令和２年度高等学校入学者数学学力テスト　B

愛知県高等学校数学研究会

答えは別紙の解答欄に記入しなさい。
実施時期によっては，問題用紙も回収します。

科	組	番	氏	
受検番号		番	名	

〔1〕　次の問いに答えなさい。

⑴　$(-2xy)^2\times 3xy\div\frac{1}{2}x^3y$ を計算しなさい。

⑵　方程式 $x+2y=2x+y+2=3x-3y+10$ を解きなさい。

⑶　$a^2(x+1)-b^2(x+1)$ を因数分解しなさい。

⑷　$\frac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}+2\sqrt{3}$ を簡単にしなさい。

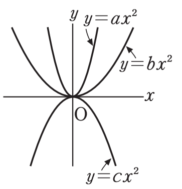
⑸　二次方程式 $4x^2=9$ を解きなさい。

⑹　次のア～エのうち，正しい内容を表しているものをすべて選び，かな符号で答えなさい。
ア　4の平方根は2である。
イ　$\sqrt{(-5)^2}$ は5に等しい。
ウ　$\sqrt{3}$ を2倍したものは $\sqrt{6}$ である。
エ　$\sqrt{7}$ は3より小さい。

⑺　定価 x 円の商品3つと定価 y 円の商品2つを，すべて定価の1割引きの価格で購入したとき，支払った代金の合計は900円であった。この数量の関係を正しく表しているものを，次のア～エの中から1つ選び，かな符号で答えなさい。

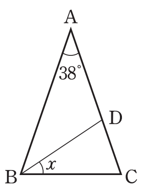
ア　$\frac{1}{10}(3x+2y)=900$　　イ　$\frac{1}{100}(3x+2y)=900$
ウ　$\frac{9}{10}(3x+2y)=900$　　エ　$\frac{99}{100}(3x+2y)=900$

⑻　右の図は，それぞれ関数 $y=ax^2$，$y=bx^2$，$y=cx^2$ のグラフである。a，b，c の値の大小関係を正しく表しているものを，次のア～カの中から1つ選び，かな符号で答えなさい。

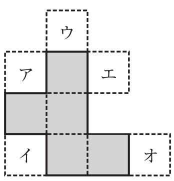


ア　$a<b<c$　　イ　$a<c<b$
ウ　$b<a<c$　　エ　$b<c<a$
オ　$c<a<b$　　カ　$c<b<a$

⑼　右の図は，$\angle A=38°$，AB＝ACの二等辺三角形ABCである。辺AC上にAD＝BDとなる点Dをとる。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



⑽　右の図で，色をつけた部分は，立方体の展開図の一部である。残りの1つの面を，図のア～オのどの位置につければ，立方体の展開図になるか，正しいものを1つ選び，かな符号で答えなさい。



〔2〕　次の問いに答えなさい。

⑴　3枚の硬貨を同時に投げるとき，少なくとも2枚は表となる確率を求めなさい。

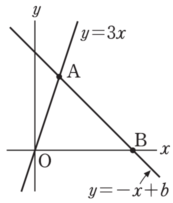
⑵　ある中学校の生徒10人に，10点満点の小テストを実施したところ，下のような点数であった。

7，5，9，3，7，1，7，9，6，5

㈠　この10人の小テストの点数の中央値を求めなさい。
㈡　この10人のうち，男子生徒は8人で，女子生徒は2人であった。男子生徒の平均点が5.5点であるとき，女子生徒2人の点数をそれぞれ求めなさい。

⑶　1から9までの9つの自然数から異なる4つの数を選び，その積を求めると560になった。この4つの数をすべて求めなさい。

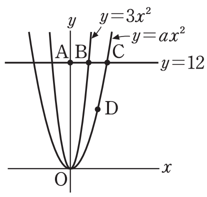
〔3〕　図のように，直線 $y=-x+b$ が直線 $y=3x$，x 軸と交わる点をそれぞれA，Bとする。点Oを原点とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，b は正の数とする。



⑴　$b=4$ のとき，△OABの面積を求めなさい。

⑵　△OABの面積を b を用いて表しなさい。

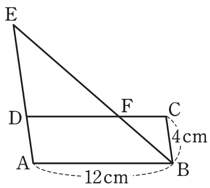
〔4〕　図のように，点(0，12)をAとし，直線 $y=12$ が2つの関数 $y=3x^2$，$y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフと x 座標が正で交わる点をそれぞれB，Cとする。また，点Dは $y=ax^2$ のグラフ上の点で，x 座標は正である。AB＝BCのとき，次の問いに答えなさい。



⑴　a の値を求めなさい。

⑵　直線ADが x 軸と交わる点をEとする。AD＝DEのとき，Eの x 座標を求めなさい。

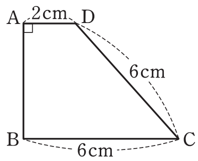
〔5〕　図のように，AB＝12cm，BC＝4cmである平行四辺形ABCDで，$\angle ABC$ の二等分線と辺ADを延長した直線との交点をEとし，線分BEと辺CDとの交点をFとする。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　BF：FEを求めなさい。

⑵　対角線ACをひき，線分BEとの交点をGとする。このとき，△BCGと四角形AGFDの面積の比を求めなさい。

〔6〕　図のように，AD//BCでAD＝2cm，BC＝CD＝6cm，$\angle BAD=90°$ の台形ABCDがある。次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。



⑴　直線BCを回転の軸として台形を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

⑵　辺BCの中点を通り，辺ABに平行な直線を回転の軸として台形を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

