

# 令和 2 年 度

## 高等学校新入学生徒の学力に関する研究（数学）

本研究会では、愛知県高等学校数学研究会と共同で、参加を希望した県内の高等学校において、新入学生徒を対象にした学力調査及び在学学生徒を対象にした学力検査を毎年実施し、結果の集計・分析・考察を行っている。

この研究は以下の内容で、本年度分についてまとめたものである。

- (1) 調査の趣旨，調査の実施及び処理，調査結果の概要，分析結果の概要，調査問題の妥当性と信頼性（S-P表処理等による分析）
- (2) テスト[A]，テスト[B]の結果とその考察

### <検索用キーワード>

高等学校 中学校 学力調査 数学Ⅰ 数学Ⅱ 数学A 正答率 誤答分析

### 研 究 会 委 員

愛知県立明和高等学校教諭	伊藤和規
愛知県立日進西高等学校教諭	安部真太郎
愛知県立尾西高等学校教諭	濱谷隆文
愛知県立稲沢東高等学校教諭	今井達樹
愛知県立半田高等学校教諭	山下勝
愛知県立東浦高等学校教諭	金田卓也
愛知県立豊田東高等学校教諭	伊地知靖統
愛知県立知立東高等学校教諭	後藤誠
愛知県立時習館高等学校教諭	安藤卓巳
愛知県立国府高等学校教諭	宮崎拓也
愛知県総合教育センター研究指導主事	伊藤卓哉（主務者）

### 目 次

1	調査の趣旨	26
2	調査の実施及び処理	26
3	調査結果の概要	26
4	分析結果の概要	27
5	調査問題の妥当性と信頼性（S-P表処理等による分析）	28
6	テスト[A]の問題，結果及びその考察	30
7	テスト[B]の問題，結果及びその考察	37
付	令和元年度高等学校数学標準学力検査の問題および解答	49

## 1 調査の趣旨

愛知県総合教育センターでは、愛知県高等学校数学研究会と共同で、昭和30年度以来、高等学校入学者数学学力調査を実施してきた。調査結果を分析・考察し、指導上の留意点を明らかにして、中高連携の立場からそれぞれの数学教育に有用な資料を提供することが目的である。また、本調査を継続して実施することにより新入学生徒の学力傾向の推移をつかみ、指導の参考とすることができる。

## 2 調査の実施及び処理

### (1) 調査問題の構成

調査問題をテストA、テストBの2種類に分け、各々について次の立場で問題を作成した。調査時間はいずれも50分である。

テストA 中学校学習指導要領に示された内容を出題基準とし、高等学校で数学を学習するのに必要と思われる基礎的・基本的な事項により問題を構成した。

テストB 問題構成の立場はテストAと同様であるが、基礎的・基本的な事項の問題に、より高度な思考力、洞察力を要する問題を加えて構成した。

### (2) 調査の対象

県内の高等学校及び特別支援学校の高等部に今年度入学した生徒を対象として、調査を実施した。実施校（課程別資料提供校）の数はテストAが19校、テストBが30校であった。

### (3) 調査の実施時期及び資料の回収

学校ごとに3月下旬から6月中旬までの間に調査を実施し、集計用紙（全員の度数分布と各標本の解答をそのまま一覧表に転記したもの）を6月19日までに回収した。

### (4) 標本の抽出

テストAでは124名（抽出率6.8%）、テストBでは376名（抽出率5.2%）を抽出して、問題別の正答率・無答率を算出し、主な誤答について分析した（テスト全体の平均点及び標準偏差は全員を対象にして算出した）。

なお、テストA及びテストBにおける後出の「上位群」、「下位群」は、それぞれのテストの合計得点が「平均点＋標準偏差」、「平均点－標準偏差」を中央値とした各1割で形成される標本群である。

## 3 調査結果の概要

### (1) 人数・平均点・標準偏差（過去との比較）

表1

テスト 年度	テストA			テストB		
	平均	SD	人数	平均	SD	人数
H30	47.2	23.3	4,473	44.5	19.3	27,567
H31	50.2	23.7	5,207	49.5	22.0	23,988
<b>R2</b>	<b>47.0</b>	<b>24.2</b>	<b>1,816</b>	<b>58.0</b>	<b>21.4</b>	<b>7,173</b>

### (2) 頻数分布 (%)

表2

得点	90~100	80~89	70~79	60~69	50~59	40~49	30~39	20~29	10~19	0~9
テストA	3.0	8.6	7.7	14.6	10.9	16.6	10.8	13.7	7.4	6.7
テストB	7.5	10.0	14.5	16.0	17.9	14.6	8.9	6.2	3.1	1.2

## (3) 調査問題別平均点分布 (校)

表3

平均点	90 以上	85~ 90	80~ 85	75~ 80	70~ 75	65~ 70	60~ 65	55~ 60	50~ 55	45~ 50	40~ 45	35~ 40	30~ 35	25~ 30	20~ 25	20 未満	計
テストA				3		1	1		3	1	3	3	2	1	1		19
テストB	1			1	4	2	3	3	4	3	3	2	3	1			30

## 4 分析結果の概要

## (1) 二次方程式の解を求める問題に課題

二次方程式の解を求める問題を、テストA、テストBともに出題した(表4)。正答率は、テストA [1] (8)で43.5%、テストB [1] (5)で50.0%であった。テストA [1] (8)は、解の公式を使って解くことは分かっても、公式を正確に覚えられていないため、テストB [1] (5)は、正負の解が存在するのにもかかわらず、負の解の存在を忘れてしまったことで上記のような正答率になったと考えられる。

二次方程式の解法の手順の定着については、フローチャートを用いるなど、きちんと整理して指導する必要がある。

表4

問題	番号	問題の概要	正答率
テストA	[1] (8)	2次方程式 $2x^2 + 5x + 1 = 0$ を解きなさい。	43.5%
テストB	[1] (5)	2次方程式 $4x^2 = 9$ を解きなさい。	50.0%

## (2) 図形に関する問題に課題

図形に関する発展問題をテストA、テストBともに出題した(表5)。テストB [5] (1)の正答率は69.9%であったが、その他の問題の正答率は40%未満の正答率であり、各問題の(2)の正答率は10%前後となる。正答率10%前後の問題に共通して、問題にある図を見ることで何が問われているかは明確であっても、解き方が分からないことが予想される。例えば、テストA [6] (2)では、円錐の展開図を考える必要があり、テストB [6] (2)では、回転体をイメージし不要部分を除くという発想が必要である。具体的にイメージできるように、模型を示す、ICTを活用するなどの方策が必要である。

表5

テストA	問題の概要	正答率	テストB	問題の概要	正答率
[5] (1)	図形の線分の長さを求める	24.2%	[5] (1)	図中の線分の長さの比を求める	69.9%
[5] (2)	図形内の三角形の面積を求める	7.3%	[5] (2)	図中の三角形と四角形の面積の比を求める	12.5%
[6] (1)	円錐の体積を求める	27.4%	[6] (1)	台形を1回転させてできる立体の体積を求める(1)	38.0%
[6] (2)	円錐の表面積を求める	6.5%	[6] (2)	台形を1回転させてできる立体の体積を求める(2)	12.0%

## (3) 教材の提示方法について

図形に関する問題として、テストB [5] (1)で相似な図形の辺の比を求める問題を出題した。昨年度も同じ問題を出題したが、昨年度は対角線が最初から引かれていたのに対して、今年度は(2)で対角線を引かせるようにした。昨年度と正答率を比較したところ、30ポイント以上高くなった(p45に詳細の分析有り)。最初から多くの情報を与えると、必要な情報とそうでないものの判別が難しい生徒もおり、教材の提示方法に関してはよく検討する必要がある。

## 5 調査問題の妥当性と信頼性（S－P表処理等による分析）

令和2年度高等学校入学者数学学力調査[A]、[B]について、S－P表処理等を基にして差異係数、信頼性係数、内容別平均正答率、正答率帯別問題数、正答率、注意係数、UL指数、問題間の相関等を考察したところ、次のような結果を得た。なお、データは、テスト[A]については参加19校から124名、テスト[B]については30校から376名を抽出して作成した。

### [1] 問題全体について

表6

#### (1) 差異係数

差異係数とは、S、P両曲線のずれの程度を数量化したもので、生徒の理解と一連の学習内容がうまくみ合っているかを見るものである。差異係数は0から1までの値を

		(1) 差異係数		
テスト	年度	H30	H31	R2
テスト	[A]	0.341	0.221	0.309
テスト	[B]	0.281	0.286	0.296

とり、0.5より小さい値のとき生徒の理解と指導の密着性が高いとされている。簡単な確認テストのようなドリル演習型のテストではS曲線とP曲線の乖離は小さく、差異係数は小さくなる。実力テストのような多面にわたる総合的な問題ではS曲線とP曲線は大きく乖離して、差異係数は大きくなる。差異係数が0.5を超えたとき、指導内容に問題がなかったか、出題に問題がなかったか、学習者の理解やモチベーションは高かったかなどを検討する必要がある。今回のテストでは表6のように差異係数は0.3前後であり、出題にとりわけ大きな問題はないと考えられる。

#### (2) 信頼性係数（ケダー・リチャードソンの公式20による）

表7

信頼性係数とは、作成されたテスト問題が内容的に妥当で信頼できるものなのかを算出するものである。ここで言う信頼性とは、同一条件下で再度試験を実施しても同じ結果が出ると思われる安定性のことで、0から1までの値を

		(2) 信頼性係数		
テスト	年度	H30	H31	R2
テスト	[A]	0.870	0.914	0.893
テスト	[B]	0.831	0.867	0.840

とり、1に近いほど信頼性が高いとされている。今回のテストでは表7のように信頼性係数は0.85前後であり、信頼できる良好な問題であったことが分かる。

#### (3) 内容別平均正答率（ ）内の数字は問題数

表8

テスト 内容	年度	テスト[A]			テスト[B]		
		H30	H31	R2	H30	H31	R2
① 数と式		60.3% (10)	64.9% (10)	63.7% (9)	55.9% (7)	68.8% (7)	61.5% (7)
② 図形		36.7% (6)	33.8% (6)	34.4% (6)	24.8% (6)	40.0% (6)	51.7% (6)
③ 関数		34.6% (6)	32.1% (6)	35.2% (6)	39.5% (5)	46.5% (5)	48.0% (5)
④ 資料の活用		55.1% (3)	61.8% (3)	52.0% (4)	65.5% (4)	59.1% (4)	78.2% (4)

#### (4) 正答率帯別問題数

表9

テスト 正答率	年度	テスト[A]			テスト[B]		
		H30	H31	R2	H30	H31	R2
0.851以上		0	0	0	1	1	2
0.667～0.850		7	8	6	6	5	9
0.333～0.666		12	10	12	8	11	7
0.150～0.332		3	6	4	2	3	2
0.149以下		3	1	3	5	2	2

#### (5) 全体の正答率との相関別問題数

表10

テスト 相関	年度	テスト[A]			テスト[B]		
		H30	H31	R2	H30	H31	R2
0.70以上		0	1	0	0	0	0
0.60～0.69		4	12	7	0	4	1
0.50～0.59		7	5	10	6	4	9
0.40～0.49		9	5	2	11	10	9
0.30～0.39		2	2	6	2	3	2
0.29以下		1	0	0	0	1	1

## [2] 検討を要する問題群

テストA, テストBの全ての問題について, ②注意係数, ③UL指数, ④相関係数を算出した。表11は, 三つの指標のうち一つでも基準値を満たさない問題を抽出し, 基準を満たさない指標に注意マーク“×”を付け, ①正答率が基準を満たす“I群”と, ①正答率が基準を満たさない“II群”とに分け整理した表である。

②から④までの指標については, 上位群と下位群の正答率の差が小さいときに基準値から外れる傾向にあり, 正答率が非常に高い問題(正答率75%以上)と正答率が基準を満たさない(II群)問題のときに起こりやすく, これらの問題については, 難易度に関して検討する必要がある。それ以外の問題で, ②から④までの指標について検討を要する問題は2問あり, 表11に※印で示した。

テストAの[1](9)は, 選択形式の問題であったので, たまたま正解してしまう者がいて上位群と下位群の差が小さくなったことが原因である。テストBの[1](1)は, 文字を含む分数の計算問題であるが, 上位群であっても計算ミスをする者がおり, 上位群と下位群の差が小さくなったことが原因である。

(×印は該当項目について検討を要する数値であることを示す)

表 11

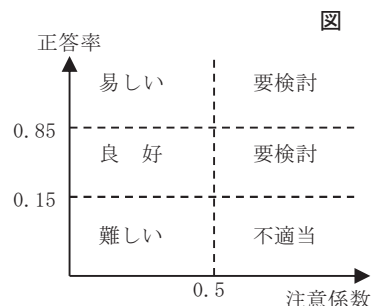
問 題	指 標 基準値	①正 答 率	②注意係数	③UL指数	④相関係数	
		>0.333	<0.500	>0.400	>0.400	
I	テストA	[1](1)	0.790	0.505×	0.358×	0.351×
		[1](9)※	0.556	0.560×	0.418	0.371×
		[1](14)	0.815	0.511×	0.358×	0.333×
		[2](1)	0.766	0.490	0.329×	0.376×
	テストB	[1](1)※	0.689	0.544×	0.392×	0.366×
		[1](9)	0.822	0.445	0.353×	0.402
		[1](10)	0.957	0.623×	0.078×	0.183×
		[2](1)	0.840	0.503×	0.284×	0.350×
II	テストA	[3](1)	0.331×	0.155	0.777	0.673
		[3](2)	0.298×	0.103	0.836	0.698
		[4](2)	0.145×	0.345	0.358×	0.407
		[5](1)	0.242×	0.298	0.508	0.512
		[5](2)	0.073×	0.183	0.209×	0.396×
		[6](1)	0.274×	0.175	0.657	0.628
	テストB	[6](2)	0.065×	0.250	0.209×	0.347×
		[3](2)	0.287×	0.204	0.676	0.577
		[4](2)	0.194×	0.190	0.520	0.526
		[5](2)	0.125×	0.171	0.382×	0.472
		[6](2)	0.120×	0.212	0.353×	0.443

(各項目の説明)

①正 答 率: 各問題の正答率を示す。

$$\frac{\text{正答者数}}{\text{受検者数}}$$

②注意係数: S-P表において, ある問題の正誤の状況と全ての問題の正誤の状況を比較して, その関係性を数値化したものである。0.5より小さい方が適切な問題であるとされている。右図に示すように正答率と併せて検討するとよい。



