(1) 計算のプロセスを大事にさせたい

問題番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H27 ［１］ (3)	$\dfrac{9x-5}{6}-\dfrac{x+3}{2}$ を簡単にしなさい。 $\left(\dfrac{3x-7}{3}\right)$	63.1% (89.5%／35.3%)	$\dfrac{6x-14}{6}$ (13.1%), $\dfrac{3x+2}{3}$ (4.0%)
H28 ［１］ (2)	$\dfrac{11x-5y}{6}-2x+y$ を簡単にしなさい。 $\left(\dfrac{-x+y}{6}\right)$	41.7% (49.7%／24.5%)	$\dfrac{-x-11y}{6}$ (32.1%), $-x+y$ (9.7%)

H27 年度と比較して，正答率が 20 ポイント以上低かった。また，上位群の正答率が５割を下回っている。主な誤答例から， $\dfrac{11x-5y}{6}-\dfrac{12x+6y}{6}$ というように誤って式変形をしてしまっていることが読み取れる。このように,「$2x+y$ を一つの固まりとして捉え，（　）があるときと同様の計算を行ってしまった」ことで，正答率が低かったと考えられる。

また，H28［１］(6)では，文章題から立式する問題を出題した。

問題番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H28 ［１］ (6)	ある数に１を加えてから２乗し，さらに，その数を５倍したら，もとの数の２倍を２乗した数より 11 だけ小さくなった。 （ア） もとの数を x として，方程式をつくりなさい。 $(5(x+1)^2=(2x)^2-11)$	65.5% (91.4%／30.5%)	$5(x+1)^2=2x^2-11$ (12.6%), $5(x+1)^2=(2x)^2+11$ (4.5%), $5(x+1)^2=2x^2+11$ (3.5%)

主な誤答例では,「もとの数の２倍を２乗した数」という問題文から,「$2x^2$」と表現してしまっているものが 16%程度ある。しかし，そのような誤答の中には，(イ)の「 x の値を求めなさい」という問題には正答しているものもある。つまり，（　）がない状態であっても,「$2x^2$」を「$(2x)^2$」と見なして解答している生徒がいることが分かる。

【今後の指導に向けて】

（　）に関する計算や表現でつまずく生徒が多いという点は大きな課題であり，これは「計算のプロセスを大事にしない」ことが大きな原因である。板書によって解答を見せる場合にも「プロセスをきちんと見せる」ことが重要である。次のような指導法によって，生徒に「計算のプロセスの大切さ」に気付かせたい。

① 誤答を提示し，何が違うか答えさせる

$5(x+1)^2=2x^2-11$ $5(x^2+2x+1)=2x^2-11$ $5x^2+10x+5=4x^2-11$ $x^2+10x+16=0$ $(x+8)(x+2)=0$ $x=-8,\ -2$	発問 左の解答には，間違いがあります。 どこが，間違っているのでしょうか。 ➡計算のプロセスのどこが違うのか？？ ➡（　）のある or ない に気付く！

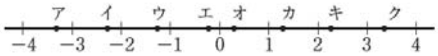
② 座席が隣同士の生徒と解答をチェックし合うペア学習

生徒は自分一人では,「この程度の解答でよいだろう」と考えてしまいがちである。他の人に見てもらうことで,「誰にでも伝わる」より確実な解答を書こうと意識する。グループで行うと授業時間が多くとられてしまうが，座席が隣同士でのペア学習ならば短時間で行うことができ，自らの解答を確実に記述することへの意識が高まると考える。

③　書画カメラを利用した学習

生徒が他の人の解答に触れる機会は多くない。他人の誤答や正答を直接見ることで，計算のプロセスの大切さに気付かせたい。生徒に板書させる方法もあるが，時間がかかってしまう。そこで，生徒がノートに記述した解答を書画カメラで撮影し，プロジェクタで投影する。このことで，短時間で誤答箇所や採点者の視点を説明することができる。