令和２年度　テスト $\boxed{\text{B}}$

番号	配点	正　答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例 （標本全体に対する％）
［1］ (1)	4	$24y^2$	68.9	83.8 59.5	0.3	0.0 0.0	30.8	$6y^2$ (15.2)，$24x^6y^4$ (4.3)， $24xy^2$ (1.3)
(2)	4	$(x,\ y)=(0,\ 2)$	67.6	83.8 51.4	8.0	0.0 13.5	24.4	特になし
(3)	4	$(a+b)(a-b)(x+1)$	47.1	73.0 21.6	9.3	0.0 24.3	43.6	$(x+1)(a^2-b^2)$ (16.0)， $a^2x+a^2-b^2x-b^2$ (5.3)
(4)	4	$2+\sqrt{3}$	50.8	81.1 16.2	1.3	0.0 2.7	47.9	$1+2\sqrt{3}$(13.6)，$2-\sqrt{3}$(5.9)
(5)	4	$x=\pm\frac{3}{2}$	50.0	83.8 24.3	1.1	0.0 2.7	48.9	$\frac{3}{2}$(31.3)，$\frac{3}{4}$(1.3)，$\sqrt{5}$(1.1)， $\sqrt{\frac{3}{2}}$(1.1)
(6)	4	イ，エ	60.6	86.5 29.7	0.3	0.0 0.0	39.1	ア,イ,エ(14.1),イ,ウ,エ(6.1), イ，ウ(3.4)
(7)	4	ウ	85.6	100 70.3	0.0	0.0 0.0	14.4	ア(4.8)，イ(4.8)，エ(3.2)
(8)	4	カ	48.9	67.6 29.7	0.0	0.0 0.0	51.1	エ(26.6)，イ(9.6)，ア(6.4)， オ(1.9)
(9)	4	$\angle x=33^\circ$	82.2	89.2 59.5	0.5	0.0 0.0	17.3	38(8.5)，28(1.6)，34(1.3)， 43(0.5)
(10)	4	ウ	95.7	97.3 97.3	0.0	0.0 0.0	4.3	エ(1.3)，オ(1.3)
［2］ (1)	5	$\frac{1}{2}$	84.0	94.6 70.3	0.0	0.0 0.0	16.0	$\frac{3}{8}$(5.9)，$\frac{1}{4}$(1.6)，$\frac{1}{3}$(1.1)，$\frac{5}{8}$(1.1)
(2) (ア)	5	6.5点	79.3	94.6 62.2	0.0	0.0 0.0	20.7	6(8.2),7(3.2),5.5(2.9),5(2.1)
(2) (イ)	5	6点と9点	69.7	97.3 35.1	7.2	0.0 21.6	23.1	7点と9点(4.3),1点と3点(2.9), 6点と7点(2.1),5点と9点(1.9)
(3)	5	2，5，7，8	79.8	86.5 37.8	9.6	0.0 35.1	10.6	4,4,5,7(2.4)，2,5,6,7(1.6)， 2,5,6,9(0.5)
［3］ (1)	5	6	80.1	97.3 56.8	8.2	0.0 10.8	11.7	8(1.3)，12(1.1)，$6\mathrm{cm}^2$(1.1)
(2)	5	$\frac{3}{8}b^2$	28.7	64.9 5.4	23.7	8.1 45.9	47.6	$\frac{3}{2}b$(21.0)，$\frac{b^2}{2}-\frac{b}{2}$(4.3)， $\frac{1}{8}b^2$(0.8)，4(0.8)
［4］ (1)	5	$a=\frac{3}{4}$	62.8	89.2 24.3	4.3	0.0 8.1	32.9	6(11.4)，$\frac{3}{2}$(4.0)，3(4.0)，2(1.6)
(2)	5	$4\sqrt{2}$	19.4	40.5 2.7	26.6	13.5 51.4	54.0	6(9.8)，8(5.9)，12(4.0)，4(3.2)
［5］ (1)	5	1:2	69.9	86.5 43.2	2.1	0.0 8.1	28.0	1:3(8.2)，2:1(5.0)，2:3(2.9)， 3:2(2.1)
(2)	5	3:11	12.5	13.5 0.0	30.3	18.9 40.5	57.2	1:3(4.3)，1:9(3.7)，1:4(3.5)， 1:5(2.9)
［6］ (1)	5	$\frac{200}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$	38.0	64.9 2.7	15.4	8.1 29.7	46.6	40π(3.5)，$\frac{200}{3}$(2.1)，80π(1.9)， 32π(1.1)
(2)	5	$\frac{107\sqrt{5}}{6}\pi\ \mathrm{cm}^3$	12.0	24.3 0.0	43.4	32.4 62.2	44.6	円柱(0.5)，$\frac{107}{3}\pi$(0.5)， $16\sqrt{5}+3\sqrt{3}$(0.5)，$18\sqrt{5}-\frac{5}{12}\pi$(0.5)

(1) 分数計算のよくあるミスから

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H29 ［１］(5)	$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-\dfrac{12}{\sqrt{6}}$ (5)	83.4％ (97.2％／69.6％)	$5-2\sqrt{6}$（3.7％），11（1.6％）
H30 ［１］(4)	$\dfrac{\sqrt{12}-2}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}(1-\sqrt{3})$ (0)	50.4％ (76.9％／19.7％)	$-1+\sqrt{2}$（6.5％），$-2+\sqrt{2}$（6.2％），$\sqrt{2}$（2.0％）
H31 ［１］(4)	$\dfrac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}+2\sqrt{3}$ $(1+\sqrt{3})$	36.2％ (66.4％／4.8％)	$\sqrt{3}$（18.0％），$-\sqrt{3}$（10.0％），$2\sqrt{3}$（6.8％）
R２ ［１］(4)	$\dfrac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}+2\sqrt{3}$ $(2+\sqrt{3})$	50.8％ (81.1％／16.2％)	$1+2\sqrt{3}$（13.6％），$2-\sqrt{3}$（5.9％）

H31［１］(4)の類問である。有理化を含む計算はH29 年度から毎年出題されている。今年度は，H31 年度において，約分時に斜線で数字そのものを消してしまう（0にしてしまう）生徒が多かったため，約分したときに１とならない問題を出題した。予想通り，正答率は昨年より高くなったが，H29 年度の正答率が他年度と比べて高いことから，分母の有理化はできていても，その後の分数の計算，特に分子が和や差の形になっている分数の計算で，ミスをしてしまう生徒が多いことが分かる。