③UL指数: 
$$\frac{(\text{上位27\%の正答者数}) - (\text{下位27\%の正答者数})}{(\text{生徒27\%の人数})}$$

UL指数は上式で算出する。「上位27%の正答者数が多く, 下位27%の正答者数が少ない」場合, UL指数は大きくなるが, 「上位27%の正答者数が少なく, 下位27%の正答者数が多い」場合, UL指数は小さくなる。UL指数が0.4より大きい方が適切な問題であるとされている。

④相関係数: 生徒の得点合計とその問題の正解との相関を示す。基準値を0.4として大きい方が適切な問題であるとされている。



# 令和2年度高等学校入学者数学学力テスト

A

答えは別紙の解答欄に記入しなさい。  
実施時期によっては、問題用紙も回収します。

科	組	番	氏
受検番号		番	名

[1] 次の問いに答えなさい。

- (1)  $(2-4) \times (-3) - 12 \div 6$  を計算しなさい。
- (2)  $-0.2 \div (-0.5)$  を計算しなさい。
- (3)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$  の分母を有理化しなさい。
- (4)  $3(x^2-1) - 2(-x^2+x-2)$  を計算しなさい。
- (5) 一次方程式  $4x+6=5(x+3)$  を解きなさい。
- (6) 比例式  $3:x=5:7$  を解きなさい。
- (7)  $ax+ay$  を因数分解しなさい。
- (8) 二次方程式  $2x^2+5x+1=0$  を解きなさい。
- (9) ある動物園の入園料は、おとな1人が  $x$  円、子ども1人が  $y$  円である。おとな4人と子ども3人の入園料の合計が2500円以下であった。この数量の関係を表す不等式として正しいものを、次のア～エの中から1つ選び、かな符号で答えなさい。  
ア  $4x+3y > 2500$     イ  $4x+3y \geq 2500$   
ウ  $4x+3y < 2500$     エ  $4x+3y \leq 2500$

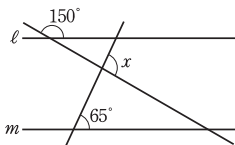
- (10) 標本調査をするのが適切であるものを、次のア～エの中からすべて選び、かな符号で答えなさい。  
ア 学校でおこなう視力検査  
イ あるプールの水質検査  
ウ 缶ジュースの中身の品質検査  
エ 航空機に乗る前の手荷物検査

- (11) 関数  $y=3x+2$  のグラフについて述べた文として正しいものを、次のア～オの中から3つ選び、かな符号で答えなさい。  
ア 傾きは2である。  
イ 切片は2である。  
ウ 右下がりの直線である。  
エ 原点を通らない。  
オ 点  $(-1, -1)$  を通る。

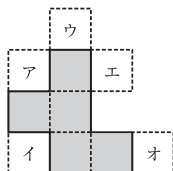
- (12)  $y$  は  $x$  の2乗に比例し、対応する  $x$  と  $y$  の値が下の表のようになる。□にあてはまる値を求めなさい。

$x$	...	-2	...	1	...	3	...
$y$	...	12	...	3	...	□	...

- (13) 右の図で  $\ell \parallel m$  のとき、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。



- (14) 右の図で、色をつけた部分は、立方体の展開図の一部である。残りの1つの面を、図のア～オのどの位置につければ、立方体の展開図になるか、正しいものを1つ選び、かな符号で答えなさい。



[2] 次の問いに答えなさい。

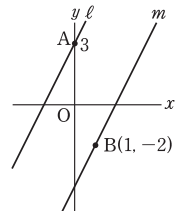
- (1) 2枚の硬貨を同時に投げるとき、1枚は表で1枚は裏となる確率を求めなさい。
- (2) ある中学校の生徒7人について、先月読んだ本の冊数を調べたところ、下のような結果になった。  

9, 1, 9, 5, 1, 2, 1
---------------------

  
ア この7人が読んだ本の冊数の最頻値を求めなさい。  
イ この7人が読んだ本の冊数の中央値を求めなさい。

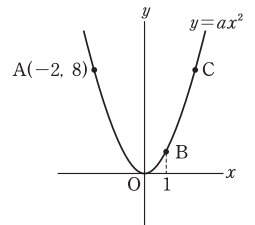
[3] 図のように、傾きが2である2つの直線  $\ell$ ,  $m$  がある。次の問いに答えなさい。

- (1) 直線  $\ell$  が点  $A(0, 3)$  を通るとき、この直線の式を求めなさい。
- (2) 直線  $m$  が点  $B(1, -2)$  を通るとき、この直線の式を求めなさい。



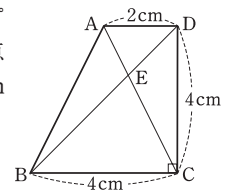
[4] 図のように、関数  $y=ax^2$  のグラフ上に3点  $A, B, C$  がある。Aの座標は  $(-2, 8)$ , Bの  $x$  座標は1, Cの  $y$  座標はAの  $y$  座標と等しい。次の問いに答えなさい。

- (1)  $a$  の値を求めなさい。
- (2)  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。



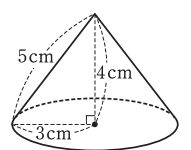
[5] 図のように、 $AD \parallel BC$ ,  $\angle BCD = 90^\circ$  の台形  $ABCD$  があり、 $AC$  と  $BD$  の交点を  $E$  とする。 $AD=2\text{cm}$ ,  $BC=CD=4\text{cm}$  のとき、次の問いに答えなさい。

- (1)  $AC$  の長さを求めなさい。
- (2)  $\triangle BCE$  の面積を求めなさい。



[6] 図のように、底面の半径が3cm、高さが4cm、母線の長さが5cmの円錐がある。次の問いに答えなさい。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

- (1) この円錐の体積を求めなさい。
- (2) この円錐の表面積を求めなさい。



## 令和2年度 テストA

番号	配点	正答	上位群 正答率	上位群 無答率	下位群 正答率	下位群 無答率	誤答率	主な誤答例 (標本全体に対する%)	
[1] (1)	4	4	79.0	100	69.2	0.0	0.0 0.0	21.0	-8(8.0), -4(3.2), 10(2.4)
(2)	4	0.4	56.5	61.5	30.8	1.6	0.0 7.7	41.9	2.5(8.0), 0.04(8.0), - $\frac{2}{5}$ (2.4), 0.004(2.4)
(3)	4	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	75.0	100	30.8	6.5	0.0 15.4	18.5	$\frac{3}{2}$ (3.2), $\sqrt{6}$ (2.4), $\sqrt{3}$ (2.4)
(4)	4	$5x^2 - 2x + 1$	55.6	76.9	30.8	6.5	0.0 7.7	37.9	$5x^2 - 2x - 1$ (5.6), $x^2 - 2x + 1$ (4.8), $5x^2 + 2x - 7$ (2.4)
(5)	4	$x = -9$	64.5	100	15.4	8.9	0.0 30.8	26.6	3(8.9), 9(6.5), 1(2.4)
(6)	4	$x = \frac{21}{5}$	72.6	92.3	38.5	8.9	0.0 38.5	18.5	4(4.0), $\frac{5}{21}$ (3.2), 42(1.6), 2(1.6)
(7)	4	$a(x+y)$	71.0	100	23.1	11.3	0.0 30.8	17.7	$a^2xy$ (4.0), $(a+x)(a+y)$ (4.0), $a^2(x+y)$ (1.6)
(8)	4	$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4}$	43.5	53.8	0.0	28.2	7.7 92.3	28.3	$\frac{-5 \pm 3\sqrt{2}}{2}$ (1.6), 6(1.6)
(9)	4	エ	55.6	61.5	46.2	0.0	0.0 0.0	44.4	ウ(18.5), イ(13.7), ア(9.7)
(10)	4	イ, ウ	44.4	69.2	30.8	0.0	0.0 0.0	55.6	ア, エ(16.9), ウ(8.9), ア(7.3), イ(5.6)
(11)	4	イ, エ, オ	43.5	69.2	15.4	0.0	0.0 0.0	56.5	イ, ウ, オ(9.7), イ, ウ, エ(8.9), ア, エ, オ(7.3)
(12)	4	27	38.7	76.9	15.4	4.8	0.0 7.7	56.5	9(12.1), 1(7.3), -6(6.5), -1(3.2)
(13)	4	$\angle x = 95^\circ$	59.7	92.3	38.5	0.8	0.0 0.0	39.5	$85^\circ$ (14.5), $65^\circ$ (4.0), $115^\circ$ (3.2), $90^\circ$ (3.2)
(14)	4	ウ	81.5	92.3	69.2	1.6	0.0 0.0	16.9	エ(8.9), イ(2.4), ア(1.6), オ(1.6)
[2] (1)	4	$\frac{1}{2}$	76.6	92.3	61.5	0.8	0.0 0.0	22.6	$\frac{1}{3}$ (8.9), $\frac{1}{4}$ (4.8)
(2) (ア)	4	1冊	42.7	84.6	30.8	1.6	0.0 0.0	55.7	9(34.7), 4(7.3), 5(2.4), 8(2.4)
(2) (イ)	4	2冊	44.4	76.9	15.4	2.4	0.0 7.7	53.2	5(24.2), 4(11.3), 3.5(4.0), 14(3.2)
[3] (1)	4	$y = 2x + 3$	33.1	69.2	0.0	25.0	7.7 46.2	41.9	$y = x + 3$ (6.5), $y = 3$ (6.5), $y = 3x$ (6.5)
(2)	4	$y = 2x - 4$	29.8	84.6	0.0	30.6	7.7 61.5	39.6	$y = x - 2$ (5.6), $y = -2x$ (3.2), $y = -2x + 1$ (2.4), $y = 2x - 2$ (2.4)
[4] (1)	4	$a = 2$	51.6	84.6	15.4	21.8	0.0 61.5	26.6	4(4.8), -2(4.0), -4(3.2), 1(3.2)
(2)	4	12	14.5	30.8	0.0	36.3	0.0 84.6	49.2	14(20.2), 16(6.5), 6(4.0), 28(3.2)
[5] (1)	4	$2\sqrt{5}$ cm	24.2	61.5	7.7	11.3	7.7 30.8	64.5	5(16.9), 6(13.7), 4(7.3), $2\sqrt{3}$ (6.5)
(2)	4	$\frac{16}{3}$ cm <sup>2</sup>	7.3	0.0	0.0	29.8	30.8 61.5	62.9	6(16.9), 12(8.1), 8(6.5), 5(5.6)
[6] (1)	4	$12\pi$ cm <sup>3</sup>	27.4	46.2	7.7	19.4	7.7 38.5	53.2	$36\pi$ (4.8), $60\pi$ (4.8), $20\pi$ (4.0), $12\pi$ (3.2)
(2)	4	$24\pi$ cm <sup>2</sup>	6.5	15.4	0.0	32.3	38.5 53.8	61.2	$30\pi$ (4.0), $12\pi$ (4.0), $30\pi$ (3.2), $34\pi$ (3.2)

(1) 小数を分数に直して計算ができるようにさせたい

問題番号	問題 (正答)	正答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H29 [1] (2)	$-3 \times \frac{8}{9} \div \frac{2}{3}$ を計算しなさい。 (-4)	87.4% (96.8%/80.6%)	4 (2.3%) , -12 (1.3%)
R 2 [1] (2)	$-0.2 \div (-0.5)$ を計算しなさい。 (0.4)	56.5% (61.5%/30.8%)	2.5 (8.0%) , 0.04 (8.0%)

小数の計算問題はR 2年度で新出の問題である。H29年度には分数の計算問題を出題しているが、R 2年度の正答率に比べてH29年度の正答率は30ポイント以上高い。R 2年度の誤答2.5は、割られる数と割る数が逆になって $-0.5 \div (-0.2)$ を計算してしまったものであると考えられる。また、R 2年度の誤答0.04は、小数どうしの割り算の中で小数点を打つ場所を間違えてしまったものであると考えられる。分数計算に比べて小数の計算を苦手としている生徒が多いと考えられる。

【今後の指導に向けて】

小数の計算は小学校で定着を図っているが、なかなか定着できない生徒が多い。まずは、小数の四則演算について小テストを繰り返し実施するなど、反復的な指導をすることで基本の計算を定着させたい。また、小数の計算よりも分数計算の正答率が高いことから、小数を分数に直してから計算することで正答率は上がると考えられる。そのためには、与えられた小数を確実に分数に直せるようになることが重要である。

(2) 2次方程式の解の公式を確実に定着させたい

問題番号	問題 (正答)	正答率 無答率	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H24 [1] (4)	2次方程式 $x^2 - 6x + 5 = 0$ を解きなさい。 ( $x=1, 5$ )	60.8% 11.2%	$x=2, 3$ (4.7%) , $x=-1, -5$ (3.9%)
H31 [1] (7)	2次方程式 $x^2 + 3x + 1 = 0$ を解きなさい。 $(x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2})$	58.5% 23.8%	$x=3$ (1.2%) , $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$ (1.2%)
R 2 [1] (8)	2次方程式 $2x^2 + 5x + 1 = 0$ を解きなさい。 $(x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4})$	43.5% 28.2%	$x = \frac{-5 \pm 3\sqrt{2}}{2}$ (1.6%) , $x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$ (1.6%)

