付　平成30年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和51年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ⅰ基本，数学Ⅰ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも50分である。

数学Ⅰ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ⅰ＋Ａ：　数学Ⅰ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ⅰの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日までの間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その10%の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月18日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表12

テスト／項目	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	2,332	7,612	8,192
平均点	48.0	44.7	48.0
標準偏差	20.5	24.7	29.1

(2) 得点分布（%）　　表13

テスト／得点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	2.0	4.1	9.9
80 ～ 89	5.5	5.4	9.7
70 ～ 79	8.9	8.7	9.4
60 ～ 69	12.8	11.6	8.9
50 ～ 59	17.0	12.4	9.0
40 ～ 49	16.9	13.3	10.1
30 ～ 39	17.4	12.8	10.0
20 ～ 29	11.7	12.9	10.4
10 ～ 19	6.2	11.5	11.9
0 ～ 9	1.6	7.1	10.6

(3) 調査問題別平均点分布（校）　　表14

テスト／平均点	数学Ⅰ基本	数学Ⅰ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上	1	3	6
75～80未満		2	13
70 ～ 75	1	3	6
65 ～ 70	2	6	9
60 ～ 65	2	5	11
55 ～ 60	9	15	5
50 ～ 55	6	9	8
45 ～ 50	4	11	13
40 ～ 45	10	9	10
35 ～ 40	4	9	9
30 ～ 35	3	9	9
25 ～ 30	5	10	12
20 ～ 25	1	11	7
15 ～ 20		7	9
15未満	1	5	13
計	49	114	140

4　数学Ⅰ（基本）の問題，結果及びその考察

平成３０年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ　基　本

学年　組　番　氏名

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数，式または記号を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1)　$5xy^2\times(3xy)^2=$ $\boxed{}$ である。

(2)　$\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}y+\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}y$ を簡単にすると $\boxed{}$ である。

(3)　$2x^2+5x+2$ を因数分解すると $\boxed{}$ である。

(4)　下のア～エのうち有理数であるものをすべて選ぶと，$\boxed{}$ である。

ア $\sqrt{3}$　　イ 0　　ウ $-\frac{7}{9}$　　エ 2π

(5)　$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=$ $\boxed{}$ である。

(6)　$|\sqrt{3}-2|$ の値は，下のア～エのうち $\boxed{}$ である。

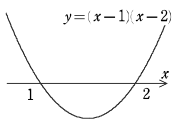
ア $\sqrt{3}-2$　　イ $-\sqrt{3}+2$　　ウ $-\sqrt{3}-2$　　エ $\sqrt{3}+2$

(7)　$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$ の分母を有理化すると $\boxed{}$ である。

(8)　１次不等式 $-\frac{1}{2}x\geqq 5$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(9)　$9x^2-1=0$ を解くと $x=$ $\boxed{}$ である。

(10)　２次不等式 $(x-1)(x-2)\leqq 0$ を満たす x の値の範囲は，下のア～エの不等式のうち $\boxed{}$ である。

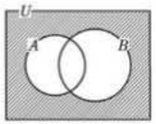


ア $x<1$，$2<x$　　イ $1<x<2$

ウ $x\leqq 1$，$2\leqq x$　　エ $1\leqq x\leqq 2$

(11)　次の文章の $\boxed{}$ にあてはまる集合を，下のア～エの中から選び，かな符号で答えよ。

「全体集合Ｕの２つの部分集合Ａ，Ｂを表す図において，斜線部分を表す集合は $\boxed{}$ である。」



ア $\mathrm{A}\cup\mathrm{B}$　　イ $\overline{\mathrm{A}}\cup\overline{\mathrm{B}}$

ウ $\overline{\mathrm{A}\cap\mathrm{B}}$　　エ $\overline{\mathrm{A}\cup\mathrm{B}}$

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	

(12)　次の文章の $\boxed{}$ にあてはまる条件を，下のア～エの中から最も適切なものを選び，かな符号で答えよ。

「$x\geqq 3$ は $\boxed{}$ であるための十分条件である。」

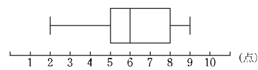
ア $x\geqq 2$　イ $x\geqq 4$　ウ $2\leqq x\leqq 4$　エ $x\leqq 4$

(13)　次のデータは，ある野球チームの８試合の得点である。

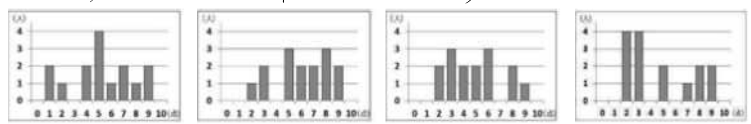
７，３，０，１，４，１，７，１　（点）

このデータの平均値は $\boxed{①}$ 点，中央値は $\boxed{②}$ 点である。

(14)　右の図は，15 人の生徒に 10 点満点の数学のテストを実施し，その得点を箱ひげ図に表したものである。対応するヒストグラムは，下のア～エのうち $\boxed{}$ である。



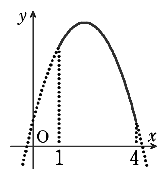
ア　　イ　　ウ　　エ



［２］　次の各問いに答えよ。

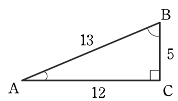
(1)　２次関数 $y=-(x-2)^2+5$ のグラフの頂点は $\boxed{(\quad,\quad)}$ である。

(2)　次の図は２次関数 $y=-x^2+4x+1$ $(1\leqq x\leqq 4)$ のグラフである。この関数は，$x=$ $\boxed{①}$ で，最小値 $\boxed{②}$ をとる。



［３］　次の各問いに答えよ。

(1)　次の図の直角三角形において，$\sin A=$ $\boxed{①}$，$\cos B=$ $\boxed{②}$ である。①，②の値の組を，下のア～エの中から選び，かな符号で答えよ。

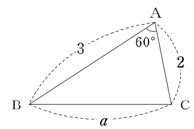


ア ① $\frac{5}{13}$　② $\frac{5}{13}$　　イ ① $\frac{12}{13}$　② $\frac{5}{13}$

ウ ① $\frac{5}{13}$　② $\frac{12}{13}$　　エ ① $\frac{12}{13}$　② $\frac{12}{13}$

(2)　$\tan 120°=$ $\boxed{}$ である。

(3)　△ＡＢＣにおいて，ＡＢ＝3，ＡＣ＝2，$A=60°$ であるとき，ＢＣの長さ a は $\boxed{}$ である。

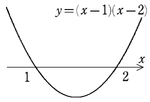
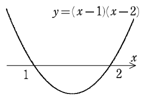


(12)	
(13)	①　②
(14)	
［２］(1)	(　　，　　)
［２］(2)	① ②
［３］(1)	
［３］(2)	
［３］(3)	

