平　成　29　年　度
高等学校新入学生徒の学力に関する研究（数学）

本研究会では，愛知県高等学校数学研究会と共同で，参加を希望した県内の高等学校において，新入学生徒を対象にした学力調査及び在学生徒を対象にした学力検査を毎年実施し，結果の集計・分析・考察を行っている。

この研究は以下の内容で，本年度分についてまとめたものである。

(1) 調査の趣旨，調査の実施及び処理，調査結果の概要，分析結果の概要，調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

(2) テスト$\boxed{\text{A}}$，テスト$\boxed{\text{B}}$の結果とその考察

(3) 平成27年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

＜検索用キーワード＞
高等学校　中学校　学力調査　数学Ⅰ　数学Ⅱ　数学Ａ　正答率　誤答分析

研　究　会　委　員

愛知県立松蔭高等学校教諭	伊藤　太亮
愛知県立鳴海高等学校教諭	松川　木綿子
愛知県立海翔高等学校教諭	是澤　佑
愛知県立五条高等学校教諭	丹下　裕太
愛知県立東海商業高等学校教諭	中村　普章
愛知県立大府東高等学校教諭	田中　伸一
愛知県立三好高等学校教諭	臼杵　秀一
愛知県立岡崎北高等学校教諭	千田　圭太
愛知県立岡崎西高等学校教諭	山田　悠作
愛知県立小坂井高等学校教諭	河合　謙二郎
愛知県総合教育センター教科研究室長	近藤　哲史（主務者）

目　　　次

１　調査の趣旨

愛知県総合教育センターでは，愛知県高等学校数学研究会と共同で，昭和 30 年度以来，高等学校入学者数学学力調査を実施してきた。調査結果を分析・考察し，指導上の留意点を明らかにして，中高連携の立場からそれぞれの数学教育に有用な資料を提供することが目的である。また，本調査を継続して実施することにより新入学生徒の学力傾向の推移をつかみ，指導の参考とすることができる。

２　調査の実施及び処理

(1) 調査問題の構成

調査問題をテスト$\boxed{\text{A}}$, テスト$\boxed{\text{B}}$の２種類に分け，各々について次の立場で問題を作成した。調査時間はいずれも 50 分である。

テスト$\boxed{\text{A}}$　中学校学習指導要領に示された内容を出題基準とし，高等学校で数学を学習するのに必要と思われる基礎的・基本的な事項により問題を構成した。

テスト$\boxed{\text{B}}$　問題構成の立場はテスト$\boxed{\text{A}}$と同様であるが，基礎的・基本的な事項の問題に，より高度な思考力，洞察力を要する問題を加えて構成した。

(2) 調査の対象

県内の高等学校及び特別支援学校の高等部に今年度入学した生徒を対象として，調査を実施した。実施校（課程別資料提供校）の数はテスト$\boxed{\text{A}}$が 42 校，テスト$\boxed{\text{B}}$が 107 校であった。

(3) 調査の実施時期及び資料の回収

学校ごとに３月下旬から４月中旬までの間に調査を実施し，集計用紙（全員の度数分布と各標本の解答をそのまま一覧表に転記したもの）を４月 19 日までに回収した。

(4) 標本の抽出

テスト$\boxed{\text{A}}$では 302 名（抽出率 5.9%），テスト$\boxed{\text{B}}$では 1,424 名（抽出率 5.0%）を抽出して，問題別の正答率・無答率を算出し，主な誤答について分析した（テスト全体の平均点及び標準偏差は全員を対象にして算出した）。

なお, テスト$\boxed{\text{A}}$及びテスト$\boxed{\text{B}}$における後出の「上位群」,「下位群」は，それぞれのテストの合計得点が「平均点＋標準偏差」,「平均点－標準偏差」を中央値とした各１割で形成される標本群である。

３　調査結果の概要

(1) 人数・平均点・標準偏差（過去との比較）

表１

テスト / 年度	テスト$\boxed{\text{A}}$			テスト$\boxed{\text{B}}$		
	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数
H27	53.6	26.5	5,001	57.2	20.5	29,281
H28	56.5	25.1	4,506	52.9	24.2	29,201
H29	**62.3**	**23.4**	**5,152**	**53.5**	**21.2**	**28,336**

(2) 頻数分布（%）

表２

得　点	90～100	80～89	70～79	60～69	50～59	40～49	30～39	20～29	10～19	0～9
テスト$\boxed{\text{A}}$	10.3	19.3	13.0	18.2	9.9	12.2	5.8	5.8	3.1	2.4
テスト$\boxed{\text{B}}$	3.0	9.7	10.9	19.1	13.9	18.3	9.6	9.9	3.6	2.0

(3) 調査問題別平均点分布（校）

表3

平均点	90以上	85～90	80～85	75～80	70～75	65～70	60～65	55～60	50～55	45～50	40～45	35～40	30～35	25～30	20～25	20未満	計
テスト$\boxed{A}$		1	3	2	7	5	3	6	4	4	1	2	2	2			42
テスト$\boxed{B}$		1	2	5	6	9	12	7	13	7	10	13	14	5	3		107

4　分析結果の概要

(1) 平方根の定義や性質に関する問題に課題

平方根に関する問題をテスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$ともに出題した（**表４**）。テスト$\boxed{A}$［１］(3)及びテスト$\boxed{B}$［１］(5)の基本的な計算問題の正答率は80%前後である。また，テスト$\boxed{B}$［１］(8)のようなやや発展的な問題においても 80%に近い正答率であった。それに対して，テスト$\boxed{B}$［２］(1)の平方根の定義や性質についての問題の正答率は25.6%であった。教科書や問題集などでよく見かける計算問題は解けるが，単元の最初に学ぶ平方根の定義や性質については，理解が浅いという結果であった。平方根は，高校に入ってもさまざまな分野で登場し，累乗根まで発展していく内容である。単なる計算練習のみにとどまらず，平方根の定義や性質について深く理解させる指導が必要である。

表４

	番号	概要	正答率
テスト$\boxed{A}$	［１］(3)	分母の有理化をする問題	78.1%
テスト$\boxed{B}$	［１］(5)	平方根が含まれた式の展開，分母の有理化をする問題	83.4%
	［１］(8)	平方根が含まれた不等式を満たす自然数を求める問題	78.4%
	［２］(1)	平方根の定義，性質についての五つの文から正しいものを選ぶ問題	25.6%

(2) 関数に関する問題に課題

関数に関する問題をテスト$\boxed{A}$，テスト$\boxed{B}$でそれぞれ６題出題した。その中でテスト$\boxed{A}$［１］(12)，テスト$\boxed{B}$［１］(10)の正答率がそれぞれのテストの関数分野の問題の中で一番低かった（**表５**）。テスト$\boxed{A}$［１］(12)は，身の回りの事象における二つの数量の関係が関数であるかどうかを問う関数の定義に関する問題で，授業では単元の導入部分で扱うがその後あまり扱わない問題である。また，テスト$\boxed{B}$［１］(10)は，反比例の関係の二つの数量の増加・減少を割合（%）で答える問題で，反比例の数量関係に関する概念的な理解が必要とされる。高等学校では，数学Ⅰで二次関数，数学Ⅱで三角関数，指数関数，対数関数など，関数分野の内容が大変多い。数学Ⅰで扱う二次関数の導入では，中学校で習った関数の定義や性質に関する理解度の確認をすることが必要である。

表５

	番号	概要	正答率
テスト$\boxed{A}$	［１］(12)	x と y の二つの数量の関係についての五つの文から y が x の関数でないものを選ぶ問題	34.1%
テスト$\boxed{B}$	［１］(10)	反比例の関係の x，y について，x の減少にともない y がどのように変化するかを割合（%）で答える問題	21.6%

(3) 教材の提示方法について

図形に関する問題として，テスト$\boxed{B}$［１］(13)で二等辺三角形の面積を求める問題を出題した。昨年度も同じ問題を出題したが，昨年度と比べて補助線の引き方が分かりやすいように図形の提示の仕方を変えた。昨年度と正答率を比較したところ，20 ポイント以上高くなった（p39 に詳細の分析有り）。教材の提示の仕方によって，生徒の考え方に大きな差ができることが分かった。

５　調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

平成 29 年度高等学校入学者数学学力調査A，Bについて，Ｓ－Ｐ表処理等を基にして差異係数，信頼性係数，内容別平均正答率，正答率帯別問題数，正答率，注意係数，ＵＬ指数，問題間の相関等を考察したところ，次のような結果を得た。なお，データは，テストAについては参加 42 校から 302 名，テストBについては 107 校から 1,424 名を抽出して作成した。

［１］　問題全体について

(1)　差異係数

表６

テスト　年度	(1)差異係数 H27	H28	H29
テスト A	0.306	0.311	**0.327**
テスト B	0.228	0.337	**0.295**

差異係数とは，Ｓ，Ｐ両曲線のずれの程度を数量化したもので，生徒の理解と一連の学習内容がうまくかみ合っているかを見るものである。差異係数は０から１までの値をとり，0.5 より小さい値のとき生徒の理解と指導の密着性が高いとされている。簡単な確認テストのようなドリル演習型のテストではＳ曲線とＰ曲線の乖離（かいり）は小さく，差異係数は小さくなる。実力テストのような多面にわたる総合的な問題ではＳ曲線とＰ曲線は大きく乖離（かいり）して，差異係数は大きくなる。差異係数が 0.5 を超えたとき，指導内容に問題がなかったか，出題に問題がなかったか，学習者の理解やモチベーションは高かったかなどを検討する必要がある。今回のテストでは**表６**のように差異係数は 0.3 前後であり，出題にとりわけ大きな問題はないと考えられる。

(2)　信頼性係数（クーダー・リチャードソンの公式 20 による）

表７

テスト　年度	(2)信頼性係数 H27	H28	H29
テスト A	0.922	0.909	**0.881**
テスト B	0.873	0.891	**0.875**

信頼性係数とは，作成されたテスト問題が内容的に妥当で信頼できるものなのかを算出するものである。ここで言う信頼性とは，同一条件下で再度試験を実施しても同じ結果が出ると思われる安定性のことで，０から１までの値をとり，１に近いほど信頼性が高いとされている。今回のテストでは**表７**のように信頼性係数は 0.88 前後であり，信頼できる良好な問題であったことが分かる。

(3)　内容別平均正答率　（ ）内の数字は問題数

表８

内容＼テスト・年度	テストA H27	テストA H28	テストA H29	テストB H27	テストB H28	テストB H29
①　数　と　式	66.5%(10)	73.0%(11)	**72.2%(11)**	67.6%(9)	58.0%(11)	**63.8%(11)**
②　図　　形	46.1%(6)	37.7%(6)	**44.9%(6)**	55.8%(6)	42.1%(6)	**34.8%(6)**
③　関　　数	35.2%(6)	43.2%(6)	**51.2%(6)**	40.2%(6)	49.2%(6)	**47.6%(6)**
④　資料の活用	45.1%(3)	49.3%(2)	**66.2%(2)**	60.3%(4)	77.0%(2)	**72.5%(2)**

(4)　正答率帯別問題数

表９

正答率＼テスト・年度	テストA H27	テストA H28	テストA H29	テストB H27	テストB H28	テストB H29
0.851以上	0	1	**2**	4	0	**0**
0.667～0.850	9	9	**9**	9	7	**10**
0.333～0.666	11	11	**12**	5	13	**9**
0.150～0.332	5	4	**2**	5	5	**4**
0.149以下	0	0	**0**	2	0	**2**

(5)　全体の正答率との相関別問題数

表 10

相関＼テスト・年度	テストA H27	テストA H28	テストA H29	テストB H27	テストB H28	テストB H29
0.70以上	1	0	**0**	0	0	**0**
0.60～0.69	7	11	**7**	2	6	**5**
0.50～0.59	12	5	**9**	9	10	**5**
0.40～0.49	5	6	**5**	10	6	**12**
0.30～0.39	0	2	**3**	2	3	**3**
0.29以下	1	0	**1**	2	2	**0**

［２］ 検討を要する問題群

テスト$\boxed{\text{A}}$，テスト$\boxed{\text{B}}$の全ての問題について，注意係数，ＵＬ指数，相関係数を算出した。**表 11** は，三つの指標のうち一つでも基準値を満たさない問題を抽出し，基準を満たさない指標に注意マーク“×”を付け，正答率が基準を満たす“Ⅰ群”と，正答率が基準を満たさない“Ⅱ群”とに分け整理した表である。

②から④までの指標は，上位群と下位群の正答率の差が小さいときに注意マーク“×”が付きやすくなる。正答率が非常に高い問題（正答率 75%以上）と正答率が基準を満たさない（Ⅱ群）の場合，上位群と下位群の差が小さくなるので検討から除外した。

以上のことから，検討の対象とした問題は６問あり，**表 11** に※印で示した。

テスト$\boxed{\text{A}}$の［１］(12)，(14)は，選択形式の問題であったので，たまたま正解してしまう者がいて上位群と下位群の差が小さくなったことが原因である。

テスト$\boxed{\text{A}}$の［２］(2)，(3)及びテスト$\boxed{\text{B}}$の［２］(3)，(4)は，数え上げたり，規則性を見つけたりすることで正解できる問題であったので，下位群の正答率が高くなり，上位群と下位群の差が小さくなったことが原因である。

（×印は該当項目について検討を要する数値であることを示す） **表 11**

問題		指標 / 基準値	①正 答 率 ＞0.333	②注意係数 ＜0.500	③ＵＬ指数 ＞0.400	④相関係数 ＞0.400
Ⅰ	テスト$\boxed{\text{A}}$	［１］(1)	0.851	0.431	0.307 ×	0.400
		［１］(2)	0.874	0.450	0.270 ×	0.367 ×
		［１］(12)※	0.341	0.899 ×	0.123 ×	0.077 ×
		［１］(14)※	0.394	0.524 ×	0.478	0.374 ×
		［２］(2)※	0.642	0.545 ×	0.466	0.385 ×
		［２］(3)※	0.675	0.506 ×	0.466	0.416
	テスト$\boxed{\text{B}}$	［１］(1)	0.757	0.511 ×	0.435	0.372 ×
		［１］(5)	0.834	0.376	0.388 ×	0.429
		［１］(6)	0.826	0.392	0.393 ×	0.423
		［２］(3)※	0.728	0.513 ×	0.417	0.379 ×
		［２］(4)※	0.494	0.513 ×	0.497	0.403
Ⅱ	テスト$\boxed{\text{B}}$	［１］(9)	0.147 ×	0.342	0.344 ×	0.406
		［６］(2)	0.062 ×	0.192	0.195 ×	0.363 ×