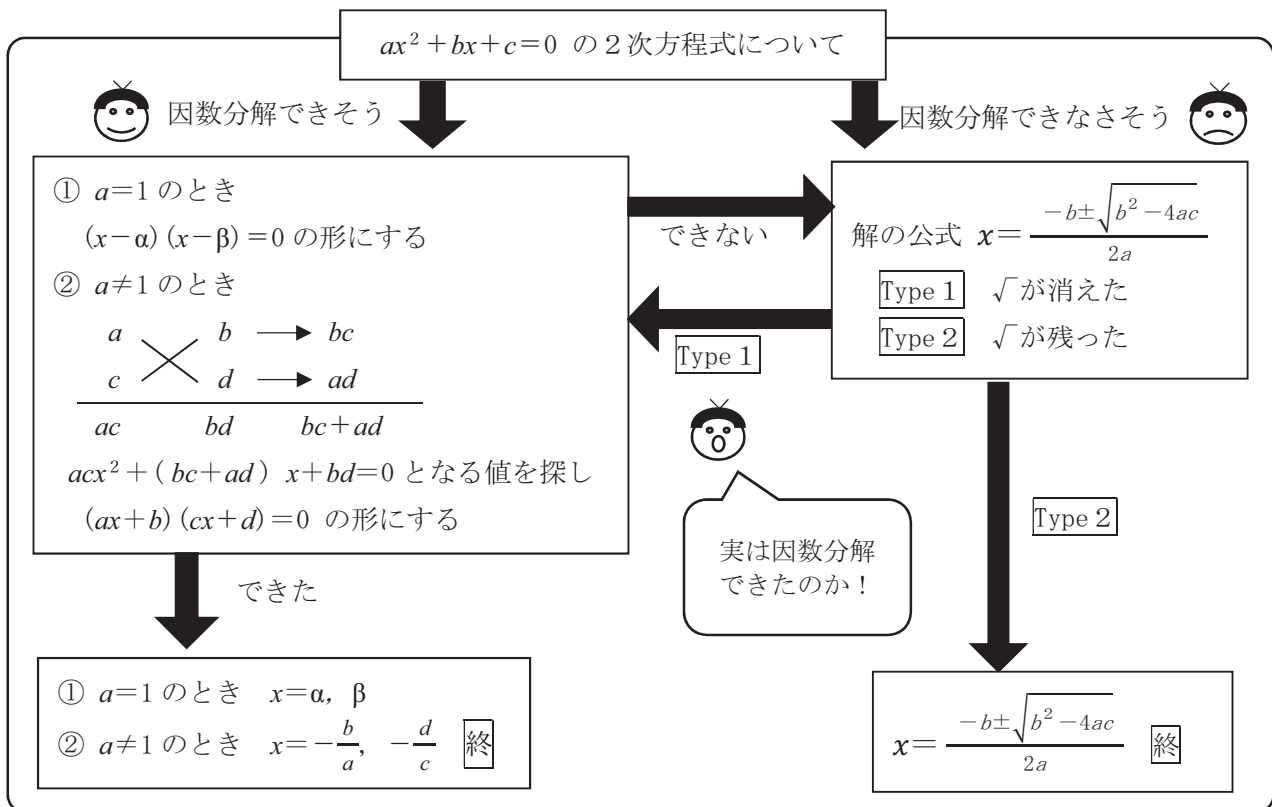
H24年度の問題は因数分解ができる2次方程式であり、H31年度とR 2年度の問題は因数分解ができない2次方程式である。H24年度とH31年度では無答率が12ポイント以上上がっている。これは、因数分解ができない場合に解の公式を使うことが分かっていない生徒や、解の公式を覚えていない生徒が多いということが考えられる。また、H31年度とR 2年度では正答率が15ポイント下がっている。これはR 2年度の問題における2次方程式の $x^2$ の係数が1でないことが影響していると考えられる。誤答例も多種多様であり、解の公式を確実に覚えていないことが正答率低下の原因と考えられる。

【今後の指導に向けて】

解の公式を用いるとどのような2次方程式も解くことができるが、因数分解ができる問題では解の公式は利用しないことが多い。因数分解ができる2次方程式の場合でも解の公式を用いた解法を紹介し、

解の公式を利用する練習をするとよい。その際、解の公式  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  における  $a, b, c$  が何であるかを丁寧に確認する必要がある。これは、判別式を使って解の個数を求める問題を解く際にも重要となる。





上記の Type 1 の 2 次方程式では、因数分解できないと思っていたが実際には因数分解ができるということも確認をさせると、因数分解の練習にもつながったり、検算に使ったりすることもできる。授業等、時間がある場面ではこの作業も行っていきたい。また、 $a \neq 1$  の場合、たすきがけによる因数分解が苦手な生徒に対しては、まずは解の公式を利用させる方針で 2 次方程式に慣れさせてもよいと思われる。

(3) 数式から読み取る力、文章から数式を表現する力を身につけさせたい

問題番号	問題 (正答)	正答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
R 2 [1] (11)	関数 $y=3x+2$ のグラフについて述べた文として正しいものを、次のア～オの中から 3 つ選び、かな符号で答えなさい。 ア 傾きは 2 である。 イ 切片は 2 である。 ウ 右下がりの直線である。 エ 原点を通らない。 オ 点 $(-1, -1)$ を通る。 (イ, エ, オ)	43.5% (69.2%/15.4%)	イ, ウ, オ (9.7%), イ, ウ, エ (8.9%), ア, エ, オ (7.3%)
R 2 [3] (1)	図のように、傾きが 2 である 2 つの直線 $l, m$ がある。次の問いに答えなさい。 (1) 直線 $l$ が点 A $(0, 3)$ を通るとき、この直線の式を求めなさい。 ( $y=2x+3$ )	33.1% (69.2%/0%)	$y=x+3$ (6.5%), $y=3$ (6.5%), $y=3x$ (6.5%)

[1](11) の正答率を見ると、上位群と下位群の正答率の差が 54 ポイント程度開いている。この問題では、一つの数式から全てのことを読み取る力がないと正答することが難しい。誤答例を見ても、一つだけ間違えている生徒が多いことが分かる。

また、[3](1) の正答率を見ても、下位群の正答率が 0% となっている。誤答例も様々で、傾きが数式のどこに対応しているかを理解していない生徒が多いのではないかと考えられる。

上記の2問に限らず、「文章 ↔ 数式（立式） ↔ 図（グラフ）」の関係を正確に理解し、表現できる生徒が少ない。また、「文章→数式」はできるが、「数式→文章」ができなかったり、その逆の場合もある。文章を読み取る力や数式の意味を考える力が不足しているため、誤答につながっている可能性が考えられる。

### 【今後の指導に向けて】

生徒は日々の授業で問題のつながりを深く考えず、一つ一つの単独のものとして問題を捉えている可能性がある。高校の問題では、多くが逆を辿る問題の流れになっている。例えば、展開を扱ってから因数分解を扱ったり、2次関数のグラフの頂点を求めさせる問題の後、頂点から2次関数の方程式を求める問題を扱ったりである。解法を教えるのではなく、扱う例や問題の順番を吟味し、生徒に気づかせるような指導をしていきたい。

#### 指導例

(例1) 1次関数  $y=3x+4$  ……①について、次の問いに答えよ。

- (1) ①の傾きと切片を求めよ。
- (2) ①のグラフは右上がりか右下がりか。
- (3) ①は点 (1, 5) を通るか。
- (4) ①のグラフ上で  $x$  座標が  $-2$  のときの  $y$  座標を求めよ。

(例2) 関数  $y=-x+3$  のグラフについて、述べた文として正しいものを、次のア～オの中から3つ選び、かな符号で答えなさい。

- ア 傾きは3である。      イ 切片は3である。      ウ 右下がりの直線である。  
エ 原点を通らない。      オ 点  $(-1, 3)$  を通る。

(例3) 次の1次関数を求めよ。

- (1) 傾きが  $-2$ 、切片が  $-1$  である。
- (2) 傾きが  $2$ 、点  $(1, -2)$  を通る。

指導例では、(例3) でしっかり解答できるように、順番を考えて問題を組み立てた。

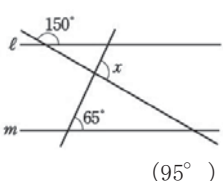
- (例1) ①数式のどの部分が「傾き」と「切片」に対応するのか。  
②数式のどの部分でグラフが右上がりか右下がりになるのか。  
③グラフの通る点は、数式に代入することで判断できる。  
を順番に説明する。

- (例2) (例1) で学習したことを確認する。正解はイ、ウ、エだが、正解の確認だけでなく以下のことも確認しておきたい。
- |                                  |                |
|----------------------------------|----------------|
| ①傾きはどうか。                         | → $-1$         |
| ②なぜ右下がりなのか。                      | → $x$ の係数が負だから |
| ③ $x$ 座標が $-1$ のとき、 $y$ 座標はいくつか。 | → $4$          |

(例3) 数式を作成する問題である。(例1) や (例2) の逆であるが、「数式 ↔ 傾きや切片」「数式 ↔ グラフ」の対応を(例1) や (例2) で理解することができれば、正解にたどり着くことができるのではないかと考える。

このように、教科書の応用問題でも、前の問題のヒントと解答が逆になっている問題も多い。前の問題と何が違うのか、どう変わっているのか気づき、前の問題を活かした指導をしていくことが大切だと考えられる。

(4) 判断できる情報を書き込ませ考えさせたい

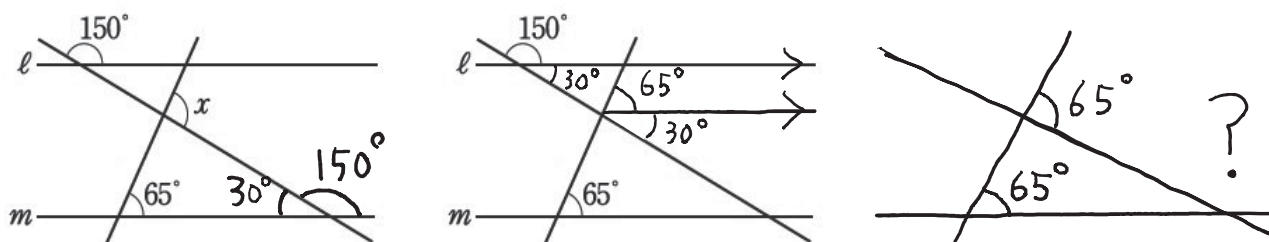
問題番号	問題 (正答)	正答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
R 2 [1] (13)	右の図で $l \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい 	59.7% (92.3%/38.5%)	85° (14.5%), 65° (4.0%), 115° (3.2%), 90° (3.2%)

R 2 [1] (13)は平行線における錯角や同位角の利用がポイントとなる問題であった。その上で解き方としては $l$ と $m$ に挟まれた中にある2つの三角形のどちらかを利用し、 $\angle x$ を三角形の外角と見立てるか、 $\angle x$ を作る2直線の交点を通り $l$ 、 $m$ と平行な補助線を引くのが一般的である。

誤答の中で最も多い85°は図中の数字150°から65°を単純に引いたものであると予想できる。恐らく足して215°、引いて85°という結果から図に合いそうな85°を選んだと思われる。また続いて多い誤答65°については、図に当てはめてみればもう1つの65°と $\angle x$ が等しいという明らかに妥当性に欠く状態になるが、それを判断できていない。図形的な性質を考えずにとりあえず数字だけを拾って安直に足したり引いたりして、答えを書く生徒がいることが分かる。

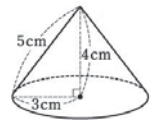
【今後の指導に向けて】

補助線を引くことや三角形の外角を利用することの指導の前に、まずは図中にわかる情報を書き込ませたい。この問題でいえば同位角や錯角の情報が多く書き込める。



さらには出てきた答えの妥当性を考えさせたい。問題によっては表記とは完全には一致しない角で描かれる場合もあるが、平行線などは設定どおりに正確に書かれる。そこで同位角が等しいのに平行でない図などを描いてその違和感は意識させておきたい。

(5) 具体的に展開図をイメージし、扇形の面積に注目させたい

問題番号	問題 (正答)	正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
R 2 [6] (1)	図のように、底面の半径が3cm、高さが4cm、母線の長さが5cmの円錐がある。次の問いに答えなさい。ただし円周率は $\pi$ とする。 (1)この円錐の体積を求めなさい (12 $\pi$ ) 	27.4% (46.2%/7.7%)	19.4% (7.7%/38.5%)	36 $\pi$ (4.8%), 60 (4.8%), 20 (4.0%), 12 (3.2%)
R 2 [6] (2)	(2)この円錐の表面積を求めなさい。 (24 $\pi$ )	6.5% (15.4%/0.0%)	32.3% (38.5%/53.8%)	30 $\pi$ (4.0%), 12 $\pi$ (4.0%), 30 (3.2%), 34 (3.2%)

R2 [6] では同じ円錐に対して(1)では体積を(2)では表面積を求める問題であった。(2)は(1)と比較して正答率は 20.9 ポイント低く、無答率は 12.9 ポイント高い。(1)では見た目のまま底面積や高さに着目して体積の公式を利用していくのに対し、(2)は円錐の表面積を求めるために展開図を考えるのがポイントとなる問題であった。底面積は  $\pi r^2 = 9\pi$  と求めやすいため、扇形の側面積がしっかりと求められるかがカギとなる。

【今後の指導に向けて】

生徒は空間図形を頭の中で考えるのが苦手である。イメージできるように実際に工作させるとよい。図のように、接する大小2つの円の厚紙とハサミを用意する。



先生 「見本の展開図のように大きい円のほうに切れ込みを入れて円錐を完成させましょう。」

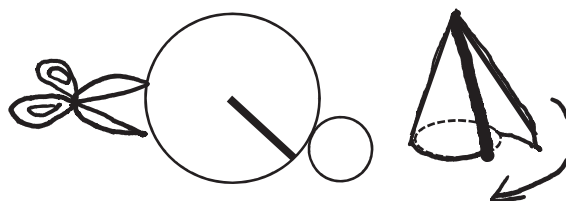
生徒A～D 「…… (作業中)」

生徒A 「あれ？側面をのりしろで合わせたけど底面のほうが小さくなっちゃった。」

生徒B 「あれ？僕は底面のほうが大きくなっちゃった。」

生徒C 「よく分からないけど、偶然うまくはまった！」

生徒D 「私はまずこんな感じで切れ込みを入れて、くるくる丸めて底面にぴったりなるように、印をつけたからきれいに作れたわ！」



生徒A～C 「すごい！そうすればぴったりになるね！」

先生 「そうだね。扇形の弧の長さで底面の円周が一致することがポイントだね。」

生徒A 「そんな単純なことだったのか！」

先生 「この単純なことに扇形の側面積を求めるうえで大事なヒントが隠されているんだよ。大きい円の半径を  $R$ 、小さい円の半径を  $r$  として考えてみよう。」

生徒C 「でも先生、扇形の面積は  $\pi \times R^2 \times (\text{中心角} \div 360^\circ)$  だから分度器で中心角を測らないといけないんじゃないですか？」

先生 「いや分度器がなくても計算できるよ。さっきのぴったり底面と重なることを式にするとどうなるかな？ヒントは『(扇形の弧の長さ) = (底面の円周の長さ)』だね。」

この後は生徒とともに立式の過程を確認しつつ、中心角がわからなくても扇形の面積は  $\pi Rr$  と計算できることを実感させたい。

この例のように、具体的に手を使いながらの活動を通じて考えることで正解にたどり着くこともできる。すべてを公式として覚える必要はなく、内容によっては生徒が過程を考えながら立式できるのが望ましい。結果として覚えてしまった場合も、この問題に関しては扇形の面積公式の理解にも役立つ。注意して指導するとよい。