平成30年度　数学Ⅰ基本

番号	配点	正答	正答率	上位群 / 下位群	無答率	上位群 / 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$45x^3y^4$	74.6	94.3 / 54.3	2.5	0.0 / 2.9	22.8	$15x^3y^4$(3.7), $45x^3y^3$(2.3), $45x^2y^4$(2.0), $15x^2y^4$(1.7)
(2)	5	$\frac{11}{6}x+\frac{11}{6}y$	50.7	77.1 / 31.4	5.9	0.0 / 11.4	43.4	$\frac{11}{6}x-\frac{11}{6}y$(6.2), $11x+11y$(3.4), $\frac{11}{6}x-\frac{19}{6}y$(2.5), $\frac{11}{6}x+\frac{3}{2}y$(2.0)
(3)	5	$(2x+1)(x+2)$	60.6	82.9 / 40.0	15.8	8.6 / 28.6	23.7	$-\frac{1}{2}, -2$(4.2), $(2x+2)(x+1)$(1.7), $\frac{-5\pm3}{4}$(1.4)
(4)	5	イ，ウ	34.4	51.4 / 8.6	2.3	0.0 / 2.9	63.3	ア，ウ(16.8), ア，エ(15.7) ア，イ(8.3), イ(8.3)
(5)	5	1	78.3	100 / 57.1	3.1	0.0 / 2.9	18.6	5(2.0), −1(1.1)
(6)	5	イ	40.6	54.3 / 28.6	2.0	0.0 / 2.9	57.4	ア(27.8), エ(25.2), ウ(4.4)
(7)	5	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}$	46.5	88.6 / 20.0	5.1	0.0 / 2.9	48.5	$\frac{\sqrt{6}+1}{3}$(16.1), 1(4.2), $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}$(2.5), $\frac{\sqrt{6}}{3}$(2.3)
(8)	5	$x\leqq-10$	25.4	37.1 / 2.9	22.8	8.6 / 51.4	51.8	$x\leqq10$ (6.8), −10(5.4), $x\geqq-10$ (5.1), $x\leqq-\frac{5}{2}$(2.3)
(9)	5	$\pm\frac{1}{3}$	20.0	28.6 / 0.0	13.8	0.0 / 37.1	66.2	$\frac{1}{3}$(32.1), 3(6.2), $(3x+1)(3x-1)$(5.9), $\frac{1}{9}$(2.3)
(10)	5	エ	57.5	74.3 / 37.1	2.0	0.0 / 5.7	40.5	ウ(24.7), イ(10.8), ア(4.8)
(11)	5	エ	42.0	62.9 / 28.6	1.1	0.0 / 0.0	56.9	イ(27.9), ウ(25.4), ア(3.5)
(12)	5	ア	35.5	42.9 / 20.0	1.1	0.0 / 0.0	63.5	ウ(30.7), イ(17.6), エ(15.2)
(13)	5	①3，②2	82.8	97.1 / 62.9	0.8	0.0 / 0.0	16.3	①正②3(4.5), ①正②4(2.8), ①正②1(2.3), ①正②2.5(2.0)
(14)	5	イ	68.5	85.7 / 40.0	1.4	0.0 / 2.9	30.1	ウ(16.7), ア(8.5), エ(4.9)
[2](1)	5	(2, 5)	73.2	88.6 / 60.0	0.8	0.0 / 2.9	25.9	(2, −5)(7.0), (−2, 5)(4.5), (4, 5)(2.8), (−4, 5)(1.7)
(2)	5	①　4	43.1	77.1 / 28.6	15.5	8.6 / 25.7	41.4	2(10.4), 1(8.7), 3(4.8), −1(1.7)
	5	②　1	37.7	54.3 / 22.9	25.9	5.7 / 42.9	36.3	4(9.6), 2(2.5), (4, 1)(1.4), 0(1.1)
[3](1)	5	ア	15.8	25.7 / 0.0	1.7	0.0 / 2.9	82.4	ウ(58.6), イ(21.2), エ(2.6)
(2)	5	$-\sqrt{3}$	36.3	48.6 / 20.0	16.1	5.7 / 22.9	47.6	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$(4.8), $\sqrt{3}$(4.8), $\frac{\sqrt{3}}{2}$(2.8), $\frac{5}{12}$(2.8)
(3)	5	$\sqrt{7}$	19.7	54.3 / 5.7	20.3	11.4 / 31.4	59.9	4(10.7), 3(4.5), 7(4.2), 5(3.4)

２次不等式の解法を定着させたい

問題番号	問題（正答）	正答率	無答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
H29 ［１］ (9)	２次不等式 $(x-1)(x-2)>0$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。  （$x<1$ ， $2<x$）	25.3％	21.3％	$1<x<2$（10.1％）， $1\leqq x\leqq 2$（7.7％）， 1，2（5.9％）， $x>1, x>2$（2.4％）
H30 ［１］ (10)	２次不等式 $(x-1)(x-2)\leqq 0$ を満たす x の値の範囲は，下のア～エの不等式のうち $\boxed{}$ である。 ア $x<1$ ， $2<x$　イ $1<x<2$ ウ $x\leqq 1$ ， $2\leqq x$　エ $1\leqq x\leqq 2$　（エ） 	57.5％	2.0％	ウ（24.5％）， イ（10.7％）， ア（4.8％）

２次不等式の問題は例年出題している問題であるが，H30 年度は選択肢をつけて出題した。選択肢をつけたためか，H30 年度の正答率はH29 年度に比べ倍増した。しかし，H30 年度ではウを選択した生徒が 24.5％おり，またH29 年度では無答率が 21.3％と，２次不等式の解法の理解が不十分であると考えられる。

【指導上の留意点】

２次不等式の問題には２次関数が x 軸と接する場合や x 軸と共有点をもたない場合もある。問題に応じて２次方程式を解いたり，頂点を求めたりするので生徒は解法パターンを整理できず苦手意識をもってしまう。そのような生徒に２次不等式の解法を定着させるためには，以下のような手順で一貫性をもたせる教え方もある。

２次不等式を解く手順

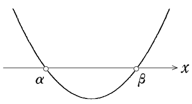
例）$ax^2+bx+c>0$ を解け。（不等号のパターンは４つ：＜，＞，≦，≧）

1　a がマイナスの値のときは両辺に－１を掛ける
※ 不等号の向きに注意！

2　判別式 D（$D=b^2-4ac$）を計算する

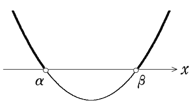
$D>0$ のとき

3　$y=ax^2+bx+c$ の略図をかく

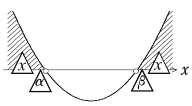


4　$ax^2+bx+c=0$ として２次方程式を解く
（因数分解，解の公式）

5　略図から答えを求める



・ax^2+bx+c はグラフ（$y=ax^2+bx+c$）のこと。
・$ax^2+bx+c>0$ の「0」は $y=0$ すなはち x 軸のこと。
◎$y=ax^2+bx+c$ のグラフが x 軸より上側にある部分を確認する！