【今後の指導に向けて】

過去の誤答を用いた次のような問題を与え，どこで間違えているかを考えさせる。

問　以下はある生徒の誤った計算である。間違いを指摘し，正しい答えを求めよ。

(1) $\dfrac{\sqrt{12}-2}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{6}-2}{2}=\sqrt{6}-1$ ［(H30)］　誤答パターンＡ

(2) $\dfrac{\sqrt{12}-2}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{6}-2}{2}=\sqrt{6}-2$ ［(H30)］　誤答パターンＡ

(3) $\dfrac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3-3\sqrt{3}}{3}=-3\sqrt{3}$ ［(H31)］　誤答パターンＡＢ

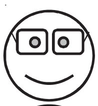
(4) $\dfrac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3-3\sqrt{3}}{3}=-\sqrt{3}$ ［(H31)］　誤答パターンＢ

(5) $\dfrac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}=\dfrac{6-3}{3}=1$ ［(R２)］　誤答パターンＡ

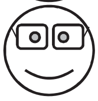
(6) $\dfrac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}=\dfrac{6-3\sqrt{3}}{3}=2-3\sqrt{3}$ ［(R２)］　誤答パターンＡ

上記の解答の誤りは次の２つのパターンに分類される。

- 誤答パターンＡ　「分子全体が塊」として捉えず，片方だけを約分または掛け算している。
- 誤答パターンＢ　約分時に１ではなく０にしてしまう。（ ＼ で消してしまう。）



$\dfrac{2\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{2}=\dfrac{2(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}$ のように分子を因数分解してから約分しよう。



約分時は１もしっかり書こう。

(2)　$x^2=a$ の解を正しく理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する%）
H29［1］(7)	二次方程式 $5x^2-7x+2=0$ を解きなさい。（$x=\frac{2}{5}$，1）	82.6%（98.6%／58.7%）	$x=\frac{7\pm\sqrt{9}}{10}$（5.7%），$x=\frac{7\pm\sqrt{89}}{10}$（0.8%）
H30［1］(5)	二次方程式 $x^2+2x-4=0$ を解きなさい。（$x=-1\pm\sqrt{5}$）	71.0%（88.4%／46.3%）	$x=\pm\sqrt{5}$（2.9%），$x=-2\pm\sqrt{5}$（2.0%），$x=1\pm\sqrt{5}$（1.8%）
H31［1］(5)	二次方程式 $4x^2-9=0$ を解きなさい。（$x=\pm\frac{3}{2}$）	54.4%（84.8%／23.2%）	$x=\frac{3}{2}$（23.1%），$x=\pm3$（2.5%）
R２［1］(5)	二次方程式 $4x^2=9$ を解きなさい。（$x=\pm\frac{3}{2}$）	50.0%（83.8%／24.3%）	$x=\frac{3}{2}$（31.3%），$x=\frac{3}{4}$（1.3%），$x=\sqrt{5}$（1.1%）

平方根の考え方を用いて二次方程式を解く問題である。今年度，前年度ともに全体の正答率は50%台であり，誤答の多くが $x=\frac{3}{2}$ であった。２乗して $\frac{9}{4}$ になる数を求めるときに，負の解が答えられていない。一方で，解の公式を利用する過去の問題では，正答率が70%以上であった。また，下記(6)の誤答からも，少なくとも14%が「４の平方根は２である」と考えている。したがって，平方根の意味を確認させることや，負の数まで常に考えさせる必要がある。

R２［1］(6)	次のア～エのうち，正しい内容を表しているものをすべて選び，かな符号で答えなさい。 ア　４の平方根は２である。 イ　$\sqrt{(-5)^2}$ は５に等しい。 ウ　$\sqrt{3}$ を２倍したものは $\sqrt{6}$ である。 エ　$\sqrt{7}$ は３より小さい。 （イ，エ）	60.6%（86.5%／29.7%）	ア，イ，エ（14.1%），イ，ウ，エ（6.1%），イ，ウ（3.4%）

【今後の指導に向けて】

平方根の考え方は，数学Ⅰの「数と式」で扱う。「$x^2=5$ を解くと $x=\pm\sqrt{5}$ である」などの基本事項はもちろん重要ではあるが，授業の内容が進むにつれて毎回確認することができない。そのため，高校に入学してできるだけ早い段階で定着させたい。

そこで，授業やテストで以下の例のように誤答分析として出題することを提案する。

例１　平方根に関する小テストに向けて５人の生徒が会話をしている。このうちの何人かは下線部の内容を誤っている。それは誰なのかを答え，さらにその誤りを正しく直しなさい。

Ａさん「平方根は２乗してその数になるという意味だから，４の平方根は<u>　２　</u>だよね。」
Ｂさん「いや，－２も２乗すると４になるから，４の平方根は<u>　±２　</u>だと思うよ。」
Ｃさん「確かにマイナスは忘れてしまいそう…。$\sqrt{25}$ ＝<u>　±5　</u>ということも覚えておこう。」
Ｄさん「でも，平方根の中が２乗の形で表せると平方根がはずれるから，$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=$<u>　5　</u>だよ。」
Ｅさん「それを言うなら，$\sqrt{25}=\sqrt{(-5)^2}=$<u>　－5　</u>であることも言えるから，Ｃさんは正しいよ。」

例２　Ａくんは以下の「問題」に対して，次のような解答を作成した。あなたが先生になって採点するつもりで，解答が正しければ＜Ａくんの解答＞に丸をつけ，誤りがあれば右の空欄に正しい解答を書いた上で，＜Ａくんの解答＞のどこが誤っていたかを指摘せよ。

> 問題　１を加えて２乗した値と，３を加えて２倍した値が等しくなるような実数を求めよ。

＜Ａくんの解答＞

求める実数を x とおく。
このとき
$(x+1)^2=2(x+3)$ である。
$x^2+2x+1=2x+6$
$x^2=5$
$x=\sqrt{5}$
よって求める実数は $\sqrt{5}$ である。