# 令和2年度高等学校入学者数学学力テスト

**B**

答えは別紙の解答欄に記入しなさい。  
実施時期によっては、問題用紙も回収します。

科	組	番	氏
受検番号		番	名

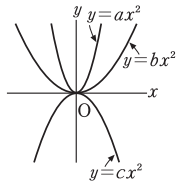
[1] 次の問いに答えなさい。

- (1)  $(-2xy)^2 \times 3xy \div \frac{1}{2}x^3y$  を計算しなさい。
- (2) 方程式  $x+2y=2x+y+2=3x-3y+10$  を解きなさい。
- (3)  $a^2(x+1)-b^2(x+1)$  を因数分解しなさい。
- (4)  $\frac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}+2\sqrt{3}$  を簡単にしなさい。
- (5) 二次方程式  $4x^2=9$  を解きなさい。
- (6) 次のア～エのうち、正しい内容を表しているものをすべて選び、かな符号で答えなさい。  
ア 4の平方根は2である。  
イ  $\sqrt{(-5)^2}$  は5に等しい。  
ウ  $\sqrt{3}$  を2倍したものは  $\sqrt{6}$  である。  
エ  $\sqrt{7}$  は3より小さい。

(7) 定価  $x$  円の商品3つと定価  $y$  円の商品2つを、すべて定価の1割引きの価格で購入したとき、支払った代金の合計は900円であった。この数量の関係を正しく表しているものを、次のア～エの中から1つ選び、かな符号で答えなさい。

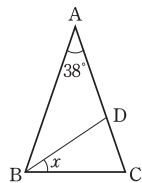
- ア  $\frac{1}{10}(3x+2y)=900$     イ  $\frac{1}{100}(3x+2y)=900$   
ウ  $\frac{9}{10}(3x+2y)=900$     エ  $\frac{99}{100}(3x+2y)=900$

(8) 右の図は、それぞれ関数  $y=ax^2$ ,  $y=bx^2$ ,  $y=cx^2$  のグラフである。 $a$ ,  $b$ ,  $c$  の値の大小関係を正しく表しているものを、次のア～カの中から1つ選び、かな符号で答えなさい。

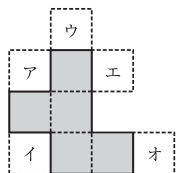


- ア  $a < b < c$     イ  $a < c < b$   
ウ  $b < a < c$     エ  $b < c < a$   
オ  $c < a < b$     カ  $c < b < a$

(9) 右の図は、 $\angle A=38^\circ$ ,  $AB=AC$  の二等辺三角形  $ABC$  である。辺  $AC$  上に  $AD=BD$  となる点  $D$  をとる。このとき、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。



(10) 右の図で、色をつけた部分は、立方体の展開図の一部である。残りの1つの面を、図のア～オのどの位置につければ、立方体の展開図になるか、正しいものを1つ選び、かな符号で答えなさい。



[2] 次の問いに答えなさい。

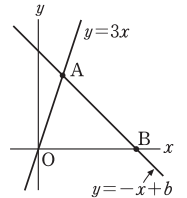
(1) 3枚の硬貨を同時に投げるとき、少なくとも2枚は表となる確率を求めなさい。

(2) ある中学校の生徒10人に、10点満点の小テストを実施したところ、下のような点数であった。

7, 5, 9, 3, 7, 1, 7, 9, 6, 5

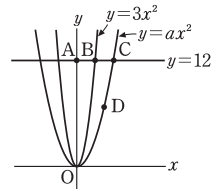
- (ア) この10人の小テストの点数の中央値を求めなさい。
- (イ) この10人のうち、男子生徒は8人で、女子生徒は2人であった。男子生徒の平均点が5.5点であるとき、女子生徒2人の点数をそれぞれ求めなさい。
- (3) 1から9までの9つの自然数から異なる4つの数を選び、その積を求めると560になった。この4つの数をすべて求めなさい。

[3] 図のように、直線  $y=-x+b$  が直線  $y=3x$ ,  $x$  軸と交わる点をそれぞれ  $A$ ,  $B$  とする。点  $O$  を原点とすると、次の問いに答えなさい。ただし、 $b$  は正の数とする。



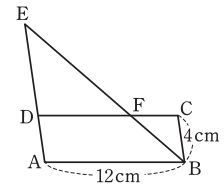
- (1)  $b=4$  のとき、 $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。
- (2)  $\triangle OAB$  の面積を  $b$  を用いて表しなさい。

[4] 図のように、点  $(0, 12)$  を  $A$  とし、直線  $y=12$  が2つの関数  $y=3x^2$ ,  $y=ax^2$  ( $a>0$ ) のグラフと  $x$  座標が正で交わる点をそれぞれ  $B$ ,  $C$  とする。また、点  $D$  は  $y=ax^2$  のグラフ上の点で、 $x$  座標は正である。 $AB=BC$  のとき、次の問いに答えなさい。



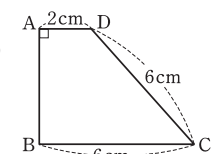
- (1)  $a$  の値を求めなさい。
- (2) 直線  $AD$  が  $x$  軸と交わる点を  $E$  とする。 $AD=DE$  のとき、 $E$  の  $x$  座標を求めなさい。

[5] 図のように、 $AB=12\text{cm}$ ,  $BC=4\text{cm}$  である平行四辺形  $ABCD$  で、 $\angle ABC$  の二等分線と辺  $AD$  を延長した直線との交点を  $E$  とし、線分  $BE$  と辺  $CD$  との交点を  $F$  とする。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1)  $BF:FE$  を求めなさい。
- (2) 対角線  $AC$  をひき、線分  $BE$  との交点を  $G$  とする。このとき、 $\triangle BCG$  と四角形  $AGFD$  の面積の比を求めなさい。

[6] 図のように、 $AD \parallel BC$  で  $AD=2\text{cm}$ ,  $BC=CD=6\text{cm}$ ,  $\angle BAD=90^\circ$  の台形  $ABCD$  がある。次の問いに答えなさい。ただし、円周率は  $\pi$  とする。



- (1) 直線  $BC$  を回転の軸として台形を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。
- (2) 辺  $BC$  の中点を通り、辺  $AB$  に平行な直線を回転の軸として台形を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

## 令和 2 年度 テスト B

番号	配点	正 答	上位群 正答率 下位群		上位群 無答率 下位群		誤答率	主な誤答例 (標本全体に対する%)
[ 1 ] (1)	4	$24y^2$	68.9	83.8 59.5	0.3	0.0 0.0	30.8	$6y^2$ (15.2), $24x^6y^4$ (4.3), $24xy^2$ (1.3)
(2)	4	$(x, y) = (0, 2)$	67.6	83.8 51.4	8.0	0.0 13.5	24.4	特になし
(3)	4	$(a+b)(a-b)(x+1)$	47.1	73.0 21.6	9.3	0.0 24.3	43.6	$(x+1)(a^2-b^2)$ (16.0), $a^2x+a^2-b^2x-b^2$ (5.3)
(4)	4	$2+\sqrt{3}$	50.8	81.1 16.2	1.3	0.0 2.7	47.9	$1+2\sqrt{3}$ (13.6), $2-\sqrt{3}$ (5.9)
(5)	4	$x = \pm \frac{3}{2}$	50.0	83.8 24.3	1.1	0.0 2.7	48.9	$\frac{3}{2}$ (31.3), $\frac{3}{4}$ (1.3), $\sqrt{5}$ (1.1), $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (1.1)
(6)	4	イ, エ	60.6	86.5 29.7	0.3	0.0 0.0	39.1	ア, イ, エ (14.1), イ, ウ, エ (6.1), イ, ウ (3.4)
(7)	4	ウ	85.6	100 70.3	0.0	0.0 0.0	14.4	ア (4.8), イ (4.8), エ (3.2)
(8)	4	カ	48.9	67.6 29.7	0.0	0.0 0.0	51.1	エ (26.6), イ (9.6), ア (6.4), オ (1.9)
(9)	4	$\angle x = 33^\circ$	82.2	89.2 59.5	0.5	0.0 0.0	17.3	38 (8.5), 28 (1.6), 34 (1.3), 43 (0.5)
(10)	4	ウ	95.7	97.3 97.3	0.0	0.0 0.0	4.3	エ (1.3), オ (1.3)
[ 2 ] (1)	5	$\frac{1}{2}$	84.0	94.6 70.3	0.0	0.0 0.0	16.0	$\frac{3}{8}$ (5.9), $\frac{1}{4}$ (1.6), $\frac{1}{3}$ (1.1), $\frac{5}{8}$ (1.1)
(2) (ア)	5	6.5 点	79.3	94.6 62.2	0.0	0.0 0.0	20.7	6 (8.2), 7 (3.2), 5.5 (2.9), 5 (2.1)
(2) (イ)	5	6 点と 9 点	69.7	97.3 35.1	7.2	0.0 21.6	23.1	7 点と 9 点 (4.3), 1 点と 3 点 (2.9), 6 点と 7 点 (2.1), 5 点と 9 点 (1.9)
(3)	5	2, 5, 7, 8	79.8	86.5 37.8	9.6	0.0 35.1	10.6	4, 4, 5, 7 (2.4), 2, 5, 6, 7 (1.6), 2, 5, 6, 9 (0.5)
[ 3 ] (1)	5	6	80.1	97.3 56.8	8.2	0.0 10.8	11.7	8 (1.3), 12 (1.1), $6\text{cm}^2$ (1.1)
(2)	5	$\frac{3}{8}b^2$	28.7	64.9 5.4	23.7	8.1 45.9	47.6	$\frac{3}{2}b$ (21.0), $\frac{b^2}{2}-\frac{b}{2}$ (4.3), $\frac{1}{8}b^2$ (0.8), 4 (0.8)
[ 4 ] (1)	5	$a = \frac{3}{4}$	62.8	89.2 24.3	4.3	0.0 8.1	32.9	6 (11.4), $\frac{3}{2}$ (4.0), 3 (4.0), 2 (1.6)
(2)	5	$4\sqrt{2}$	19.4	40.5 2.7	26.6	13.5 51.4	54.0	6 (9.8), 8 (5.9), 12 (4.0), 4 (3.2)
[ 5 ] (1)	5	1:2	69.9	86.5 43.2	2.1	0.0 8.1	28.0	1:3 (8.2), 2:1 (5.0), 2:3 (2.9), 3:2 (2.1)
(2)	5	3:11	12.5	13.5 0.0	30.3	18.9 40.5	57.2	1:3 (4.3), 1:9 (3.7), 1:4 (3.5), 1:5 (2.9)
[ 6 ] (1)	5	$\frac{200}{3}\pi\text{cm}^3$	38.0	64.9 2.7	15.4	8.1 29.7	46.6	$40\pi$ (3.5), $\frac{200}{3}$ (2.1), $80\pi$ (1.9), $32\pi$ (1.1)
(2)	5	$\frac{107\sqrt{5}}{6}\pi\text{cm}^3$	12.0	24.3 0.0	43.4	32.4 62.2	44.6	円柱 (0.5), $\frac{107}{3}\pi$ (0.5), $16\sqrt{5}+3\sqrt{3}$ (0.5), $18\sqrt{5}-\frac{5}{12}\pi$ (0.5)



(1) 分数計算のよくあるミスから

問題番号	問題 (正答)	正答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H29 [1] (5)	$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 - \frac{12}{\sqrt{6}}$ (5)	83.4% (97.2%/69.6%)	$5-2\sqrt{6}$ (3.7%), 11 (1.6%)
H30 [1] (4)	$\frac{\sqrt{12}-2}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}(1-\sqrt{3})$ (0)	50.4% (76.9%/19.7%)	$-1+\sqrt{2}$ (6.5%), $-2+\sqrt{2}$ (6.2%), $\sqrt{2}$ (2.0%)
H31 [1] (4)	$\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}$ ( $1+\sqrt{3}$ )	36.2% (66.4%/4.8%)	$\sqrt{3}$ (18.0%), $-\sqrt{3}$ (10.0%), $2\sqrt{3}$ (6.8%)
R 2 [1] (4)	$\frac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}$ ( $2+\sqrt{3}$ )	50.8% (81.1%/16.2%)	$1+2\sqrt{3}$ (13.6%), $2-\sqrt{3}$ (5.9%)

H31 [1] (4)の類問である。有理化を含む計算はH29年度から毎年出題されている。今年度は、H31年度において、約分時に斜線で数字そのものを消してしまう(0にしてしまう)生徒が多かったため、約分したときに1とならない問題を出題した。予想通り、正答率は昨年より高くなったが、H29年度の正答率が他年度と比べて高いことから、分母の有理化はできていても、その後の分数の計算、特に分子が和や差の形になっている分数の計算で、ミスをしてしまう生徒が多いことが分かる。

【今後の指導に向けて】

過去の誤答を用いた次のような問題を与え、どこで間違えているかを考えさせる。

問 以下はある生徒の誤った計算である。間違いを指摘し、正しい答えを求めよ。

(1)  $\frac{\sqrt{12}-2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}-2}{2} = \sqrt{6}-1$  [(H30)] 誤答パターンA

(2)  $\frac{\sqrt{12}-2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}-2}{2} = \sqrt{6}-2$  [(H30)] 誤答パターンA

(3)  $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} = \frac{3-3\sqrt{3}}{3} = -3\sqrt{3}$  [(H31)] 誤答パターンAB

(4)  $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} = \frac{3-3\sqrt{3}}{3} = -\sqrt{3}$  [(H31)] 誤答パターンB

(5)  $\frac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} = \frac{6-3}{3} = 1$  [(R 2)] 誤答パターンA

(6)  $\frac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} = \frac{6-3\sqrt{3}}{3} = 2-3\sqrt{3}$  [(R 2)] 誤答パターンA

上記の解答の誤りは次の2つのパターンに分類される。

- ・ 誤答パターンA 「分子全体が塊」として捉えず、片方だけを約分または掛け算している。
- ・ 誤答パターンB 約分時に1ではなく0にしてしまう。( \ で消してしまう。)



$\frac{2\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}$  のように分子を因数分解してから約分しよう。