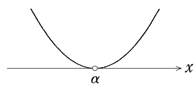


条件をみたすところに斜線を引く。
◎斜線を引いた箇所に x と書き，略図から答えを求める！

$x<\alpha$，$\beta<x$

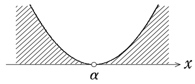
$D=0$ のとき

3　$y=ax^2+bx+c$ の略図をかく



4　$ax^2+bx+c=0$ として２次方程式を解く

5　略図から答えを求める

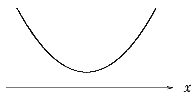


◎$y=ax^2+bx+c$ のグラフが x 軸より上側にある部分を確認し，条件をみたすところに斜線を引く。

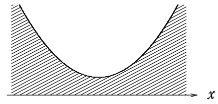
α 以外のすべての実数

$D<0$ のとき

3　$y=ax^2+bx+c$ の略図をかく



4　略図から答えを求める



◎$y=ax^2+bx+c$ のグラフが x 軸より上側にある部分を確認し，条件をみたすところに斜線を引く。

すべての実数

5　数学Ⅰ＋Aの問題，結果及びその考察

平成３０年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ+A

次の ＿＿ の中にあてはまる数，式，または記号を解答欄に記入せよ。

［1］　次の各問いに答えよ。

(1) $2x^2-5x-3$ を因数分解すると ＿＿ である。

(2) $\sqrt{6}=2.45$ とする。このとき，$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ を計算すると値は ＿＿ である。

(3) 方程式 $|x-2|=3$ の解は $x=$ ＿＿ である。

(4) 次の文章の ＿＿ にあてはまる集合を，下のア～エの中から選び，かな符号で答えよ。

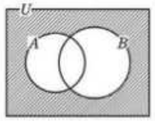
「下の図のように，全体集合Uの２つの部分集合A，Bを表すとき，斜線部分を表す集合は ＿＿ である。」

ア　$\overline{A}\cup\overline{B}$

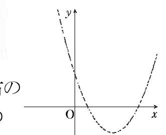
イ　$\overline{A\cup B}$

ウ　$\overline{A\cap B}$

エ　$\overline{A}\cap B$



(5) ２次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが右の図で与えられているとき，正しい文章を下のア～ウからすべて選ぶと ＿＿ である。



ア　グラフが下に凸であり，軸が $x>0$ の領域にあるので $b>0$

イ　グラフと y 軸との交点の y 座標が正であるので $c>0$

ウ　x 軸と異なる２点で交わるので $b^2-4ac>0$

(6) ２次不等式 $x^2-4x+1<0$ を解くと ＿＿ である。

(7) $90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ において，$2\sin\theta-1=0$ を満たす θ の値は ＿＿ である。

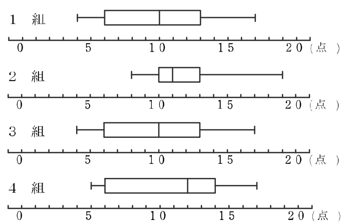
(8) 右の図は，各クラス40人に20点満点の数学のテストを実施し，その得点をクラス別に箱ひげ図に表したものである。下のア～エのうち，常に正しいと言えるものをすべて選ぶと ＿＿ である。

ア　１組と３組は，箱ひげ図の形が同じなので，データの分布は同じである。

イ　四分位範囲が一番大きいクラスは４組である。

ウ　10点以上の生徒が一番多いクラスは２組である。

エ　数学が得意な生徒が一番多いのは２組である。



(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	

＿＿ 学年 ＿＿ 組 ＿＿ 番　氏名 ＿＿＿＿

(9) 下のア～エのデータの中で，分散が一番大きいものは ＿＿ である。

ア　1，1，7，7　　イ　4，4，4，4

ウ　5，5，7，7　　エ　1，3，5，7

(10) 男子４人，女子３人が１列に並ぶ。男子と女子が交互に並ぶとき，その並び方は ＿＿ 通りである。

(11) N＝1×2×3×・・・×20 とする。Nは 3 で最大 ＿＿ 回割り切れる。

(12) 長さ 1 の線分と，長さ a の線分が与えられたとき，長さ $\sqrt{a}$ の線分を作図する方法を考える。このとき，＿＿ にあてはまる線分を答えよ。

手順Ⅰ　長さ 1 の線分ＡＢのＢを越える延長線上に ＢＣ＝ a となる点Ｃをとる。

手順Ⅱ　線分ＡＣを直径とする円をかき，円の中心をＯとする。

手順Ⅲ　Ｂを通り，直線ＡＢに垂直な直線をひき，円との交点をＤ，Ｅとする。

以上の作図から方べきの定理より，線分 ① と線分 ② が長さ $\sqrt{a}$ の線分である。

(13) 下のア～エのうち，正多面体の面になることができない正多角形は ＿＿ である。

ア 正三角形　イ 正方形　ウ 正五角形　エ 正六角形

(9)		
(10)		
(11)		
(12)	①	②
(13)		

［2］　２次関数 $y=-x^2+2ax+2a$ がある。次の問いに答えよ。

(1) このグラフの頂点の y 座標を，a を用いて表すと ＿＿ である。

(2) このグラフが x 軸と異なる２点で共有点をもつとき，定数 a の値の範囲は ＿＿ である。

(1)	
(2)	

［3］　円Oに内接する四角形ＡＢＣＤにおいて，ＡＢ＝8，ＢＣ＝5，ＣＤ＝3，$\angle$Ｂ＝60° である。次の問いに答えよ。

(1) ＡＣの長さは ＿＿ である。

(2) ＡＤの長さは ＿＿ である。

(1)	
(2)	

［4］　野球の試合でＡチームがＢチームに勝つ確率は $\frac{2}{3}$ ，ＢチームがＡチームに勝つ確率は $\frac{1}{3}$ であるとする。ＡチームとＢチームが試合をし，先に３勝したチームを優勝とする。次の問いに答えよ。

(1) ３試合目でＡチームが優勝する確率は ＿＿ である。

(2) ４試合目でＡチームが優勝する確率は ＿＿ である。

(3) ４試合目までに優勝チームが決まる確率は ＿＿ である。

(1)	
(2)	
(3)	

