付　平成 28 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日までの間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 19 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表 12

テスト / 項目	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,698	8,090	8,033
平均点	41.1	44.1	49.0
標準偏差	22.0	25.5	27.6

(2) 得点分布（%）　　表 13

テスト / 得点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	1.9	4.5	8.3
80 ～ 89	3.9	5.7	9.7
70 ～ 79	5.8	9.0	9.9
60 ～ 69	10.0	10.6	10.4
50 ～ 59	12.5	11.6	10.6
40 ～ 49	14.2	12.5	11.0
30 ～ 39	16.8	12.5	10.6
20 ～ 29	17.5	12.6	10.9
10 ～ 19	12.2	12.5	10.7
0 ～ 9	5.2	8.5	7.9

(3) 調査問題別平均点分布（校）　表 14

テスト / 平均点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上			6
75～80未満		3	6
70 ～ 75		3	9
65 ～ 70	2	3	7
60 ～ 65		11	14
55 ～ 60	2	8	7
50 ～ 55	4	12	7
45 ～ 50	3	9	9
40 ～ 45	3	11	15
35 ～ 40	6	8	10
30 ～ 35	3	4	12
25 ～ 30	5	13	9
20 ～ 25	3	13	10
15 ～ 20	1	8	9
15未満	1	7	4
計	33	113	134

平成２８年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ　基　本

□学年 □組 □番　氏名□

次の □ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

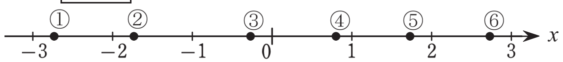
(1) $(-2x^2y)^3=$ □ である。

(2) $\dfrac{11x-5y}{6}-2x+y$ を簡単にすると □ である。

(3) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$ を展開すると □ である。

(4) $2x^2-5x+3$ を因数分解すると □ である。

(5) 下の数直線上の①～⑥の６つの点のうち，$\sqrt{3}$ を表している点は ア であり，$\sqrt{3}-2$ を表している点は イ である。

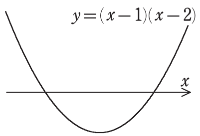


(6) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると □ である。

(7) １次不等式 $\dfrac{1}{2}x\geqq-5$ を満たす x の値の範囲は □ である。

(8) ２次方程式 $x^2+3x-1=0$ を解くと $x=$ □ である。

(9) ２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は □ である。

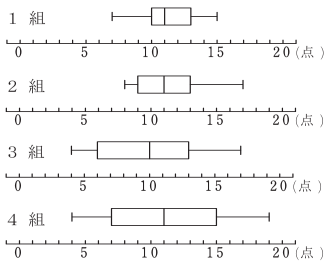


(10) 全体集合U＝{1, 2, 3, 4, 5, 6}の部分集合A＝{1, 4, 5}について，Aの補集合は，$\overline{\mathrm{A}}$ ＝ { } である。

(11) 命題「$x=2$ ならば $x^2=4$」の対偶は下のア～エのうち □ である。

ア：「$x\neq2$ ならば $x^2\neq4$」　イ：「$x^2=4$ ならば $x=2$」
ウ：「$x^2=4$ ならば $x\neq2$」　エ：「$x^2\neq4$ ならば $x\neq2$」

(12) 右の図は，各組 35 人の生徒に 20 点満点の数学のテストを実施し，その得点を組別に箱ひげ図に表したものである。10 点以上の生徒が一番多い組は □ 組である。

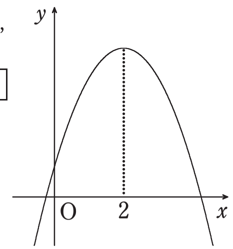


(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	ア　イ
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	{　}
(11)	
(12)	組

［２］　次の各問いに答えよ。

(1) ２次関数 $y=x^2+4x+3$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は ア である。また，$y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると $y=$ イ である。

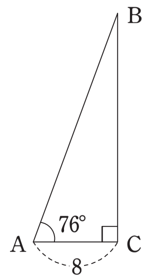
(2) 図は２次関数 $y=-(x-2)^2+5$ のグラフである。頂点は点 ア（ ， ） であり，この関数は $1\leqq x\leqq4$ において，$x=$ イ で，最小値 ウ をとる。



(1)	ア
	イ
(2)	ア（　，　）
	イ　ウ

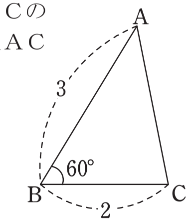
［３］　次の各問いに答えよ。

(1) tan76°＝4.0 とする。
図の直角三角形ＡＢＣにおいて，辺ＢＣの長さは □ である。



(2) $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ とする。$\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，
$\theta=$ ア °，イ ° である。