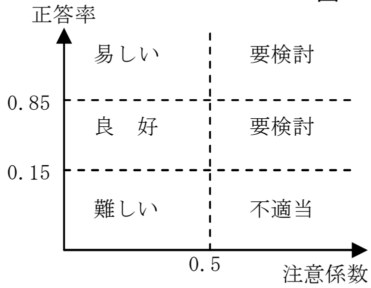
（各項目の説明）

①正 答 率：各問題の正答率を示す。

$$\frac{\text{正答者数}}{\text{受検者数}}$$

②注意係数：Ｓ－Ｐ表において，ある問題の正誤の状況と全ての問題の正誤の状況を比較して，その関係性を数値化したものである。0.5 より小さい方が適切な問題であるとされている。右図に示すように正答率と併せて検討するとよい。

図



③ＵＬ指数：

$$\frac{\text{（上位 27\%の正答者数）－（下位 27\%の正答者数）}}{\text{（生徒 27\%の人数）}}$$

ＵＬ指数は上式で算出する。「上位 27%の正答者数が多く，下位 27%の正答者数が少ない」場合，ＵＬ指数は大きくなるが，「上位 27%の正答者数が少なく，下位 27%の正答者数が多い」場合，ＵＬ指数は小さくなる。ＵＬ指数が 0.4 より大きい方が適切な問題であるとされている。

④相関係数：生徒の得点合計とその問題の正解との相関を示す。基準値を 0.4 として大きい方が適切な問題であるとされている。

平成29年度高等学校入学者数学学力テスト　A

愛知県高等学校数学研究会

答えは別紙の解答欄に記入しなさい。
実施時期によっては，問題用紙も回収します。

科	組	番	氏名	
受検番号		番		

〔1〕 次の問いに答えなさい。

(1)　$30+12\div(-6)-3$ を計算しなさい。

(2)　$-3\times\dfrac{8}{9}\div\dfrac{2}{3}$ を計算しなさい。

(3)　$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の分母を有理化しなさい。

(4)　$a=1,\ b=-2$ のとき，$-a^2+b^2$ の値を求めなさい。

(5)　$(xy^2+2y)\div y$ を計算しなさい。

(6)　x^2+x-6 を因数分解しなさい。

(7)　一次方程式 $7(x-1)=5x+9$ を解きなさい。

(8)　連立方程式 $\begin{cases}3x-y=1\\ y=2x\end{cases}$ を解きなさい。

(9)　二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式を書きなさい。

(10)　ある動物園の入園料は，大人1人が x 円，子ども1人が y 円である。大人4人と子ども3人の入園料の合計が2500円以下であった。この数量の関係を不等式に表しなさい。

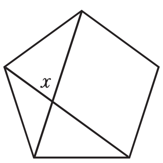
(11)　y は x に反比例し，x と y の値が下の表のように対応する。□にあてはまる値を求めなさい。

x	1	2	3	4
y	12	6	4	□

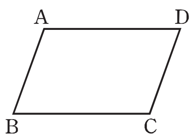
(12)　次のア～オについて，y が x の関数でないものを1つ選び，かな符号で答えなさい。

ア　1辺の長さ x cm の正方形の面積 y cm²
イ　1本100円のボールペンを x 本買ったときの代金 y 円
ウ　200ページの本を x ページまで読んだとき，残りのページ数 y ページ
エ　歩幅 x cm の人が100 m を走ったときにかかる時間 y 秒
オ　10 L のジュースを x 人で等しく分けたとき，1人あたりのジュースの量 y L

(13)　右の図は，正五角形である。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(14)　右の図の平行四辺形ABCDがひし形になるにはどのような条件を加えればよいか。次のア～エの中から正しいものを1つ選び，かな符号で答えなさい。



ア　$\angle A=\angle D$　　イ　AB＝AD
ウ　AC＝BD　　エ　AB⊥BC

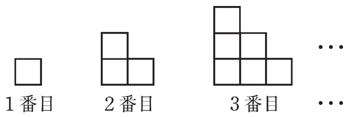
〔2〕 次の問いに答えなさい。

(1)　大小2つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が6となる確率を求めなさい。

(2)　あるクラスの生徒11人に10点満点の小テストを実施した。下の資料は，その結果をまとめたものである。このクラスの得点の中央値を求めなさい。

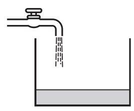
4，7，5，8，4，3，10，6，7，7，3（点）

(3)　大きさが同じ正方形のタイルを図のように増やしていく。10番目にできる図のタイルの枚数を求めなさい。



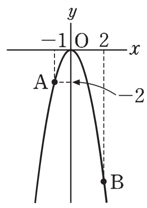
〔3〕 図のように，30 L はいる水そうがあり，最初に水が6 L はいっている。この水そうに，一定の割合で水を入れると12分でいっぱいになった。水を入れはじめてから，x 分後の水そうの水の量を y L とする。次の問いに答えなさい。

(1)　$0\leqq x\leqq 12$ のとき，x と y の関係を式で表すと $y=ax+b$ となった。a と b の値を求めなさい。



(2)　水を入れはじめてから，2.5分後の水の量を求めなさい。

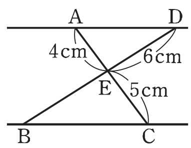
〔4〕 図のように，2点A，Bは関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあり，点Aの座標は $(-1,\ -2)$ で，点Bの x 座標は2である。次の問いに答えなさい。



(1)　a の値を求めなさい。

(2)　点Bの座標を求めなさい。

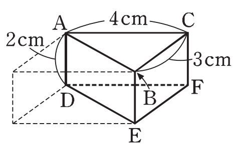
〔5〕 図のように，平行である2直線AD，BCがあり，ACとBDの交点をEとする。AE＝4 cm，CE＝5 cm，DE＝6 cm であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　BEの長さを求めなさい。

(2)　△EDAと△EBCの面積の比を求めなさい。

〔6〕 図のように，直方体を2つに切った三角柱を作る。AC＝4 cm，BC＝3 cm，AD＝2 cm であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　次のア～エの直線の組の中で，ねじれの位置にあるものを1つ選び，かな符号で答えなさい。

ア　ACとDF　　イ　DFとAD
ウ　ADとBE　　エ　BEとAC

(2)　三角柱の表面積を求めなさい。

平成 29 年度　テスト $\boxed{A}$

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	4	25	85.1	96.8	71.0	0.0	0.0	0.0	14.9	-10(2.0)，-14(1.6)，-25(1.6)
(2)	4	-4	87.4	96.8	80.6	0.3	0.0	0.0	12.3	4(2.3)，-12(1.3)，$-\frac{4}{3}$(1.3)
(3)	4	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	78.1	100	58.1	5.0	0.0	12.9	16.9	$\sqrt{2}$(5.6)，$\frac{1}{2}$(2.9)，2(1.7)
(4)	4	3	63.2	83.9	25.8	2.6	0.0	0.0	34.2	5(17.5)，-5(7.9)
(5)	4	$xy+2$	78.1	100	54.8	3.3	0.0	6.5	18.6	$2xy$(3.3)，$2xy^2$(2.6)，$xy+2y$(2.3)，xy^2+2(2.3)
(6)	4	$(x+3)(x-2)$	72.8	96.8	45.2	6.6	0.0	16.1	20.6	$x=-3$，2(3.0)，$(x-3)(x+2)$ (2.3)，$(x-3)(x+3)$ (2.3)
(7)	4	8	79.8	96.8	71.0	6.0	0.0	6.5	14.2	5(3.0)，1(2.3)，-8(2.0)
(8)	4	(1, 2)	80.8	100	51.6	6.3	0.0	12.9	12.9	(2, 1) (1.0)，(-1, 2) (0.7)，(3, 1) (0.7)，(3, -2) (0.7)
(9)	4	$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	55.3	74.2	19.4	19.5	3.2	38.7	25.2	$ax+b+c$(1.0)，$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{a}$(1.0)，$\frac{-b\pm\sqrt{-4ac}}{2a}$(1.0)，$\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$(1.0)
(10)	4	$4x+3y\leqq 2500$	46.4	74.2	22.6	6.6	0.0	12.9	47.0	$4x+3y<2500$(24.8)，$4x+3y\geqq 2500$(7.0)
(11)	4	3	78.5	96.8	64.5	1.0	0.0	0.0	20.5	2(15.9)，0(1.0)，1(0.7)
(12)	4	エ	34.1	35.5	32.3	1.7	0.0	6.5	64.2	ウ(41.3)，オ(9.9)，ア(7.0)
(13)	4	72°	40.7	83.9	6.5	9.3	0.0	12.9	50.0	60° (13.6)，108° (3.6)，36° (3.6)
(14)	4	イ	39.4	64.5	16.1	1.3	0.0	3.2	59.3	ウ(46.3)，エ(7.0)，ア(6.6)
[2](1)	4	$\frac{5}{36}$	68.2	93.5	45.2	4.0	0.0	6.5	27.8	$\frac{1}{6}$(8.9)，$\frac{5}{12}$(2.3)，$\frac{1}{2}$(2.0)
(2)	4	6	64.2	87.1	45.2	3.0	0.0	0.0	32.8	7(9.6)，5(5.3)，5.5(3.6)，3(3.6)
(3)	4	55	67.5	90.3	48.4	3.0	0.0	3.2	29.5	27(4.3)，30(3.3)，54(2.0)
[3](1)	4	$a=2$，$b=6$	46.4	83.9	19.4	25.8	3.2	51.6	27.8	$a=12$，$b=6$(2.3)，$a=6$，$b=12$(2.3)
(2)	4	11L	41.4	77.4	9.7	21.9	0.0	48.4	36.7	5(7.0)，10(1.7)，15(1.7)，4.5(1.7)
[4](1)	4	-2	56.3	90.3	12.9	17.5	0.0	35.5	26.2	2(8.3)，-1(3.3)
(2)	4	(2, -8)	50.3	87.1	12.9	14.9	0.0	35.5	34.8	(2, 8) (7.9)，(2, 6) (3.0)
[5](1)	4	$\frac{15}{2}$cm	62.9	93.5	32.3	5.0	0.0	6.5	32.1	7(16.2)，8(2.6)，5(1.3)
(2)	4	16 : 25	31.8	61.3	0.0	13.2	6.5	22.6	55.0	1:2(7.6)，4:5(7.3)，2:3(7.0)
[6](1)	4	エ	76.2	100	51.6	2.3	0.0	3.2	21.5	イ(11.6)，ウ(5.6)，ア(3.6)
(2)	4	36cm^2	18.5	35.5	0.0	19.5	6.5	41.9	62.0	12(13.6)，24(6.0)，6(5.0)

(1) 関数について理解を深めさせたい

問題番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H29 ［１］ (12)	次のア～オについて, y が x の関数でないものを１つ選び, かな符号で答えなさい。 ア　１辺の長さ x cmの正方形の面積 y cm^2 イ　１本 100 円のボールペンを x 本買ったときの代金 y 円 ウ　200 ページの本を x ページまで読んだとき, 残りのページ数 y ページ エ　歩幅 x cmの人が 100m を走ったときにかかる時間 y 秒 オ　10Ｌのジュースを x 人で等しく分けたとき，１人あたりのジュースの量 yＬ　（エ）	34.1% (35.5%／32.3%)	ウ (41.3%), オ (9.9%), ア (7.0%)

H29［１］(12)は，下記のH27全国学力・学習状況調査テストＡ $\boxed{9}$ の類題である。

> 下のアからエまでの中に，y が x の関数でないものがあります。それを１つ選びなさい。
> ア　１枚10円のコピーを x 枚とったときの料金は y 円である。
> イ　縦の長さが x cm，横の長さが y cm の長方形の面積は24cm^{2}である。
> ウ　15Ｌの水を x Ｌ使ったときの残りの水の量は y Ｌである。
> エ　x 歳の人の身長は y cm である。　（正答：エ）　正答率 81.7%

全国学力・学習調査テストでは, エが式に表すことができないことが容易に分かる。しかし, H29［１］(12)では，ウ「$y=200-x$」を選択した誤答率が41.3%と正答率より7.2ポイント高い。H29［１］(12)のウの関係が一次関数であると見なすことができていない。

【今後の指導に向けて】

関数の指導において,「２つの変数 x，y について，x の値が決まるとそれに応じて y の値がただ１つ定まるとき, y は x の関数である」という言葉だけでは関数への理解が不十分であると考える。２つの変量の変化を表や写像の関係を図に表すことで関数への理解を深めさせたい。