平成30年度　数学Ⅰ＋A

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$(2x+1)(x-3)$	83.2	95.1	74.8	3.4	0.0	4.9	13.4	$3, -\frac{1}{2}$(3.0), $(2x-1)(x+3)$(2.2)
(2)	5	9.9	65.9	90.3	35.0	8.2	0.0	16.5	25.9	$2\sqrt{6}+5$(2.8), 10.9(1.7), 5(1.4), 7.45(1.3)
(3)	5	-1, 5	56.5	94.2	19.4	3.0	0.0	4.9	40.5	5(18.2), 1,5(5.5), 1(5.2), -1(2.5)
(4)	5	エ	52.7	82.5	29.1	0.7	0.0	0.0	46.6	イ(23.9), ウ(15.7), ア(4.1)
(5)	5	イ，ウ	45.0	68.9	21.4	2.0	0.0	2.9	53.0	ア,ウ(11.9), ウ(10.8), ア,イ(9.6), イ(9.5)
(6)	5	$2-\sqrt{3}<x<2+\sqrt{3}$	52.6	86.4	9.7	10.8	1.0	20.4	36.6	$2\pm\sqrt{3}$(8.9), $x<2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}<x$(2.3)
(7)	5	150°	49.2	82.5	17.5	10.9	0.0	21.4	39.9	120° (5.6), $30^\circ, 150^\circ$ (5.3), 30° (4.5), $\frac{5}{6}\pi$ (3.6)
(8)	5	イ，ウ	27.0	40.8	11.7	1.9	0.0	4.9	71.1	ア,ウ(8.9), イ,エ(8.8), ア,エ(7.3), ア,イ(7.2)
(9)	5	ア	49.0	63.1	37.9	1.0	0.0	1.9	50.0	エ(35.0), ウ(12.7), イ(0.8)
(10)	5	144	56.9	78.6	35.0	3.9	0.0	4.9	39.2	30(4.8), 24(3.7), 35(2.5), 1440(2.2)
(11)	5	8	30.0	51.5	5.8	12.9	1.9	24.3	57.1	6(19.1), 21(7.7), 7(4.3), 20(2.0)
(12)	5	①BD　②BE	39.1	71.9	7.8	16.6	0.0	26.7	44.3	AB(11.2), CD(10.7), CE(10.6), BC(7.8)
(13)	5	エ	37.0	51.5	19.4	0.9	0.0	1.9	62.1	ウ(36.4), ア(12.4), イ(11.5)
[2](1)	5	a^2+2a	42.2	78.6	2.9	19.7	1.0	47.6	38.1	$-a^2+2a$(5.0), $2a$(4.5), (a, a^2+2a)(2.5),
(2)	5	$a<-2, 0<a$	24.7	58.3	1.0	32.3	3.9	60.2	43.0	$a>-2$(3.4), $-2<a<0$(3.3), $a>0$(2.9), $a<0, 2<a$(1.3)
[3](1)	5	7	55.8	96.1	21.4	14.1	1.9	26.2	30.1	$\sqrt{89}$(2.6), 6(1.9), $\sqrt{69}$(1.6), 3(1.6)
(2)	5	5	38.6	69.9	12.6	22.1	4.9	35.0	39.3	8(6.6), 4(4.7), 6(3.3), 3(2.0)
[4](1)	5	$\frac{8}{27}$	65.6	93.2	29.1	6.6	0.0	10.7	27.8	$\frac{1}{3}$(4.5), $\frac{1}{27}$(4.4), $\frac{2}{3}$(4.1), $\frac{1}{2}$(1.6)
(2)	5	$\frac{8}{27}$	23.2	45.6	1.0	9.8	1.0	20.4	67.0	$\frac{8}{81}$(21.0), $\frac{32}{81}$(7.9), $\frac{16}{81}$(4.6), $\frac{2}{3}$(3.3)
(3)	5	$\frac{19}{27}$	12.0	28.2	0.0	17.9	2.9	29.1	70.1	$\frac{10}{81}$(5.3), $\frac{37}{81}$(5.4), $\frac{10}{27}$(5.0), $\frac{40}{81}$(3.0)

(1) 三角比の定義を理解させたい

問題 番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （標本全体に対する%）
H30 ［１］(7)	90°≦θ≦180° において， 2sinθ−1＝0 を満たすθの 値は□である。(150°)	49.2% (82.5%／17.5%)	10.9% (0.0%／21.4%)	120° (5.6%), 30°，150° (5.3%)

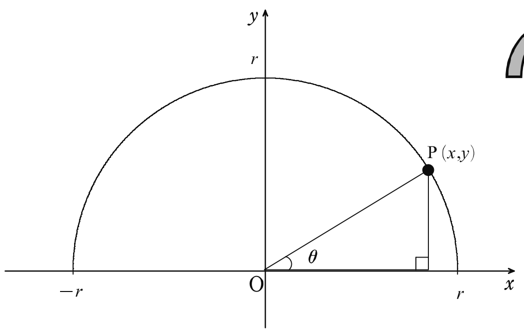
三角比を含む方程式で，θの値を求める問題である。H30 年度の問題は，上位層の正答率は 80%を超えているが，下位層の正答率は 20%未満である。また，無答率は 21.4%と［１］の中で１番高い。このことから，三角比の角を 0°≦θ≦180° と拡張したところで躓く生徒が多く，三角比の定義が理解できていないと考えられる。

【指導上の留意点】

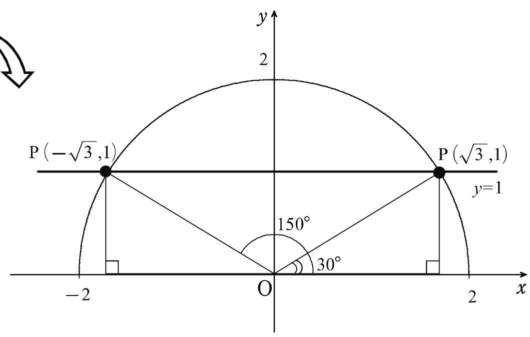
三角比が苦手な生徒でも，$1:1:\sqrt{2}$，$1:2:\sqrt{3}$ といった 30°，45°，60° の直角三角形の辺の比を覚え，正弦，余弦，正接の値を，図をかきながらだいたい求められる。しかし，90° 以上の角となったとき，直角三角形がかけなくなり，解けなくなってしまう。そのため，角を拡張する際には，三角比の定義をもう一度確認させ，丁寧に説明する必要がある。

<u>0°≦θ≦180° の三角比</u>

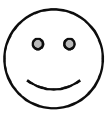
定義：$\sin\theta=\dfrac{y}{r}$　$\cos\theta=\dfrac{x}{r}$　$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$



0°≦θ≦180° のとき
2sinθ−1＝0 を満たすθの値を求めよ。

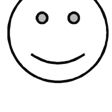


θ＝30°，150°



鋭角の三角比の x，y を円上の点の座標と定義すれば，鈍角になっても対応できるね！

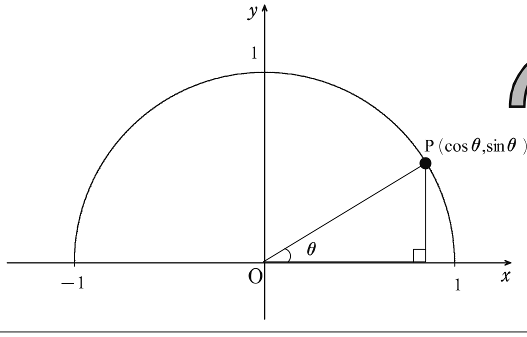
この場合 $r=2$ で，$y=1$ であれば良いから，対応する x が２つあるんだ！



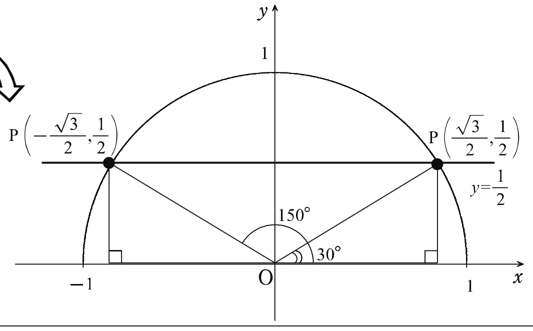
<u>補足</u>

比で考えることができるので，半円の半径 r を 1 にすると，単位円で考えることができる。

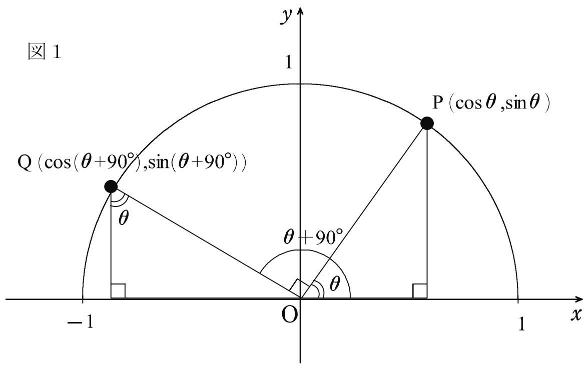
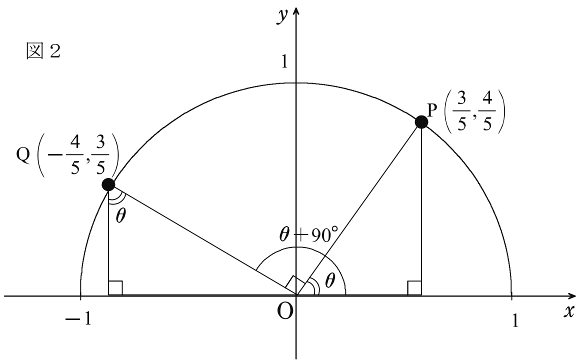
$\sin\theta=\dfrac{y}{1}=y$　$\cos\theta=\dfrac{x}{1}=x$