(3) 図の△ＡＢＣにおいて，△ＡＢＣの面積は ア である。また，辺ＡＣの長さは イ である。



(1)	
(2)	ア　イ
(3)	ア
	イ

平成 28 年度　数学Ⅰ基本

番号	配点	正答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例 （標本全体に対する％）
[1](1)	5	$-8x^6y^3$	59.8	84.0 52.0	4.1	0.0 0.0	36.1	$-8x^8y^3$(8.3)，$-8x^5y^3$(3.3)， $-6x^6y^3$(2.9)，$8x^6y^3$(2.9)
(2)	5	$\frac{-x+y}{6}$	24.1	24.0 16.0	7.1	0.0 0.0	68.8	$-x+y$(16.2)，$\frac{-x-11y}{6}$(15.4)
(3)	5	x^4-1	58.1	84.0 36.0	9.5	0.0 16.0	32.4	x^2-1(2.1)，$2x^3+2x$(1.7)， $2x^2$(1.7)，$(x^2-1)(x^2+1)$(1.7)
(4)	5	$(x-1)(2x-3)$	42.7	56.0 24.0	14.5	4.0 32.0	42.8	$(x-3)(2x+1)$(7.1)， $\frac{5\pm\sqrt{1}}{4}$(3.7)，1，$\frac{3}{2}$(3.3)
(5)	5	ア　⑤	62.7	84.0 40.0	2.9	0.0 8.0	34.4	（ア，イ）の順で （⑥，④）(7.9)，（④，②）(4.6)
		イ　③	59.8	80.0 32.0	2.9	0.0 8.0	37.3	
(6)	5	$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$	43.2	88.0 8.0	9.1	0.0 16.0	47.7	$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$(14.9)， $\frac{\sqrt{10}}{3}$(4.6)，$\frac{\sqrt{3}}{3}$(4.1)
(7)	5	$x\geqq-10$	38.2	68.0 8.0	17.4	4.0 44.0	44.4	-10(10.8)，$x\geqq-\frac{5}{2}$(2.5)， 10(2.1)
(8)	5	$\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$	45.2	64.0 32.0	20.3	8.0 32.0	34.5	$\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$(4.1)，$\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$(1.2)， $\frac{-3\sqrt{13}}{2}$(1.2)
(9)	5	$1<x<2$	31.1	52.0 12.0	24.1	8.0 56.0	44.8	$1\leqq x\leqq 2$(4.6)，$x<1$，$2<x$(4.6)， 1，2(3.7)
(10)	5	{2，3，6}	86.7	100 68.0	5.0	0.0 12.0	8.3	{1，4，5}(3.3)，{2，4，6}(0.8)， {2，3}(0.8)
(11)	5	エ	42.7	56.0 12.0	2.9	4.0 4.0	54.4	イ(26.6)，ア(14.5)，ウ(13.3)
(12)	5	1 組	32.0	36.0 16.0	1.2	0.0 4.0	66.8	4 組(32.8)，2 組(29.0)， 3 組(4.6)
[2](1)	5	ア　-1，-3	22.0	32.0 4.0	19.1	12.0 32.0	58.9	-2(8.7)，3(8.3)，4(8.3)
	5	イ　$(x+2)^2-1$	22.0	40.0 4.0	34.9	28.0 68.0	43.1	3(3.7)，$(x-2)^2+3$(3.3)， -1(3.3)，$(x+2)^2+3$(2.1)
(2)	5	ア　(2，5)	74.7	96.0 60.0	12.4	0.0 28.0	12.9	(2，-5)(2.5)，(2，0)(0.8)， (4，1)(0.8)，(2，4)(0.8)
	5	イ　4	37.3	64.0 0.0	22.4	8.0 44.0	40.3	（イ，ウ）の順で (2，1)(6.2)，(1，4)(5.0)
		ウ　1	40.2	64.0 12.0	19.9	4.0 36.0	39.9	
[3](1)	5	32	38.6	48.0 20.0	25.7	24.0 44.0	35.7	24(5.8)，16(5.0)，20(2.9)
(2)	5	30，150	43.7	95.7 4.3	14.7	0.0 34.8	41.6	60，120(4.6)，45，135(4.1)， 30，60(3.7)，45，90(3.3)
(3)	5	ア　$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	25.3	56.0 8.0	36.1	16.0 60.0	38.6	3(7.1)，6(5.4)，$\frac{3}{2}$(2.9)
	5	イ　$\sqrt{7}$	16.2	24.0 0.0	33.6	40.0 52.0	50.2	4(7.5)，$\sqrt{5}$(5.8)，3(5.0)

不等式の意味を理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H28［１］(7)	１次不等式 $\frac{1}{2}x \geqq -5$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。 ($x \geqq -10$)	38.2％ (68.0％／8.0％)	-10 (10.8％), $x \geqq -\frac{5}{2}$ (2.5％), 10 (2.1％)
H28［１］(9)	２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。 ($1<x<2$)	31.1％ (52.0％／12.0％)	$1 \leqq x \leqq 2$ (4.6％), $x<1$ ，$2<x$ (4.6％), 1 ，2 (3.7％)

H28［１］(7)は，基礎的な１次不等式を解く問題であるが，正答率が４割を切っている。このことから，不等式を解くという根本的なことがきちんと理解されていないことがうかがえる。「両辺を２倍すればよい」というような形式的な式変形だけを指導しても，深い理解は期待できない。例えば誤答例の「－10」という値は，右辺を２倍して得られるものである。それを解としてしまうのは，「式の変形方法が分からない」のではなく，「何が不等式の解なのかが分かっていない」ことが原因である，と考えられる。

【指導上の留意点】

不等式の解とは「その不等式を満たす数の集合」のことであり，本質的に集合の概念と結び付いている。しかし，実際は方程式と同様に単なる式変形の方法のみを指導していることが多く，集合の概念と結び付けて理解している生徒は少ない。今後，数学Ⅰの必要条件・十分条件の判定や数学Ⅱの軌跡・領域の分野を学ぶことを考えれば，不等式を集合として理解することは重要である。そのことを踏まえ，不等式の単元の導入段階では集合を意識した指導を行いたい。

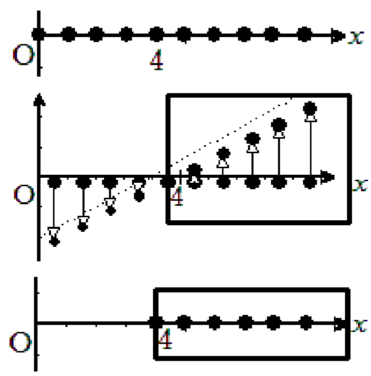
例えば，実数 x についての不等式 $\frac{1}{2}x-2 \geqq 0$ は，次のようなステップを踏んで指導する。

１：数直線（x 軸）上に解の集合を取ることを意識させる。

２：x の値を不等式の左辺 $\frac{1}{2}x-2$ に幾つか代入し，その値を縦軸方向に記す。

３：式の値が０以上となる x の値だけを選び出す。

４：実数の連続性も考慮して，それらの集合を不等号を用いて表す。



上の図より，$4 \leqq x$

この方法は，２次不等式でも利用することができる。

平成２８年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ｉ＋Ａ

学年	組	番	氏名

次の □ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) $x^2+x+2xy+y^2+y$ を因数分解すると □ である。

(2) ２次方程式 $4x^2-8x+1=0$ の解は $x=$ □ である。

(3) 連立不等式 $\begin{cases} 5x-6 \leqq x+1 \\ x+1 < 2x \end{cases}$ を満たす x の値の範囲は □ である。