【表を利用した指導方法】

y は x に応じて次の表のように変化します。

①のような関係のとき，y は x の関数であるといいます。

発問　y と x の間には，どのような関係がありますか。

→●　x の値から２を引くと y の値になる！

●　y と x が１対１の対応だ！

②の場合は，１つの x の値について２つの y の値があるので関数ではない！

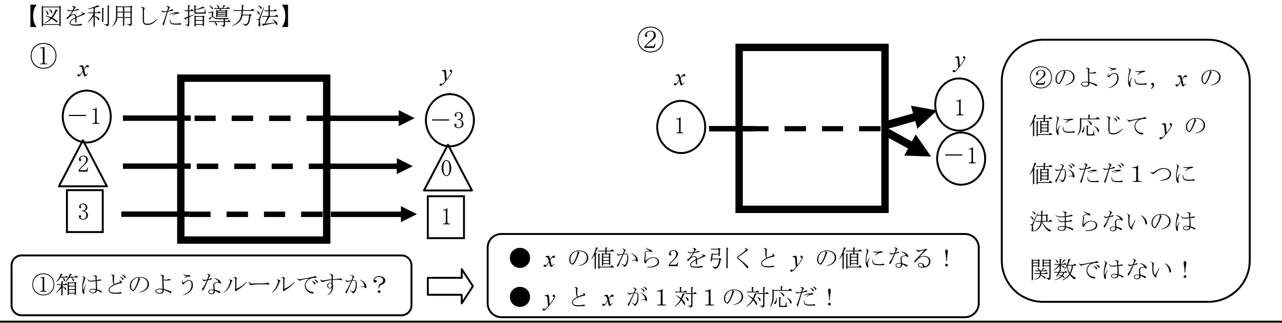
①

x	-1	0	1	2	3
y	-3	-2	-1	0	1

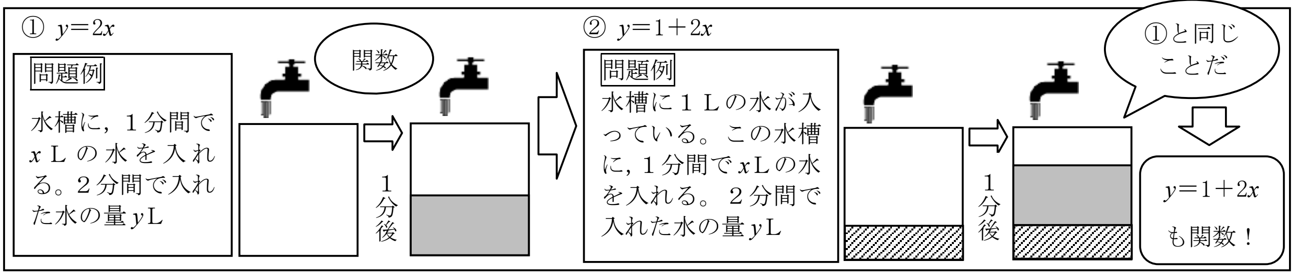
②

x	0	1	2	4
y	0	±1	$\pm\sqrt{2}$	±2

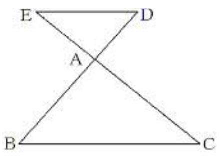
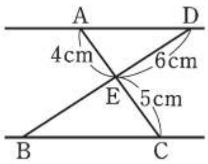
【図を利用した指導方法】



また，式や図を順に提示し発展させることで，一次関数への理解を深めさせることも有効である。



(2) 見かけだけで判断させず，性質を見抜くことで問題を解かせたい

問題番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H27 ［５］ (1)	図のように，ＢＣ＝10cm，面積が 25cm^2 である△ＡＢＣがある。 辺ＡＢの延長線上にＡＢ：ＡＤ＝5：3となるような点Ｄをとり，辺ＡＣの延長線上にＢＣ//ＥＤとなるような点Ｅをとる。次の問いに答えなさい。 (1) ＤＥの長さを求めなさい。　(6cm)  	68.2% (96.6%／44.8%)	5 (9.9%), 7 (2.8%), 3 (2.5%)
H29 ［５］ (1)	図のように，平行である２直線ＡＤ，ＢＣがあり，ＡＣとＢＤの交点をＥとする。 ＡＥ＝4cm，ＣＥ＝5cm，ＤＥ＝6cmであるとき，次の問いに答えなさい。 (1) ＢＥの長さを求めなさい。　$\left(\frac{15}{2}\text{cm}\right)$  	62.9% (93.5%／32.3%)	7 (16.2%), 8 (2.6%), 5 (1.3%)

H27年度では，図中に線分の長さが書き込まれておらず，5：3と比の値が与えられていたが，H29年度では,図中に長さが書き込まれており,見かけの長さだけで判断し解答してしまったと考えられる。

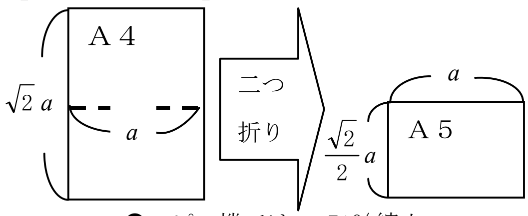
主な誤答例から，ＡＥの長さが４cm，ＣＥの長さが５cmであり，２辺の差が１cmであることから，ＢＥ＝ＤＥ＋1と判断し，７cmと解答したと読み取れる。H27年度とH29年度では上位群の正答率に差はあまり見られないが，下位群の正答率が12.5ポイント減少している。

【今後の指導に向けて】

下位群の生徒は，見かけの数字だけで判断し，解いてしまう傾向にある。見かけからではなく，立式や性質を見抜くことにより問題解決に当たらせることを身に付けさせたい。比の考え方を利用する分野としては，数学Ⅰでは三角比，数学Ａでは図形の性質などが考えられる。授業の中で，「図形のどこに注目するか」「既習内容の中で何が使えるか」「どのような式が立てられるか」など，発問の工夫により，問題解決のプロセスを重視させる指導が大切である。

また，具体物などを利用することで，見かけで単純に判断するのではなく，立式したり，図をかいたりして，相似や比についての理解を深める取組も有効である。

【用紙のサイズ】



●コピー機では，　71%縮小

●各辺の比は？この２枚は相似？

Ａ４版の１辺の長さを上の図のように，a，$\sqrt{2}\,a$ とおく。

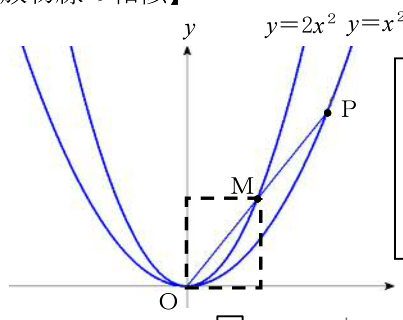
Ａ５版は，Ａ４版を半分にした大きさ。

それぞれの辺の比が

$$a : \frac{\sqrt{2}}{2}a \Rightarrow \sqrt{2} : 1$$

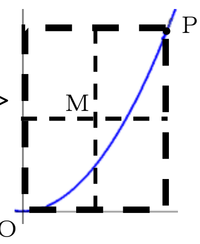
Ａ４の比と同じ ⇒ ２枚は相似！

【放物線の相似】



問題例
二つの放物線は，見かけは違うが，相似と言えるか？

$y=2x^2$ の［ ］部分を２倍に拡大すると



$y=x^2$ と一致する！

⇒ 二つの放物線は相似！

⇒ 見かけだけで判断してはいけない！！

7　テスト $\boxed{\text{B}}$ の問題，結果及びその考察

平成29年度高等学校入学者数学学力テスト　$\boxed{\text{B}}$

愛知県高等学校数学研究会

答えは別紙の解答欄に記入しなさい。
実施時期によっては，問題用紙も回収します。

科	組	番	氏	
受検番号		番	名	

〔1〕　次の問いに答えなさい。

⑴　$-5^2+3\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2$ を計算しなさい。

⑵　$\dfrac{11}{6}x-\dfrac{5}{6}y-2x+y$ を簡単にしなさい。

⑶　連立方程式 $\begin{cases}\dfrac{2x+y}{3}-\dfrac{x+y}{5}=1\\ 3x+2y=3\end{cases}$ を解きなさい。

⑷　$-ax^2+2ax+3a$ を因数分解しなさい。

⑸　$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-\dfrac{12}{\sqrt{6}}$ を計算しなさい。

⑹　ある動物園の入園料は，大人１人が x 円，子ども１人が y 円である。大人４人と子ども３人の入園料の合計が2500円以下であった。この数量の関係を不等式に表しなさい。

⑺　二次方程式 $5x^2-7x+2=0$ を解きなさい。

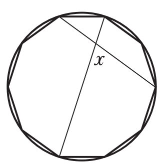
⑻　不等式 $4<\sqrt{2n+1}<5$ を満たす自然数 n をすべて求めなさい。

⑼　$N=1\times2\times3\times\cdots\times20$ とする。N は３で最大何回割り切れるか求めなさい。

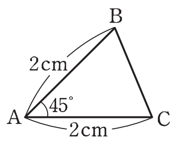
⑽　関数 $y=\dfrac{2}{x}$ について，正の数 x の値が20％減少すると，y の値は何％変化するか求めなさい。解答欄では，増加・減少のどちらかに○をつけて表しなさい。

⑾　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $a\leqq x\leqq2$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq4$ である。このとき a の値の範囲は $\boxed{ア}\leqq a\leqq\boxed{イ}$ である。ア，イにあてはまる値を求めなさい。

⑿　右の図は，10個の頂点が１つの円周上にある正十角形である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。



⒀　右の図は，$AB=AC=2$cm，$\angle A=45^\circ$ の二等辺三角形である。この三角形の面積を求めなさい。



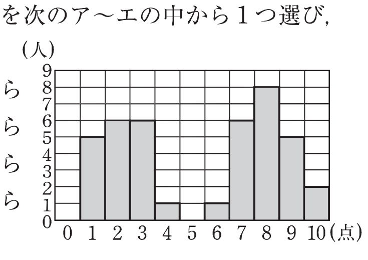
〔2〕　次の問いに答えなさい。

⑴　次のア～オのうち，正しい内容を表しているものをすべて選び，かな符号で答えなさい。

ア　３の平方根は $\sqrt{3}$ である。　イ　$\sqrt{(-3)^2}$ は３に等しい。
ウ　$\sqrt{9}$ は ±3 に等しい。　エ　$\sqrt{3}$ は２より大きい。
オ　絶対値が $\sqrt{3}$ より小さい整数は３個ある。

⑵　40人のクラスで10点満点の小テストを実施した。図はその結果をヒストグラムに表したものである。「平均点は5.4点だった」と聞いたAさんは，「私は６点だったので，クラスの上位20位以内に入っている」と考えた。しかし，Aさんの考えは適切ではない。その理由を次のア～エの中から１つ選び，かな符号で答えなさい。

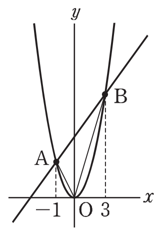
ア　最頻値が８点であるから
イ　最頻値が７点であるから
ウ　中央値が８点であるから
エ　中央値が７点であるから



⑶　1，2，3，4，5，6，7の数字が書かれた７枚のカードがある。この７枚のカードをよくきって１枚のカードをひき，カードの数字を記録してもとに戻す。次に，もう一度７枚のカードをよくきって１枚のカードをひき，カードの数字を記録する。はじめに記録した数字を a，次に記録した数字を b とする。このとき $\dfrac{b}{a}$ の値が整数となる確率を求めなさい。

⑷　2^{30} の一の位の数を求めなさい。

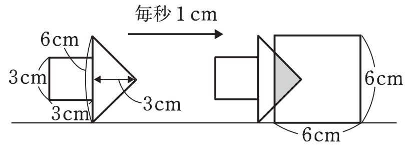
〔3〕　図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に２点A，Bがあり，点Aの x 座標は -1，点Bの x 座標は３である。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　直線ABの傾きを求めなさい。

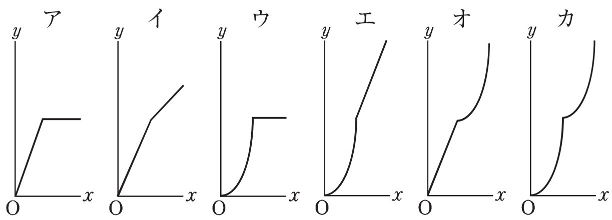
⑵　△OABの面積を求めなさい。

〔4〕　図のように，斜辺の長さが６cmの直角二等辺三角形と１辺の長さが３cmの正方形をくっつけた矢印型の図形を，毎秒１cmの速さで右方向に動かし，１辺の長さが６cmの正方形と重ねていく。矢印型の図形と正方形が重なりはじめてから x 秒後の重なった部分の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。

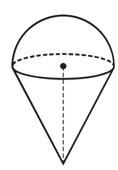


⑴　$0\leqq x\leqq3$ のとき，x と y の関係を式で表しなさい。

⑵　$0\leqq x\leqq6$ のとき，x と y の関係を表したグラフを，次のア～カの中から１つ選び，かな符号で答えなさい。



〔5〕　図のように，底面の半径が３cm，高さが $6\sqrt{2}$ cmである円錐と，半径が３cmの半球を合わせた立体がある。次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。