【正しい解答】

【Ａくんの誤り】

例１では，似たような事柄をいくつか並べて判断させることで，知識を正しく身に付けているかを確認することができる。また，例２では $x^2=5$ の解を直接問うのではなく，あえてこのように他人の解答を客観的に見させることで，基本事項の確認をしたり，自分自身の解答との違いに気づいたりすることもできる。

したがって，今回の例に限らず，ふだんの授業では詳しく触れられないような基本かつ重要な内容は，誤答分析を利用して確認することも有効であると考える。

(3) 問題を読み解き，見通しをもって解答させたい

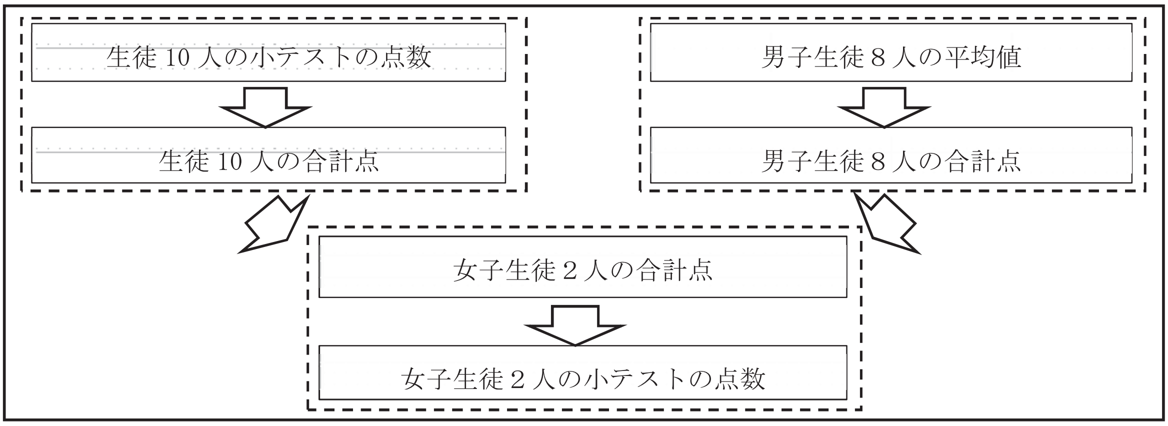
<table>
<tr><th>問題番号</th><th colspan="3">問題（正答）</th></tr>
<tr><td rowspan="3">H31［２］（１）</td><td colspan="3">10 人が 10 点満点のゲームを実施した。表はその結果をまとめたものである。10 人の点数の平均値が６点，範囲は８点であった。Ｅさんの点数がＪさんの点数より低いとき，Ｅさんの点数を求めなさい。
<table><tr><td>生徒</td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td><td>F</td><td>G</td><td>H</td><td>I</td><td>J</td></tr><tr><td>得点</td><td>9</td><td>2</td><td>9</td><td>3</td><td></td><td>9</td><td>4</td><td>6</td><td>5</td><td></td></tr></table>
（３点）</td></tr>
<tr><td>正答率
（上位群／下位群）</td><td>無答率
（上位群／下位群）</td><td>主な誤答例
（標本全体に対する％）</td></tr>
<tr><td>37.2%
（60.0%／16.8%）</td><td>3.8%
（0.0%／6.4%）</td><td>6（17.4%），
5（13.7%），
1（8.3%）</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Ｒ２［２］（２）（イ）</td><td colspan="3">ある中学校の生徒 10 人に，10 点満点の小テストを実施したところ，下のような点数であった。
７，５，９，３，７，１，７，９，６，５
（イ）この 10 人のうち，男子生徒は８人で，女子生徒は２人であった。男子生徒の平均値が 5.5 点であるとき，女子生徒２人の点数をそれぞれ求めなさい。
（６点と９点）</td></tr>
<tr><td>正答率
（上位群／下位群）</td><td>無答率
（上位群／下位群）</td><td>主な誤答例
（標本全体に対する％）</td></tr>
<tr><td>69.7%
（97.3%／35.1%）</td><td>7.2%
（0.0%／21.6%）</td><td>７点と９点（4.3%），
１点と３点（2.9%），
５点と９点（1.9%）</td></tr>
</table>

H31［２］（１）の類題である。今年度は点数の平均値のみ用いる問題にしたので，正答率は 30 ポイント程度高くなり，特に上位群の正答率の高さが顕著に表れている。しかし下位群において無答率が 15 ポイント程度高くなっていることから，解答までの見通しが立たない生徒が多いと考えられる。

【今後の指導に向けて】

この問題の答えである女子生徒２人の点数は，すぐに求められるものではない。まず問題から生徒 10 人の合計点と，男子生徒８人の合計点を計算する。次にそれらを引き算することで，女子生徒２人の合計点を計算する。最後に女子生徒２人の合計点から，当てはまる２つの点数を問題から抜き出すことで答えが求まる。指導するときは，この計算過程を分解して発問や対話を通じて理解させたい。また，答えにいたる全体の流れも併せて理解させたい。

先生「この問題を読んで，すぐに女子生徒２人の点数を求めることができますか？」
生徒「できません。」
先生「そう，すぐにはできませんね。しかしそれでは問題が解けないので，一旦女子生徒２人のことは忘れましょう。少し質問を変えます。問題からすぐに求められることを挙げてみてください。」
生徒「10 人の点数が分かっているので，全部足して・・・合計点は 59 点です。」
先生「いいですね。他にはどうでしょう？せっかく男子生徒の平均値が 5.5 点と分かっているので，ここから求められるものはありませんか？」
生徒「男子生徒は８人なので，掛け算すれば・・・男子生徒の合計点は 44 点です。」
先生「そうですね。これで問題から生徒 10 人の合計点と，男子生徒８人の合計点が求まりました。どうですか？ここから女子生徒２人の点数は求まりますか？」
生徒「・・・まだできません。」
先生「では質問を変えます。もし女子生徒２人の点数が求まっていたら，そこから新たに求まるものはないですか？例えば，女子生徒２人の点数が５点と７点だったらどうですか？」
生徒「合計点が 12 点です。」
先生「逆に女子生徒２人の合計点が 11 点だったら，女子生徒の点数はいくつといくつですか？」
生徒「５点と６点ですか？」
先生「その通りです。つまり女子生徒２人の点数は，その合計点が分かれば求めることができますよね？」
生徒「そうですね。」
先生「改めて考えてみてください。生徒 10 人の合計点は 59 点，男子生徒８人の合計点は 44 点です。ここから求まるものはありませんか？」
生徒「女子生徒の合計点が・・・59－44 で 15 点です。じゃあ，女子生徒２人の点数は６点と９点ですか？」
先生「正解です。ここまでを振り返りましょう。すぐに答えが求まらないときは，まず求めることができるものから明らかにしましょう。そうして次々に派生して，答えにたどり着く流れを理解しましょう。」