(4) 命題「$x=2$ ならば $x^2=4$」の対偶は「 ア ならば イ 」である。

(5) 頂点が点（1，3）で，点（2，5）を通る放物線をグラフにもつ２次関数は $y=$ □ である。

(6) ２次関数 $y=x^2-6x+a$ のグラフが x 軸と共有点をもたないとき，定数 a の値の範囲は □ である。

(7) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ において，$2\sin\theta-1=0$ を満たす θ の値は □ である。

(8) △ＡＢＣにおいて，$A=45^\circ$，$B=60^\circ$，$CA=\sqrt{6}$ のとき，ＢＣ＝ □ である。

(9) 次のデータは，生徒５人の小テストの得点である。

４，６，４，９，７　（点）

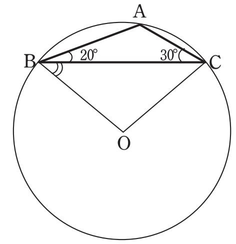
平均を求めると， ア ，分散を求めると， イ である。

(10) 男子５人，女子３人が１列に並ぶ。女子３人が続いて並ぶとき，その並び方は □ 通りである。

(11) n は自然数とする。n と 60 の最小公倍数が 600 であるような n は □ と 600 である。

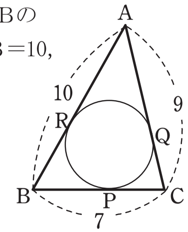
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	ア　　イ
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	ア　　イ
(10)	
(11)	

(12) △ＡＢＣの外心をＯとする。∠ＡＢＣ＝20°，∠ＡＣＢ＝30° のとき，∠ＯＢＣ＝ □ である。



(12)	

(13) △ＡＢＣの内接円と辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢの接点を，それぞれＰ，Ｑ，Ｒとする。ＡＢ＝10，ＢＣ＝7，ＣＡ＝9 のとき，ＢＰの長さを求めると □ である。



(13)	

［２］　２次関数 $y=x^2-4x+1$ $(0 \leqq x \leqq a)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=3$ のとき，y の最小値は □ である。

(2) $0<a<2$ のとき，y の最小値は □ である。

(1)	
(2)	

［３］　∠Ａ＝120°，ＡＢ＝3，ＡＣ＝1 の△ＡＢＣにおいて，∠Ａの二等分線が辺ＢＣと交わる点をＤとするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 線分ＢＣの長さは □ である。

(2) △ＡＢＣの面積は □ である。

(3) 線分ＡＤの長さは □ である。

(1)	
(2)	
(3)	

［４］　x 軸上を動く点Ａがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を６回投げるとき，次の各問いに答えよ。

(1) 点Ａの座標が４である確率は □ である。

(2) 点Ａの座標が３以下である確率は □ である。

(1)	
(2)	

平成 28 年度　数学Ⅰ＋A

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$(x+y)(x+y+1)$	40.1	80.6	9.7	12.8	1.0	17.5	47.1	$(x+y)^2+(x+y)$ (29.0), $(x+y)^3$ (3.7)
(2)	5	$\frac{2\pm\sqrt{3}}{2}$	66.0	92.2	45.6	6.4	0.0	8.7	27.6	$2\pm\sqrt{3}$(1.5), 1(1.5), $\frac{1}{2}$(1.4)
(3)	5	$1<x\leqq\frac{7}{4}$	75.2	94.2	62.1	7.1	0.0	12.6	17.7	$-1<x\leqq\frac{7}{4}$(2.0), $x\leqq\frac{7}{4}$, $-1<x$(1.6)
(4)	5	ア　$x^2\neq4$	47.6	81.6	24.3	4.6	0.0	5.8	47.8	(ア，イ)の順で $(x^2=4,\ x=2)$(33.6), $(x\neq2,\ x^2\neq4)$(3.5)
		イ　$x\neq2$	47.9	81.6	23.3	4.6	0.0	5.8	47.5	
(5)	5	$2(x-1)^2+3$	35.1	68.0	4.9	16.5	3.9	26.2	48.4	$2x+1$(14.8), $\frac{2}{3}x^2+\frac{7}{3}$(3.6)
(6)	5	$a>9$	50.1	88.3	13.6	22.0	0.0	47.6	27.9	$a<9$(6.2), $a>0$(1.8)
(7)	5	30°，150°	53.5	81.6	24.3	13.8	0.0	22.3	32.7	30°(9.7), $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5}{6}\pi$(4.0)
(8)	5	2	55.3	84.5	19.4	17.5	1.9	30.1	27.2	$2\sqrt{3}$(3.1), $\sqrt{2}$(2.2), 4(1.9)
(9)	5	ア　6	83.3	93.2	78.6	0.8	0.0	0.0	15.9	5(0.8), 4(0.3), 15(0.3)
		イ　3.6	22.9	29.1	14.6	19.3	15.5	27.2	57.8	5(12.5), 3(6.1), 4(5.4), 18(4.5)
(10)	5	4320	47.3	75.7	18.4	5.2	1.0	9.7	47.5	720(15.2), 6(5.6), 2160(2.5)
(11)	5	200	52.8	87.4	26.2	16.2	3.9	21.4	31.0	10(7.8), 100(5.7), 60(2.1), 300(2.0)
(12)	5	40°	42.0	64.1	24.3	8.2	1.9	11.7	49.8	65°(12.5), 30°(9.4), 45°(5.9), 50°(5.1)
(13)	5	4	71.6	92.2	62.1	15.3	1.9	20.4	13.1	$\frac{70}{19}$(3.5), 3(1.8), 3.5(1.5), 5(1.4)
[2](1)	5	-3	56.9	94.2	25.2	10.8	0.0	15.5	32.3	-2(16.6), 1(5.2), 2(2.2)
(2)	5	a^2-4a+1	21.5	47.6	1.0	22.8	4.9	35.9	55.7	-3(13.6), -2(13.6), なし(6.1), 1(4.4)
[3](1)	5	$\sqrt{13}$	38.3	61.2	7.8	16.7	2.9	26.2	45.0	$\sqrt{7}$(8.2), 4(6.2), 13(3.0)
(2)	5	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	46.0	87.4	6.8	28.1	2.9	42.7	25.9	$\frac{3}{4}$(2.4), $\frac{3\sqrt{3}}{2}$(2.0), $\frac{3}{2}$(1.3)
(3)	5	$\frac{3}{4}$	13.7	30.1	1.9	45.7	32.0	54.4	40.6	2(5.0), 1(2.8), $\frac{3}{2}$(2.1)
[4](1)	5	$\frac{3}{32}$	28.7	53.4	5.8	19.1	3.9	26.2	52.2	$\frac{15}{64}$(8.8), $\frac{1}{64}$(5.8), $\frac{2}{3}$(4.0)
(2)	5	$\frac{57}{64}$	17.0	32.0	0.0	31.8	14.6	45.6	51.2	$\frac{1}{2}$(5.0), $\frac{21}{32}$(4.6)