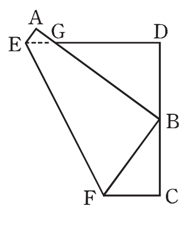


⑴　この立体の体積を求めなさい。

⑵　この立体の表面積を求めなさい。

〔6〕　図のように，１辺の長さが18cmの正方形ABCDの紙を，頂点Bが辺CDの中点に重なるように折り曲げた。

線分EFは折り目で，ABとEDとの交点をGとする。次の問いに答えなさい。



⑴　線分FCの長さを求めなさい。

⑵　△AEGの面積を求めなさい。

平成 29 年度　テスト B

番号	配点	正　答	正答率	上位群 / 下位群	無答率	上位群 / 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[１](1)	4	－13	75.7	93.0 59.4	0.1	0.0 0.7	24.2	37(8.1)，$-\frac{97}{4}$(2.7)， －88(2.4)
(2)	4	$-\frac{x}{6}+\frac{y}{6}$	72.4	95.1 54.5	0.6	0.0 0.0	27.0	$-x+y$ (13.1)，$-\frac{x+y}{6}$ (2.2)
(3)	4	$(x,\ y)=(3,\ -3)$	67.9	87.4 52.4	3.6	0.0 4.9	28.5	$\left(-\frac{3}{5},\frac{12}{5}\right)$(3.8)，$\left(-\frac{1}{2},\frac{9}{4}\right)$(3.6)
(4)	4	$-a(x-3)(x+1)$	69.0	91.6 35.7	2.8	0.7 5.6	28.2	$a(x-3)(x+1)$ (12.8)， $a(-x^2+2x+3)$ (3.7)
(5)	4	5	83.4	97.2 69.6	1.2	0.0 1.4	15.4	$5-2\sqrt{6}$(3.7)，11(1.6)， $5+2\sqrt{6}$(1.5)，7(1.3)
(6)	4	$4x+3y\leqq 2500$	82.6	95.8 65.0	0.6	0.0 0.0	16.8	$4x+3y<2500$(9.3)， $4x+3y\geqq 2500$(4.7)
(7)	4	$x=\frac{2}{5}$，1	82.6	98.6 58.7	2.4	0.0 7.0	15.0	$\frac{7\pm\sqrt{9}}{10}$(5.3)，$\frac{7\pm\sqrt{89}}{10}$(0.8)
(8)	4	$n=8,9,10,11$	78.4	93.7 57.3	6.3	0.0 14.0	15.3	8,9,10,11,12(2.3)， 8,9,10(0.8)，9,10,11(0.8)， 1,2(0.8)
(9)	4	8 回	14.7	30.1 5.6	14.0	4.9 25.9	71.3	6(24.8)，21(9.6),7(3.9)
(10)	4	25%　増加	21.6	43.4 3.5	7.0	0.7 14.7	71.4	20%　増加(19.9)， 10%　増加(7.0)， 10%　減少(6.0)
(11)	4	ア　－2	40.3	74.8 8.4	10.5	0.7 19.6	49.2	(ア，イ)の順で (0, 1)(9.1)，(0, 2)(7.1)， (－1, 0)(4.5)，(－1, 1)(4.1)
		イ　0	41.9	12.6 12.6	10.3	0.7 18.9	47.8	
(12)	4	72°	53.8	83.9 30.8	13.0	4.9 21.8	33.2	60° (4.7)，54° (4.0)， 36° (3.4)
(13)	4	$\sqrt{2}$ cm^2	52.2	88.8 16.1	16.5	4.2 25.9	31.3	$2\sqrt{2}$(5.9)，2(4.4)，$\sqrt{3}$(3.7)
[２](1)	4	イ，オ	25.6	43.4 6.3	0.1	0.0 0.0	74.3	イ，ウ(25.7)，イ，ウ，オ(13.1)， ウ，オ(5.8)，ア，イ，ウ(5.5)
(2)	4	エ	72.2	95.1 49.7	0.1	0.0 0.0	27.7	ア(24.9)，ウ(1.4)，イ(1.1)
(3)	4	$\frac{16}{49}$	72.8	88.1 58.0	2.7	0.0 3.5	24.5	$\frac{15}{49}$(5.1)，$\frac{10}{49}$(2.1)
(4)	4	4	49.4	74.8 36.4	7.6	1.4 11.2	43.0	2(11.6)，8(11.0)， 0(9.1)，6(8.1)
[３](1)	4	4	61.7	83.2 41.3	3.3	0.0 4.2	35.0	$y=4x+6$(17.2)， 2(2.5)，6(1.7)，$4x$(1.2)
(2)	4	12	65.6	95.8 30.8	11.1	0.0 25.2	23.3	15(2.3)，8(1.9)，6(1.6)
[４](1)	4	$y=x^2$	41.4	85.3 4.2	20.1	1.4 40.6	38.5	$y=3x$(16.9)，$y=\frac{1}{2}x^2$(3.2)
(2)	4	エ	61.0	94.4 30.8	3.3	0.0 5.6	35.7	イ(18.4)，ア(5.2)，オ(5.1)
[５](1)	4	$18\pi+18\sqrt{2}\pi$ cm^3	46.0	79.0 7.7	9.1	0.7 21.7	44.9	$36\pi+18\sqrt{2}\pi$(5.4)， $18+18\sqrt{2}$(2.2)
(2)	4	45π cm^2	27.0	58.7 2.1	24.9	1.4 55.2	48.1	63π(4.8)，54π(3.3)， 36π(2.7)
[６](1)	4	$\frac{27}{4}$cm	23.8	49.0 2.1	21.0	16.1 32.2	55.2	$3\sqrt{3}$(13.1)，6(8.6)， 7(4.5)，9(4.1)
(2)	4	$\frac{27}{8}$cm^2	6.2	7.7 0.0	54.6	51.7 63.6	39.2	1(3.9)，3(3.7)，2(3.6)

(1) 「$\sqrt{9}=3$ 」と「３の平方根」の違いを理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
H29 ［１］(5)	$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-\dfrac{12}{\sqrt{6}}$ を計算しなさい。 (5)	83.4%	$5-2\sqrt{6}$ (3.7%), 11 (1.6%)
H29 ［１］(7)	二次方程式 $5x^2-7x+2=0$ を解きなさい。$\left(x=\dfrac{2}{5},\ 1\right)$	82.6%	$x=\dfrac{7\pm\sqrt{9}}{10}$ (5.3%)
H29 ［１］(8)	不等式 $4<\sqrt{2n+1}<5$ を満たす自然数 n をすべて求めなさい。 ($n=8,9,10,11$)	78.4%	8,9,10,11,12 (2.3%), 8,9,10 (0.8%) ,9,10,11(0.8%), 1,2(0.8%)
H29 ［２］(1)	次のア～オのうち，正しい内容を表しているものをすべて選び，かな符号で答えなさい。 ア 3の平方根が $\sqrt{3}$ である。 イ $\sqrt{(-3)^2}$ は3に等しい。 ウ $\sqrt{9}$ は±3に等しい。 エ $\sqrt{3}$ は2よりも大きい。 オ 絶対値が $\sqrt{3}$ より小さい整数は3個ある。 (イ，オ)	25.6%	イ，ウ (25.7%), イ，ウ，オ (13.1%), ウ，オ (5.8%), ア，イ，ウ (5.5%)

上記の４問は，いずれも平方根に関する問題である。［１］(5)，(7)，(8)は，正答率がどれも 80% 程度あり，テスト$\boxed{\text{B}}$の中で比較的高く，平方根の計算の技能は十分に習得されていると考えられる。

しかし，［２］(1)は平方根の定義や性質に関する問題であるが，他の３問と比較して正答率が 50 ポイント以上低い。これについて，どのかな符号を選択したかを調べた結果が，下の表である。

ア	19.1%	イ（正しい内容）	84.1%	ウ	60.3%	エ	8.0%	オ（正しい内容）	50.2%

ウを選択した生徒が全体の 60.3%であることから，「９の平方根のうち正の数を $\sqrt{9}$ と表す」ということが身に付いていない生徒が多いと考えられる。また，主な誤答例から，イとウを両方選んだ誤答が全体の 40 ポイント以上あったことが分かる。これは「$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$ 」と「$\sqrt{9}=\pm3$ 」の両方を正しいとしていることになる。以上のことから，平方根の定義についての理解に課題があると考える。

【今後の指導に向けて】

平方根は，高等学校のさまざまな分野で使われる数である。また，その知識は，立方根や累乗根へ拡張され，その際には，平方根の定義の理解が不可欠である。

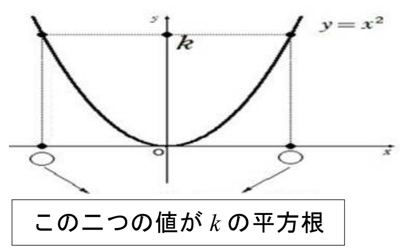
「$\sqrt{9}=\pm3$」としてしまう原因は，以下の２点が考えられる。

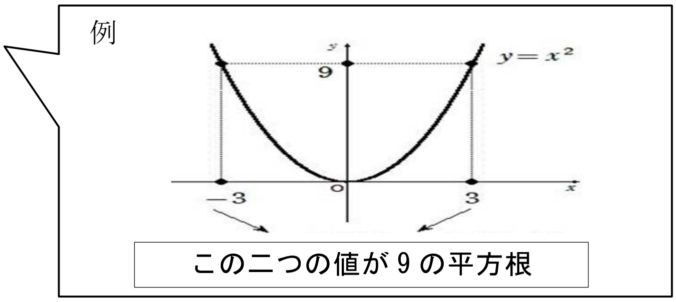
原因１「平方根という言葉と根号（$\sqrt{\ }$）が混乱している」

原因２「$\sqrt{a^2}=|a|=\pm a$ と誤って理解をしている」

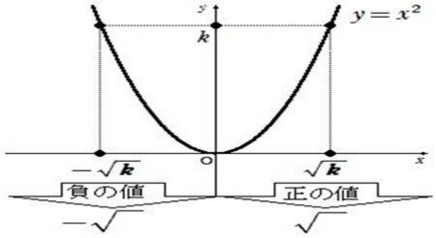
この２点を解決するために，次のような点を注意・強調し生徒の理解を深めていきたい。

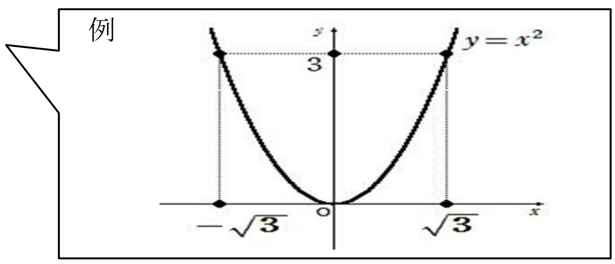
原因１「平方根という言葉と根号（$\sqrt{\ }$）が混乱している」ことを解決するために…
以下の２段階を，グラフ等を使って視覚的に指導するとよい。
<$y=x^2$のグラフを使った指導法>
段階１：平方根は二つ存在する。





段階２：二つある平方根のうちの正の数であるもの（$\sqrt{\ }$）を，負の数であるものを（$-\sqrt{\ }$）とする。





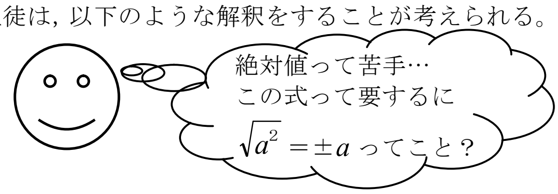
原因２「$\sqrt{a^2}=|a|=\pm a$ と誤って理解をしている」ことを解決するために…

教科書等での記述 $\sqrt{a^2}=|a|$ を取り扱う際に，絶対値の苦手な生徒は，以下のような解釈をすることが考えられる。

$a>0$ のとき，$\sqrt{a^2}=a$
$a<0$ のとき，$\sqrt{a^2}=-a$

まとめると

$\sqrt{a^2}=|a|$



このように，絶対値の苦手意識から誤った理解「$\sqrt{9}=\pm3$」につながっている可能性がある。絶対値の指導と共に，「場合分けをして外す」という指導を丁寧に行うことが大切である。

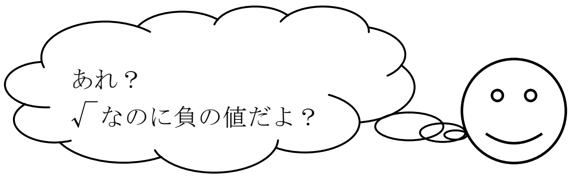
上記の２点をしっかり解決すると，以下の誤答を防ぐことができる。

例１　２重根号 $\sqrt{9-2\sqrt{20}}$ を外す。

誤答 $\sqrt{9-2\sqrt{20}}=2-\sqrt{5}$

例２　$\sqrt{(3-\pi)^2}+\sqrt{(\pi-4)^2}$ を簡単にする。

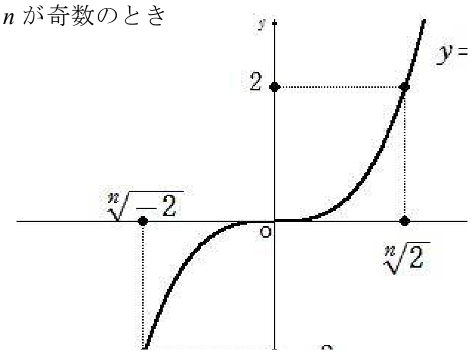
誤答 $\sqrt{(3-\pi)^2}+\sqrt{(\pi-4)^2}=(3-\pi)+(\pi-4)=-1$



生徒の理解が不十分になる分野なので，形式的な計算方法だけの指導ではなく，定義や性質についても繰り返し確認しながら指導することが大切である。

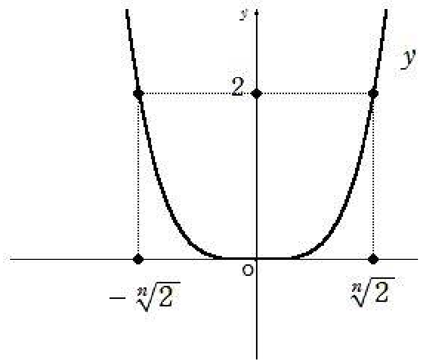
◎コラム◎　～$\sqrt[n]{a}$ の正負をグラフで理解しよう～

（ⅰ）n が奇数のとき



・a の値の範囲は実数すべて
・a に負の値を入れたら，$\sqrt[n]{a}$ の値は負
（例）$\sqrt[n]{-2}<0$

（ⅱ）n が偶数のとき



・a の値の範囲は０以上の実数
・$\sqrt[n]{a}$ の値は必ず負にはならない
（例）$\sqrt[n]{2}>0$

(2)具体例で考えさせたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する%）
H29［１］(10)	関数 $y=\dfrac{2}{x}$ について，正の数 x の値が20%減少すると，y の値は何%変化するか求めなさい。解答欄では，増加・減少のどちらかに○をつけて表しなさい。　(25%　増加)	21.6% (43.4%／3.5%)	20%　増加 (19.9%), 10%　増加 (7.0%), 10%　減少 (6.0%)

H29［１］(10)は，正答率が 21.6%でテスト$\boxed{\text{B}}$の関数分野の問題の中で最も低かった。最も多かった誤答は「20%　増加」であるが，これは x が減少するので逆に y は増加することまでは考えたが，問題文にある「20%」をそのまま答えてしまったと考えられる。これは，具体的な数値が与えられないときに,どのように対応したらよいか分からず,解法の糸口がつかめないことが原因であると考える。