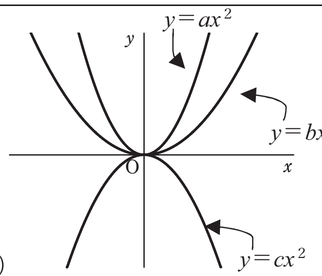


このように全体の計算過程を分解して，求めることができるものが次々に派生していく流れを実感させることで，無答率を減少させることができると考える。

（4）放物線の形と係数の関係を理解させたい

問題（正答）

右の図は，それぞれ関数 $y=ax^2$，$y=bx^2$，$y=cx^2$ のグラフである。
a，b，c の値の大小関係を正しく表しているものを，
次のア～カの中から１つ選び，かな符号で答えなさい。
ア　$a<b<c$　イ　$a<c<b$
ウ　$b<a<c$　エ　$b<c<a$
オ　$c<a<b$　カ　$c<b<a$　　　（カ）

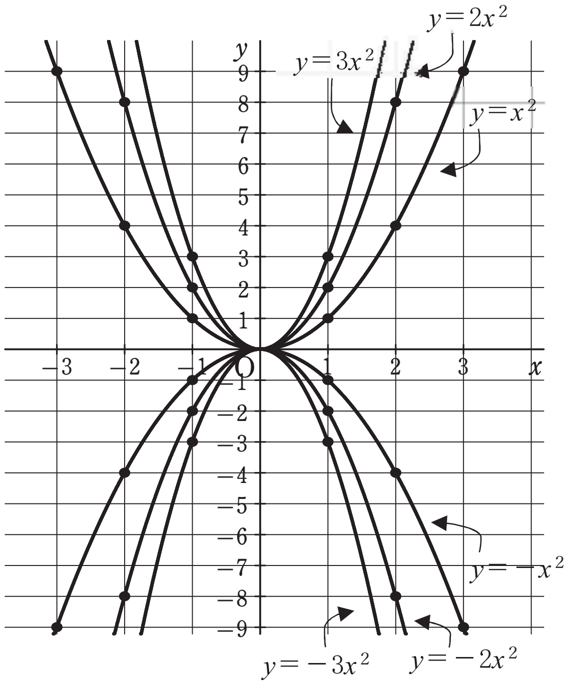


問題番号	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H31 A問題 ［１］(11)	26.8%（37.1%／2.9%）	2.4%（0.0%／2.9%）	エ（19.1%），イ（17.4%），オ（15.9%）
Ｒ２ ［１］（８）	48.9%（67.6%／29.7%）	0.0%（0.0%／0.0%）	エ（26.6%），イ（9.6%），ア（6.4%）

H31Ａ問題［１］（11）と同じ問題である。昨年度と今年度の主な誤答例で１番割合が高いエ，次いでイの誤答は，共通して関数 $y=ax^2$ の係数の正負と，グラフの上に凸または下の凸の形の決まり方が関係していることを理解していない誤答だと分かる。もし関数 $y=ax^2$ の係数の正負によって，グラフの上に凸または下に凸の形が決まることを理解すれば，エと回答した生徒は正答を選択することができると考えられる。

【今後の指導に向けて】

関数にさまざまな x の値を代入して得られた座標をグラフ上に書き，それを結ぶことで放物線が描ける。このことから，放物線の特徴を理解させたい。



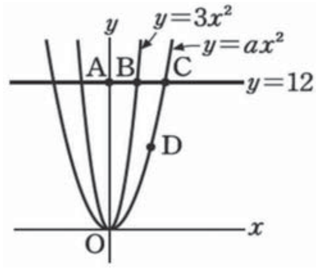
グラフを見て分かること（係数が正のとき）
・放物線は，原点を通る。
・関数の係数が大きくなると，グラフの開きが狭くなる。
・下に凸の放物線である。

グラフを見て分かること（係数が負のとき）
・放物線は，原点を通る。
・関数の係数が小さくなると，グラフの開きが狭くなる。
・上に凸の放物線である。

座標をグラフ上に書くと，関数の係数が正の数のときに y 座標の値は正の数，関数の係数が負の数のときに y 座標の値は負の数である。このことから放物線を描くことで，関数の係数が正の数のときは下に凸，負の数のときは上に凸であることを強調する。これにより主な誤答例の割合で１番高い誤答を減