(1) 因数分解の意義と解法の手順を理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H26［１］(2)	$(x-y)^2-2(x-y)$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。 $((x-y)(x-y-2))$	65.0％ (97.0％／ 31.0％)	10.0％ (0％／24.0％)	$x^2-2xy+y^2-2x+2y$ (9.9％), $(x-y-1)^2-1$ (1.0％)
H27［１］(1)	$(x-y)^2-x+y$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。 $((x-y)(x-y-1))$	41.3％ (82.5％／ 9.3％)	19.1％ (4.1％／24.7％)	$x^2-2xy+y^2-xy$ (16.2％), $-(x-y)^3$ (2.8％)
H28［１］(1)	$x^2+x+2xy+y^2+y$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。 $((x+y)(x+y+1))$	40.1％ (80.6％／ 9.7％)	12.8％ (1.0％／17.5％)	$(x+y)^2+(x+y)$ (29.0％), $(x+y)^3$ (3.7％)

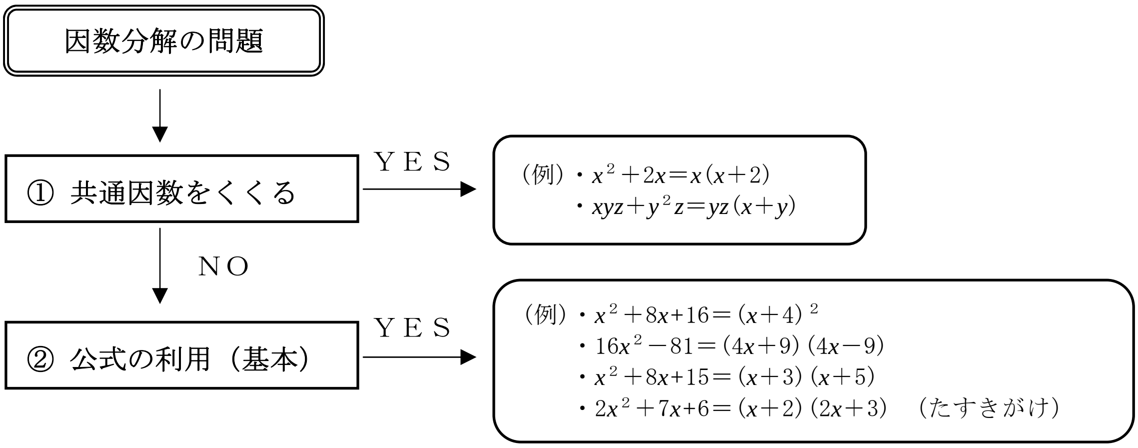
H28［１］(1)は，公式を利用した基礎的な因数分解ではなく，一工夫して因数分解させることを目的として出題しており，過去にも同じような問題を出題した。H26 年度は置き換える式が一目で分かる問題，H27 年度はマイナスでくくると置き換えられる式が出てくる問題，H28 年度は降べきの順にすることで因数分解に気付くことができる問題である。問題が展開された式であればあるほど，正答率は低くなっている。しかし，H27 年度とH28 年度の正答率に大きな差はないことから，問題が少しでも展開された式であれば難易度は変わらないと考えられる。

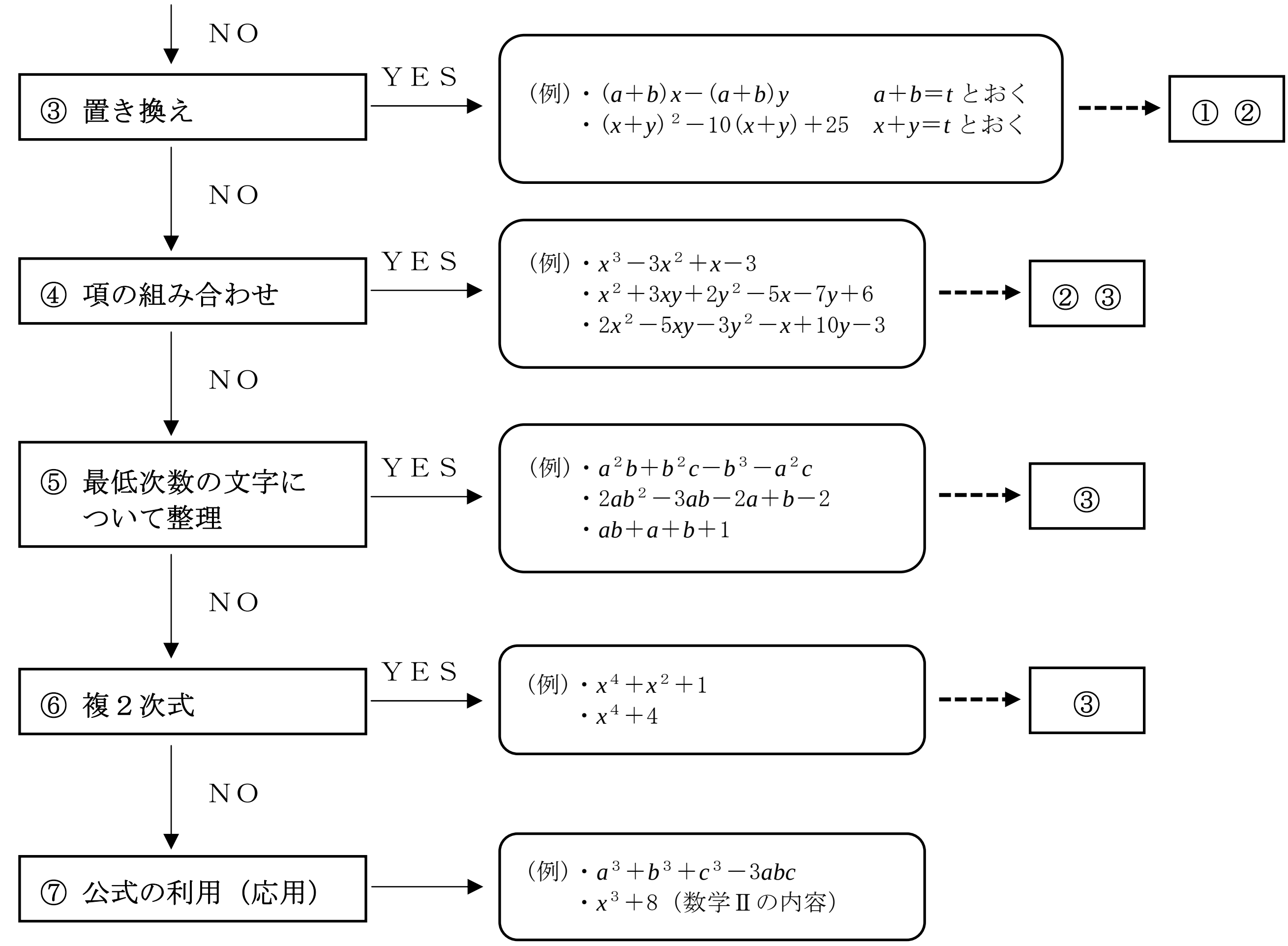
主な誤答例から因数分解の途中を答えとしている場合が多く見られる。因数分解の答えとしてどのような式が最終的な答えなのかが理解できていない。生徒に因数分解の正しい答えを定着させるためにも因数分解の方法を教えるだけでなく，因数分解はなぜするのか，因数分解するメリットは何かを併せて示していくことが大切となる。