【今後の指導に向けて】

解法パターンが明確な問題には対応できるが，解法の糸口がつかめない問題に対して，どう手を付けてよいか分からない。このような生徒に対しては，まずは，具体的な数値を代入することで，解法のきっかけをつくらせるというような指導が有効である。

この問題では，反比例の x が１倍，２倍，３倍になると y が $\frac{1}{1}$ 倍，$\frac{1}{2}$ 倍，$\frac{1}{3}$ 倍になるという性質から，x が $\frac{8}{10}$ 倍になっているので，y は $\frac{10}{8}$ 倍になると分かればよいが，それに気が付かない場合は，文字に具体的な数値を代入することで考えやすくなることを実感させる。

具体例

x を１として考えると

$$y=\frac{2}{1}=2$$

元の y の値は２

x の値が20%減少するとき

$$x=1\times0.8=0.8$$

$$y=\frac{2}{0.8}=2.5$$

x の値が変化したときの y の値は2.5

y の値が２から2.5に変化しているので

$$2\times\square=2.5$$

$$\square=1.25$$

よって25%増加したことが分かる

一般化

x を a とすると

$$y=\frac{2}{a}$$

元の y の値は $\frac{2}{a}$

x の値が20%減少するとき

$$x=a\times0.8=0.8a$$

$$y=\frac{2}{0.8a}=\frac{2.5}{a}$$

x の値が変化したときの y の値は $\frac{2.5}{a}$

y の値が $\frac{2}{a}$ から $\frac{2.5}{a}$ に変化しているので

$$\frac{2}{a}\times\square=\frac{2.5}{a}$$

$$\square=1.25$$

よって25%増加したことが分かる

具体例の解法は x が１のときしか確認できていないので不十分である。しかし，このやり方は文字がないので計算しやすい。一般化して確認しても，同じく25%増加であることが分かる。このように具体的な数値を代入して考えることで答えを推測・確認できることを生徒に実感させ，解法の糸口がつかめない問題をただ見て考えるのではなく，手を動かしながら考えることができるようにさせたい。

他にも数字を代入することで推測や公式の確認ができることを指導したい。以下に例を挙げる。

・指数法則 $a^m\times a^n$ は，a^{m+n} か $a^{m\times n}$ かどっち？

$m=2$，$n=3$ を代入して確認する

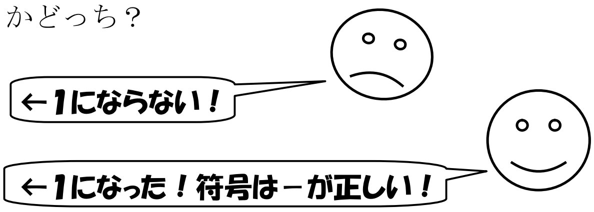
$a^2\times a^3=(a\times a)\times(a\times a\times a)=a^5$

・余弦定理の $2bc\cos A$ の前の符号は，＋か－かどっち？

１辺の長さが１の正三角形を考えてみる

＋のとき　$1^2+1^2+2\cdot1\cdot1\cos60^\circ=3$

－のとき　$1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cos60^\circ=1$

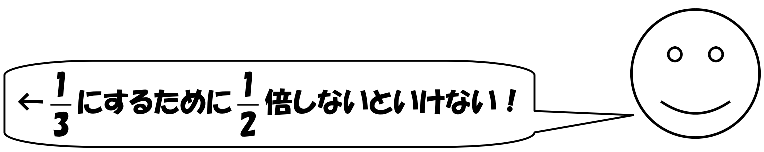


・$\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}$ この変形でよかったかな？

$n=1$ を代入して確認する

$$\frac{1}{1\times3}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{1}-\frac{1}{1+2}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$



・$a_1=2$，$na_{n+1}=(n+1)a_n$ の一般項って何？

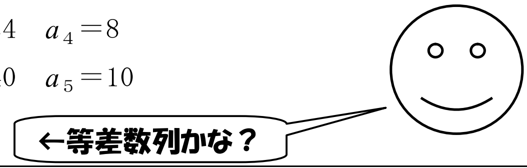
$n=1$ を代入する　$a_2=2a_1=4$　$a_2=4$

$n=2$ を代入する　$2a_3=3a_2=12$　$a_3=6$

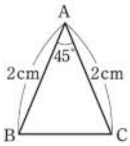
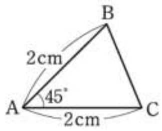
$n=3$ を代入する　$3a_4=4a_3=24$　$a_4=8$

$n=4$ を代入する　$4a_5=5a_4=40$　$a_5=10$

2，4，6，8，10，・・・



(3) 多面的に図形を捉えさせたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する%）
H28 ［１］ (12)	右の図は，AB＝AC＝2 ㎝，∠A＝45°の二等辺三角形である。この三角形の面積を求めなさい。（$\sqrt{2}$ cm²） 	30.1%（57.0%／3.3%）	$\sqrt{3}$（7.7%），2（6.0%），$2\sqrt{2}$（2.6%）
H29 ［１］ (13)	右の図は，AB＝AC＝2 ㎝，∠A＝45°の二等辺三角形である。この三角形の面積を求めなさい。（$\sqrt{2}$ cm²） 	52.2%（88.8%／16.1%）	$2\sqrt{2}$（5.9%），2（4.4%），$\sqrt{3}$（3.7%）

H28年度とH29年度で二等辺三角形の面積を求める問題を出題した。H29年度はH28年度と比べ，補助線を引くことに気付きやすいように図形の提示方法を変更したところ，正答率は52.2%となり，22.1ポイント上がった。問題を解く上で，図形の読み取り方が重要になると推測できる。

【今後の指導に向けて】

図形の問題を解く上で，図形の捉え方は正解にたどり着くために大変重要である。また，教材の提示方法や発問の仕方の工夫により，生徒の思考力や判断力を身に付けさせることが可能となる。解法パターンを身に付けさせるだけの指導ではなく，どのように考えたか，どのように判断したかという問いかけを行うことが重要である。

ここでは，空間図形における多面的に図形を捉える例を紹介する。

①　１辺の長さが a の正四面体の体積を求める

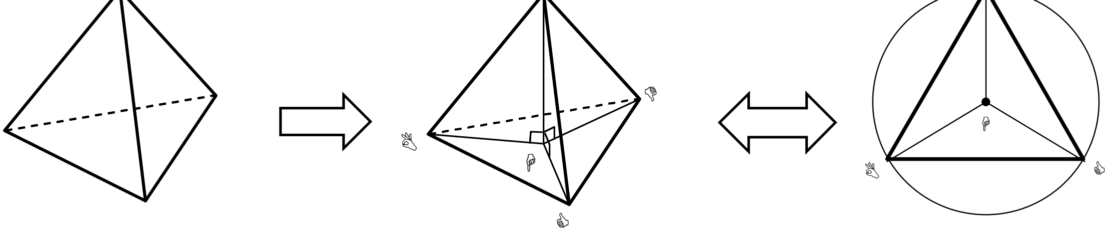
・頂点Ａから△ＢＣＤに垂線ＡＨを下ろすと，△ＡＢＨ，△ＡＣＨ，△ＡＤＨは合同である　【図１】

・ＢＨ＝ＣＨ＝ＤＨより，点Ｈは△ＢＣＤの外心なので，正弦定理により　$BH=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$　【図２】

・△ＡＢＨは直角三角形であるから，三平方の定理より　$AH=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$　【図１】

・正四面体の体積 V は，$V=\dfrac{1}{2}\times a\times a\times\sin60°\times\dfrac{\sqrt{6}}{3}a\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$

【図１】　【図２】



② １辺の長さが a の正八面体の体積を求める

・正八面体を正六面体のなかに埋め込む（正八面体の頂点が正六面体の各面の対角線の交点）【図１】

・求める体積は，正四角錐Ａ－ＢＣＤＥの２倍

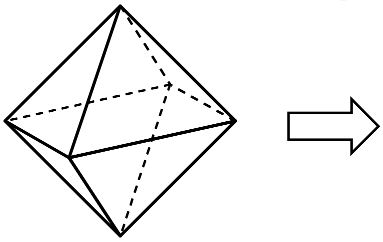
・正四角錐Ａ－ＢＣＤＥの高さは，正六面体の１辺の長さの $\frac{1}{2}$ 倍

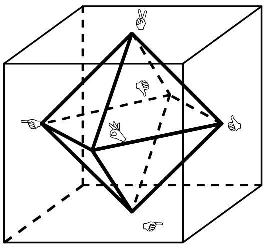
・平面ＢＣＤＥで正六面体を切ったときの断面を考えると，四角形ＢＣＤＥは正方形で，１辺の長さは a 【図２】

・正六面体の１辺の長さは， a の $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\times 2\right)$ 倍 【図２】

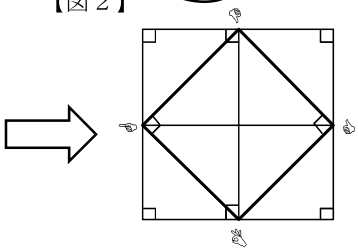
・正八面体の体積 V は， $V = a\times a\times (a\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times 2)\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times 2 = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$

【図１】





【図２】



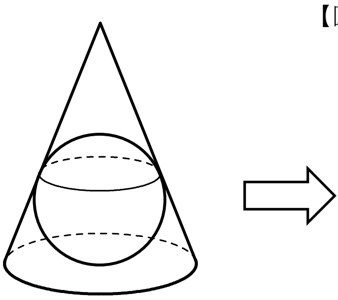
③ 高さ h，底面の半径 a，母線の長さ l の円錐に内接する球の体積を求める

・円錐の頂点Ａと底面の中心Ｍを通る平面で切った図形の切り口は，二等辺三角形に円が内接した図形になる【図１】【図２】

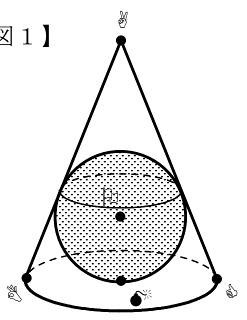
・球の半径 r は，二等辺三角形の面積と三角形に内接する円の性質より求めることができる

$$2a\times h\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}r\ (l+l+2a) \quad \text{より} \quad r = \frac{ah}{a+l}$$

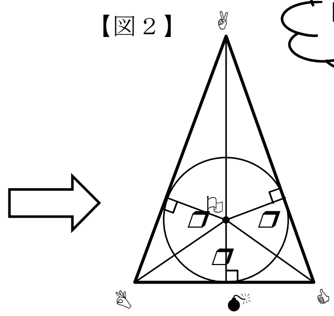
・球の体積 V は， $V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{ah}{a+l}\right)^3$



【図１】



【図２】



生徒の実態に応じて，生徒同士での協議の場面を設けたり，一斉型の授業形態であっても段階的に生徒の考えを引き出すような発問をしたりすることで，思考力や判断力を身に付けさせることが大切である。

付　平成 28 年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

⑴　入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

⑵　基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

⑴　検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

⑵　調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日までの間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10％の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 19 日までに回収した。

３　検査結果の概要

⑴　標本数・平均点・標準偏差　　表 12

項目＼テスト	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,698	8,090	8,033
平均点	41.1	44.1	49.0
標準偏差	22.0	25.5	27.6

⑵　得点分布（％）　　表 13

得点＼テスト	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	1.9	4.5	8.3
80 ～ 89	3.9	5.7	9.7
70 ～ 79	5.8	9.0	9.9
60 ～ 69	10.0	10.6	10.4
50 ～ 59	12.5	11.6	10.6
40 ～ 49	14.2	12.5	11.0
30 ～ 39	16.8	12.5	10.6
20 ～ 29	17.5	12.6	10.9
10 ～ 19	12.2	12.5	10.7
0 ～ 9	5.2	8.5	7.9

⑶　調査問題別平均点分布（校）　　表 14

平均点＼テスト	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上			6
75～80未満		3	6
70 ～ 75		3	9
65 ～ 70	2	3	7
60 ～ 65		11	14
55 ～ 60	2	8	7
50 ～ 55	4	12	7
45 ～ 50	3	9	9
40 ～ 45	3	11	15
35 ～ 40	6	8	10
30 ～ 35	3	4	12
25 ～ 30	5	13	9
20 ～ 25	3	13	10
15 ～ 20	1	8	9
15未満	1	7	4
計	33	113	134

平成２８年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ　基　本

	学年		組		番　氏名	

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

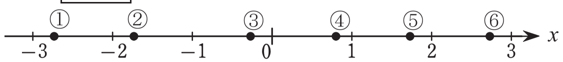
(1)　$(-2x^2y)^3=$ $\boxed{}$ である。

(2)　$\dfrac{11x-5y}{6}-2x+y$ を簡単にすると $\boxed{}$ である。

(3)　$(x^2+1)(x+1)(x-1)$ を展開すると $\boxed{}$ である。

(4)　$2x^2-5x+3$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(5)　下の数直線上の①～⑥の６つの点のうち，$\sqrt{3}$ を表している点は $\boxed{ア}$ であり，$\sqrt{3}-2$ を表している点は $\boxed{イ}$ である。

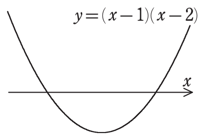


(6)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\boxed{}$ である。

(7)　１次不等式 $\dfrac{1}{2}x\geqq-5$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(8)　２次方程式 $x^2+3x-1=0$ を解くと $x=$ $\boxed{}$ である。

(9)　２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。



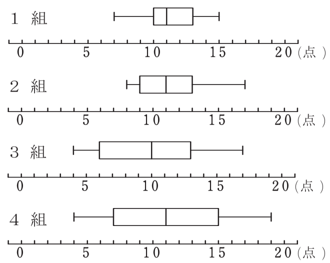
(10)　全体集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$ の部分集合 $A=\{1,4,5\}$ について，Aの補集合は，$\overline{A}=\boxed{\{\quad\}}$ である。

