢ，直線ＣＤを用意する。③２直線の交点をＰとする。
３点Ａ，Ｂ，Ｄを固定し，Ｃを反時計回りにＤに近づけると下図のように変化する。



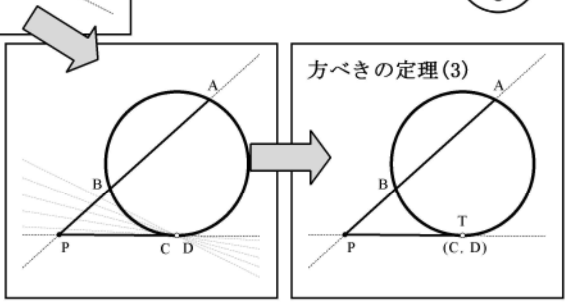


図の方べきの定理(1)(2)(3)は，△ＰＡＣ∽△ＰＤＢであることから，同一視することができ，

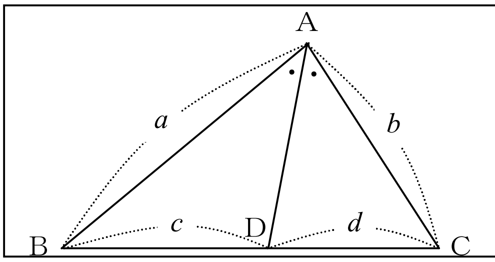
ＰＡ・ＰＢ＝ＰＣ・ＰＤ

が得られる。なお，(3)においては，Ｃ，ＤをＴと見なすことにより，ＰＡ・ＰＢ＝ＰＴ^2 を得る。

また，方べきの定理を使う際には，２直線の交点Ｐを強調し，常に交点Ｐからの長さを考えることを理解させたい。



◎コラム◎　～角の二等分線に関する公式～

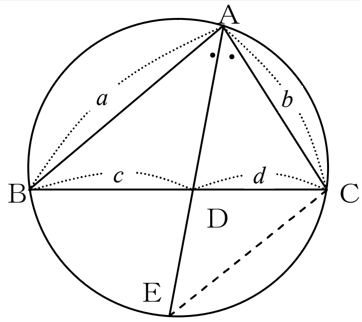


線分ＡＤを∠Ａの二等分線とする。
長さ a，b，c，d を左図のように定めるとき，

$$\mathrm{AD}=\sqrt{ab-cd}$$

が成り立つ。

証明　△ＡＢＣの外接円と直線ＡＤとの交点のうち，Ａでない点をＥとする。
方べきの定理より　ＤＡ・ＤＥ＝ＤＢ・ＤＣ
ＡＤ・（ＡＥ－ＡＤ）＝ＢＤ・ＣＤ　　ＡＤ・ＡＥ－ＡＤ^2＝ＢＤ・ＣＤ　…①
円周角の定理より，∠ＡＢＣ＝∠ＡＥＣ
よって，△ＡＢＤ∽△ＡＥＣ　より
ＡＢ：ＡＥ＝ＡＤ：ＡＣ　　　　ＡＤ・ＡＥ＝ＡＢ・ＡＣ　…②
①，②より，ＡＤ^2＝ＡＢ・ＡＣ－ＢＤ・ＣＤ
すなわち　ＡＤ＝$\sqrt{ab-cd}$　終



この公式は以下の問題において活用できる。

問題番号	問題（正答）
H27 ［３］	辺の長さがＡＢ＝4，ＢＣ＝3，ＣＡ＝2の△ＡＢＣにおいて，∠Ａの二等分線が辺ＢＣと交わる点をＤとするとき，次の各問いに答えよ。 (1) 線分ＢＤの長さは $\boxed{\quad}$ である。(2)　　(2) $\cos B$ の値は $\boxed{\quad}$ である。$\left(\frac{7}{8}\right)$ (3) 線分ＡＤの長さは $\boxed{\quad}$ である。($\sqrt{6}$)