【指導上の留意点】

因数分解の意義については，例えば，１変数の２次方程式を解くことを考える。その際，因数分解が正しくできるかどうかは方程式が解けるかどうかに関わってくる。因数分解のメリットは方程式の解を求めることにあると生徒に伝えていくことで，どのような式が因数分解の正しい答えなのかを印象付けることができる。その他にも，因数分解は，２次関数，不等式の領域，微分法など多くの単元で利用されるので，学習するたびにその意義について強調するとよい。

また，因数分解の問題には，さまざまな形式の問題があり，どの形式にも対応できる解法の手順を示すことが大切である。因数分解の問題にも置き換えが必要であったり，変数が増えたりと難易度の高い問題もあるため，以下のようにパターンを分けて指導すると効果的である。





(2) 図や表を使って問題の内容を理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率	主な誤答例（標本全体に対する%）
H28［４］(1)	x 軸上を動く点Ａがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を６回投げるとき，次の各問いに答えよ。 (1)点Ａの座標が４である確率は $\boxed{}$ である。　$\left(\dfrac{3}{32}\right)$	28.7%	$\dfrac{15}{64}$（8.8%）， $\dfrac{1}{64}$（5.8%）， $\dfrac{2}{3}$（4.0%）

H28［４］(1)は，正答率が 28.7%であり，３割を切っている。また $\dfrac{15}{64}$ という誤答が最も多かった。これは，問題文の「点Ａの座標が４である確率」の「４」を６回中４回表が出ると勘違いして ${}_6C_4\left(\dfrac{1}{2}\right)^4\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{15}{64}$ と答えていると思われる。反復試行の考え方や計算自体は理解できているが，x 軸上を動く点の位置を硬貨の表裏で判断しなければならない問題の内容が整理できておらず，${}_6C_5\left(\dfrac{1}{2}\right)^5\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{32}$ の計算にたどり着いていないと考えられる。

【指導上の留意点】

長い文章の問題を解くとき，問題の内容を理解せず，一部の条件を利用してしまう傾向がある。そのような生徒に対しては，以下のように文章を整理し，問題を理解することを身に付けさせるとよい。

【類題】　x 軸上を動く点Ａがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を４回投げるとき，点Ａの座標が－２である確率を求めよ。

問題文に区切りを付ける

①　x 軸上を動く点Ａがあり，最初は原点にある。／

②　硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，／

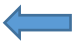
③　裏が出たら負の方向に１だけ進む。／

④　硬貨を４回投げるとき，点Ａの座標が－２である確率を求めよ。／

問題文から分かること

①　点Ａは，最初は原点にある。

②　表が出たら，正の方向に１進む。　＋１

③　裏が出たら，負の方向に１進む。　－１

④　硬貨を４回投げるので，試行後，点Ａは次のような座標にある。

表が出る回数／座標の変化量	裏が出る回数／座標の変化量	点Ａの座標	反復試行の考え方
４回／＋４	０回／　０	４	${}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$
３回／＋３	１回／－１	２	${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$
２回／＋２	２回／－２	０	${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$
１回／＋１	３回／－３	－２	${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{4}$
０回／　０	４回／－４	－４	${}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