0°≦θ≦180° のとき
2sinθ−1＝0 を満たすθの値を求めよ。



また，90°以上の角になっても三角比を直角三角形で考える生徒に対して，三角比の定義である単位円周上の点の座標で考えさせる必要がある。その指導例の一つを紹介する。

> 問題　$\sin\theta=\frac{4}{5}$，$\cos\theta=\frac{3}{5}$ を満たすとき，$\sin(\theta+90°)$ と $\cos(\theta+90°)$ の値を求めよ。
> ただし，θ は鋭角とする。
>
> 図１
>
> 
>
>
> 図２
>
> 
>
>
> 太郎：θ から $\theta+90°$ になることで，何がどう変わるんですか？
>
> 先生：三角比は単位円周上の点だから，点P (x, y) は（$\cos\theta$，$\sin\theta$）となるよね。だから，点Qの座標は図１のような位置にくるので，点Qは（$\sin(\theta+90°)$，$\cos(\theta+90°)$）と表せるんだよ。
>
> 太郎：図２の点Qの座標は，何でそういう値になるんですか？
>
> 先生：（点Qの y 座標）＝（点Pの x 座標）で，（点Qの x 座標）＝－（点Pの y 座標）となるから，点Qの座標はQ（$-\frac{4}{5}$，$\frac{3}{5}$）となるんだよ。
>
> 太郎：なるほど，じゃあこれからは，三角比を単位円周上の点の座標としてとらえればいいんだ。

(2)　正多面体を作ることができる条件をイメージとともに理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H30［１］(13)	下のア～エのうち，正多面体の面になることができない正多角形は □ である。 ア　正三角形　　イ　正方形 ウ　正五角形　　エ　正六角形　　（エ）	37.0％ （51.5％／19.4％）	ウ（36.4％）， ア（12.4％）， イ（11.5％）

５種類存在する正多面体のうち，その面になりえない正多角形を問う問題である。正方形は立方体の面を構成し，さいころなどの例が身近に存在する。また，正四面体の面は正三角形であり，数学Ｉの三角比などでよく扱われる。このことから，アとイはイメージしやすいため誤答率は低く，残りのウ，エがほぼ同じ回答率であったと考えられる。また，正十二面体と正二十面体に触れる機会が少ないことも正答率が 37％にとどまった要因の１つだと言える。

【指導上の留意点】

中学校において,「正多面体とは，どの面も全て合同な正多角形であり，どの頂点にも面が同じ数だけ集まっている凹みのない多面体である」と定義されている。また，５種類しか存在しないということも既に学習している。しかし，このことはあまり定着していないと考えられる。そこで，空間図形の導入時に以下のような活動を通して，正多面体のできる条件を理解させたい。

> 正多面体ができるための条件の１つである「(正多角形の１つの内角）×（１つの頂点に集まる面の数）が 360 度未満である」ということを，実際に正多角形を作って考えさせる。紙（画用紙または厚紙）とはさみ，テープを使い，数人のグループを作って次のような方法で生徒に活動させる。

ア　正三角形と正六角形を紙で作り，作った正多角形を用いて正多面体ができるかを考える。

①　３枚の正三角形を１つの頂点に合わせ，この立体がどの正多面体の一部になっているかを考える。作った立体はテープで固定する。

②　同様に，４枚のときと５枚のときを考え，立体も固定する。

③　６枚のときは正多面体が作れないことに気付く。

④　３枚の正六角形を１つの頂点に合わせて，正多面体が作れないことに気付く。

イ　正多角形の内角を考え，正多面体ができるかどうかを考える。

①　正方形，正五角形，正七角形などで正多面体が作れるかを考える。

②　正多面体は５種類しか存在しないことを理解する。

ウ　正多面体を完成させる。

①　ア，イで作った正多角形と立体をグループ内で幾つか貼り合わせて正四面体，正八面体，正二十面体を完成させる。

②　正方形，正五角形（折り方は図５参照）を作り，立方体と正十二面体を完成させる。

ア③④の活動において，１つの頂点に集まる角度の和が 360 度になるため正多面体は作れない，ということに気付かせるように指導したい。また，正七角形と正八角形の１つの内角はそれぞれ，およそ 129 度，135 度と計算させることで，正六角形以上の１つの内角は 120 度以上になることから，これらを面とする正多角形では正多面体を作れないことを理解させたい。内角の和について理解できれば，「なぜ正三角形は何通りも正多面体ができるのか」や「正方形は何通りの正多面体ができるのか」なども考えさせることができる。

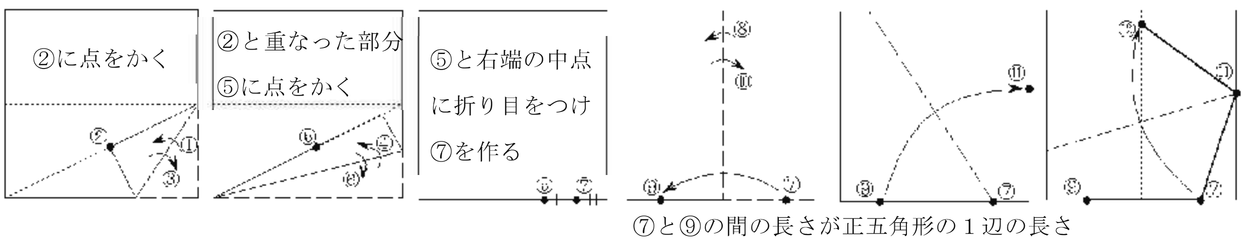
また，正多面体が５種類しかないことは，１つの頂点に集まる角度の和が 360 度未満であることを用いれば以下のように証明ができる。

m, n を３以上の整数として正多面体の構成面の辺の数を m，１つの頂点に集まる面の数を n とする。
このとき，正 m 角形の１つの内角の大きさは $\dfrac{180(m-2)}{m}$ 度であるから，１つの頂点に集まる角度の和は，
$\dfrac{180(m-2)}{m}n$ 度である。これが 360 度未満であるから，$\dfrac{180(m-2)}{m}n<360$ となる。
これを整理すると，$nm-2m-2n<0 \Leftrightarrow (m-2)(n-2)<4$　　m, n は３以上の整数であるから，
条件を満たす (m,n) の組は，$(m,n)=(3,3)$，$(3,4)$，$(3,5)$，$(4,3)$，$(5,3)$ の５通りである。