約分時は1もしっかり書こう。

(2)  $x^2 = a$  の解を正しく理解させたい

問題番号	問題 (正答)	正答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H29 [1] (7)	二次方程式 $5x^2 - 7x + 2 = 0$ を解きなさい。 ( $x = \frac{2}{5}, 1$ )	82.6% (98.6%/58.7%)	$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{10}$ (5.7%), $x = \frac{7 \pm \sqrt{89}}{10}$ (0.8%)
H30 [1] (5)	二次方程式 $x^2 + 2x - 4 = 0$ を解きなさい。 ( $x = -1 \pm \sqrt{5}$ )	71.0% (88.4%/46.3%)	$x = \pm \sqrt{5}$ (2.9%), $x = -2 \pm \sqrt{5}$ (2.0%), $x = 1 \pm \sqrt{5}$ (1.8%)
H31 [1] (5)	二次方程式 $4x^2 - 9 = 0$ を解きなさい。 ( $x = \pm \frac{3}{2}$ )	54.4% (84.8%/23.2%)	$x = \frac{3}{2}$ (23.1%), $x = \pm 3$ (2.5%)
R 2 [1] (5)	二次方程式 $4x^2 = 9$ を解きなさい。 ( $x = \pm \frac{3}{2}$ )	50.0% (83.8%/24.3%)	$x = \frac{3}{2}$ (31.3%), $x = \frac{3}{4}$ (1.3%), $x = \sqrt{5}$ (1.1%)

平方根の考え方をを用いて二次方程式を解く問題である。今年度、前年度ともに全体の正答率は50%台であり、誤答の多くが  $x = \frac{3}{2}$  であった。2乗して  $\frac{9}{4}$  になる数を求めるときに、負の解が答えられていない。一方で、解の公式を利用する過去の問題では、正答率が70%以上であった。また、下記(6)の誤答からも、少なくとも14%が「4の平方根は2である」と考えている。したがって、平方根の意味を確認させることや、負の数まで常に考えさせる必要がある。

R 2 [1] (6)	次のア～エのうち、正しい内容を表しているものをすべて選び、かな符号で答えなさい。 ア 4の平方根は2である。 イ $\sqrt{(-5)^2}$ は5に等しい。 ウ $\sqrt{3}$ を2倍したものは $\sqrt{6}$ である。 エ $\sqrt{7}$ は3より小さい。 (イ, エ)	60.6% (86.5%/29.7%)	ア, イ, エ (14.1%), イ, ウ, エ (6.1%), イ, ウ (3.4%)
-------------------	--	------------------------	--

【今後の指導に向けて】

平方根の考え方は、数学Iの「数と式」で扱う。「 $x^2 = 5$ を解くと  $x = \pm \sqrt{5}$  である」などの基本事項はもちろん重要ではあるが、授業の内容が進むにつれて毎回確認することができない。そのため、高校に入学してできるだけ早い段階で定着させたい。

そこで、授業やテストで以下の例のように誤答分析として出題することを提案する。

例1 平方根に関する小テストに向けて5人の生徒が会話をしている。このうちの何人かは下線部の内容を誤っている。それは誰なのかを答え、さらにその誤りを正しく直しなさい。

Aさん「平方根は2乗してその数になるという意味だから、4の平方根は 2 だよ。」

Bさん「いや、-2も2乗すると4になるから、4の平方根は ±2 だと思うよ。」

Cさん「確かにマイナスは忘れてしまいそう…。 $\sqrt{25} = \underline{\pm 5}$  ということも覚えておこう。」

Dさん「でも、平方根の中が2乗の形で表せると平方根がはずれるから、 $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = \underline{5}$  だよ。」

Eさん「それを言うなら、 $\sqrt{25} = \sqrt{(-5)^2} = \underline{-5}$  であることも言えるから、Cさんは正しいよ。」

例2 Aくんは以下の「問題」に対して、次のような解答を作成した。あなたが先生になって採点するつもりで、解答が正しければ＜Aくんの解答＞に丸をつけ、誤りがあれば右の空欄に正しい解答を書いた上で、＜Aくんの解答＞のどこが誤っていたかを指摘せよ。

**問題** 1を加えて2乗した値と、3を加えて2倍した値が等しくなるような実数を求めよ。

＜Aくんの解答＞

求める実数を  $x$  とおく。  
 このとき  
 $(x+1)^2 = 2(x+3)$  である。  
 $x^2 + 2x + 1 = 2x + 6$   
 $x^2 = 5$   
 $x = \sqrt{5}$   
 よって求める実数は  $\sqrt{5}$  である。

【正しい解答】

【Aくんの誤り】

例1では、似たような事柄をいくつか並べて判断させることで、知識を正しく身に付けているかを確認することができる。また、例2では  $x^2=5$  の解を直接問うのではなく、あえてこのように他人の解答を客観的に見させることで、基本事項の確認をしたり、自分自身の解答との違いに気づいたりすることもできる。

したがって、今回の例に限らず、ふだんの授業では詳しく触れられないような基本かつ重要な内容は、誤答分析を利用して確認することも有効であると考えられる。

### (3) 問題を読み解き、見通しをもって解答させたい

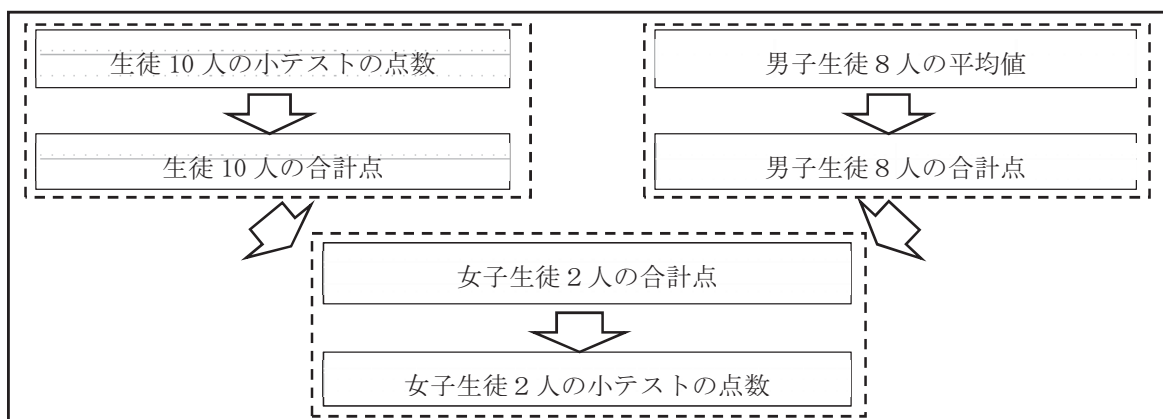
問題番号	問題（正答）																								
H31 [2] (1)	10人が10点満点のゲームを実施した。表はその結果をまとめたものである。10人の点数の平均値が6点、範囲は8点であった。Eさんの点数がJさんの点数より低いとき、Eさんの点数を求めなさい。																								
	<table border="1" style="width:100%; text-align:center;"> <tr> <td>生徒</td> <td>A</td> <td>B</td> <td>C</td> <td>D</td> <td>E</td> <td>F</td> <td>G</td> <td>H</td> <td>I</td> <td>J</td> </tr> <tr> <td>得点</td> <td>9</td> <td>2</td> <td>9</td> <td>3</td> <td></td> <td>9</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>5</td> <td></td> </tr> </table>			生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	得点	9	2	9	3		9	4	6	5	
	生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J														
得点	9	2	9	3		9	4	6	5																
(3点)																									
R2 [2] (2) (イ)	ある中学校の生徒10人に、10点満点の小テストを実施したところ、下のような点数であった。 <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">7, 5, 9, 3, 7, 1, 7, 9, 6, 5</div> (イ) この10人のうち、男子生徒は8人で、女子生徒は2人であった。男子生徒の平均値が5.5点であるとき、女子生徒2人の点数をそれぞれ求めなさい。																								
	(6点と9点)																								
	<table border="1" style="width:100%; text-align:center;"> <tr> <td>正答率 (上位群/下位群)</td> <td>無答率 (上位群/下位群)</td> <td>主な誤答例 (標本全体に対する%)</td> </tr> <tr> <td>37.2% (60.0%/16.8%)</td> <td>3.8% (0.0%/6.4%)</td> <td>6 (17.4%), 5 (13.7%), 1 (8.3%)</td> </tr> </table>			正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)	37.2% (60.0%/16.8%)	3.8% (0.0%/6.4%)	6 (17.4%), 5 (13.7%), 1 (8.3%)																
正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)																							
37.2% (60.0%/16.8%)	3.8% (0.0%/6.4%)	6 (17.4%), 5 (13.7%), 1 (8.3%)																							
<table border="1" style="width:100%; text-align:center;"> <tr> <td>正答率 (上位群/下位群)</td> <td>無答率 (上位群/下位群)</td> <td>主な誤答例 (標本全体に対する%)</td> </tr> <tr> <td>69.7% (97.3%/35.1%)</td> <td>7.2% (0.0%/21.6%)</td> <td>7点と9点 (4.3%), 1点と3点 (2.9%), 5点と9点 (1.9%)</td> </tr> </table>			正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)	69.7% (97.3%/35.1%)	7.2% (0.0%/21.6%)	7点と9点 (4.3%), 1点と3点 (2.9%), 5点と9点 (1.9%)																	
正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)																							
69.7% (97.3%/35.1%)	7.2% (0.0%/21.6%)	7点と9点 (4.3%), 1点と3点 (2.9%), 5点と9点 (1.9%)																							

H31 [2] (1) の類題である。今年度は点数の平均値のみ用いる問題にしたので、正答率は30ポイント程度高くなり、特に上位群の正答率の高さが顕著に表れている。しかし下位群において無答率が15ポイント程度高くなっていることから、解答までの見通しが立たない生徒が多いと考えられる。

【今後の指導に向けて】

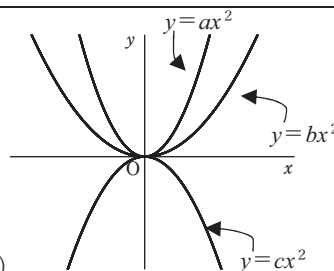
この問題の答えである女子生徒2人の点数は、すぐに求められるものではない。まず問題から生徒10人の合計点と、男子生徒8人の合計点を計算する。次にそれらを引き算することで、女子生徒2人の合計点を計算する。最後に女子生徒2人の合計点から、当てはまる2つの点数を問題から抜き出すことで答えが求まる。指導するときは、この計算過程を分解して発問や対話を通じて理解させたい。また、答えにいたる全体の流れも併せて理解させたい。

先生「この問題を読んで、すぐに女子生徒2人の点数を求めることができますか？」  
生徒「できません。」  
先生「そう、すぐにはできませんね。しかしそれでは問題が解けないので、一旦女子生徒2人のことは忘れましょう。少し質問を変えます。問題からすぐに求められることを挙げてみてください。」  
生徒「10人の点数が分かっているので、全部足して・・・合計点は59点です。」  
先生「いいですね。他にはどうでしょう？せっかく男子生徒の平均値が5.5点と分かっているので、ここから求められるものはありますか？」  
生徒「男子生徒は8人なので、掛け算すれば・・・男子生徒の合計点は44点です。」  
先生「そうですね。これで問題から生徒10人の合計点と、男子生徒8人の合計点が求まりました。どうですか？ここから女子生徒2人の点数は求まりますか？」  
生徒「・・・まだできません。」  
先生「では質問を変えます。もし女子生徒2人の点数が求まっていたら、そこから新たに求まるものはないですか？例えば、女子生徒2人の点数が5点と7点だったらどうですか？」  
生徒「合計点が12点です。」  
先生「逆に女子生徒2人の合計点が11点だったら、女子生徒の点数はいくつといくつですか？」  
生徒「5点と6点ですか？」  
先生「その通りです。つまり女子生徒2人の点数は、その合計点が分かれば求めることができますよね？」  
生徒「そうですね。」  
先生「改めて考えてみてください。生徒10人の合計点は59点、男子生徒8人の合計点は44点です。ここから求まるものはありますか？」  
生徒「女子生徒の合計点が・・・ $59 - 44$ で15点です。じゃあ、女子生徒2人の点数は6点と9点ですか？」  
先生「正解です。ここまでを振り返りましょう。すぐに答えが求まらないときは、まず求めることができるものから明らかにしましょう。そうして次々に派生して、答えにたどり着く流れを理解しましょう。」



このように全体の計算過程を分解して、求めることができるものが次々に派生していく流れを実感させることで、無答率を減少させることができると考える。

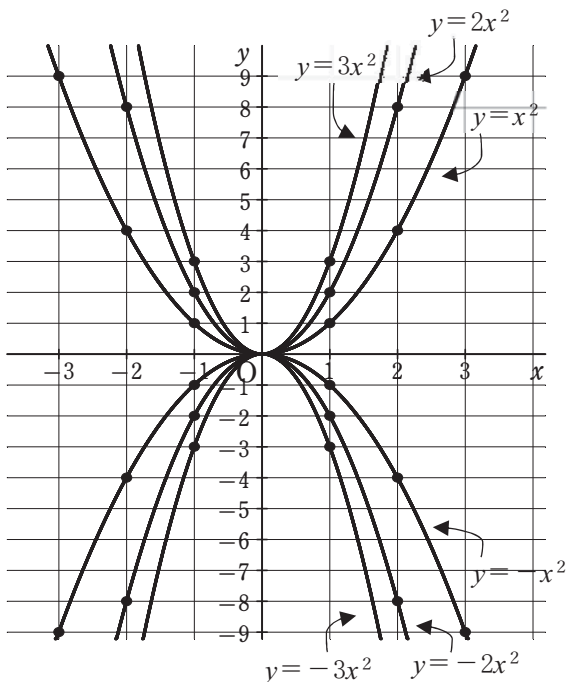
(4) 放物線の形と係数の関係を理解させたい

問題 (正答)			
<p>右の図は、それぞれ関数 <math>y=ax^2</math>, <math>y=bx^2</math>, <math>y=cx^2</math> のグラフである。  <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> の値の大小関係を正しく表しているものを、            次のア～カの中から1つ選び、かな符号で答えなさい。</p> <p>ア <math>a &lt; b &lt; c</math>    イ <math>a &lt; c &lt; b</math>            ウ <math>b &lt; a &lt; c</math>    エ <math>b &lt; c &lt; a</math>            オ <math>c &lt; a &lt; b</math>    カ <math>c &lt; b &lt; a</math></p>		 <p>(カ)</p>	
問題番号	正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
H31 A問題 [1] (11)	26.8% (37.1%/2.9%)	2.4% (0.0%/2.9%)	エ (19.1%), イ (17.4%), オ (15.9%)
R 2 [1] (8)	48.9% (67.6%/29.7%)	0.0% (0.0%/0.0%)	エ (26.6%), イ (9.6%), ア (6.4%)