　また，硬貨を投げる回数と座標の動きについて，座標平面などを用いて視覚的に問題を捉えることも有効である。

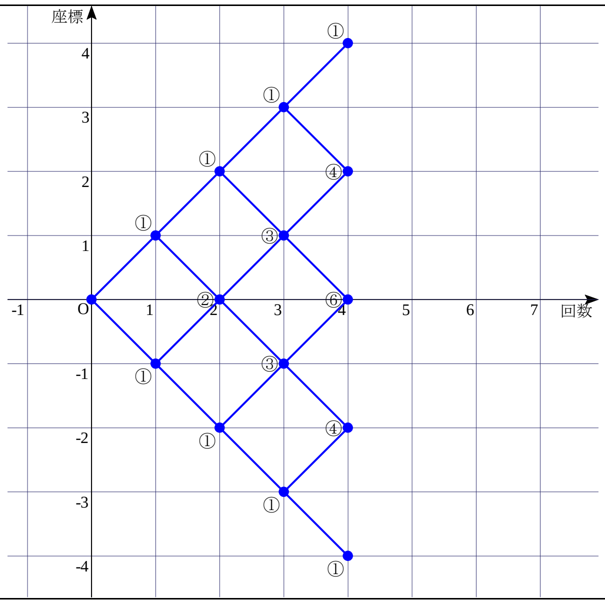
視覚的に問題を捉える

・横軸は硬貨を投げる回数を，縦軸は点Ａの座標を表している。

・硬貨を１回投げて，表，裏が出る確率はともに $\frac{1}{2}$ なので，$\frac{1}{2}$ を右上，右下に１マス進むごとにかける。

・各座標にある数字は「その座標に点Ａが辿り着く経路の総数」である。

・数学Ⅱの範囲となるが，二項定理と関連付けをさせることも可能である。



平成２８年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅱ

学年	組	番	氏名

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) x^3-1 を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(2) 整式 x^3-3x+4 を整式 x^2+2x-5 で割った商は

$\boxed{ア}$ ，余りは $\boxed{イ}$ である。

(3) 等式 $a(x+2)+b(x-2)=2x+4$ が x についての恒等式になるとき，　$a=\boxed{ア}$ ，$b=\boxed{イ}$ である。

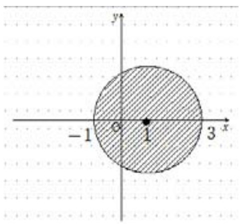
(4) ２次方程式 $x^2+5x-3=0$ の２つの解を α，β とするとき，　$\alpha^2+\beta^2=$ $\boxed{}$ である。

(5) 整式 $P(x)=x^{2017}$ を $x+1$ で割った余りは $\boxed{}$ である。

(6) 直線 $y=-ax+5$ が直線 $y=2x-1$ に垂直であるとき，定数 a の値は $\boxed{}$ である。

(7) ２点A(3，2)，B(1，0) から等距離にある点Pの軌跡の方程式は $\boxed{}$ である。

(8) 図の斜線部分の領域（ただし，境界線を含まない）を表す不等式は $\boxed{}$ である。



(9) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，方程式 $\tan\theta=-1$ を満たす θ の値は $\boxed{}$ である。

(10) $\sin 75°$ の値は $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	ア　　イ
(3)	ア　　イ
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	

(11) 方程式 $2^x=5$ を解くと $x=$ $\boxed{}$ である。

(12) $\log_{10}2=a$，$\log_{10}3=b$ とおくとき，$\log_{10}18$ の値を a，b で表すと $\boxed{}$ である。

(13) 関数 $y=x^3-6x^2+9x+1$ の極大値は $\boxed{}$ である。

(11)	
(12)	
(13)	

［２］　直線 $x+y+k=0$（k は定数）を l，円 $x^2+y^2=9$ を C とする。次の各問いに答えよ。

(1) 直線 l と円 C が異なる２点で交わるとき，定数 k の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(2) 直線 l が円 C によって切り取られる弦の長さが２であるとき，定数 k の値は $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	

［３］　関数 $y=4^x-8\cdot 2^x+10$ について，$2^x=t$ として，次の各問いに答えよ。

(1) t のとりうる値の範囲は $\boxed{}$ である。

(2) y を t の式で表すと $y=$ $\boxed{}$ である。

(3) y の最小値は $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	
(3)	

［４］　曲線 $y=x^3-4x$ のグラフ上に点A$(-1,\ 3)$をとり，点Aにおける接線を l とする。次の各問いに答えよ。

(1) 接線 l の方程式は $\boxed{}$ である。

(2) 曲線 $y=x^3-4x$ と接線 l で囲まれた部分の面積は $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	

平成 28 年度　数学Ⅱ

番号	配点	正答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1] (1)	5	$(x-1)(x^2+x+1)$	77.9	97.2 62.6	4.1	0.0 7.5	18.0	$(x-1)(x^2-x+1)$ (2.3), $(x+1)^2(x-1)$ (1.6), $(x+1)(x^2-x+1)$ (1.5)
(2)	5	ア　$x-2$	81.4	95.3 72.9	3.2	0.9 1.9	15.4	(ア，イ)の順で $(x-2,\ 6x+14)$ (3.2), $(x+2,\ -2x+14)$ (2.3), $(x-2,\ 2x-6)$ (1.5)
		イ　$6x-6$	70.0	87.9 63.6	3.3	0.9 2.8	26.7	
(3)	5	ア　2	78.0	100 64.5	7.2	0.0 13.1	14.8	(ア，イ)の順で (3, −1)(3.1), (2, 2)(0.9), (2, 4)(0.8)
		イ　0	76.4	98.1 58.9	7.5	0.0 14.0	16.1	
(4)	5	31	57.8	78.5 35.5	9.3	0.9 13.1	32.9	19(6.8), 34(3.7), $\frac{25}{2}$(2.3)
(5)	5	-1	29.0	44.9 12.1	27.7	15.0 41.1	43.3	1(15.1), $-x^{2016}$(7.0), x^{2016}(3.0)
(6)	5	$\frac{1}{2}$	66.5	94.4 29.9	10.2	0.0 25.2	23.3	2(6.8), $-\frac{1}{2}$(4.3)
(7)	5	$x+y-3=0$	45.3	82.2 5.6	24.9	8.4 44.9	29.8	$y=x-1$ (5.2), $y=-x+2$ (1.2), $y=-x+1$ (0.8)
(8)	5	$(x-1)^2+y^2<4$	42.2	74.8 12.1	12.0	1.9 19.6	45.8	$(x-1)^2+y^2\leqq 4$ (7.1), $(x-1)^2+y^2=4$ (4.3), $-1<x<3$ (4.0)
(9)	5	$\frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi$	53.7	85.0 20.6	8.4	0.0 16.8	37.9	135°, 315° (3.4), $\frac{3}{4}\pi$(3.3), 135° (2.5)
(10)	5	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	45.8	74.8 13.1	9.4	0.9 13.1	44.8	$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$(12.3), $\frac{5}{12}\pi$(3.6)
(11)	5	$\log_2 5$	44.1	73.8 10.3	17.4	8.4 29.9	38.5	$\frac{5}{2}$(15.5), 32(2.8)
(12)	5	$a+2b$	56.3	88.8 26.2	5.4	1.9 10.3	38.3	ab^2 (13.7), $a+b^2$ (6.7)
(13)	5	5	78.5	95.3 66.4	5.5	0.0 6.5	16.0	1(3.6), 3(2.4)
[2] (1)	5	$-3\sqrt{2}<k<3\sqrt{2}$	31.4	58.9 1.9	30.9	7.5 47.7	37.7	$-3<k<3$ (5.9), $-3\leqq k\leqq 3$ (4.5)
(2)	5	± 4	9.9	8.4 0.0	57.9	40.2 72.0	32.2	4(4.0), 3(2.7), 2(2.6)
[3] (1)	5	$t>0$	43.3	80.4 4.7	22.3	0.9 43.9	34.4	$t\geqq 1$ (4.5), $t\geqq 0$ (3.1)
(2)	5	$t^2-8t+10$	64.6	94.4 27.1	11.2	0.0 16.8	24.2	$t^3+10t^2-8t-80$ (4.6), $-6t+10$ (3.0), $2t^2-8t+10$ (2.4)
(3)	5	-6	46.3	79.4 7.5	26.2	4.7 48.6	27.5	2(2.6), $4-\sqrt{6}$(2.5), 3(2.0), 0(1.9)
[4] (1)	5	$y=-x+2$	44.7	82.2 4.7	28.3	2.8 55.1	27.0	$y=3x+6$ (2.7), $y=3x^3+3x^2-4x-1$ (2.2)
(2)	5	$\frac{27}{4}$	15.5	24.3 0.0	52.4	26.2 82.2	32.1	$\frac{9}{2}$(2.9), $\frac{21}{4}$(1.8)