(1)は角の二等分線の性質（数学Ａ），(2)(3)は余弦定理（数学Ⅰ）を利用する問題であるが，(3)については，(1)が解ければ上記公式を使用し，ＡＤ＝$\sqrt{4\cdot2-2\cdot1}=\sqrt{6}$ が得られる。

学年	組	番	氏名

平成２７年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅱ

次の □ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{x^2-4}{x^2-x}\times\dfrac{x}{x+2}$ を計算すると □ である。

(2) $i^2-i^3+i^4+\dfrac{2}{i}$ を計算すると □ である。
ただし，i は虚数単位とする。

(3) ３次方程式 $x^3-3x+2=0$ の解は
$x=$ □ である。

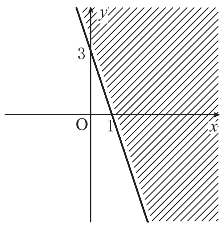
(4) ２次方程式 $x^2+5x-3=0$ の２つの解を α，β とするとき，$(\alpha+1)(\beta+1)=$ □ である。

(5) $(x-1)^8$ の展開式における x^5 の係数は
□ である。

(6) $x>0$ のとき，$x+\dfrac{2}{x}$ の最小値は □ である。

(7) t がすべての実数値をとって変化するとき，
放物線 $y=(x-2t)^2+4t^2-6t$ の頂点Ｐの軌跡は
放物線 $y=$ □ である。

(8) 図の斜線部分（ただし，境界線を含まない）を表す不等式は
□ である。



(9) $\cos(-\theta)=$ □ である。
□ に当てはまるものを下の①～⑥から選べ。

① $\sin\theta$　② $-\sin\theta$　③ $\dfrac{1}{\sin\theta}$

④ $\cos\theta$　⑤ $-\cos\theta$　⑥ $\dfrac{1}{\cos\theta}$

(10) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，不等式 $\sin\theta<-\dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値の範囲は □ である。

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	

(11) $\sin\theta=\dfrac{2}{3}$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ のとき，$\cos\theta=$ ア であり，$\sin2\theta=$ イ である。

(12) 不等式 $\log_{\frac{1}{3}}x>2$ を満たす x の値の範囲は
□ である。

(13) 関数 $f(x)=ax^3+bx^2$ が $x=2$ で極大値４をとるとき，$a=$ ア ，$b=$ イ である。

	ア	イ
(11)		
(12)		
(13)		

［２］　直線 $x+2y-5=0$ を l とし，原点を中心とする半径３の円を C とする。直線 l と円 C が異なる２点Ｐ，Ｑで交わっている。次の各問いに答えよ。

(1) 原点と直線 l の距離は □ である。

(2) 線分ＰＱの長さは □ である。

(1)	
(2)	

［３］　関数 $y=2^{2x}-8\cdot2^x+10$ $(0\leqq x\leqq3)$ について，$2^x=t$ として，次の各問いに答えよ。

(1) t のとりうる値の範囲は □ である。

(2) y の最小値は □ である。

(1)	
(2)	

［４］　関数 $f(x)=x^2+x-2$ について，$y=f(x)$ のグラフ上に点Ａ $(-1,\ -2)$ をとる。次の各問いに答えよ。

(1) 点Ａにおける接線 l_1 の方程式は □ である。

(2) 点Ａを通り，接線 l_1 に垂直な直線 l_2 の方程式は
□ である。

(3) 曲線 $y=f(x)$ と直線 l_2 で囲まれた部分の面積は
□ である。

(1)	
(2)	
(3)	