H31A問題 [1] (11) と同じ問題である。昨年度と今年度の主な誤答例で1番割合が高いエ、次いでイの誤答は、共通して関数  $y=ax^2$  の係数の正負と、グラフの上に凸または下の凸の形の決まり方が関係していることを理解していない誤答だと分かる。もし関数  $y=ax^2$  の係数の正負によって、グラフの上に凸または下に凸の形が決まることを理解すれば、エと回答した生徒は正答を選択することができると考えられる。

【今後の指導に向けて】

関数にさまざまな  $x$  の値を代入して得られた座標をグラフ上に書き、それを結ぶことで放物線が描ける。このことから、放物線の特徴を理解させたい。



グラフを見て分かること (係数が正のとき)

- ・放物線は、原点を通る。
- ・関数の係数が大きくなると、グラフの開きが狭くなる。
- ・下に凸の放物線である。

グラフを見て分かること (係数が負のとき)

- ・放物線は、原点を通る。
- ・関数の係数が小さくなると、グラフの開きが狭くなる。
- ・上に凸の放物線である。

座標をグラフ上に書くと、関数の係数が正の数にのときに  $y$  座標の値は正の数、関数の係数が負の数にのときに  $y$  座標の値は負の数である。このことから放物線を描くことで、関数の係数が正の数にのときは下に凸、負の数にのときは上に凸であることを強調する。これにより主な誤答例の割合で1番高い誤答を減

少させることができると考える。また、関数の係数とグラフの開き具合の関係は、係数の正負によって異なることを併せて理解させたい。

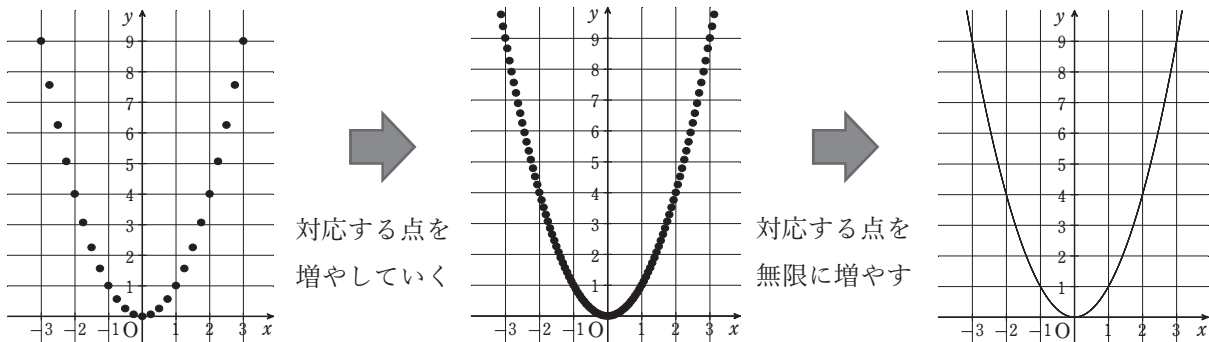
(5) 関数の意味を理解させたい

問題番号	問題 (正答)		
R 2 [4]	図のように、点 $(0, 12)$ を A とし、直線 $y=12$ が 2 つの関数 $y=3x^2$ , $y=ax^2$ ( $a>0$ ) のグラフと $x$ 座標が正で交わる点をそれぞれ B, C とする。また、点 D は $y=ax^2$ 上の点で、 $x$ 座標は正である。 $AB=BC$ のとき、次の問いに答えなさい。 (1) $a$ の値を求めなさい。 <span style="float: right;"><math>(a=\frac{3}{4})</math></span> (2) 直線 AD が $x$ 軸と交わる点を E とする。 $AD=DE$ のとき、E の $x$ 座標を求めなさい。 <span style="float: right;"><math>(4\sqrt{2})</math></span>		
	正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
	(1) 62.8% (89.2%/24.3%)	4.3% (0.0%/8.1%)	6 (11.4%), $\frac{3}{2}$ (4.0%)
	(2) 19.4% (40.5%/2.7%)	26.6% (13.5%/51.4%)	6 (9.8%), 8 (5.9%)

与えられた条件から関数の基本性質を利用して、値や  $x$  座標を求める問題を出題した。(1)の正答率は 62.8%であるが、下位群では 24.3%である。 $AB=BC$ から点 C の  $x$  座標は点 B の  $x$  座標の 2 倍になるわけだが、関数の性質を理解できていない生徒は点 B の  $x$  座標が導けず、 $a$  の値は  $y=3x^2$  の  $x^2$  の係数 3 を単純に 2 倍、あるいは下に凸の放物線であると開きが大きいほど  $x^2$  の係数は小さくなることから単純に  $\frac{1}{2}$  倍としており、主な誤答である 6 や  $\frac{3}{2}$  と答えてしまうと考えられる。(2)の正答率は 19.4%であり、上位群でも 40.5%である。主な誤答が 6 や 8 と答えていることから、グラフの見た目で答えていると考えられる。関数の意味をしっかりと理解しており、さらに点 D の  $y$  座標が点 A の  $y$  座標の半分であることに気づければ、正解に導くことは難しくない。

【今後の指導に向けて】

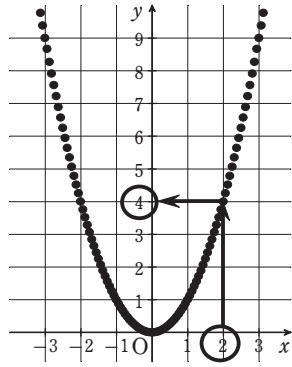
関数に苦手意識をもつ生徒は多いが、意味を理解していれば基礎問題は難しくない。関数はいわば変換装置であり、入口から与えられたものが関数によって計算されて出口から 1 つの結果が出るだけのものである。例えば、入口を  $x$ 、出口を  $y$  とし、その対応を見やすくしたものがグラフである。次のように関数  $y=x^2$  の  $x$ ,  $y$  に対応する点を座標平面上にとり、その点を無限に増やして、1 つにつながったように見えているだけであることを見せると理解が深められる。



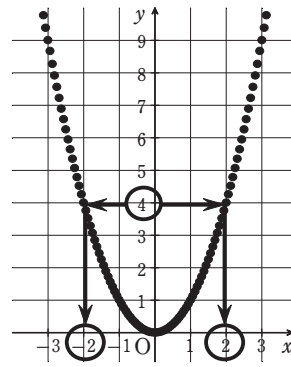
このことを理解できていれば、関数式やグラフから  $x$  から  $y$ 、あるいは  $y$  から  $x$  を求められることが分かる。滑らかな曲線になることで点の集合であるということが分かりにくいのであれば、次のように



点が多数描かれた図を用いて指導するのもよい。



$x$  から  $y$  を求める



$y$  から  $x$  を求める

(1), (2) いずれの問題も基本的には  $x, y$  に数値を入れて、必要な値を求めているだけである。関数の意味をしっかりと理解しておくことは大切なことである。

(6) 問題を解くために必要な図形を正しく認識させたい

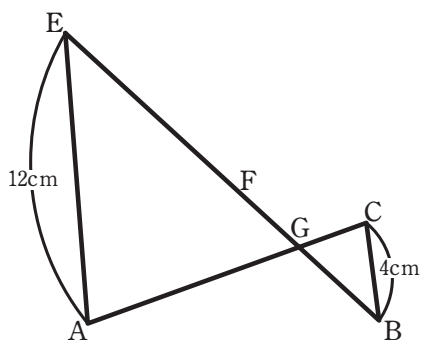
問題番号	問題 (正答)		
H31 [5]	<p>図のように、<math>AB=12\text{cm}</math>、<math>BC=4\text{cm}</math>である平行四辺形 <math>ABCD</math>について、<math>\angle ABC</math>の二等分線と辺 <math>AD</math>の延長線との交点を <math>E</math>とする。線分 <math>BE</math>と辺 <math>CD</math>、対角線 <math>AC</math>との交点をそれぞれ <math>F</math>、<math>G</math>とする。次の問いに答えなさい。</p> <p>(1) <math>BF : FE</math>を求めなさい。 ( 1 : 2 )</p> <p>(2) <math>\triangle BCG</math>と四角形 <math>AGFD</math>の面積の比を求めなさい。 ( 3 : 11 )</p>		
	正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
	(1) 38.3% (68.0%/10.4%)	10.1% (1.6%/16.8%)	1 : 3 (24.9%), 3 : 1 (6.2%)
	(2) 12.8% (28.0%/0.0%)	34.7% (23.2%/42.4%)	1 : 9 (6.1%), 1 : 4 (6.0%)
R 2 [5]	<p>図のように、<math>AB=12\text{cm}</math>、<math>BC=4\text{cm}</math>である平行四辺形 <math>ABCD</math>で、<math>\angle ABC</math>の二等分線と辺 <math>AD</math>を延長した直線との交点を <math>E</math>とし、線分 <math>BE</math>と辺 <math>CD</math>との交点を <math>F</math>とする。このとき、次の問いに答えなさい。</p> <p>(1) <math>BF : FE</math>を求めなさい。 ( 1 : 2 )</p> <p>(2) 対角線 <math>AC</math>をひき、線分 <math>BE</math>との交点を <math>G</math>とする。このとき、<math>\triangle BCG</math>と四角形 <math>AGFD</math>の面積の比を求めなさい。 ( 3 : 11 )</p>		
	正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
	(1) 69.9% (86.5%/43.2%)	2.1% (0.0%/8.1%)	1 : 3 (8.2%), 2 : 1 (5.0%)
	(2) 12.5% (13.5%/0.0%)	30.3% (18.9%/40.5%)	1 : 3 (4.3%), 1 : 9 (3.7%)

図形の性質を利用して辺の比と面積比を求める問題であり、H31年度とR2年度では一部問題文を変え、同じ問題を出題した。H31年度とR2年度の違いは問題の中の図に点Gが書き込まれているかである。H31年度の問題の図に書き込まれている点Gは(1)を解くためには必要なく、R2年度では点Gは

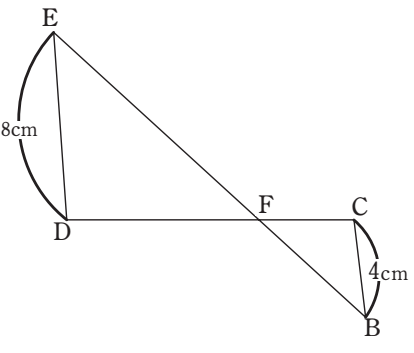
(2)の問題文中で生徒自身に作図させるようにした。H31年度とR2年度では(1)の正答率が38.3%から69.9%と31.6ポイント上がった。これは、(1)を解くために必要な図形を見つけやすくなったためだと考えられる。求めるものはBF : FEであるが、H31年度では点Gが書き込まれているために中学校でよく扱われている相似な図形(図1)に注目する生徒やどんな図形で求めればよいのかわからず解けなかった生徒がいたため正答率がR2年度より低かったが、R2年度では求めるために必要な図形(図2)を容易に見つけることができるようになったため正答率が上がったと考えられる。

**【今後の指導に向けて】**

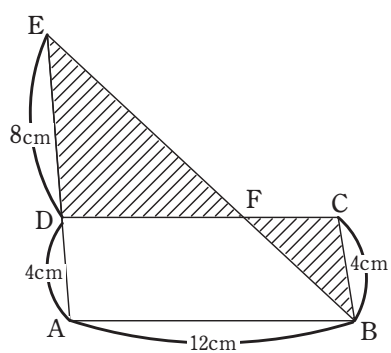
問題を解くとき、必要な情報とそうでないものの判別が難しい生徒もいるため、図を抜き出すことや斜線を引くなど具体的な方策を指導する必要がある。ここでは、図2-1のような図形を抜き出すか、図2-2のように問題中の図に斜線を引くなどの手立てを日頃から身に付けさせたい。



【図1】

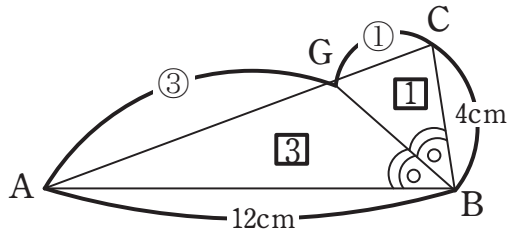


【図2-1】



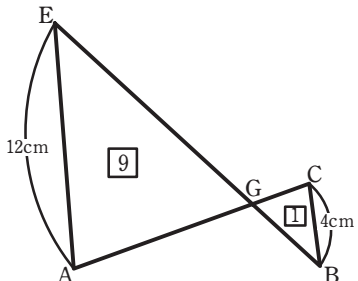
【図2-2】

同様に、(2)においても以下の図3, 図4, 図5, 図6を生徒自身が確認できるようにさせたい。このとき、基準とする図形の面積を文字(ここでは△BCGの面積をSとした)で表し、他の図形の面積もこのSを用いて表現し、面積比を求めることにも注意させたい。



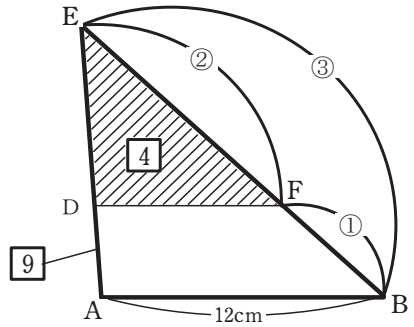
$((\triangle ABG \text{の面積}) = 3S)$

【図3】



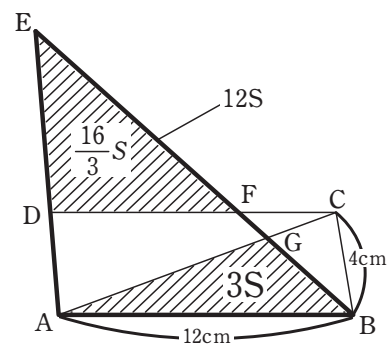
$((\triangle AEG \text{の面積}) = 9S)$

【図4】



$((\triangle DEF \text{の面積}) = (3S + 9S) \times \frac{4}{9} = \frac{16}{3}S)$

【図5】



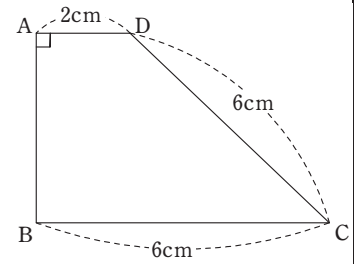
$((\text{四角形AGFDの面積}) = 12S - 3S - \frac{16}{3}S = \frac{11}{3}S)$