(11)　命題「$x=2$ ならば $x^2=4$」の対偶は下のア～エのうち $\boxed{}$ である。

ア：「$x\neq2$ ならば $x^2\neq4$」　イ：「$x^2=4$ ならば $x=2$」

ウ：「$x^2=4$ ならば $x\neq2$」　エ：「$x^2\neq4$ ならば $x\neq2$」

(12)　右の図は，各組 35 人の生徒に 20 点満点の数学のテストを実施し，その得点を組別に箱ひげ図に表したものである。10 点以上の生徒が一番多い組は $\boxed{}$ 組である。

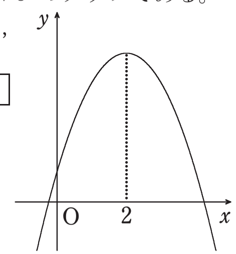


(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	ア　　イ
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	{　　}
(11)	
(12)	組

［２］　次の各問いに答えよ。

(1)　２次関数 $y=x^2+4x+3$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は $\boxed{ア}$ である。また，$y=(x-p)^2+q$ の形に変形すると $y=$ $\boxed{イ}$ である。

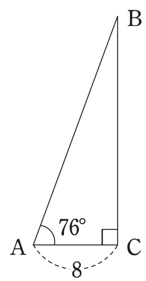
(2)　図は２次関数 $y=-(x-2)^2+5$ のグラフである。頂点は点 $\boxed{ア(\ ,\ )}$ であり，この関数は $1\leqq x\leqq4$ において，$x=$ $\boxed{イ}$ で，最小値 $\boxed{ウ}$ をとる。



(1)	ア
	イ
(2)	ア（　　，　　）
	イ　　ウ

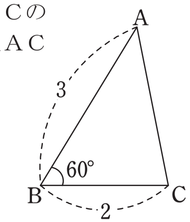
［３］　次の各問いに答えよ。

(1)　$\tan76^\circ=4.0$ とする。図の直角三角形ABCにおいて，辺BCの長さは $\boxed{}$ である。



(2)　$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ とする。$\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\theta=$ $\boxed{ア}{}^\circ$，$\boxed{イ}{}^\circ$ である。

(3)　図の△ABCにおいて，△ABCの面積は $\boxed{ア}$ である。また，辺ACの長さは $\boxed{イ}$ である。



(1)	
(2)	ア　　イ
(3)	ア
	イ

平成 28 年度　数学Ⅰ基本

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$-8x^6y^3$	59.8	84.0	52.0	4.1	0.0	0.0	36.1	$-8x^8y^3$(8.3)，$-8x^5y^3$(3.3)，$-6x^6y^3$(2.9)，$8x^6y^3$(2.9)
(2)	5	$\frac{-x+y}{6}$	24.1	24.0	16.0	7.1	0.0	0.0	68.8	$-x+y$(16.2)，$\frac{-x-11y}{6}$(15.4)
(3)	5	x^4-1	58.1	84.0	36.0	9.5	0.0	16.0	32.4	x^2-1(2.1)，$2x^3+2x$(1.7)，$2x^2$(1.7)，$(x^2-1)(x^2+1)$(1.7)
(4)	5	$(x-1)(2x-3)$	42.7	56.0	24.0	14.5	4.0	32.0	42.8	$(x-3)(2x+1)$(7.1)，$\frac{5\pm\sqrt{1}}{4}$(3.7)，1，$\frac{3}{2}$(3.3)
(5)	5	ア　⑤	62.7	84.0	40.0	2.9	0.0	8.0	34.4	(ア，イ)の順で (⑥，④)(7.9)，(④，②)(4.6)
		イ　③	59.8	80.0	32.0	2.9	0.0	8.0	37.3	
(6)	5	$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$	43.2	88.0	8.0	9.1	0.0	16.0	47.7	$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$(14.9)，$\frac{\sqrt{10}}{3}$(4.6)，$\frac{\sqrt{3}}{3}$(4.1)
(7)	5	$x \geqq -10$	38.2	68.0	8.0	17.4	4.0	44.0	44.4	-10(10.8)，$x \geqq -\frac{5}{2}$(2.5)，10(2.1)
(8)	5	$\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$	45.2	64.0	32.0	20.3	8.0	32.0	34.5	$\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$(4.1)，$\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$(1.2)，$\frac{-3\sqrt{13}}{2}$(1.2)
(9)	5	$1<x<2$	31.1	52.0	12.0	24.1	8.0	56.0	44.8	$1 \leqq x \leqq 2$(4.6)，$x<1$，$2<x$(4.6)，1，2(3.7)
(10)	5	{2，3，6}	86.7	100	68.0	5.0	0.0	12.0	8.3	{1，4，5}(3.3)，{2，4，6}(0.8)，{2，3}(0.8)
(11)	5	エ	42.7	56.0	12.0	2.9	4.0	4.0	54.4	イ(26.6)，ア(14.5)，ウ(13.3)
(12)	5	1 組	32.0	36.0	16.0	1.2	0.0	4.0	66.8	4 組(32.8)，2 組(29.0)，3 組(4.6)
[2](1)	5	ア　-1，-3	22.0	32.0	4.0	19.1	12.0	32.0	58.9	-2(8.7)，3(8.3)，4(8.3)
	5	イ　$(x+2)^2-1$	22.0	40.0	4.0	34.9	28.0	68.0	43.1	3(3.7)，$(x-2)^2+3$(3.3)，-1(3.3)，$(x+2)^2+3$(2.1)
(2)	5	ア　(2，5)	74.7	96.0	60.0	12.4	0.0	28.0	12.9	(2，-5)(2.5)，(2，0)(0.8)，(4，1)(0.8)，(2，4)(0.8)
	5	イ　4	37.3	64.0	0.0	22.4	8.0	44.0	40.3	(イ，ウ)の順で (2，1)(6.2)，(1，4)(5.0)
		ウ　1	40.2	64.0	12.0	19.9	4.0	36.0	39.9	
[3](1)	5	32	38.6	48.0	20.0	25.7	24.0	44.0	35.7	24(5.8)，16(5.0)，20(2.9)
(2)	5	30，150	43.7	95.7	4.3	14.7	0.0	34.8	41.6	60，120(4.6)，45，135(4.1)，30，60(3.7)，45，90(3.3)
(3)	5	ア　$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	25.3	56.0	8.0	36.1	16.0	60.0	38.6	3(7.1)，6(5.4)，$\frac{3}{2}$(2.9)
	5	イ　$\sqrt{7}$	16.2	24.0	0.0	33.6	40.0	52.0	50.2	4(7.5)，$\sqrt{5}$(5.8)，3(5.0)

不等式の意味を理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H28［１］(7)	１次不等式 $\frac{1}{2}x \geqq -5$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。（$x \geqq -10$）	38.2％（68.0％／8.0％）	-10　(10.8％)，$x \geqq -\frac{5}{2}$　(2.5％)，10　(2.1％)
H28［１］(9)	２次不等式 $(x-1)(x-2)<0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。（$1<x<2$）	31.1％（52.0％／12.0％）	$1 \leqq x \leqq 2$　(4.6％)，$x<1$，$2<x$　(4.6％)，1，2　(3.7％)

H28［１］(7)は，基礎的な１次不等式を解く問題であるが，正答率が４割を切っている。このことから，不等式を解くという根本的なことがきちんと理解されていないことがうかがえる。「両辺を２倍すればよい」というような形式的な式変形だけを指導しても，深い理解は期待できない。例えば誤答例の「-10」という値は，右辺を２倍して得られるものである。それを解としてしまうのは，「式の変形方法が分からない」のではなく，「何が不等式の解なのかが分かっていない」ことが原因である，と考えられる。

【指導上の留意点】

不等式の解とは「その不等式を満たす数の集合」のことであり，本質的に集合の概念と結び付いている。しかし，実際は方程式と同様に単なる式変形の方法のみを指導していることが多く，集合の概念と結び付けて理解している生徒は少ない。今後，数学Ⅰの必要条件・十分条件の判定や数学Ⅱの軌跡・領域の分野を学ぶことを考えれば，不等式を集合として理解することは重要である。そのことを踏まえ，不等式の単元の導入段階では集合を意識した指導を行いたい。

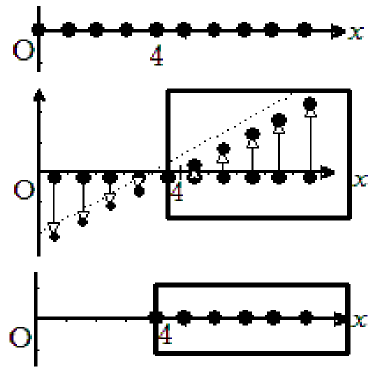
例えば，実数 x についての不等式 $\frac{1}{2}x-2 \geqq 0$ は，次のようなステップを踏んで指導する。

１：数直線（x 軸）上に解の集合を取ることを意識させる。

２：x の値を不等式の左辺 $\frac{1}{2}x-2$ に幾つか代入し，その値を縦軸方向に記す。

３：式の値が０以上となる x の値だけを選び出す。

４：実数の連続性も考慮して，それらの集合を不等号を用いて表す。



上の図より，$4 \leqq x$

この方法は，２次不等式でも利用することができる。

平成２８年度　高等学校標準学力検査問題

数　　学　　Ｉ＋Ａ

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) $x^2+x+2xy+y^2+y$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(2) ２次方程式 $4x^2-8x+1=0$ の解は $x=$ $\boxed{}$ である。

(3) 連立不等式 $\begin{cases} 5x-6 \leqq x+1 \\ x+1 < 2x \end{cases}$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(4) 命題「$x=2$ ならば $x^2=4$」の対偶は「 $\boxed{ア}$ ならば $\boxed{イ}$ 」である。

(5) 頂点が点（1，3）で，点（2，5）を通る放物線をグラフにもつ２次関数は $y=$ $\boxed{}$ である。

(6) ２次関数 $y=x^2-6x+a$ のグラフが x 軸と共有点をもたないとき，定数 a の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(7) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ において，$2\sin\theta-1=0$ を満たす θ の値は $\boxed{}$ である。

(8) △ＡＢＣにおいて，$A=45^\circ$，$B=60^\circ$，$CA=\sqrt{6}$ のとき，ＢＣ＝ $\boxed{}$ である。

(9) 次のデータは，生徒５人の小テストの得点である。

4，6，4，9，7　（点）

平均を求めると，$\boxed{ア}$ ，分散を求めると，$\boxed{イ}$ である。

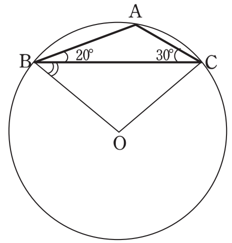
(10) 男子５人，女子３人が１列に並ぶ。女子３人が続いて並ぶとき，その並び方は $\boxed{}$ 通りである。

(11) n は自然数とする。n と 60 の最小公倍数が 600 であるような n は $\boxed{}$ と 600 である。

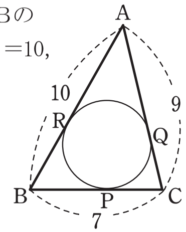
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	ア　　イ
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	ア　　イ
(10)	
(11)	

	学年		組		番	氏名	

(12) △ＡＢＣの外心をＯとする。$\angle ABC=20^\circ$，$\angle ACB=30^\circ$ のとき，∠ＯＢＣ＝ $\boxed{}$ である。



(13) △ＡＢＣの内接円と辺ＢＣ，ＣＡ，ＡＢの接点を，それぞれＰ，Ｑ，Ｒとする。ＡＢ＝10，ＢＣ＝7，ＣＡ＝9 のとき，ＢＰの長さを求めると $\boxed{}$ である。



(12)	
(13)	

［２］　２次関数 $y=x^2-4x+1$ $(0 \leqq x \leqq a)$ について，次の各問いに答えよ。

(1) $a=3$ のとき，y の最小値は $\boxed{}$ である。

(2) $0<a<2$ のとき，y の最小値は $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	

［３］　$\angle A=120^\circ$，$AB=3$，$AC=1$ の△ＡＢＣにおいて，∠Ａの二等分線が辺ＢＣと交わる点をＤとするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 線分ＢＣの長さは $\boxed{}$ である。

(2) △ＡＢＣの面積は $\boxed{}$ である。

(3) 線分ＡＤの長さは $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	
(3)	

［４］　x 軸上を動く点Ａがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を６回投げるとき，次の各問いに答えよ。

(1) 点Ａの座標が４である確率は $\boxed{}$ である。

(2) 点Ａの座標が３以下である確率は $\boxed{}$ である。

(1)	
(2)	