このように，実際に活動させたり証明させたりすることで，正多面体の性質について理解させることが大切である。

立体に関する問題は，数学Ａの空間図形だけでなく，数学Ⅰの三角比や数学Ｂの空間ベクトルなどにも登場する。板書した図形をノートにかき写させるだけでなく，その都度，身近なもので例えたり状況を丁寧に説明したりすることで，その立体をイメージさせることが重要である。

図５　正方形の紙を用いた正五角形の折り方



⑦と⑨の間の長さが正五角形の１辺の長さ

平成３０年度　高等学校標準学力検査問題

数　　学　　Ⅱ

□学年　□組　□番　氏名 □

次の □ の中にあてはまる数，式，または記号を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{(x+1)(x-1)}$ を計算すると □ である。

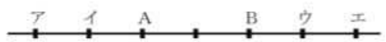
(2) $i^2-i^3-i^4$ を計算すると □ である。ただし，i は虚数単位とする。

(3) 整式 x^3-3x+4 を整式 $x-a$ で割った余りは，a を用いて表すと □ である。

(4) 整式 x^3-4x^2+x+6 を因数分解すると □ である。

(5) ２次方程式 $x^2+ax+b=0$ の２つの解が $1+i$，$1-i$ であるとき，$a=$ ① ，$b=$ ② である。

(6) 下図の直線上の点はすべて等間隔に並んでいる。線分ＡＢを１：２に外分する点は，下のア～エのうち □ である。



(7) ２点Ａ(0, 0)，Ｂ(6, 0)について，ＡＰ＝２ＢＰを満たす点Ｐの軌跡は，中心 (,) ，半径４の円である。

(8) $0\leqq\theta<2\pi$ において，$\tan\theta=-1$ を満たす θ の値は □ である。

(9) $\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると □ である。ただし，$r>0$，$-\pi<\alpha<\pi$ とする。

(10) 方程式 $4^x=8$ を解くと $x=$ □ である。

(11) 不等式 $\log_2 x<3$ の解として正しいものは，下のア～カのうち □ である。

ア　$0<x<8$	イ　$1<x<8$	ウ　$x<8$
エ　$0<x<9$	オ　$1<x<9$	カ　$x<9$

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	①　②
(6)	
(7)	(　,　)
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	

(12) 関数 $f(x)=\int_{\frac{1}{3}}^{x}(t^2-\sqrt{3}t+\sqrt{5})\,dt$ のとき，$f'(x)=$ □ である。

(12)	

［２］　連立不等式 $\begin{cases} x^2+y^2\leqq 4 \\ y\geqq -x+2 \end{cases}$ の表す領域を D とする。次の各問いに答えよ。

(1) 円 $x^2+y^2=4$ と直線 $y=-x+2$ の交点の座標は (,) と (,) である。

(2) 領域 D の面積を求めると □ である。ただし，円周率は π とする。

(1)	(　,　) (　,　)
(2)	

［３］　関数 $y=\cos^2\theta+\sin\theta$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ について，$\sin\theta=x$ として，次の各問いに答えよ。

(1) x のとりうる値の範囲は □ である。

(2) y を x の式で表すと $y=$ □ である。

(3) 方程式 $\cos^2\theta+\sin\theta=k$ を満たす θ の値が４個存在するような k の値の範囲は □ である。

(1)	
(2)	
(3)	

［４］　関数 $f(x)=x^2-x-2$ について，$y=f(x)$ のグラフ上に点Ａ(1, −2)をとる。次の各問いに答えよ。

(1) 点Ａにおける接線 l_1 の方程式は □ である。

(2) 点Ａを通り，(1)で求めた接線 l_1 に垂直な直線 l_2 の方程式は，□ である。

(3) 曲線 $y=f(x)$ と(2)で求めた直線 l_2 で囲まれた部分の面積は，□ である。

(1)	
(2)	
(3)	

平成30年度　数学Ⅱ

番号	配点	正答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例 （標本全体に対する％）
[1](1)	5	$\frac{1}{x-1}$	75.1	94.9 62.4	3.2	0.9 2.6	21.7	$\frac{x+1}{x^2-1}$ (4.0), $\frac{x+1}{(x+1)(x-1)}$(2.3), $\frac{2}{x+1}$(2.1), $\frac{x^2+2x+1}{x^3+x^2-x-1}$(1.1)
(2)	5	$-2+i$	51.9	79.5 12.8	8.2	0.9 15.4	39.9	i(7.9), 1(6.3), $-i$(4.0), -1(3.9)
(3)	5	a^3-3a+4	40.8	66.7 6.8	16.2	3.4 28.2	43.0	a^2-3a+4(2.1), ax^2-3x+4(1.8)
(4)	5	$(x+1)(x-2)(x-3)$	61.2	90.6 23.1	19.4	1.7 37.6	19.4	$(x+1)(x^2-5x+6)$(2.6), $(x-2)(x^2-2x-3)$(2.1)
(5)	5	$a=-2, b=2$	49.5	85.1 9.4	24.0	1.3 53.4	26.5	(2, 2)(5.7), (−2, 0)(1.0), (1, −1)(0.9), (−2, 1)(0.9)
(6)	5	ア	61.9	82.9 47.9	0.6	0.0 0.0	37.5	エ(20.4), イ(8.9), ウ(5.3), ア, エ(1.9)
(7)	5	(8, 0)	26.6	52.1 3.4	24.9	6.8 37.6	48.5	(12, 0)(6.8), (2, 0)(5.6), (4, 0)(4.7), (−2, 0)(4.4)
(8)	5	$\frac{3}{4}\pi$, $\frac{7}{4}\pi$	52.0	83.8 18.8	9.4	0.9 17.1	38.6	$\frac{3}{4}\pi$ (4.2), 135° (3.5), $\frac{7}{4}\pi$ (3.2), $\frac{3}{2}\pi$ (2.5)
(9)	5	$2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$	43.0	71.8 5.1	32.6	7.7 65.0	24.4	$2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$(8.6), $2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$(0.8)
(10)	5	$\frac{3}{2}$	77.9	96.6 66.7	3.8	0.0 6.8	18.3	2(6.0), $\frac{1}{2}$(5.1), $\log_4 8$(1.7)
(11)	5	ア	43.3	66.7 12.8	2.5	0.0 6.0	54.2	ウ(20.0), イ(16.9), オ(6.8), カ(5.0)
(12)	5	$x^2-\sqrt{3}x+\sqrt{5}$	39.9	66.7 11.1	26.1	9.4 45.3	34.0	$2x-\sqrt{3}$(5.4), $2t-\sqrt{3}$(4.2), $t^2-\sqrt{3}t+\sqrt{5}$(2.0)
[2](1)	5	(0, 2), (2, 0)	76.5	98.3 63.2	9.3	0.0 13.7	14.2	(0, 2), (1, 1)(1.4), (0, 2), (−2, 0)(1.1)
(2)	5	$\pi-2$	34.1	53.0 4.3	42.4	15.4 73.5	23.5	$4\pi-2$(3.3), $3\pi+2$ (1.7), 2π (1.3), 4π (0.9)
[3](1)	5	$-1\leqq x\leqq 1$	52.7	86.3 14.5	24.7	0.0 51.3	22.6	$0\leqq x<2\pi$ (2.9), $-1<x<1$(2.3)
(2)	5	$y=-x^2+x+1$	56.0	91.5 11.1	24.8	0.0 53.0	19.2	$x+\cos^2\theta$ (4.6), $y=-2x^2+x+1$(1.9)
(3)	5	$1<k<\frac{5}{4}$	7.9	6.8 0.0	61.5	38.5 88.0	30.6	$k<\frac{5}{4}$(4.0), $1\leqq k<\frac{5}{4}$(2.7), $-1\leqq k\leqq\frac{5}{4}$(1.8)
[4](1)	5	$y=x-3$	49.8	93.2 14.5	23.7	0.0 52.1	26.5	$2x^2-3x-1$(3.5), $2x-1$(3.4), $2x-4$(3.2), $-2x$(1.9)
(2)	5	$y=-x-1$	41.4	88.9 1.7	34.1	0.9 67.5	24.5	$-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$(3.8), $-x-3$(2.4), $-2x$(2.2), $-x+3$(2.1)
(3)	5	$\frac{4}{3}$	29.4	59.0 0.9	55.0	15.4 87.2	15.6	$\frac{2}{3}$(2.1), 2(1.3), 4(1.1), $\frac{8}{3}$(1.1)