番号	配点	正答	上位群 正答率 下位群		上位群 無答率 下位群		誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1] (1)	5	$\frac{x-2}{x-1}$	83.2	96.5 / 80.0	1.0	0.0 / 0.0	15.8	$\frac{x+2}{x-1}$ (1.5)，$\frac{x^3-4x}{x^3+x^2-2x}$ (1.2)
(2)	5	$-i$	17.8	28.7 / 5.2	10.8	5.2 / 17.4	71.4	$\frac{1}{i}$ (20.7)，$i+\frac{2}{i}$ (8.5)，1(7.0)
(3)	5	－2，1	53.2	79.1 / 33.9	10.9	0.9 / 20.0	35.9	1(6.7)，1,2(5.7)，$(x+2)(x-1)^2$ (5.1)
(4)	5	－7	50.6	76.5 / 23.5	15.9	1.7 / 33.0	33.5	8(2.8)，9(2.7)，$\frac{-5\pm\sqrt{37}}{2}$ (2.5)
(5)	5	－56	39.1	60.9 / 24.3	16.1	5.2 / 20.0	44.8	56(9.9)，－8(3.0)，－1(2.5)
(6)	5	$2\sqrt{2}$	22.3	39.1 / 0.0	17.7	8.7 / 23.5	60.0	3(30.7)，2(7.5)，1(4.3)
(7)	5	x^2-3x	13.7	20.9 / 0.9	53.6	30.4 / 78.3	32.7	$4t^2-6t$ (4.3)，$x^2+8t^2-4tx-6t$ (2.7)
(8)	5	$y>-3x+3$	45.7	70.4 / 15.7	12.2	1.7 / 19.1	42.1	$y\geqq-3x+3$ (5.4)，$y<-3x+3$ (5.3)
(9)	5	④	38.2	60.0 / 11.3	2.3	0.0 / 4.3	59.5	①(16.3)，⑤(14.3)，③(9.5)
(10)	5	$\frac{7}{6}\pi<\theta<\frac{11}{6}\pi$	50.1	79.1 / 18.3	12.7	1.7 / 28.7	37.2	$\frac{7}{6}\pi\leqq\theta\leqq\frac{11}{6}\pi$ (2.6)，$\frac{4}{3}\pi<\theta<\frac{5}{3}\pi$ (1.8)
(11)	5	ア $\frac{\sqrt{5}}{3}$	65.7	95.7 / 36.5	13.7	0.9 / 26.1	20.6	$\frac{1}{3}$ (2.2)，$\frac{1}{2}$ (1.7)
		イ $\frac{4\sqrt{5}}{9}$	43.9	80.9 / 3.5	25.0	4.3 / 46.1	31.1	$\frac{4}{3}$ (6.3)，$\frac{4}{9}$ (2.6)
(12)	5	$0<x<\frac{1}{9}$	13.9	25.2 / 3.5	24.3	7.0 / 47.0	61.8	$x<\frac{1}{9}$ (20.9)，$\frac{1}{9}<x$ (19.7)
(13)	5	ア －1	50.3	88.7 / 10.4	16.4	2.6 / 27.0	33.3	(ア，イ)の順で (1，－1)(6.3)，(1，－2)(3.5)
		イ 3	48.8	88.7 / 7.0	16.4	2.6 / 27.0	34.8	
[2](1)	5	$\sqrt{5}$	39.7	73.0 / 7.0	30.0	5.2 / 53.9	30.3	$\frac{5}{2}$ (4.3)，5(2.7)，1(2.7)
(2)	5	4	21.7	39.1 / 3.5	54.7	27.0 / 80.9	23.6	2(1.8)，6(1.5)，5(1.4)
[3](1)	5	$1\leqq t\leqq 8$	47.6	86.1 / 3.5	24.7	0.0 / 50.4	27.7	$4-\sqrt{6}\leqq t\leqq 4+\sqrt{6}$ (3.5)，$0\leqq t\leqq 8$ (2.8)
(2)	5	－6	43.5	79.1 / 3.5	26.3	2.6 / 58.3	30.2	3(5.0)，2(3.2)，10(2.3)，－5(2.3)
[4] (1)	5	$y=-x-3$	42.3	87.8 / 6.1	28.2	1.7 / 58.3	29.5	$y=2x+1$ (4.0)，$y=2x$ (3.1)
(2)	5	$y=x-1$	38.8	85.2 / 0.9	40.2	3.5 / 78.3	21.0	$y=x-3$ (1.7)，$y=-\frac{x}{2}-\frac{5}{2}$ (1.7)
(3)	5	$\frac{4}{3}$	28.3	58.3 / 0.9	54.6	13.9 / 93.0	17.1	2(1.5)，4(1.2)