平成 28 年度　数学Ⅰ＋Ａ

番号	配点	正答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$(x+y)(x+y+1)$	40.1	80.6 9.7	12.8	1.0 17.5	47.1	$(x+y)^2+(x+y)$ (29.0), $(x+y)^3$ (3.7)
(2)	5	$\frac{2\pm\sqrt{3}}{2}$	66.0	92.2 45.6	6.4	0.0 8.7	27.6	$2\pm\sqrt{3}$(1.5), 1(1.5), $\frac{1}{2}$(1.4)
(3)	5	$1<x\leqq\frac{7}{4}$	75.2	94.2 62.1	7.1	0.0 12.6	17.7	$-1<x\leqq\frac{7}{4}$(2.0), $x\leqq\frac{7}{4}$, $-1<x$(1.6)
(4)	5	ア　$x^2\neq4$	47.6	81.6 24.3	4.6	0.0 5.8	47.8	(ア，イ)の順で $(x^2=4,\ x=2)$(33.6), $(x\neq2,\ x^2\neq4)$(3.5)
		イ　$x\neq2$	47.9	81.6 23.3	4.6	0.0 5.8	47.5	
(5)	5	$2(x-1)^2+3$	35.1	68.0 4.9	16.5	3.9 26.2	48.4	$2x+1$(14.8), $\frac{2}{3}x^2+\frac{7}{3}$(3.6)
(6)	5	$a>9$	50.1	88.3 13.6	22.0	0.0 47.6	27.9	$a<9$(6.2), $a>0$(1.8)
(7)	5	30°，150°	53.5	81.6 24.3	13.8	0.0 22.3	32.7	30°(9.7), $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5}{6}\pi$(4.0)
(8)	5	2	55.3	84.5 19.4	17.5	1.9 30.1	27.2	$2\sqrt{3}$(3.1), $\sqrt{2}$(2.2), 4(1.9)
(9)	5	ア　6	83.3	93.2 78.6	0.8	0.0 0.0	15.9	5(0.8), 4(0.3), 15(0.3)
		イ　3.6	22.9	29.1 14.6	19.3	15.5 27.2	57.8	5(12.5), 3(6.1), 4(5.4), 18(4.5)
(10)	5	4320	47.3	75.7 18.4	5.2	1.0 9.7	47.5	720(15.2), 6(5.6), 2160(2.5)
(11)	5	200	52.8	87.4 26.2	16.2	3.9 21.4	31.0	10(7.8), 100(5.7), 60(2.1), 300(2.0)
(12)	5	40°	42.0	64.1 24.3	8.2	1.9 11.7	49.8	65°(12.5), 30°(9.4), 45°(5.9), 50°(5.1)
(13)	5	4	71.6	92.2 62.1	15.3	1.9 20.4	13.1	$\frac{70}{19}$(3.5), 3(1.8), 3.5(1.5), 5(1.4)
[2](1)	5	-3	56.9	94.2 25.2	10.8	0.0 15.5	32.3	-2(16.6), 1(5.2), 2(2.2)
(2)	5	a^2-4a+1	21.5	47.6 1.0	22.8	4.9 35.9	55.7	-3(13.6), -2(13.6), なし(6.1), 1(4.4)
[3](1)	5	$\sqrt{13}$	38.3	61.2 7.8	16.7	2.9 26.2	45.0	$\sqrt{7}$(8.2), 4(6.2), 13(3.0)
(2)	5	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	46.0	87.4 6.8	28.1	2.9 42.7	25.9	$\frac{3}{4}$(2.4), $\frac{3\sqrt{3}}{2}$(2.0), $\frac{3}{2}$(1.3)
(3)	5	$\frac{3}{4}$	13.7	30.1 1.9	45.7	32.0 54.4	40.6	2(5.0), 1(2.8), $\frac{3}{2}$(2.1)
[4](1)	5	$\frac{3}{32}$	28.7	53.4 5.8	19.1	3.9 26.2	52.2	$\frac{15}{64}$(8.8), $\frac{1}{64}$(5.8), $\frac{2}{3}$(4.0)
(2)	5	$\frac{57}{64}$	17.0	32.0 0.0	31.8	14.6 45.6	51.2	$\frac{1}{2}$(5.0), $\frac{21}{32}$(4.6)

(1) 因数分解の意義と解法の手順を理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する%）
H26［１］(2)	$(x-y)^2-2(x-y)$ を因数分解すると $\boxed{\quad\quad}$ である。 （$(x-y)(x-y-2)$）	65.0%（97.0%／ 31.0%）	10.0%（0%／24.0%）	$x^2-2xy+y^2-2x+2y$（9.9%），$(x-y-1)^2-1$（1.0%）
H27［１］(1)	$(x-y)^2-x+y$ を因数分解すると $\boxed{\quad\quad}$ である。 （$(x-y)(x-y-1)$）	41.3%（82.5%／ 9.3%）	19.1%（4.1%／24.7%）	$x^2-2xy+y^2-xy$（16.2%），$-(x-y)^3$（2.8%）
H28［１］(1)	$x^2+x+2xy+y^2+y$ を因数分解すると $\boxed{\quad\quad}$ である。 （$(x+y)(x+y+1)$）	40.1%（80.6%／ 9.7%）	12.8%（1.0%／17.5%）	$(x+y)^2+(x+y)$（29.0%），$(x+y)^3$（3.7%）

H28［１］(1)は，公式を利用した基礎的な因数分解ではなく，一工夫して因数分解させることを目的として出題しており，過去にも同じような問題を出題した。H26 年度は置き換える式が一目で分かる問題，H27 年度はマイナスでくくると置き換えられる式が出てくる問題，H28 年度は降べきの順にすることで因数分解に気付くことができる問題である。問題が展開された式であればあるほど，正答率は低くなっている。しかし，H27 年度とH28 年度の正答率に大きな差はないことから，問題が少しでも展開された式であれば難易度は変わらないと考えられる。

主な誤答例から因数分解の途中を答えとしている場合が多く見られる。因数分解の答えとしてどのような式が最終的な答えなのかが理解できていない。生徒に因数分解の正しい答えを定着させるためにも因数分解の方法を教えるだけでなく，因数分解はなぜするのか，因数分解するメリットは何かを併せて示していくことが大切となる。

【指導上の留意点】

因数分解の意義については，例えば，１変数の２次方程式を解くことを考える。その際，因数分解が正しくできるかどうかは方程式が解けるかどうかに関わってくる。因数分解のメリットは方程式の解を求めることにあると生徒に伝えていくことで，どのような式が因数分解の正しい答えなのかを印象付けることができる。その他にも，因数分解は，２次関数，不等式の領域，微分法など多くの単元で利用されるので，学習するたびにその意義について強調するとよい。

また，因数分解の問題には，さまざまな形式の問題があり，どの形式にも対応できる解法の手順を示すことが大切である。因数分解の問題にも置き換えが必要であったり，変数が増えたりと難易度の高い問題もあるため，以下のようにパターンを分けて指導すると効果的である。

因数分解の問題

↓

① 共通因数をくくる　→ YES →
（例）・$x^2+2x=x(x+2)$
　　　・$xyz+y^2z=yz(x+y)$

↓ NO

② 公式の利用（基本）　→ YES →
（例）・$x^2+8x+16=(x+4)^2$
　　　・$16x^2-81=(4x+9)(4x-9)$
　　　・$x^2+8x+15=(x+3)(x+5)$
　　　・$2x^2+7x+6=(x+2)(2x+3)$　（たすきがけ）

↓ ＮＯ

③ 置き換え ―ＹＥＳ→ （例）・$(a+b)x-(a+b)y$　　$a+b=t$ とおく
・$(x+y)^2-10(x+y)+25$　$x+y=t$ とおく
‐‐‐→ ① ②

↓ ＮＯ

④ 項の組み合わせ ―ＹＥＳ→ （例）・x^3-3x^2+x-3
・$x^2+3xy+2y^2-5x-7y+6$
・$2x^2-5xy-3y^2-x+10y-3$
‐‐‐→ ② ③

↓ ＮＯ

⑤ 最低次数の文字について整理 ―ＹＥＳ→ （例）・$a^2b+b^2c-b^3-a^2c$
・$2ab^2-3ab-2a+b-2$
・$ab+a+b+1$
‐‐‐→ ③

↓ ＮＯ

⑥ 複２次式 ―ＹＥＳ→ （例）・x^4+x^2+1
・x^4+4
‐‐‐→ ③

↓ ＮＯ

⑦ 公式の利用（応用） → （例）・$a^3+b^3+c^3-3abc$
・x^3+8（数学Ⅱの内容）

(2) 図や表を使って問題の内容を理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率	主な誤答例 (標本全体に対する％)
H28 ［４］ (1)	x 軸上を動く点Ａがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を６回投げるとき，次の各問いに答えよ。 (1) 点Ａの座標が４である確率は $\boxed{}$ である。　$\left(\frac{3}{32}\right)$	28.7%	$\frac{15}{64}$ (8.8%), $\frac{1}{64}$ (5.8%), $\frac{2}{3}$ (4.0%)

H28［４］(1)は，正答率が 28.7%であり，３割を切っている。また $\frac{15}{64}$ という誤答が最も多かった。これは，問題文の「点Ａの座標が４である確率」の「４」を６回中４回表が出ると勘違いして ${}_6C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{15}{64}$ と答えていると思われる。反復試行の考え方や計算自体は理解できているが，x 軸上を動く点の位置を硬貨の表裏で判断しなければならない問題の内容が整理できておらず，${}_6C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{32}$ の計算にたどり着いていないと考えられる。

【指導上の留意点】

長い文章の問題を解くとき，問題の内容を理解せず，一部の条件を利用してしまう傾向がある。そのような生徒に対しては，以下のように文章を整理し，問題を理解することを身に付けさせるとよい。

【類題】　x 軸上を動く点Ａがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を４回投げるとき，点Ａの座標が－２である確率を求めよ。

問題文に区切りを付ける

①　x 軸上を動く点Ａがあり，最初は原点にある。／

②　硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，／

③　裏が出たら負の方向に１だけ進む。／

④　硬貨を４回投げるとき，点Ａの座標が－２である確率を求めよ。／

問題文から分かること

①　点Ａは，最初は原点にある。

②　表が出たら，正の方向に１進む。　＋１

③　裏が出たら，負の方向に１進む。　－１

④　硬貨を４回投げるので，試行後，点Ａは次のような座標にある。

表が出る回数 ／座標の変化量	裏が出る回数 ／座標の変化量	点Ａの座標	反復試行の考え方
４回／＋４	０回／　０	４	${}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$
３回／＋３	１回／－１	２	${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$
２回／＋２	２回／－２	０	${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$
１回／＋１	３回／－３	－２	${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{4}$
０回／　０	４回／－４	－４	${}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

また，硬貨を投げる回数と座標の動きについて，座標平面などを用いて視覚的に問題を捉えることも有効である。

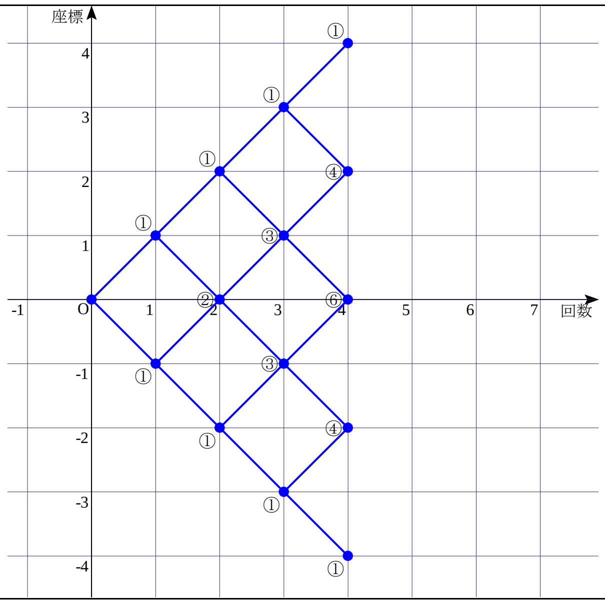
視覚的に問題を捉える

・横軸は硬貨を投げる回数を，縦軸は点Ａの座標を表している。

・硬貨を１回投げて，表，裏が出る確率はともに $\frac{1}{2}$ なので，$\frac{1}{2}$ を右上，右下に１マス進むごとにかける。

・各座標にある数字は「その座標に点Ａが辿り着く経路の総数」である。

・数学Ⅱの範囲となるが，二項定理と関連付けをさせることも可能である。



平成２８年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅱ

学年　組　番　氏名

次の □ の中にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) x^3-1 を因数分解すると □ である。

(2) 整式 x^3-3x+4 を整式 x^2+2x-5 で割った商は ア ，余りは イ である。

(3) 等式 $a(x+2)+b(x-2)=2x+4$ が x についての恒等式になるとき，$a=$ ア ，$b=$ イ である。

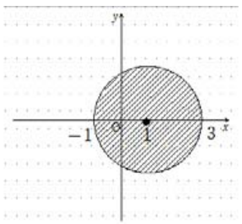
(4) ２次方程式 $x^2+5x-3=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\alpha^2+\beta^2=$ □ である。

(5) 整式 $P(x)=x^{2017}$ を $x+1$ で割った余りは □ である。

(6) 直線 $y=-ax+5$ が直線 $y=2x-1$ に垂直であるとき，定数 a の値は □ である。

(7) ２点A(3，2)，B(1，0) から等距離にある点Pの軌跡の方程式は □ である。

(8) 図の斜線部分の領域（ただし，境界線を含まない）を表す不等式は □ である。



(9) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，方程式 $\tan\theta=-1$ を満たす θ の値は □ である。

(10) $\sin 75^\circ$ の値は □ である。

(11) 方程式 $2^x=5$ を解くと $x=$ □ である。

(12) $\log_{10}2=a$，$\log_{10}3=b$ とおくとき，$\log_{10}18$ の値を a，b で表すと □ である。

(13) 関数 $y=x^3-6x^2+9x+1$ の極大値は □ である。

［２］　直線 $x+y+k=0$（k は定数）を l，円 $x^2+y^2=9$ を C とする。次の各問いに答えよ。

(1) 直線 l と円 C が異なる２点で交わるとき，定数 k の値の範囲は □ である。

(2) 直線 l が円 C によって切り取られる弦の長さが２であるとき，定数 k の値は □ である。

［３］　関数 $y=4^x-8\cdot 2^x+10$ について，$2^x=t$ として，次の各問いに答えよ。

(1) t のとりうる値の範囲は □ である。

(2) y を t の式で表すと $y=$ □ である。

(3) y の最小値は □ である。

［４］　曲線 $y=x^3-4x$ のグラフ上に点A(−1，3)をとり，点Aにおける接線を l とする。次の各問いに答えよ。

(1) 接線 l の方程式は □ である。

(2) 曲線 $y=x^3-4x$ と接線 l で囲まれた部分の面積は □ である。

解答欄	
[1] (1)	
(2)	ア　イ
(3)	ア　イ
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	
(12)	
(13)	
[2] (1)	
(2)	
[3] (1)	
(2)	
(3)	
[4] (1)	
(2)	