(2) 数の大きさへの理解を深めさせたい

問題番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H27 ［１］ (5)	二次方程式 $x^2+2x-4=0$ を解きなさい。 （$x=-1\pm\sqrt{5}$）	71.0% (94.8%／47.1%)	$\pm\sqrt{5}$　(3.6%)， $-1\pm2\sqrt{5}$　(1.8%)
H28 ［２］ (4)	数直線上の８つの点ア～クのうち，二次方程式 $x^2+2x-4=0$ の解を表しているものをすべて選び，そのかな符号を答えなさい。　（ア，カ） 	36.8% (62.9%／7.3%)	イ，キ　(8.6%)， ウ，カ　(7.6%)， ウ，エ　(3.4%)， ア，ク　(3.4%)

H27 年度まで，解の公式を利用して解く二次方程式の問題を出題していたが，H28 年度は無理数の大きさを判断することを加え出題した。「イ，キ」と選択した割合が 8.6%であり，H27 年度では$\pm\sqrt{5}$と解答した割合は 3.6%である。無理数の大きさを判断することができなかった生徒が「イ，キ」の誤答の中に存在していると考えられる。また，H27 年度の二次方程式で無答率が 2.3%であるのに対し，この問題では無答率が 8.3%と６ポイント上昇している。問題が複合的になることで，何をしてよいのか分からなくなる生徒がいることが推測できる。

H27 年度標準学力検査の数学Ⅰ基本の［１］(4) では，以下の問題が出題された。

$\left\|\sqrt{3}-2\right\|=\boxed{}$である。　（$2-\sqrt{3}$）　正答率 15.4%

$\sqrt{3}-2$ と解答している割合が 13.3%，$\sqrt{3}+2$ と解答している割合が 11.8%であった。$\sqrt{3}$ の大きさや $\sqrt{3}-2$ で一つの数であることへの理解が不足している生徒がいることが，この結果からも分かる。

【今後の指導に向けて】

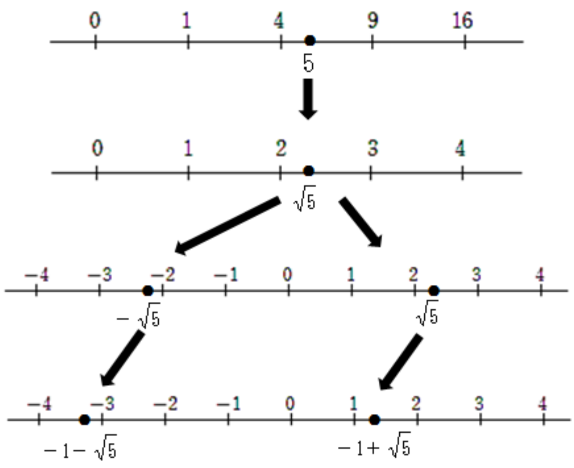
高校の段階では，数直線を利用し指導することが多い。苦手な生徒には，単純に数直線を利用し考えさせるだけでなく，下に示したように数を２乗した数直線を利用する方法も考えられる。

①　数の２乗の数直線を考える。

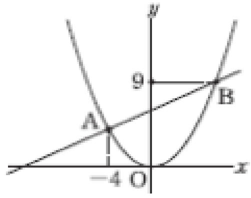
②　元の数で考える。

③　±をつけて考える。

④　最後に－1 を加える。



(3) 平面座標と図形の関係をきちんと理解させたい

<table>
<tr><th>問題
番号</th><th colspan="3">問題（正答）</th></tr>
<tr><td rowspan="4">H28
［3］</td><td colspan="3">図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に２点Ａ，Ｂがある。点Ａの x 座標は－４であり，点Ｂの x 座標は正で，y 座標は９である。点Ｏを原点とするとき，次の問いに答えなさい。
(1)　２点Ａ，Ｂを通る直線の式を求めなさい。　$\left(y=\frac{1}{2}x+6\right)$
(2)　原点Ｏを通り，直線ＡＢに平行な直線と，点Ａを通り，直線ＯＢに平行な直線との交点をＣとする。点Ｃの座標を求めなさい。　（－10，－5）