(1) 整式の割り算の余りを適切に求めさせたい

問題番号	問題（正答）	正答率 無答率	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H28 [1] (2)	整式 x^3-3x+4 を整式 x^2+2x-5 で割った商は $\boxed{\text{ア}}$，余りは $\boxed{\text{イ}}$ である。（ア $x-2$，イ $6x-6$）	ア 81.4%，イ 70.0% ア 3.2%，イ 3.3%	ア $x-2$，イ $6x+14$（3.2%）， ア $x+2$，イ $-2x+14$（2.3%）
H28 [1] (5)	整式 $P(x)=x^{2017}$ を $x+1$ で割った余りは $\boxed{}$ である。（-1）	29.0% 27.7%	1(15.1%)， $-x^{2016}$（7.0%）， x^{2016}（3.0%）

H28［1］(2)，(5)はともに新出問題であり，(2)は整式の割り算，(5)は剰余の定理を用いて解く問題である。(2)の正答率は８割を超え，無答率は１割を切っている。それに対して，(5)の正答率，無答率ともに３割弱である。(5)で，「1」と解答しているものは，$P(x)$ に $x=1$ を代入した値を答えていると考えられ，$-x^{2016}$，x^{2016} と解答しているものは，$(x+1)$ で割り算の筆算を行っていると考えられる。「1」と解答しているものは，剰余の定理を誤って覚えており，$-x^{2016}$，x^{2016} と解答しているものは，整式の割り算の余りについて理解できていない。

以上から，整式の割り算に関して正しく理解させ，余りを適切に求める力を身に付けさせることが必要である。

【指導上の留意点】

整式の割り算の余りを求める方法は，主に二つあると理解させる。

Ⅰ．割り算の筆算

Ⅱ．$P(x)=A(x)\,Q(x)+R(x)$ とおく

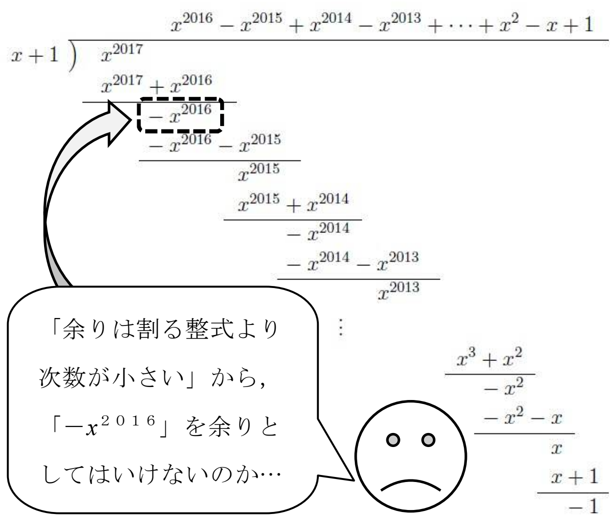
今回の問題では，この二つの方法のどちらで解くのが適切かを考えさせる指導をしたい。

I.　割り算の筆算

割り算の筆算を行い，商と余りを求める。

今回の問題は，x^{2017} を $x+1$ で割るため，計算の量が膨大になる。整式の割り算による商と余りの求め方は，割り算の筆算から教わるため，筆算を用いて解答を得ようとした生徒も多くいると考えられる。しかし，今回の問題に関しては，計算の量が多くなるので，余りを求めることが大変である。したがって，II.の方法で解く方がよいことを理解させたい。

ただし，計算を続けることにより，商は $x^{2016}-x^{2015}+x^{2014}-\cdots+x^2-x+1$ となるという規則性に気付き，余りを推測できる。



II.　$P(x)=A(x)\,Q(x)+R(x)$ とおく

x^{2017} を $x+1$ で割った商を $Q(x)$，余りを R（Rは定数）とすると，

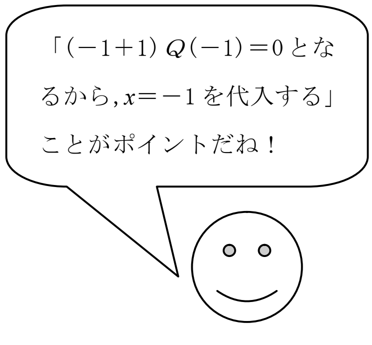
$$x^{2017}=(x+1)\,Q(x)+R$$

と表せる。これに $x=-1$ を代入すると，

$$(-1)^{2017}=(-1+1)\,Q(-1)+R$$

よって，余り R は

$$R=(-1)^{2017}=-1$$



Ⅰ．Ⅱ．を指導するに当たって，整式の割り算に関して正しく理解させることが大切である。具体例などを用いて，以下の①，②をきちんと理解させたい。

135 は 12 で割ると，商が 11 で余りが 3 である

→ $135=12\times 11+3$

$$\begin{array}{r|l} & 11 \\ \hline 12 & 135 \\ & 12 \\ \hline & 15 \\ & 12 \\ \hline & 3 \end{array}$$