【図6】

図の中に比や線分の大きさなどの情報をたくさん書き込むと見間違いや勘違いをする原因になるので、自分の必要とする図形のみを抜き出すことや斜線を引くなど、自分が何を求めようとしているのか正しく認識できるように指導していきたい。その際、どこを求めると答えにつながるのかなど、その手順を自分で考えることができるような指導も併せて行っておきたい。

(7) 図形をイメージし、解法を考察させたい

問題番号	問題 (正答)		
R 2 [6]	図のように、 $AD \parallel BC$ で $AD=2\text{cm}$ 、 $BC=CD=6\text{cm}$ 、 $\angle BAD=90^\circ$ の台形 $ABCD$ がある。次の問いに答えなさい。ただし、円周率は $\pi$ とする。 (1) 直線 $BC$ を回転の軸として台形を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。 ( $\frac{200}{3}\pi$ ) (2) 辺 $BC$ の中点を通り、辺 $AB$ に平行な直線を回転の軸として台形を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。 ( $\frac{107\sqrt{5}}{6}\pi$ )		
	正答率 (上位群/下位群)	無答率 (上位群/下位群)	主な誤答例 (標本全体に対する%)
	(1) 38.0% (64.9%/2.7%)	15.4% (8.1%/29.7%)	$40\pi$ (3.5%), $\frac{200}{3}$ (2.1%)
	(2) 12.0% (24.3%/0.0%)	43.4% (32.4%/62.2%)	$16\sqrt{5}+3\sqrt{3}$ (0.5%), $\frac{107}{3}\pi$ (0.5%)



図形の回転体の体積を求める問題である。回転軸の位置に注意して立体を考えなくてはならない。(1)、(2)ともにさまざまな誤答があった。(1)では、回転体の円柱部分や円錐部分のみを答えたと思われるものや、 $\pi$ がない、軸が $AB$ であるなど注意力が不足している誤答も目立った。(2)では、さまざまな誤答から立体がイメージできていない、不要部分を除くという発想がもてていないと予想できる。

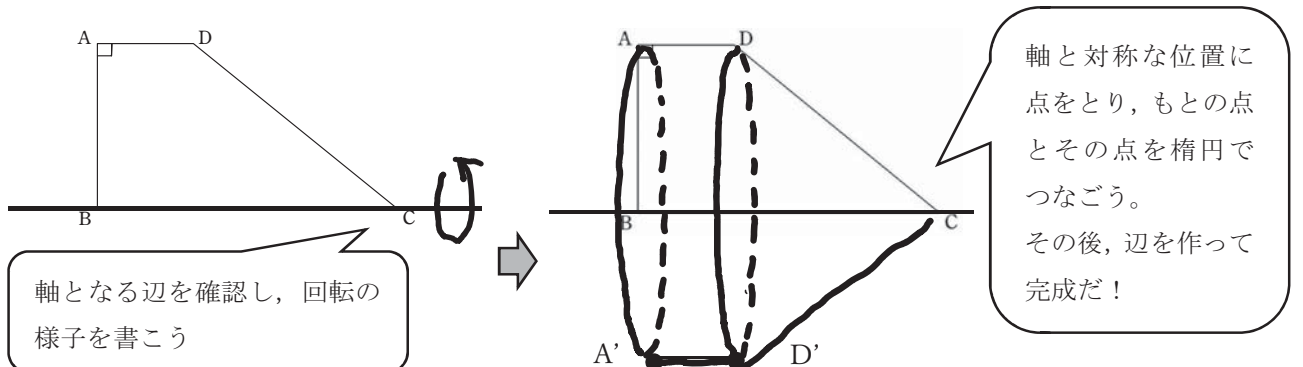
これらのことから、解答に至る手順が多い問題について、考察し方針を立てて、計算を始めるための準備を進めるなど、順を追って進める力が十分に身につけていないと考えられる。

【今後の指導に向けて】

ここでは、指導の際に実状に合わせて意識したい点として、①図形をイメージさせる、②解法を考察させる、の2点を挙げる。それぞれの点で生徒が考えられるように工夫をし、サポートしながら身につけていきたい。

①図形をイメージさせる

回転体を考えなさいと言われてすぐに想像できる生徒は多くはない。立体をイメージする際、与えられた図をそのまま利用して手軽にかく手法を指導したい。

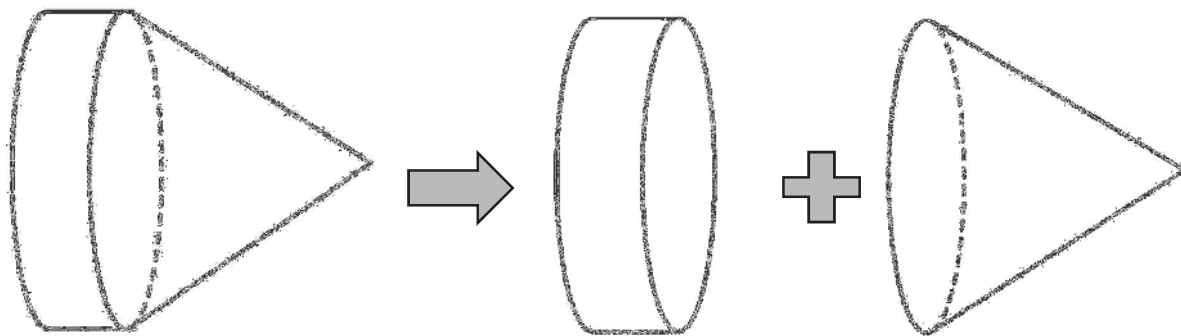


積分を指導しているときのような図をかきながら回転体の体積を考えさせることも多い。回転体を考える際に、直立した完成形の立体をイメージしなくとも、図を利用すれば十分である、どうしても立っている図がほしければその後にかければよい、ということを伝えたい。

②解法を考察させる

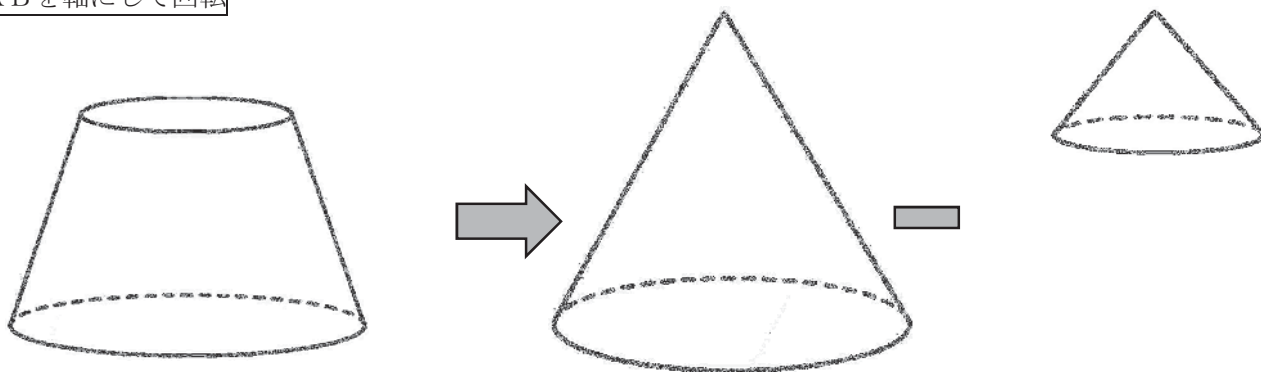
イメージできた立体の形状を見て、何ができるか考察させる必要がある。名称がつく立体なのか、立体の組み合わせで表現できるのかを踏まえて手順を考えさせたい。

①のように図を描けば立体の組み合わせの境界の線が見えるようになるため方針は立てやすい。だからこそ生徒自身が考え、方針を立てる時間を設けたい。

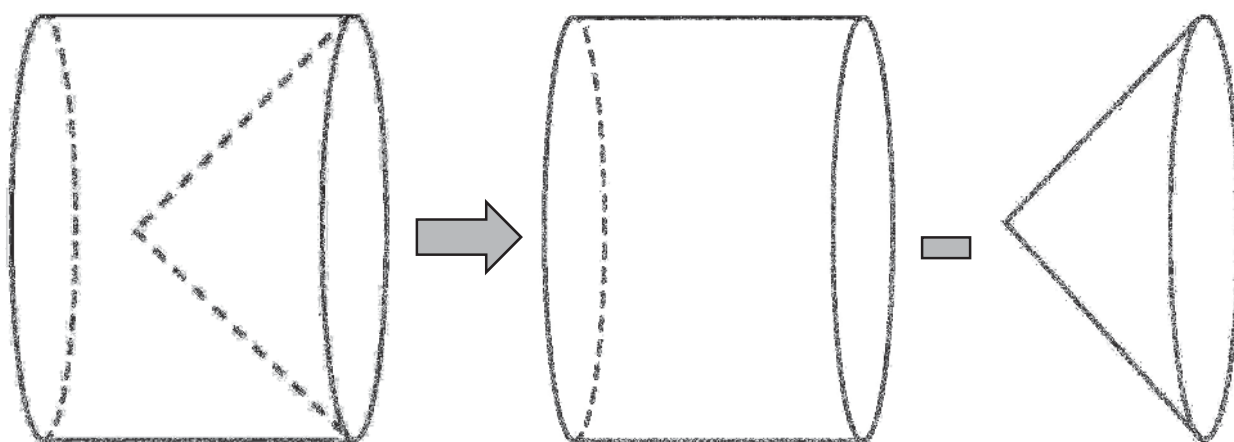


また、本間において回転軸を変えながら考えさせることで、さまざまな立体に対しての作図の確認と、解法の考察ができる。問題としては少しの変化でも生徒にとっては大きな変化になるので、多様な考えをもつためにも効果的である。

ABを軸にして回転



ADを軸にして回転((2)の類題になる)



## 付 令和元年度高等学校数学標準学力検査について

### 1 検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年、高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施する予定であったが、新型コロナウイルス感染防止による休業措置のため、実施を中止とした。なお、過去の検査結果については、当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

- (1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が、その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。
- (2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し、高等学校での指導に役立てる。

### 2 検査の実施及び処理

#### (1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は、数学 I 基本、数学 I + A、数学 II の 3 種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学 I 基本： 基本的な計算力、基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学 I + A： 数学 I 基本より高度の思考力・洞察力を要する数学 I の問題に加え、数学 A の内容も併せて構成した。

数学 II： 問題 [1] は基本問題、問題 [2], [3], [4] は標準問題である。

#### (2) 調査の対象と方法

例年、各科目の授業が終了した学年を対象に、学校ごとに 2 月 1 日から 3 月 31 日までの間に適宜実施している（集計用紙は 4 月中に回収している）。

### 3 検査結果の概要

#### (1) 標本数・平均点・標準偏差 表 12

テスト 項目	数学 I 基本	数学 I + A	数学 II
標本数			
平均点			
標準偏差			

#### (2) 得点分布 (%) 表 13

テスト 得点	数学 I 基本	数学 I + A	数学 II
90 ~ 100			
80 ~ 89			
70 ~ 79			
60 ~ 69			
50 ~ 59			
40 ~ 49			
30 ~ 39			
20 ~ 29			
10 ~ 19			
0 ~ 9			

#### (3) 調査問題別平均点分布 (校) 表 14

テスト 平均点	数学 I 基本	数学 I + A	数学 II
80以上			
75~80未満			
70 ~ 75			
65 ~ 70			
60 ~ 65			
55 ~ 60			
50 ~ 55			
45 ~ 50			
40 ~ 45			
35 ~ 40			
30 ~ 35			
25 ~ 30			
20 ~ 25			
15 ~ 20			
15未満			
計			

学年  組  番 氏名

次の  の中にあてはまる数、式、記号または言葉を解答欄に記入せよ。

- [1] 次の各問いに答えよ。  
 (1)  $5xy^2 \times (-3xy)^2 = \square$  である。  
 (2)  $(a-b-c)^2$  を展開すると  $\square$  である。  
 (3)  $4x^2+4x-3$  を因数分解すると  $\square$  である。  
 (4) 次のア～エのうち無理数であるものをすべて選ぶと、  
 である。

ア  $\sqrt{3}$    イ 0   ウ  $-\frac{7}{9}$    エ  $2\pi$

(5)  $(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) = \square$  である。

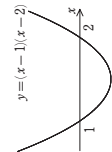
(6)  $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$  の分母を有理化すると  $\square$  である。

(7) 1次不等式  $x-3 \geq 4x+6$  を解くとき、次の  にあてはまる不等号の組み合わせとして正しいものを下のア～エの中から選び、かな符号で答えよ。

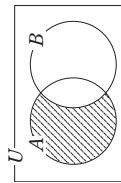
$-3, 4x$  を移項すると  $x-4x \geq 6+3$   
 整理すると  $-3x \geq 9$   
 両辺を  $-3$  で割って  $x \geq -3$   
 ア ①  $\geq$  ②  $\geq$  ③  $\geq$    イ ①  $\leq$  ②  $\leq$  ③  $\leq$   
 ウ ①  $\geq$  ②  $\leq$  ③  $\leq$    エ ①  $\geq$  ②  $\geq$  ③  $\leq$

(8)  $x^2+2x-5=0$  を解くと  $x = \square$  である。

(9) 縦  $x$ cm, 横  $2x$ cm である長方形の面積を  $ycm^2$  とするとき、 $y$  を  $x$  の式で表すと、 $y = \square$  である。

(10) 2次不等式  $(x-1)(x-2) \leq 0$  の解は、下のア～エのうち  である。  
  
 ア  $x \leq 1, 2 \leq x$    イ  $x \leq 1, 2$   
 ウ  $x = 1, 2$    エ  $1 \leq x \leq 2$

(11) 次の文章の  にあてはまる集合を、下のア～エの中から選び、かな符号で答えよ。「全体集合  $U$  の2つの部分集合  $A, B$  を表示図において、斜線部分を表す集合は  である。」



- ア  $A \cup B$    イ  $\overline{A \cup B}$   
 ウ  $A \cap B$    エ  $\overline{A \cap B}$

- (1)   
 (2)   
 (3)   
 (4)   
 (5)   
 (6)   
 (7)

- (8)   
 (9)   
 (10)   
 (11)

(12) 下のア～ウで、真の命題であるものは ①, 偽の命題であるものは ②, 命題でないものは ③ である。  
 ア  $x^2=4$  ならば  $x=2$  である   イ 正方形は長方形である  
 ウ 0.1 は小さい数である