少させることができると考える。また，関数の係数とグラフの開き具合の関係は，係数の正負によって異なることを併せて理解させたい。

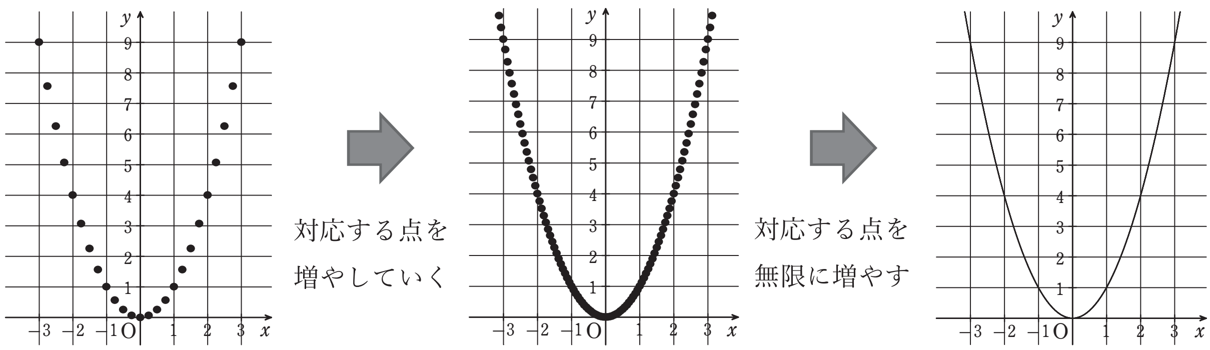
(5) 関数の意味を理解させたい

<table>
<tr><th>問題
番号</th><th colspan="3">問題（正答）</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Ｒ２
［４］</td><td colspan="3">図のように，点（0，12）をＡとし，直線 $y=12$ が２つの関数 $y=3x^2$，$y=ax^2$（$a>0$）のグラフと x 座標が正で交わる点をそれぞれＢ，Ｃとする。また，点Ｄは $y=ax^2$ 上の点で，x 座標は正である。ＡＢ＝ＢＣのとき，次の問いに答えなさい。
(1) a の値を求めなさい。（$a=\frac{3}{4}$）
(2) 直線ＡＤが x 軸と交わる点をＥとする。ＡＤ＝ＤＥのとき，Ｅの x 座標を求めなさい。（$4\sqrt{2}$）

</td></tr>
<tr><td>正答率
（上位群／下位群）</td><td>無答率
（上位群／下位群）</td><td>主な誤答例
（標本全体に対する％）</td></tr>
<tr><td>(1)　62.8％
（89.2％／24.3％）</td><td>4.3％
（0.0％／8.1％）</td><td>6（11.4％），
$\frac{3}{2}$（4.0％）</td></tr>
<tr><td>(2)　19.4％
（40.5％／2.7％）</td><td>26.6％
（13.5％／51.4％）</td><td>6（9.8％），
8（5.9％）</td></tr>
</table>

与えられた条件から関数の基本性質を利用して，値や x 座標を求める問題を出題した。(1)の正答率は 62.8％であるが，下位群では 24.3％である。ＡＢ＝ＢＣから点Ｃの x 座標は点Ｂの x 座標の２倍になるわけだが，関数の性質を理解できていない生徒は点Ｂの x 座標が導けず，a の値は $y=3x^2$ の x^2 の係数３を単純に２倍，あるいは下に凸の放物線であると開きが大きいほど x^2 の係数は小さくなることから単純に $\frac{1}{2}$ 倍としており，主な誤答である６や $\frac{3}{2}$ と答えてしまうと考えられる。(2)の正答率は 19.4％であり，上位群でも 40.5％である。主な誤答が６や８と答えていることから，グラフの見た目で答えていると考えられる。関数の意味をしっかり理解しており，さらに点Ｄの y 座標が点Ａの y 座標の半分であることに気づければ，正解に導くことは難しくない。

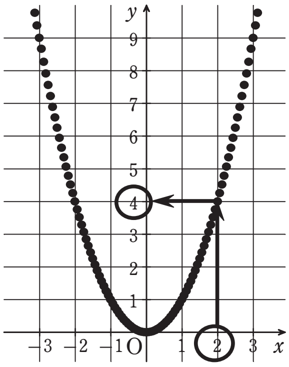
【今後の指導に向けて】

関数に苦手意識をもつ生徒は多いが，意味を理解していれば基礎問題は難しくない。関数はいわば変換装置であり，入口から与えられたものが関数によって計算されて出口から１つの結果が出るだけのものである。例えば，入口を x，出口を y とし，その対応を見やすくしたものがグラフである。次のように関数 $y=x^2$ の x，y に対応する点を座標平面上にとり，その点を無限に増やして，１つにつながったように見えているだけであることを見せると理解が深められる。

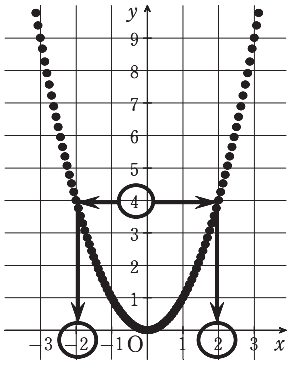


このことを理解できていれば，関数式やグラフから x から y，あるいは y から x を求められることが分かる。滑らかな曲線になることで点の集合であるということが分かりにくいのであれば，次のように

点が多数描かれた図を用いて指導するのもよい。



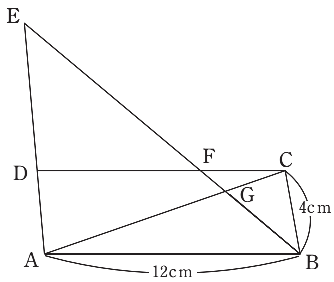
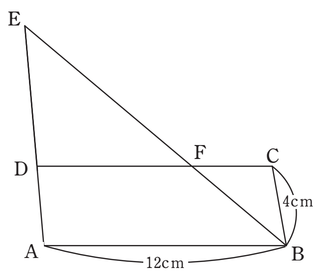
x から y を求める