</td></tr>
<tr><td>正答率
（上位群／下位群）</td><td>無答率
（上位群／下位群）</td><td>主な誤答例（標本全体に対する％）</td></tr>
<tr><td>(1)　73.9％
（96.7％／41.1％）</td><td>(1)　7.9％
（0.0％／17.9％）</td><td>$y=2x+12$（1.0％），$y=\frac{1}{2}x+2$（0.7％）</td></tr>
<tr><td>(2)　43.6％
（86.1％／2.6％）</td><td>(2)　24.8％
（1.3％／53.6％）</td><td>$\left(-9,\ -\frac{9}{2}\right)$（2.1％），$\left(-5,\ -\frac{5}{2}\right)$（1.3％），（－8，－4）（1.2％）</td></tr>
</table>

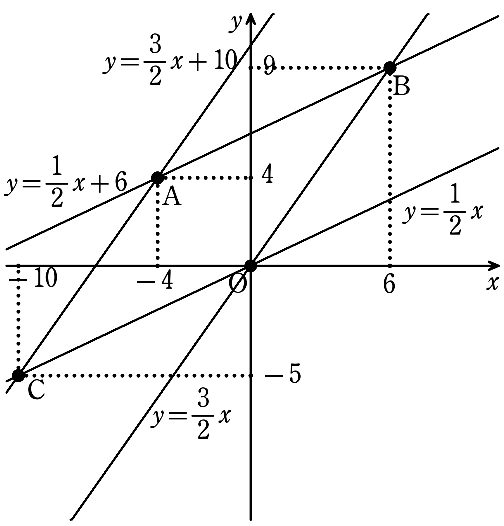
(2)は誤答例のどれもが直線 $y=\frac{1}{2}x$ 上の点であることから，求めるべき２直線の式のうち比較的容易なこちらの式は求められたものの，もう一方の $y=\frac{3}{2}x+10$ を正しく求められなかったと考えられる。なお，この問題はH28年度に出題したテスト $\boxed{\text{B}}$ の中で上位群と下位群の正答率の差が最も大きかったものであり，理解度に関し両者に大きな開きがあることを示している。

【今後の指導に向けて】

(2)の一般的な解法は，２直線の方程式を連立して点Ｃの座標を求めるというものである（代数的アプローチ）。また，四角形ＯＢＡＣが平行四辺形になることを利用して解くこともできる（幾何的アプローチ）。

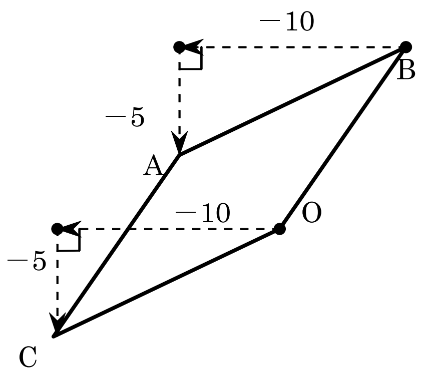
代数的アプローチ

$y=\frac{1}{2}x$ と $y=\frac{3}{2}x+10$ を連立して，点Ｃの座標を求める。



幾何的アプローチ

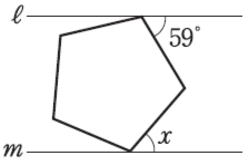
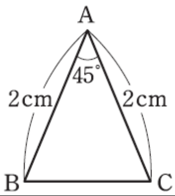
四角形ＯＢＡＣが平行四辺形であることを利用して，点Ｃの座標を求める。



四角形ＯＢＡＣは平行四辺形なので，ＢからＡまでの移動方法とＯからＣまでの移動方法は，ともに x 軸方向に－10，y 軸方向に－５である。

図形的な特徴を捉えて解けば（幾何的アプローチ），比較的簡単に答えを導くことができる。よって機械的に連立方程式に持ち込んで解かせるだけでなく，グラフをかき，傾きや切片などを視覚的に理解させたい。特に下位群の生徒には複雑な計算をしなくてもよいということ，図形的に考察することで傾きの意味や２直線の平行の性質などを理解しやすくなるということを強調して指導したい。