平成 28 年度　数学Ⅱ

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例(標本全体に対する%)
[1] (1)	5	$(x-1)(x^2+x+1)$	77.9	97.2	62.6	4.1	0.0	7.5	18.0	$(x-1)(x^2-x+1)$(2.3), $(x+1)^2(x-1)$(1.6), $(x+1)(x^2-x+1)$(1.5)
(2)	5	ア　$x-2$	81.4	95.3	72.9	3.2	0.9	1.9	15.4	(ア，イ)の順で $(x-2,\ 6x+14)$(3.2), $(x+2,\ -2x+14)$(2.3), $(x-2,\ 2x-6)$(1.5)
		イ　$6x-6$	70.0	87.9	63.6	3.3	0.9	2.8	26.7	
(3)	5	ア　2	78.0	100	64.5	7.2	0.0	13.1	14.8	(ア，イ)の順で $(3,\ -1)$(3.1)，$(2,\ 2)$(0.9), $(2,\ 4)$(0.8)
		イ　0	76.4	98.1	58.9	7.5	0.0	14.0	16.1	
(4)	5	31	57.8	78.5	35.5	9.3	0.9	13.1	32.9	19(6.8)，34(3.7)，$\frac{25}{2}$(2.3)
(5)	5	-1	29.0	44.9	12.1	27.7	15.0	41.1	43.3	1(15.1)，$-x^{2016}$(7.0)，x^{2016}(3.0)
(6)	5	$\frac{1}{2}$	66.5	94.4	29.9	10.2	0.0	25.2	23.3	2(6.8)，$-\frac{1}{2}$(4.3)
(7)	5	$x+y-3=0$	45.3	82.2	5.6	24.9	8.4	44.9	29.8	$y=x-1$(5.2), $y=-x+2$(1.2), $y=-x+1$(0.8)
(8)	5	$(x-1)^2+y^2<4$	42.2	74.8	12.1	12.0	1.9	19.6	45.8	$(x-1)^2+y^2\leqq 4$(7.1), $(x-1)^2+y^2=4$(4.3), $-1<x<3$(4.0)
(9)	5	$\frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi$	53.7	85.0	20.6	8.4	0.0	16.8	37.9	135°，315°(3.4), $\frac{3}{4}\pi$(3.3)，135°(2.5)
(10)	5	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	45.8	74.8	13.1	9.4	0.9	13.1	44.8	$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$(12.3)，$\frac{5}{12}\pi$(3.6)
(11)	5	$\log_2 5$	44.1	73.8	10.3	17.4	8.4	29.9	38.5	$\frac{5}{2}$(15.5)，32(2.8)
(12)	5	$a+2b$	56.3	88.8	26.2	5.4	1.9	10.3	38.3	ab^2(13.7)，$a+b^2$(6.7)
(13)	5	5	78.5	95.3	66.4	5.5	0.0	6.5	16.0	1(3.6)，3(2.4)
[2] (1)	5	$-3\sqrt{2}<k<3\sqrt{2}$	31.4	58.9	1.9	30.9	7.5	47.7	37.7	$-3<k<3$(5.9), $-3\leqq k\leqq 3$(4.5)
(2)	5	± 4	9.9	8.4	0.0	57.9	40.2	72.0	32.2	4(4.0)，3(2.7)，2(2.6)
[3] (1)	5	$t>0$	43.3	80.4	4.7	22.3	0.9	43.9	34.4	$t\geqq 1$(4.5)，$t\geqq 0$(3.1)
(2)	5	$t^2-8t+10$	64.6	94.4	27.1	11.2	0.0	16.8	24.2	$t^3+10t^2-8t-80$(4.6), $-6t+10$(3.0), $2t^2-8t+10$(2.4)
(3)	5	-6	46.3	79.4	7.5	26.2	4.7	48.6	27.5	2(2.6)，$4-\sqrt{6}$(2.5), 3(2.0)，0(1.9)
[4] (1)	5	$y=-x+2$	44.7	82.2	4.7	28.3	2.8	55.1	27.0	$y=3x+6$(2.7), $y=3x^3+3x^2-4x-1$(2.2)
(2)	5	$\frac{27}{4}$	15.5	24.3	0.0	52.4	26.2	82.2	32.1	$\frac{9}{2}$(2.9)，$\frac{21}{4}$(1.8)

(1) 整式の割り算の余りを適切に求めさせたい

問題番号	問題（正答）	正答率 無答率	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H28 [1] (2)	整式 x^3-3x+4 を整式 x^2+2x-5 で割った商は［ア］，余りは［イ］である。（ア $x-2$，イ $6x-6$）	ア 81.4%，イ 70.0% ア 3.2%，イ 3.3%	ア $x-2$，イ $6x+14$（3.2%）， ア $x+2$，イ $-2x+14$（2.3%）
H28 [1] (5)	整式 $P(x)=x^{2017}$ を $x+1$ で割った余りは［　］である。　(−1)	29.0% 27.7%	1(15.1%)， $-x^{2016}$（7.0%）， x^{2016}（3.0%）

H28［1］(2)，(5)はともに新出問題であり，(2)は整式の割り算，(5)は剰余の定理を用いて解く問題である。(2)の正答率は８割を超え，無答率は１割を切っている。それに対して，(5)の正答率，無答率ともに３割弱である。(5)で，「1」と解答しているものは，$P(x)$ に $x=1$ を代入した値を答えていると考えられ，$-x^{2016}$，x^{2016} と解答しているものは，$(x+1)$ で割り算の筆算を行っていると考えられる。「1」と解答しているものは，剰余の定理を誤って覚えており，$-x^{2016}$，x^{2016} と解答しているものは，整式の割り算の余りについて理解できていない。

以上から，整式の割り算に関して正しく理解させ，余りを適切に求める力を身に付けさせることが必要である。

【指導上の留意点】

整式の割り算の余りを求める方法は，主に二つあると理解させる。

Ⅰ．割り算の筆算

Ⅱ．$P(x)=A(x)\,Q(x)+R(x)$ とおく

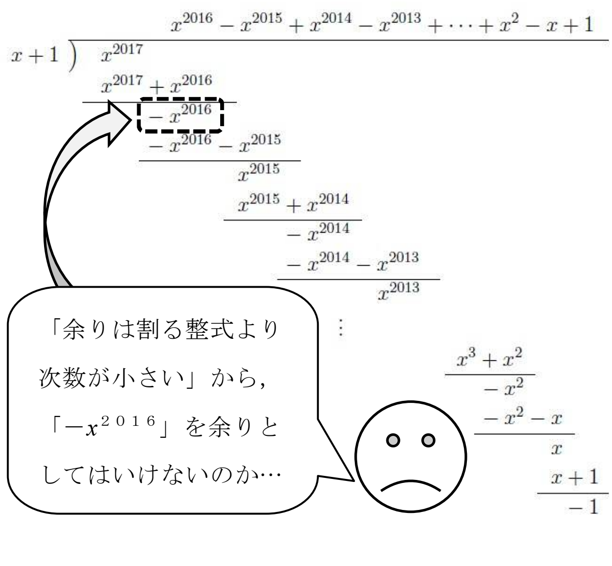
今回の問題では，この二つの方法のどちらで解くのが適切かを考えさせる指導をしたい。

I.　割り算の筆算

割り算の筆算を行い，商と余りを求める。

今回の問題は，x^{2017} を $x+1$ で割るため，計算の量が膨大になる。整式の割り算による商と余りの求め方は，割り算の筆算から教わるため，筆算を用いて解答を得ようとした生徒も多くいると考えられる。しかし，今回の問題に関しては，計算の量が多くなるので，余りを求めることが大変である。したがって，II.の方法で解く方がよいことを理解させたい。

ただし，計算を続けることにより，商は $x^{2016}-x^{2015}+x^{2014}-\cdots+x^2-x+1$ となるという規則性に気付き，余りを推測できる。



II.　$P(x)=A(x)\,Q(x)+R(x)$ とおく

x^{2017} を $x+1$ で割った商を $Q(x)$，余りを R（Rは定数）とすると，

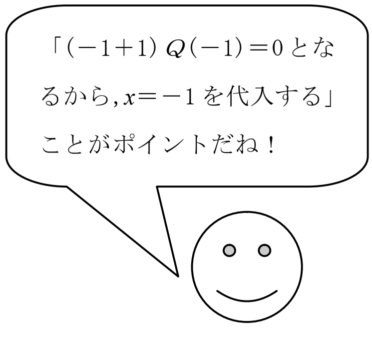
$$x^{2017}=(x+1)\,Q(x)+R$$

と表せる。これに $x=-1$ を代入すると，

$$(-1)^{2017}=(-1+1)\,Q(-1)+R$$

よって，余り Rは

$$R=(-1)^{2017}=-1$$



Ⅰ．Ⅱ．を指導するに当たって，整式の割り算に関して正しく理解させることが大切である。具体例などを用いて，以下の①，②をきちんと理解させたい。

135 は 12 で割ると，商が 11 で余りが 3 である

→ $135=12\times11+3$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 12\,\big)\overline{\,135\,} \\ \underline{12} \\ 15 \\ \underline{12} \\ 3 \end{array}$$

① 割られる数
＝割る数×商＋余り
② 余りは割る数より値が小さい

x^2+3x+5 を $x+2$ で割ると，商は $x+1$ で余りが 3 である

→ $x^2+3x+5=(x+2)(x+1)+3$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2\,\big)\overline{\,x^2+3x+5\,} \\ \underline{x^2+2x} \\ x+5 \\ \underline{x+2} \\ 3 \end{array}$$

① 割られる整式
＝割る整式×商＋余り
② 余りは割る整式より次数が小さい

一般に・・・

$P(x)$ を $A(x)$ で割ると，商が $Q(x)$ で余りが $R(x)$ である。

→ $P(x)=A(x)\,Q(x)+R(x)$　（ただし，$A(x)$ の次数＞$R(x)$ の次数）

また，$P(x)=A(x)\,Q(x)+R(x)$ を利用すれば，剰余の定理を導くことができる。

整式 $P(x)$ を $x-k$ で割った商を $Q(x)$，余りを R（R は定数）とすると

$$P(x)=(x-k)\,Q(x)+R$$

これに $x=k$ を代入すると，

$$R=P(k)$$

剰余の定理は，割る整式が１次式の場合にしか使うことができない。２次以上の整式で割ったときの余りを求める問題にも対応するためには，上記の①，②を正しく理解し，活用できるようにすることが重要である。

(2) 三角関数の性質と加法定理を正しく理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H23［１］(6)	75°＝45°＋30° であることを利用して，sin75° の値を求めると $\boxed{}$ である。 $\left(\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)$	44.3％（70.4％／12.2％）	$\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$（12.4％），$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$（1.2％）
H28［１］(10)	sin75° の値は $\boxed{}$ である。 $\left(\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)$	45.8％（74.8％／13.1％）	$\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$（12.3％），$\dfrac{5}{12}\pi$（3.6％）

H28［１］(10)で三角関数の加法定理が理解できているかを確認する問題を出題した。H23 年度は問題文に「75°＝45°＋30° であることを利用して」という一文を明記したが，H28 年度は削除した。このことによる正答率の変化はほとんど見られなかった。75°＝45°＋30° にする発想はあるが，そこから加法定理を利用するのではなく，安易に sin75°＝sin45°＋sin30° と変形してしまったこと

が主な誤答の要因である。また，$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ を無視した解答や 75° を弧度に変換しただけの誤答があり，三角関数の性質が理解できていないことを示していると考えられる。

【指導上の留意点】

三角関数の性質と加法定理を正しく理解させるための指導を二つ紹介する。

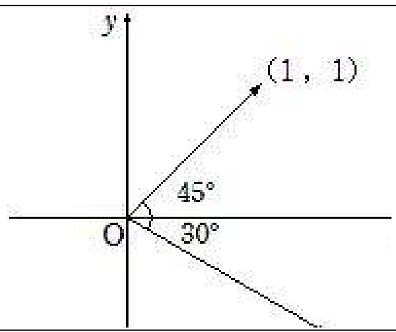
①加法定理の導入の工夫や他の分野での活用を行う

・グループ学習などで次のような発問をする。

> 【発問例】
> 次の等式を見て気が付くことを話し合ってみよう。
> (1) $\sin 75^\circ = \sin 45^\circ + \sin 30^\circ$
> (2) $\sin 90^\circ = \sin 30^\circ + \sin 60^\circ$
>
> 【予想される意見】
> ・右辺を計算すると三角関数の値が 1 を超えている。
> ・(2)の両辺を計算すると等式が成り立っていないことが明らかである。
> ・三角関数を足し算することはできるのだろうか。
>
> 【具体的な指導】
> 三角関数の定義に戻り，もう一度指導する。

・ベクトルの内積を利用して計算する。

> 【例題】
> $\vec{a} = (1,\ 1)$，$\vec{b} = (\sqrt{3},\ -1)$ のとき，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を利用して，$\cos 75^\circ$ の値を求めよ。
>
> 【解答例】
> $$\cos 75^\circ = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}\times 2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$



②加法定理や倍角の公式，半角の公式を定着させる

加法定理や倍角の公式などの指導がひととおり終わった後で，15°，18°，22.5°，36°，54°，72°，75° などの三角関数の値を求めさせる。特に 36° や 72° については，黄金比と結び付けることなど，身近にある図形と関連付けて指導することができる。

> 【例題】
> $\cos 36^\circ$ を次の方法で求めよ。
> (1) 右図の△ＡＢＦに余弦定理を使う。
> ただし，五角形ＡＢＣＤＥは正五角形である。
> (2) 36° は $\sin 2\theta = \sin 3\theta$ の解であることを利用する。
>
> 【解答例】
> (1) ＢＦ：ＦＥ＝$x : 1$ とおく。
> △ＡＢＦ∽△ＤＡＣ より $x : 1 = (1+x) : x$
> これを解いて，$x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ ※ $1 : \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ が黄金比である。
> また，∠ＡＢＦ＝36° より，
> △ＡＢＦに余弦定理を用いると，$\cos 36^\circ = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$ が求まる。
>
> (2) $\sin 2\theta = \sin 3\theta$ より，$2\sin\theta\cos\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$
> $\sin\theta \neq 0$ であるから，$4\cos^2\theta - 2\cos\theta - 1 = 0$
> これを解くと，$\cos\theta = \dfrac{1\pm\sqrt{5}}{4}$ であり，$\cos 36^\circ = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$ が求まる。