① 割られる数＝割る数×商＋余り
② 余りは割る数より値が小さい

x^2+3x+5 を $x+2$ で割ると，商は $x+1$ で余りが 3 である

→ $x^2+3x+5=(x+2)(x+1)+3$

$$\begin{array}{r|l} & x+1 \\ \hline x+2 & x^2+3x+5 \\ & x^2+2x \\ \hline & x+5 \\ & x+2 \\ \hline & 3 \end{array}$$

① 割られる整式＝割る整式×商＋余り
② 余りは割る整式より次数が小さい

一般に・・・
$P(x)$ を $A(x)$ で割ると，商が $Q(x)$ で余りが $R(x)$ である。

→ $P(x)=A(x)\,Q(x)+R(x)$　（ただし，$A(x)$ の次数＞$R(x)$ の次数）

また，$P(x)=A(x)\,Q(x)+R(x)$ を利用すれば，剰余の定理を導くことができる。

整式 $P(x)$ を $x-k$ で割った商を $Q(x)$，余りを R（R は定数）とすると

$$P(x)=(x-k)\,Q(x)+R$$

これに $x=k$ を代入すると，

$$R=P(k)$$

剰余の定理は，割る整式が１次式の場合にしか使うことができない。２次以上の整式で割ったときの余りを求める問題にも対応するためには，上記の①，②を正しく理解し，活用できるようにすることが重要である。

(2) 三角関数の性質と加法定理を正しく理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H23［１］(6)	75°＝45°＋30° であることを利用して，sin75° の値を求めると □ である。$\left(\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)$	44.3％（70.4％／12.2％）	$\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$（12.4％），$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$（1.2％）
H28［１］(10)	sin75° の値は □ である。$\left(\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)$	45.8％（74.8％／13.1％）	$\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$（12.3％），$\dfrac{5}{12}\pi$（3.6％）

H28［１］(10) で三角関数の加法定理が理解できているかを確認する問題を出題した。H23 年度は問題文に「75°＝45°＋30° であることを利用して」という一文を明記したが，H28 年度は削除した。このことによる正答率の変化はほとんど見られなかった。75°＝45°＋30° にする発想はあるが，そこから加法定理を利用するのではなく，安易に sin75°＝sin45°＋sin30° と変形してしまったこと

が主な誤答の要因である。また，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ を無視した解答や 75° を弧度に変換しただけの誤答があり，三角関数の性質が理解できていないことを示していると考えられる。

【指導上の留意点】

三角関数の性質と加法定理を正しく理解させるための指導を二つ紹介する。

①加法定理の導入の工夫や他の分野での活用を行う

・グループ学習などで次のような発問をする。

【発問例】
次の等式を見て気が付くことを話し合ってみよう。
(1) $\sin 75^\circ = \sin 45^\circ + \sin 30^\circ$
(2) $\sin 90^\circ = \sin 30^\circ + \sin 60^\circ$

【予想される意見】
・右辺を計算すると三角関数の値が 1 を超えている。
・(2) の両辺を計算すると等式が成り立っていないことが明らかである。
・三角関数を足し算することはできるのだろうか。

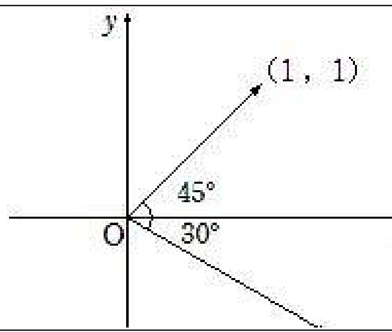
【具体的な指導】
三角関数の定義に戻り，もう一度指導する。

・ベクトルの内積を利用して計算する。

【例題】
$\vec{a}=(1,\ 1)$，$\vec{b}=(\sqrt{3},\ -1)$ のとき，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を利用して，cos75° の値を求めよ。

【解答例】

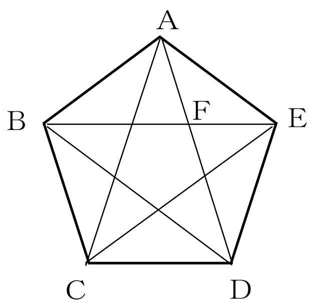
$$\cos 75^\circ = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}\times 2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$



②加法定理や倍角の公式，半角の公式を定着させる

加法定理や倍角の公式などの指導がひととおり終わった後で，15°，18°，22.5°，36°，54°，72°，75° などの三角関数の値を求めさせる。特に 36° や 72° については，黄金比と結び付けることなど，身近にある図形と関連付けて指導することができる。

【例題】
cos36° を次の方法で求めよ。
(1) 右図の△ＡＢＦに余弦定理を使う。
　ただし，五角形ＡＢＣＤＥは正五角形である。
(2) 36° は $\sin 2\theta = \sin 3\theta$ の解であることを利用する。



【解答例】
(1) ＢＦ：ＦＥ＝x : 1 とおく。
　△ＡＢＦ∽△ＤＡＣ より $x : 1 = (1+x) : x$
　これを解いて，$x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$　　※ $1 : \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ が黄金比である。
　また，∠ＡＢＦ＝36° より，
　△ＡＢＦに余弦定理を用いると，$\cos 36^\circ = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$ が求まる。
(2) $\sin 2\theta = \sin 3\theta$ より，$2\sin\theta\cos\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$
　$\sin\theta \neq 0$ であるから，$4\cos^2\theta - 2\cos\theta - 1 = 0$
　これを解くと，$\cos\theta = \dfrac{1\pm\sqrt{5}}{4}$ であり，$\cos 36^\circ = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$ が求まる。