(12) ①  ②  ③

(13) 次のデータは、ある野球チームの10試合の得点である。

0, 1, 1, 1, 3, 4, 4, 6, 7, 7 (点)

(13) ①  ②

このデータの中央値は ① 点, 四分位範囲は ② 点である。

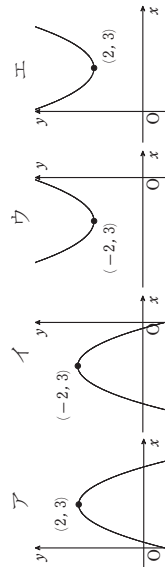
(14) 3つの散布図があり、その相関係数は 0.9,  $-0.7$ , 0.3 のいずれかに対応する。散布図と対応する相関係数の組み合わせとして正しいもの選ぶと、下のア～エのうち  である。



- ア ①0.9   ②0.3   ③ $-0.7$    イ ①0.9   ② $-0.7$    ③0.3  
 ウ ① $-0.7$    ②0.9   ③0.3   エ ①0.3   ②0.9   ③ $-0.7$

(14)

[2] 次の各問いに答えよ。  
 (1) 2次関数  $y = -(x-2)^2 + 3$  のグラフは下のア～エのうち  である。



(1)

(2) 右の図は2次関数  $y = x^2 - 4x + 9$  のグラフである。この関数の最小値は ①, 最大値は ②。ただし、最小値もしくは最大値がなければ「なし」と答えよ。

①   
 ②

[3] 次の各問いに答えよ。

(1) 右の図の直角三角形ABCにおいて、 $\sin A = \square$ ,  $\tan A = \square$  である。

(1) ①  ②

(2)  $\cos 35^\circ = \square$  である。

(2)

(3)  $\triangle ABC$ において、 $AC = \sqrt{2}$ ,  $A = 60^\circ$ ,  $B = 45^\circ$  であるとき、辺BCの長さ  $a$  は  である。

(3)



5 数学 I + A の問題

令和元年度 高等学校標準学力検査問題  
数学 I + A

学年  組  番 氏名

次の  の中にあてはまる数式、または記号を解答欄に記入せよ。

[1] 次の各問いに答えよ。

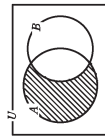
(1)  $x^2 + (2y+1)x + y(y+1)$  を因数分解すると  である。

(2)  $\frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2}$  を計算すると  である。

(3) 不等式  $|x| < 3$  を満たす  $x$  の値の範囲は  である。

(4) 次の文章の  にあてはまる集合を、下のア～エの中から選び、かな符号で答えよ。

「下の図のように、全体集合  $U$  の 2 つの部分集合  $A, B$  を表すとき、斜線部分を表す集合は  である。」



- ア  $\overline{A \cap B}$   
イ  $\overline{A \cup B}$   
ウ  $A \cap \overline{B}$   
エ  $A \cup \overline{B}$

(5) 次の文章の  に適当な不等号をいれよ。

2 次不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  の解がすべての実数となるとき、

$a$   0 か  $b^2 - 4ac$   0 である。

(6) 2 次不等式  $x^2 - x - 2 \geq 0$  を解くと  である。

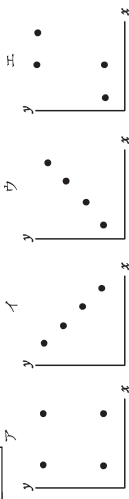
(7)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{4}{3}$  のとき、 $\sin \theta \cos \theta =$   である。

(8) 次のデータは、生徒 5 人の小テストの得点である。

6, 4, 1, 4, 8 (点)

この小テストの得点の範囲は  (点) である。

(9) 下のア～エの散布図で、相関係数が 2 番目に小さいものは  である。



(10) 10 人の中から、部長 1 人、副部長 2 人を選ぶとき、その選び方は  通りである。

(11) 当たりが 3 本入った 10 本のくじがある。このくじを A, B の 2 人がこの順に引く。ただし、引いたくじはもとに戻さない。B が当たったときに A がはずれている確率は  である。

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)  ①  ②

(6)

(7)

(8)  (点)

(9)

(10)

(11)

(12) 自然数  $N, M$  が、 $N = 2^2 \cdot 3, M = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$  と表されるとき、 $N, M$  の最小公倍数は  である。

(13) 次の文章の  にあてはまる語句を、下のア～エの中から選び、かな符号で答えよ。

三角形の各角の二等分線の交点は  であり、各辺の垂直二等分線の交点は  である。

ア 重心 イ 外心 ウ 垂心 エ 内心

(14) 次の文章の  にあてはまる語句を、下のア～エの中から選び、かな符号で答えよ。

正四面体の一面は  であり、

正十二面体の一面は  である。

ア 正三角形 イ 正方形 ウ 正五角形 エ 正六角形

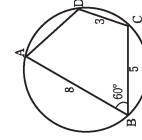
[2] 2 次関数  $y = x^2 - 4x + 1$  がある。次の問いに答えよ。

(1) この 2 次関数のグラフの頂点の座標は  ( , ) である。

(2) この関数が  $0 \leq x \leq a$  において、最大値が 1 となるような正の定数  $a$  の値の範囲は  である。

(1)  ( , )

(2)



[3] 円に内接する四角形 ABCD において、

$AB = 8, BC = 5, CD = 3, \angle ABC = 60^\circ$  である。次の問いに答えよ。

(1) AC の長さは  である。

(2) AD の長さは  である。

(1)

(2)

[4]  $\triangle ABC$  において、 $AB : AC = 3 : 5$  である。辺 AB, BC の中点をそれぞれ M, N とし、 $\angle BAC$  の二等分線と線分 MN, BC との交点をそれぞれ P, D とするとき、次の問いに答えよ。

(1)  $BD : DN =$   である。

(2)  $MP : PN =$   である。

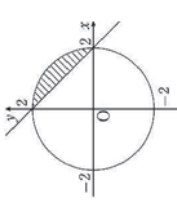
(1)

(2)



令和元年度 高等学校標準学力検査問題  
数学Ⅱ

次の  の中にあてはまる数、式、または記号を解答欄に記入せよ。

- [1] 次の各問いに答えよ。
- (1)  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2-1}$  を計算すると  である。
- (2)  $i^2 - 5i^3 + 3i^4$  を計算すると  である。ただし、 $i$  は虚数単位とする。
- (3) 整式  $x^3 - 2ax - 5$  を  $x - 2$  で割った余りが 1 のとき、 $a$  の値は  である。
- (4) 2次方程式  $x^2 + 5x + 7 = 0$  の 2 つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2 =$   である。
- (5) 3次方程式  $x^3 = 1$  の虚数解の 1 つ  $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$  を  $\omega$  とするとき、 $\omega^{2020}$  の値は  である。
- (6) 点  $(-1, 2)$  を通り、 $x$  軸と  $y$  軸の両方に接する円のうち、半径が小さい方の円の方程式は  である。
- (7) 下の図の斜線部分を表す不等式は、次のア～エのうち  である。ただし、境界線は含むものとする。
- 

ア  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ x + y - 2 \geq 0 \end{cases}$     イ  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ x + y + 2 \leq 0 \end{cases}$

ウ  $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4 \\ x + y - 2 \geq 0 \end{cases}$     エ  $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4 \\ x + y + 2 \leq 0 \end{cases}$
- (8)  $\cos(\theta + \pi) =$   である。 に当てはまるものを下のア～カの中から選び、かな符号で答えよ。
- ア  $\cos \theta$     イ  $\sin \theta$     ウ  $\tan \theta$
- エ  $-\cos \theta$     オ  $-\sin \theta$     カ  $-\tan \theta$
- (9) 方程式  $4x - 2^{x+1} - 8 = 0$  の解は  $x =$   である。
- (10) 次の等式、不等式のうち誤っているものをすべて選ぶと  である。
- ア  $\log_{10} 2 + \log_{10} 3 = \log_{10} 5$     イ  $\frac{\log_{10} 8}{\log_{10} 2} = \log_{10} 6$
- ウ  $\log_2 5 = \frac{1}{\log_5 2}$     エ  $\log_3 2 < 1 < \log_2 3$

学年     組     番号     氏名

- (11) 放物線  $y = 2x^2 - 4x + 3$  と直線  $y = 2x + 3$  で囲まれた部分の面積は  である。
- [2] 円 C :  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ 、直線  $l : y = 2x + m$  について、次の各問いに答えよ。
- (1) 円 C の中心の座標は  ①, 半径は  ② である。
- (2) 円 C の中心と直線  $l$  との距離を、 $m$  を用いて表すと  である。
- (3) 円 C と直線  $l$  が異なる 2 点で交わるとき、 $m$  の値の範囲は  である。
- [3] 関数  $y = (\sin \theta + \cos \theta) + 2 \sin \theta \cos \theta + 1$  について、 $\sin \theta + \cos \theta = x$  とし、次の各問いに答えよ。ただし  $0 \leq \theta \leq \pi$  とする。
- (1)  $\sin \theta + \cos \theta$  を  $r \sin(\theta + \alpha)$  の形に変形すると  である。ただし  $r > 0, 0 < \alpha < \pi$  とする。
- (2)  $x$  のとりうる値の範囲は  である。
- (3)  $y$  の値の最小値は  である。
- [4] 関数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$  について、次の各問いに答えよ。
- (1) この関数の極大値は  である。
- (2)  $x$  について方程式  $f(x) = k$  が異なる 3 つの実数解をもつような定数  $k$  の値の範囲は  である。
- (3) (2) のとき、 $f(x) = k$  の異なる 3 つの実数解を  $\alpha, \beta, \gamma$  (ただし  $\alpha < \beta < \gamma$ ) とする。このとき、 $\alpha$  の値の範囲は  である。

7 数学 I 基本および数学 I + A の正答と採点基準

数学 I + A 令和元年度 標準学力検査の正答と採点基準

問題番号	内容	正答	配点	採点上の注意
(1)	因数分解	$(x+y)(x+y+1)$	5点	
(2)	分数式の計算	-4	5点	
(3)	絶対値を含む不等式	$-3 < x < 3$	5点	
(4)	補集合	ウ	5点	
(5)	2次関数と2次不等式	① < ② <	5点	2つとも正解で5点
(6)	2次不等式	$x \leq -1, 2 \leq x$	5点	
(7)	三角比の相互関係	$\frac{7}{18}$	5点	
(8)	データの代表値	7	5点	
(9)	相関係数と散布図	ア	5点	
(10)	組合せ	360	5点	
(11)	条件付き確率	$\frac{7}{9}$	5点	
(12)	約数と倍数	300	5点	$2^2 \times 3 \times 5^2$ のように種の形でも可
(13)	三角形の外心と内心	① エ ② イ	5点	2つとも正解で5点
(14)	多面体	① ア ② ウ	5点	2つとも正解で5点
[1]				
(1)	2次関数の頂点	(2, -3)	5点	
(2)	2次関数の最大値	$0 < a \leq 4$	5点	
[2]				
(1)	余弦定理	7	5点	
(2)	余弦定理	5	5点	
[3]				
(1)	内角の二等分線	3 : 1	5点	
(2)	メネラウスの定理	3 : 2	5点	
[4]				

◎留意事項

- ① 部分点は与えない。
- ② 答えの表記が上記のものとは一致しない場合は、採点者の判断による。

数学 I 基本 令和元年度 標準学力検査の正答と採点基準

問題番号	内容	正答	配点	採点上の注意
(1)	指数法則	$45x^3y^4$	5点	
(2)	整式の計算	$a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$	5点	
(3)	因数分解	$(2x-1)(2x+3)$	5点	
(4)	実数	ア, エ	5点	すべて正解で5点
(5)	根号を含む計算	2	5点	
(6)	分母の有理化	$\sqrt{3} - \sqrt{2}$	5点	
(7)	1次不等式	エ	5点	
(8)	2次方程式	$-1 \pm \sqrt{6}$	5点	2つとも正解で5点
(9)	2次関数	$2x^2$	5点	
(10)	2次不等式	エ	5点	
(11)	集合	ウ	5点	
(12)	命題と条件	① イ ② ア ③ ウ	5点	3つとも正解で5点
(13)	データの代表値	① 3.5 ② 5	5点	2つとも正解で5点
(14)	データの散らばり	イ	5点	
[1]				
(1)	2次関数の頂点	ア	5点	
[2]				
(1)	2次関数の最大・最小	5	5点	
(2)	2次関数の最大・最小	なし	5点	
(1)	三角比の定義	① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{12}$	5点	2つとも正解で5点
(2)	三角比の値	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	5点	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ も可
(3)	正弦定理	$\sqrt{3}$	5点	
[3]				

◎留意事項

- ・部分点は与えない。
- ・答えの表記が上記のものとは一致しない場合は、採点者の判断による。

## 8 数学Ⅱの正答と採点基準

### 数学Ⅱ 令和元年度 標準学力検査の正答と採点基準

問題番号	内 容	正 答	配点	採点上の注意
[ 1 ]	(1) 分数式の計算	$\frac{1}{x-1}$	5点	
	(2) 複素数の計算	$2+5i$	5点	
	(3) 剰余の定理	$\frac{1}{2}$	5点	
	(4) 解と係数の関係	11	5点	
	(5) 高次方程式	$\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$	5点	ωでも可
	(6) 円の方程式	$(x+1)^2+(y-1)^2=1$	5点	
	(7) 不等式の表す領域	ア	5点	
	(8) 三角関数の性質	エ	5点	
	(9) 指数の方程式	2	5点	
	(10) 対数とその性質	ア, イ	5点	すべて正解で5点
	(11) 面積	9	5点	
[ 2 ]	(1) 円の方程式	① (2, 3) ② 3	5点	2つとも正解で5点
	(2) 点と直線の距離	$\frac{ m+1 }{\sqrt{5}}$	5点	
	(3) 円と直線	$-1-3\sqrt{5}<m<-1+3\sqrt{5}$	5点	
[ 3 ]	(1) 三角関数の合成	$\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$	5点	
	(2) 三角関数	$-1\leq x\leq\sqrt{2}$	5点	
	(3) 三角関数の応用	$-\frac{1}{4}$	5点	
[ 4 ]	(1) 関数の値の変化	2	5点	
	(2) 関数のグラフと方程式	$-2<k<2$	5点	
	(3)	$-1<a<0$	5点	

◎留意事項

- ・部分点は与えない。
- ・答えの表記が上記のものとは一致しない場合は、採点者の判断による。