y から x を求める

(1)，(2)いずれの問題も基本的には x，y に数値を入れて，必要な値を求めているだけである。関数の意味をしっかり理解しておくことは大切なことである。

(6) 問題を解くために必要な図形を正しく認識させたい

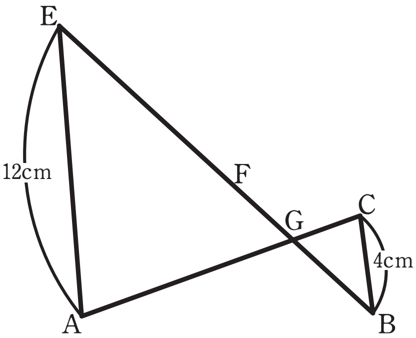
<table>
<tr><th>問題
番号</th><th colspan="3">問題（正答）</th></tr>
<tr><td rowspan="4">H31
［5］</td><td colspan="3">図のように，ＡＢ＝12cm，ＢＣ＝4cm である平行四辺形ＡＢＣＤについて，∠ＡＢＣの二等分線と辺ＡＤの延長線との交点をＥとする。線分ＢＥと辺ＣＤ，対角線ＡＣとの交点をそれぞれＦ，Ｇとする。次の問いに答えなさい。
(1)　ＢＦ：ＦＥを求めなさい。　（ １ ： ２ ）
(2)　△ＢＣＧと四角形ＡＧＦＤの面積の比を求めなさい。
（ ３ ：11 ）
</td></tr>
<tr><td>正答率
（上位群／下位群）</td><td>無答率
（上位群／下位群）</td><td>主な誤答例
（標本全体に対する％）</td></tr>
<tr><td>(1)　38.3％
（68.0％／10.4％）</td><td>10.1％
（1.6％／16.8％）</td><td>1：3（24.9％），
3：1（6.2％）</td></tr>
<tr><td>(2)　12.8％
（28.0％／0.0％）</td><td>34.7％
（23.2％／42.4％）</td><td>1：9（6.1％），
1：4（6.0％）</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Ｒ２
［5］</td><td colspan="3">図のように，ＡＢ＝12cm，ＢＣ＝4cm である平行四辺形ＡＢＣＤで，∠ＡＢＣの二等分線と辺ＡＤを延長した直線との交点をＥとし，線分ＢＥと辺ＣＤとの交点をＦとする。
このとき，次の問いに答えなさい。
(1)　ＢＦ：ＦＥを求めなさい。　（ １ ： ２ ）
(2)　対角線ＡＣをひき，線分ＢＥとの交点をＧとする。このとき，△ＢＣＧと四角形ＡＧＦＤの面積の比を求めなさい。
（ ３ ：11 ）
</td></tr>
<tr><td>正答率
（上位群／下位群）</td><td>無答率
（上位群／下位群）</td><td>主な誤答例
（標本全体に対する％）</td></tr>
<tr><td>(1)　69.9％
（86.5％／43.2％）</td><td>2.1％
（0.0％／8.1％）</td><td>1：3（8.2％），
2：1（5.0％）</td></tr>
<tr><td>(2)　12.5％
（13.5％／0.0％）</td><td>30.3％
（18.9％／40.5％）</td><td>1：3（4.3％），
1：9（3.7％）</td></tr>
</table>

図形の性質を利用して辺の比と面積比を求める問題であり，H31 年度とＲ２年度では一部問題文を変え，同じ問題を出題した。H31 年度とＲ２年度の違いは問題の中の図に点Ｇが書き込まれているかである。H31 年度の問題の図に書き込まれている点Ｇは(1)を解くためには必要なく，Ｒ２年度では点Ｇは

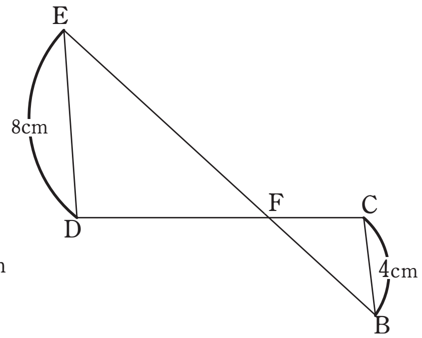
(2)の問題文中で生徒自身に作図させるようにした。H31 年度とＲ２年度では(1)の正答率が 38.3%から 69.9%と 31.6 ポイント上がった。これは，(1)を解くために必要な図形が見つけやすくなったためだと考えられる。求めるものはＢＦ：ＦＥであるが，H31 年度では点Ｇが書き込まれているために中学校でよく扱われている相似な図形（図１）に注目する生徒やどんな図形で求めればよいのかわからず解けなかった生徒がいたため正答率がＲ２年度より低かったが，Ｒ２年度では求めるために必要な図形（図２）を容易に見つけることができるようになったため正答率が上がったと考えられる。

【今後の指導に向けて】

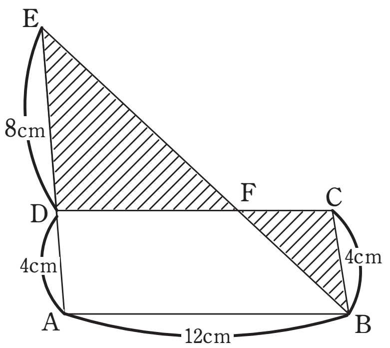
問題を解くとき、必要な情報とそうでないものの判別が難しい生徒もいるため，図を抜き出すことや斜線を引くなど具体的な方策を指導する必要がある。ここでは，図２－１のような図形を抜き出すか，図２－２のように問題中の図に斜線を引くなどの手立てを日頃から身に付けさせたい。



【図１】

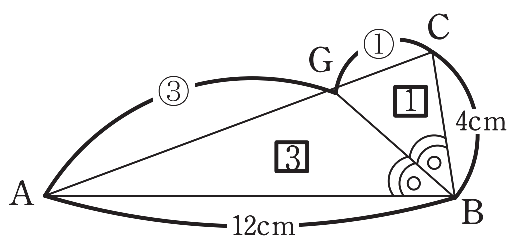


【図２－１】



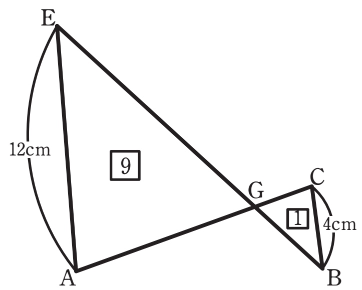
【図２－２】

同様に，(2)においても以下の図３，図４，図５，図６を生徒自身が確認できるようにさせたい。このとき，基準とする図形の面積を文字（ここでは△ＢＣＧの面積をＳとした）で表し，他の図形の面積もこのＳを用いて表現し，面積比を求めることにも注意させたい。