(1) 相加平均と相乗平均の大小関係の使い方を定着させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H27 ［1］ (6)	$x>0$ のとき，$x+\dfrac{2}{x}$ の最小値は $\boxed{}$ である。　（$2\sqrt{2}$）	22.3％ （39.1％／0.0％）	3（30.7％）， 2（ 7.5％）， 1（ 4.3％）

相加平均と相乗平均の大小関係を使って解く問題であるが，７割以上の者が不正解であった。誤答の中では，３が最も多く，解答している割合は 30.7％であり，これは x に１または２を代入したときの値である。このことから，単に x に整数値を代入して最小値を調べるなど，相加平均と相乗平均の大小関係を使わないで解いた者がいることが分かる。相加平均と相乗平均の大小関係についての理解を深め，どのような場合に使えるか正しく判断できるように指導したい。

【指導上の留意点】

相加平均と相乗平均の大小関係を表す式は $a>0$，$b>0$ のとき $\dfrac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}$ であるが，両辺に２をかけた $a+b \geqq 2\sqrt{ab}$ という形で利用することが多い。

相加平均と相乗平均の大小関係を使うかどうかは，問題に誘導がなく，さまざまな形の式になっていることが多いので，一見しただけでは判断しにくい。そのため，以下の条件を満たすときに相加平均と相乗平均の大小関係を使うことが多いことを理解させる。

	（上記の問題では）
①　**文字の条件が正である** →	$x>0$ より，$\dfrac{2}{x}>0$　⇒「**両方とも正だ！**」
②　**二つの式が和の形で表されている** →	$x+\dfrac{2}{x}$　⇒「**和の形になっている！**」
③　**二つの式をかけると簡単になる（定数になる）** →	$x\times\dfrac{2}{x}=2$　⇒「**かけたら簡単になった！**」

これらの条件を満たすことを確認しながら解くことで，解法に気付きやすくなる。

$\boxed{\text{例}}$　$t=2^x+2^{-x}$ （ x は実数）とするとき，t の値の範囲を求めよ。

①　**文字の条件が正である** →　$2^x>0$，$2^{-x}>0$　⇒「**両方とも正だ！**」

②　**二つの式が和の形で表されている** →　2^x+2^{-x}　⇒「**和の形になっている！**」

③　**二つの式をかけると簡単になる（定数になる）** →　$2^x\times2^{-x}=2^0=1$　⇒「**かけたら簡単になった！**」

（解）相加平均と相乗平均の大小関係より，$t=2^x+2^{-x} \geqq 2\sqrt{2^x\cdot2^{-x}}=2$　よって，$t\geqq2$

また，等号成立条件も併せて確認したい。相加平均と相乗平均の大小関係から不等式が求められたとしても，等号成立条件を求めなければ最小値を求められるわけではないことを理解させたい。そのために，次のような例を使って理解させるとよい。

クラス 40 人が 80 点以上合格の試験を受け，その結果 40 人全員が試験に合格した。
このとき，クラスの最低点は 80 点であると言えるか。

この例では 40 人とも 80 点以上であることは分かるが，最低点が分からない。そのため，最小値を調べるには「以上」という条件だけでは足りないことが分かる。この例から最小値が実際に存在することを等号成立条件を用いて確認する必要があることが分かる。

相加平均と相乗平均の大小関係を利用する問題で，等号成立条件を用いて確認する必要のある問題を以下に紹介する。

$\boxed{\text{問題}}$　$a>0$，$b>0$ のとき $\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{4}{a}\right)$ の最小値を求めよ。