(1) 軌跡を図形的にイメージさせたうえで解法を理解させたい

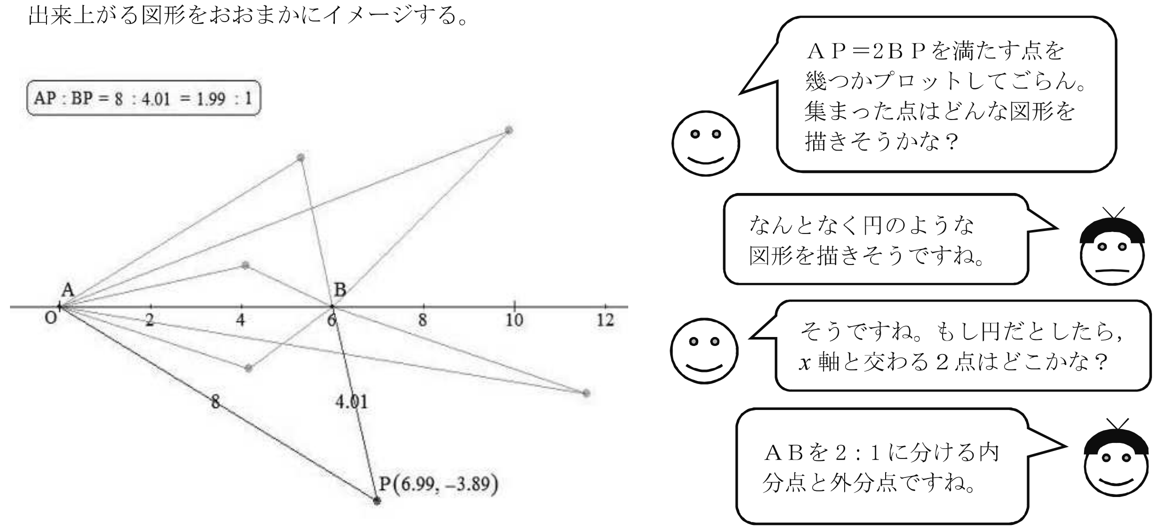
問題 番号	問題（正答）	正答率 無答率	主な誤答例 （標本全体に対する％）
H28 ［１］(7)	２点Ａ（3，2），Ｂ（1，0）から等距離にある点Ｐの軌跡の方程式は$\boxed{}$である。　（$x+y-3=0$）	45.3% 24.9%	$y=x-1$（5.2%）， $y=-x+2$（1.2%）
H30 ［１］(7)	２点Ａ（0，0），Ｂ（6，0）について，ＡＰ＝2ＢＰを満たす点Ｐの軌跡は，中心$\boxed{(\quad,\quad)}$，半径４の円である。（8，0）	26.6% 24.9%	（12，0）(6.8%)， （2，0）(5.6%)， （4，0）(4.7%)

軌跡の方程式を求めさせる問題は毎年出題しているが，他の分野の問題に比べて正答率が低く，無答率も高い。これから軌跡の方程式を求める問題の解法が定着していないことが推測される。また，H28年度はH30年度に比べて正答率がやや高くなっている。H28年度は求める軌跡の方程式が直線であり，図形的にも垂直二等分線になることがイメージしやすい一方，H30年度はどのような円になるのかイメージがしにくいこともあり，正答率が低くなったのではないかと考えられる。

【指導上の留意点】

まずは軌跡を図形的にイメージするため，ＡＰ＝2ＢＰを比の式で表す。ＡＰ：ＢＰ＝2：1であるから条件を満たす点Ｐを幾つかプロットし，軌跡のグラフのイメージをつかむことが重要である。

手順１　黒板上やgrapesなどのグラフ描画ソフトで，生徒にＡＰ＝2ＢＰを満たす点Ｐを幾つかプロットさせ，出来上がる図形をおおまかにイメージする。



点をプロットする様子を見せたり，生徒に紙面上や黒板上で実際に点をプロットさせたりすることで，数式が処理できるだけでなく体感的に図形をイメージできる授業展開が効果的である。特に，ＡＢを２：１に内分する点と外分する点が直径の両端になるので，円の中心は内分点と外分点の中点ということになる。H30年度の誤答例で多かった（4，0）や（12，0）はいずれも内分点と外分点であり，円の中心ではない。求める方程式のグラフ上の点である。

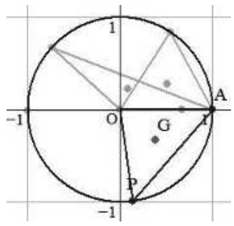
手順２　軌跡を求める点Ｐ（**これが軌跡の主役！**）を必ず（x，y）とおき，連動して動く動点（脇役）は別の文字でおくように癖をつける。その後，与えられた条件をxとyの関係式で表す。

軌跡を求めたい点以外にも動点が存在する問題がある。この場合も主役と脇役を明確に判別させたい。軌跡を求める問題の基本解法だが，適切に座標を置く指導を徹底させたい。

手順３　「逆に～」の議論では，最初にイメージした図形が条件を満たすか視覚的に確認する。

例題：A（1，0），原点Oを中心とする半径１の円C上を動く点Pに対して，３点O，A，Pが三角形を作るとき，その三角形の重心をGとする。点Gの軌跡を求めよ。

→　手順１で図形をイメージすると右の図のように点Gが円を描くことがわかる。また，△ＯＡＰができないような点Ｐの位置が存在することも，図形をイメージすることで視覚的に理解できる。



H28 年度やH30 年度の問題のように，求めた軌跡上の全ての点が条件を満たすときには「逆に，この○○上の任意の点は，与えられた条件を満たす」のように書けばよい。上の例題ではＰが（1，0）や（－1，0）にあると△ＯＡＰが作れないので，この２点を除く必要がある。手順１で図形をイメージした段階で，条件を満たさない点があるかどうか確認させたい。