(4) 補助線を引いたり，分割したりして多角的に図形を捉えさせたい

問題 番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H28 ［１］ (11)	右の図のように，正五角形と $l \parallel m$ の２直線がある。$\angle x$ の大きさを求めなさい。　　（49°） 	69.4% (87.4%／37.7%)	59°　(15.0%), 54°　(1.4%), 13°　(1.3%), 46°　(1.1%)
H28 ［１］ (12)	右の図は，ＡＢ＝ＡＣ＝2㎝，∠Ａ＝45° の二等辺三角形である。この三角形の面積を求めなさい。　　（$\sqrt{2}$） 	30.1% (57.0%／3.3%)	$\sqrt{3}$　(7.7%), 2　(6.0%), $2\sqrt{2}$　(2.6%), 4　(2.6%)

H28［１］(11)では補助線を引き角度を求める問題を出題した。主な誤答例は 59° であるが，これは補助線を引かずに見た目で判断したか，平行な２直線における錯角の位置関係と勘違いしたのではないかと考えられる。

また，H28［１］(12)では頂角が 45° の二等辺三角形の面積を求める問題を出題した。H27 年度に半径５㎝の円に内接する正八角形の面積を求める問題を出題したところ，正答率は 7.8%であった。この問題は正八角形を８個の二等辺三角形に分割して解く問題で，H27 年度のテスト $\boxed{\text{B}}$ の全問題中最も正答率が低かった。H28［１］(12)は，正八角形を８個に分割した二等辺三角形の１個の面積を求める問題で，正答率は 30.1%とH27 年度よりも上昇したが，H28 年度の［１］の中で正答率が最も低かった。このことから，補助線を引いて必要な値を求めることができていないということが分かる。

【今後の指導に向けて】

高校数学では三角比やベクトルを学ぶので，補助線を引いて問題を解くことは少ない。しかし，チェバの定理やメネラウスの定理などの証明をする際には，補助線を引いて考えることが有用である。また，多角形を幾つかの三角形に分けて面積を求める問題などもある。平行線や垂線に着目して補助線を引くことで，問題を簡潔にしたり，図を分割したりすることができるように指導したい。そのために授業や課題学習などにおいて各自で補助線を引く機会をつくりたい。

［補助線を利用したメネラウスの定理の証明①］

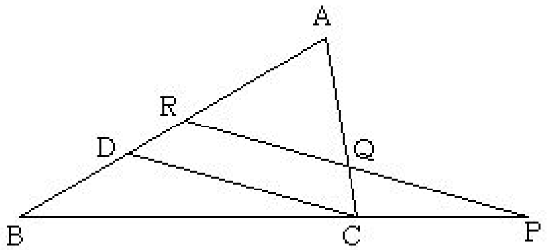
$\boxed{\text{証明}}$　点Ｃを通り直線ＰＲに平行な直線を引き，その直線と辺ＡＢとの交点をＤとする。

ＰＲ // ＣＤ より　$\dfrac{BP}{PC}=\dfrac{BR}{RD}$

ＱＲ // ＣＤ より　$\dfrac{CQ}{QA}=\dfrac{DR}{RA}$

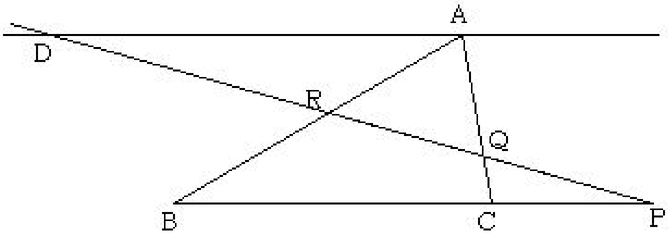
よって

$\dfrac{BP}{PC}\times\dfrac{CQ}{QA}\times\dfrac{AR}{RB}=\dfrac{BR}{RD}\times\dfrac{DR}{RA}\times\dfrac{AR}{RB}=1$　　$\boxed{\text{終}}$