$\boxed{\text{正答}}$　$\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{4}{a}\right)=ab+4+1+\dfrac{4}{ab}=ab+\dfrac{4}{ab}+5$

ここで $ab>0$，$\dfrac{1}{ab}>0$ であるから相加平均と相乗平均の大小関係より，

$ab+\dfrac{4}{ab}+5\geqq 2\sqrt{ab\cdot\dfrac{4}{ab}}+5=9$

等号が成り立つのは $ab=\dfrac{4}{ab}$ かつ $a>0$，$b>0$ より $ab=2$

以上より $ab=2$ のとき最小値９をとる。

$\boxed{\text{誤答}}$　$a+\dfrac{1}{b}\geqq 2\sqrt{a\cdot\dfrac{1}{b}}=2\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ かつ $b+\dfrac{4}{a}\geqq 2\sqrt{b\cdot\dfrac{4}{a}}=4\sqrt{\dfrac{b}{a}}$ より辺々かけて

$\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{4}{a}\right)\geqq 2\sqrt{\dfrac{a}{b}}\cdot 4\sqrt{\dfrac{b}{a}}=8$ よって最小値８をとる。

これは不等式としては成立している。等号成立条件を考えると，$a=\dfrac{1}{b}$ かつ $b=\dfrac{4}{a}$ であるが，これを同時に満たす a，b は存在しない。そのため最小値が８となることはない。等号成立条件を確認することで間違いに気付くことができる。

最後に，相乗平均は対数をとると，対数の相加平均になるという特徴がある。

$\boxed{\text{例}}$　相乗平均を x とする。$l>0$，$m>0$，$n>0$

$\log_a x=\log_a\sqrt{mn}\quad\Rightarrow\quad\log_a x=\dfrac{1}{2}\log_a mn\quad\Rightarrow\quad\log_a x=\dfrac{\log_a m+\log_a n}{2}$

$\log_a x=\log_a\sqrt[3]{lmn}\quad\Rightarrow\quad\log_a x=\dfrac{1}{3}\log_a lmn\quad\Rightarrow\quad\log_a x=\dfrac{\log_a l+\log_a m+\log_a n}{3}$

厳密には曲線の凹凸（数学Ⅲ）の知識が必要であるが，この特徴を使い相加平均と相乗平均の大小関係を証明することもできる。

$\boxed{\text{証明}}$　$f(x)=\log_2 x$ のグラフの上に２点Ａ（a，$\log_2 a$），Ｂ（b，$\log_2 b$）をとる。

$f(x)=\log_2 x$ のグラフは上に凸であるから，線分ＡＢの中点（$\dfrac{a+b}{2}$，$\dfrac{\log_2 a+\log_2 b}{2}$）はグラフの下側にあるから，$x=\dfrac{a+b}{2}$ におけるグラフと中点の y 座標を比較すると，

$\log_2\dfrac{a+b}{2}\geqq\dfrac{\log_2 a+\log_2 b}{2}\quad\Leftrightarrow\quad\log_2\dfrac{a+b}{2}\geqq\log_2\sqrt{ab}\quad\Leftrightarrow\quad\dfrac{a+b}{2}\geqq\sqrt{ab}$　$\boxed{\text{終}}$

(2) 三角関数の性質について理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する%）
H27 ［１］ (9)	$\cos(-\theta)=$ $\boxed{}$ である。 $\boxed{}$ に当てはまるものを下の①～⑥から選べ。 ① $\sin\theta$　② $-\sin\theta$　③ $\dfrac{1}{\sin\theta}$ ④ $\cos\theta$　⑤ $-\cos\theta$　⑥ $\dfrac{1}{\cos\theta}$ （④ $\cos\theta$）	38.2% (60.0%／ 11.3%)	① $\sin\theta$　(16.3%)， ⑤ $-\cos\theta$　(14.3%)， ③ $\dfrac{1}{\sin\theta}$　(9.5%)