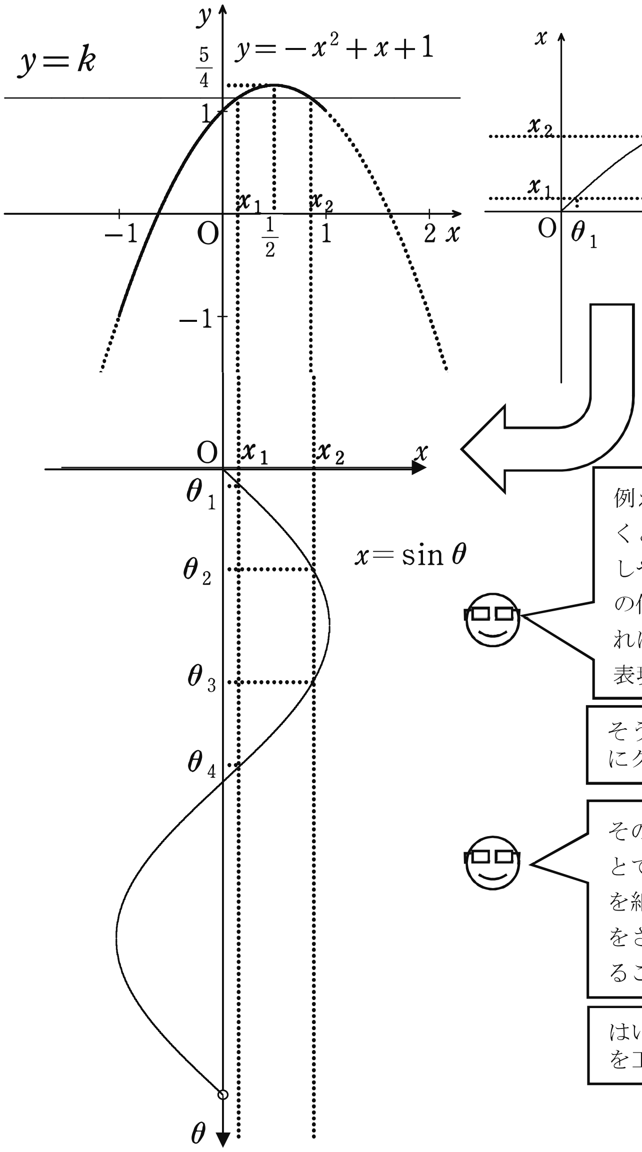
(2) グラフを有効利用した深い学びを目指したい

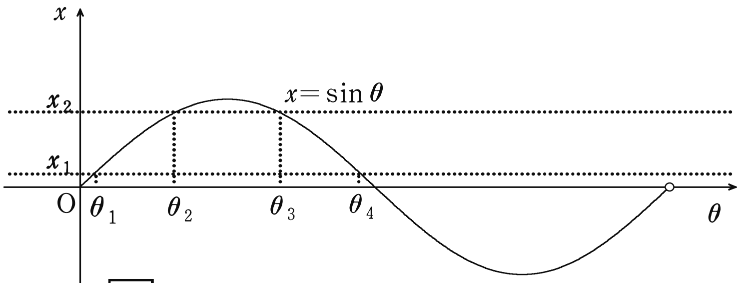
問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する%）
H30 ［３］ (3)	関数 $y=\cos^2\theta+\sin\theta$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ について，$\sin\theta=x$ として，次の各問いに答えよ。 (1)x のとりうる値の範囲は $\boxed{}$ である。$(-1\leqq x\leqq 1)$ (2)y をx の式で表すと $y=\boxed{}$ である。$(-x^2+x+1)$ (3)方程式 $\cos^2\theta+\sin\theta=k$ を満たす θ の値が４個存在するような k の値の範囲は $\boxed{}$ である。$(1<k<\frac{5}{4})$	(3)　7.9% (6.8%／0.0%)	$k<\frac{5}{4}$(4.0%)， $1\leqq k<\frac{5}{4}$(2.7%)

［３］(3)は方程式の解の個数を判断する問題である。これはグラフの共有点の個数を利用する問題で，正答率は7.9%と数学Ⅱの中で最も低い正答率であった。その中で最も多い誤答は$k<\frac{5}{4}$で$-x^2+x+1=k$を$x^2-x+k-1=0$と変形して判別式Dを利用した可能性がある。その次に多い誤答は$1\leqq k<\frac{5}{4}$で，これは$y=-x^2+x+1$ $(-1\leqq x\leqq 1)$ と $y=k$ のグラフの共有点の個数を考えるところまでは進めたが，異なる２つの共有点をもつようなkの値の範囲を求めたものと推測できる。これは$x=\sin\theta$ の対応について，いかなるときも１つの x に対して，２つの θ が対応すると考えたことによる間違いである。$x=1$ や $x=-1$ のときは１対１の対応をすることを見逃している。

【指導上の留意点】

x と θ の対応について場合分けをして事前にまとめるとミスは防ぎやすいが，なかなか視覚的なイメージにつながらない。そこで次ページのように $x=\sin\theta$ のグラフを x 軸を上下そろえて描くことで、視覚的イメージをもとにした深い学びをさせていきたい。２つのグラフの対応を考えながら $y=k$ のグラフを動かすことで，対応を正確に把握することができる。$x=1$ や $x=-1$ のときは１対１の対応をすることも考慮しながら，動的なイメージを元に$1<k<\frac{5}{4}$という正答を得ることができる。





こんなふうに縦に回転してグラフをかいてもいいんですか？

例えば２次関数の最大最小を求める問題でグラフをかくときは x 軸，y 軸は必ずしも必要ではないね。利用しやすいように，２次関数のグラフの向き，軸と範囲の位置関係が分かる簡易グラフをかくよね。必要であれば、判断しやすくするために縦横の比率を大げさに表現したグラフをかくこともあるんだよ。

そうか！視覚的に正しく判断しやすいようにグラフは工夫すればいいんですね！

そのとおり！左のように x 軸を上下にそろえてかくことで対応が理解しやすいよね。もちろん x と θ の対応を細かく記述できることも大切だけど，視覚的な対応をさせて複雑な問題を簡単に処理できるように工夫することも重要だよね！

はい！これからは問題解決のためにグラフを工夫して使えるようにがんばります！

この方法だと $0\leqq\theta<\frac{5}{2}\pi$ などの，$0\leqq\theta<2\pi$ 以外の場合にも対応できる。この方法は，次のような問題にも応用できる。

応用例題　方程式 $\cos^2\theta+\sin\theta=k$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ を満たす異なる θ の値が４個存在するとき，４つの解の値の合計を求めよ。

例えば上の応用例題のように４つの解の合計 $\theta_1+\theta_2+\theta_3+\theta_4$ を求める際も，$1<k<\frac{5}{4}$ で k の値が動いたとしても θ_1 と θ_4，θ_2 と θ_3 がそれぞれ $\theta=\frac{\pi}{2}$ に関して対称であることから，$\frac{\theta_1+\theta_4}{2}=\frac{\pi}{2}$，$\frac{\theta_2+\theta_3}{2}=\frac{\pi}{2}$ より $\theta_1+\theta_2+\theta_3+\theta_4=2\pi$ を得ることができる。