［補助線を利用したメネラウスの定理の証明②］

証明　点Ａを通り直線ＢＰに平行な直線を引き，その直線と直線ＰＲとの交点をＤとする。



△ＲＡＤ∽△ＲＢＰであるから

$\dfrac{\mathrm{RA}}{\mathrm{RB}}=\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BP}}$

△ＱＣＰ∽△ＱＡＤであるから

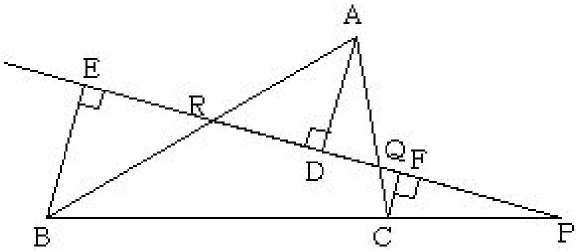
$\dfrac{\mathrm{QC}}{\mathrm{QA}}=\dfrac{\mathrm{CP}}{\mathrm{AD}}$

よって

$\dfrac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\times\dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\times\dfrac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=\dfrac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\times\dfrac{\mathrm{CP}}{\mathrm{AD}}\times\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BP}}=1$　終

［補助線を利用したメネラウスの定理の証明③］

証明　直線ＰＲに対して点Ａ，Ｂ，Ｃから垂線を引き，その足をそれぞれＤ，Ｅ，Ｆとする。



△ＲＡＤ∽△ＲＢＥであるから　$\dfrac{\mathrm{RA}}{\mathrm{RB}}=\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BE}}$

ＢＥ // ＣＦ　より　$\dfrac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}=\dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{CF}}$

△ＱＣＦ∽△ＱＡＤであるから　$\dfrac{\mathrm{QC}}{\mathrm{QA}}=\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AD}}$

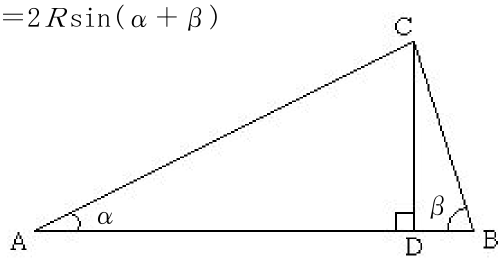
よって

$\dfrac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\times\dfrac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}\times\dfrac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}=\dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{CF}}\times\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{AD}}\times\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BE}}=1$　終

［補助線を利用した正弦の加法定理の証明］

証明　まず，△ＡＢＣが鋭角三角形であるときを考える。

∠Ａ＝α，∠Ｂ＝β とする。また，点Ｃから辺ＡＢに下ろした垂線の足をＤとする。さらに，△ＡＢＣの外接円の半径をRとする。



正弦定理より　$\dfrac{\mathrm{AB}}{\sin\{\pi-(\alpha+\beta)\}}=2R$　　よって　$\mathrm{AB}=2R\sin(\alpha+\beta)$

さらに　$\dfrac{\mathrm{AC}}{\sin\beta}=2R$　　よって　$\mathrm{AC}=2R\sin\beta$

ゆえに　$\mathrm{AD}=\mathrm{AC}\cos\alpha=2R\sin\beta\cos\alpha$

同様に　$\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin\alpha}=2R$　　よって　$\mathrm{BC}=2R\sin\alpha$

ゆえに　$\mathrm{BD}=\mathrm{BC}\cos\beta=2R\sin\alpha\cos\beta$

$\mathrm{AB}=\mathrm{AD}+\mathrm{BD}$ より　$2R\sin(\alpha+\beta)=2R\sin\beta\cos\alpha+2R\sin\alpha\cos\beta$

両辺を$2R$で割ると　$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

また，△ＡＢＣが直角三角形のときや鈍角三角形であるときも同様に証明することができる。　終