新出問題で，基本的な三角関数の性質を問うものであるが，全体の正答率が４割を下回っており，上位群についても６割の正答率である。主な誤答は，①$\sin\theta$ と解答している割合が 16.3%，⑤$-\cos\theta$ と

解答している割合が 14.3％であった。「(公式を誤って覚えていて）ただ $\sin\theta$ に変える」「$(-\theta)$の部分に“－”が付いているから $\cos\theta$ の前に“－”を付ける」など，式の意味をあまり考えず安易に解答していることが考えられる。単に公式を暗記させるのではなく，さまざまな方法で導くことにより，三角関数の性質をより深く理解させたい。

【指導上の留意点】

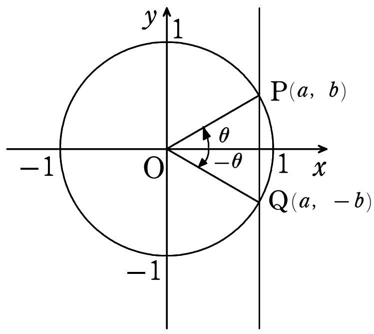
三角関数の性質は，単に公式を暗記するのではなく，単位円を用いて視覚的に理解させたい。また，その後に学習する加法定理を用いて導くことで，より理解を深めさせたい。

① 単位円を活用する

右図のように，単位円上に点P $(a,\ b)$ をとると，$a=\cos\theta$，$b=\sin\theta$ となる。
点Qは点Pと x 軸に関して対称であるから，点Q $(a,\ -b)$ となる。

ここで，点Pと点Qの x 座標が a となり同じなので，
$\cos(-\theta)=\cos\theta$ が成り立つ。

同様に，点Pの y 座標が b，点Qの y 座標が$-b$ なので，
$\sin(-\theta)=-\sin\theta$，$\tan(-\theta)=-\tan\theta$ が成り立つ。



② 加法定理を活用する

「$-\theta$」の場合

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\ \sin\beta$ より，

$\cos(-\theta)=\cos(0-\theta)=\cos0\cos\theta+\sin0\sin\theta=1\cdot\cos\theta+0\cdot\sin\theta=\cos\theta$ が成り立つ。

同様に，$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$ より，

$$\sin(-\theta)=\sin(0-\theta)=\sin0\cos\theta-\cos0\sin\theta=0\cdot\cos\theta-1\cdot\sin\theta=-\sin\theta$$

$\tan\theta$ は，$\tan\dfrac{\pi}{2}$ などが定義されていないので，加法定理ではなく $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ を用いる。

$$\tan(-\theta)=\frac{\sin(-\theta)}{\cos(-\theta)}=\frac{-\sin\theta}{\cos\theta}=-\tan\theta$$ が成り立つ。

同様にして，

「$\pi-\theta$」の場合

$\cos(\pi-\theta)=\cos\pi\cos\theta+\sin\pi\sin\theta=(-1)\cdot\cos\theta+0\cdot\sin\theta=-\cos\theta$

$\sin(\pi-\theta)=\sin\pi\cos\theta-\cos\pi\sin\theta=0\cdot\cos\theta-(-1)\cdot\sin\theta=\sin\theta$

$$\tan(\pi-\theta)=\frac{\sin(\pi-\theta)}{\cos(\pi-\theta)}=\frac{\sin\theta}{-\cos\theta}=-\tan\theta$$

「$\dfrac{\pi}{2}-\theta$」の場合

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\frac{\pi}{2}\cos\theta+\sin\frac{\pi}{2}\sin\theta=0\cdot\cos\theta+1\cdot\sin\theta=\sin\theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\frac{\pi}{2}\cos\theta-\cos\frac{\pi}{2}\sin\theta=1\cdot\cos\theta-0\cdot\sin\theta=\cos\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{\tan\theta}$$