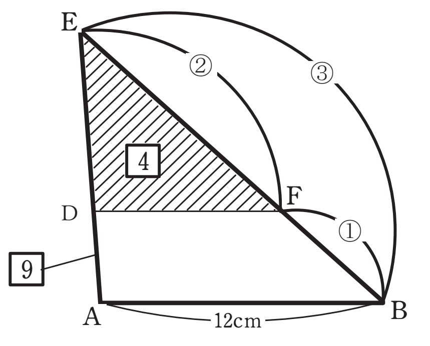
((△ＡＢＧの面積）＝3Ｓ）

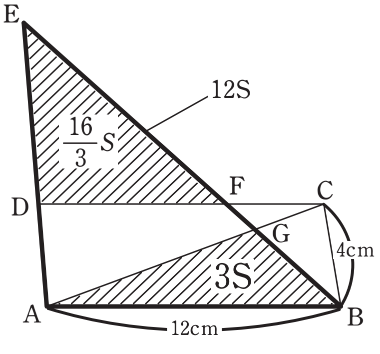
【図３】



((△ＡＥＧの面積）＝9Ｓ）

【図４】



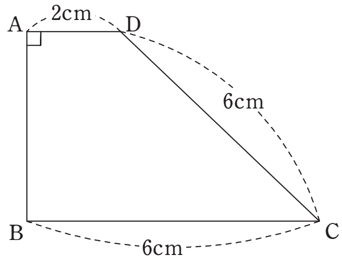


((△ＤＥＦの面積）＝（3Ｓ＋9Ｓ）×$\frac{4}{9}$＝$\frac{16}{3}$Ｓ）((四角形ＡＧＦＤの面積）＝12Ｓ－3Ｓ－$\frac{16}{3}$Ｓ＝$\frac{11}{3}$Ｓ）

【図５】　　　　　　　　　　【図６】

図の中に比や線分の大きさなどの情報をたくさん書き込むと見間違えや勘違いをする原因になるので，自分の必要とする図形のみを抜き出すことや斜線を引くなど，自分が何を求めようとしているのか正しく認識できるように指導していきたい。その際，どこを求めると答えにつながるのかなど，その手順を自分で考えることができるような指導も併せて行っておきたい。

(7) 図形をイメージし，解法を考察させたい

問題番号	問題（正答）		
R２［６］	図のように，ＡＤ∥ＢＣでＡＤ＝2㎝，ＢＣ＝ＣＤ＝6㎝，∠ＢＡＤ＝90°の台形ＡＢＣＤがある。次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。 (1)　直線ＢＣを回転の軸として台形を１回転させてできる立体の体積を求めなさい。　（ $\frac{200}{3}\pi$ ） (2)　辺ＢＣの中点を通り，辺ＡＢに平行な直線を回転の軸として台形を１回転させてできる立体の体積を求めなさい。　（ $\frac{107\sqrt{5}}{6}\pi$ ） 		
	正答率（上位群／下位群）	無答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
	(1)　38.0％（64.9％／2.7％）	15.4％（8.1％／29.7％）	40π（3.5％），$\frac{200}{3}$（2.1％）
	(2)　12.0％（24.3％／0.0％）	43.4％（32.4％／62.2％）	$16\sqrt{5}+3\sqrt{3}$（0.5％），$\frac{107}{3}\pi$（0.5％）

図形の回転体の体積を求める問題である。回転軸の位置に注意して立体を考えなくてはならない。(1)，(2)ともにさまざまな誤答があった。(1)では，回転体の円柱部分や円錐部分のみを答えたとみられるものや，πがない，軸がＡＢであるなど注意力が不足している誤答も目立った。(2)では，さまざまな誤答から立体がイメージできていない，不要部分を除くという発想がもてていないと予想できる。

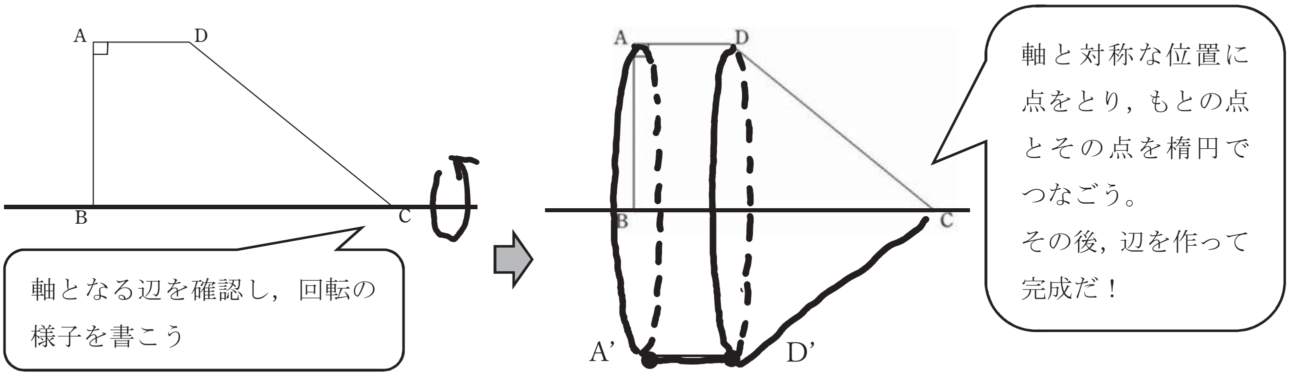
これらのことから，解答に至る手順が多い問題について，考察し方針を立てて，計算を始めるための準備を進めるなど，順を追って進める力が十分に身についていないと考えられる。

【今後の指導に向けて】

ここでは，指導の際に実状に合わせて意識したい点として，①図形をイメージさせる，②解法を考察させる，の２点を挙げる。それぞれの点で生徒が考えられるように工夫をし，サポートしながら身につけさせていきたい。

①図形をイメージさせる

回転体を考えなさいと言われてすぐに想像できる生徒は多くはない。立体をイメージする際，与えられた図をそのまま利用して手軽にかく手法を指導したい。

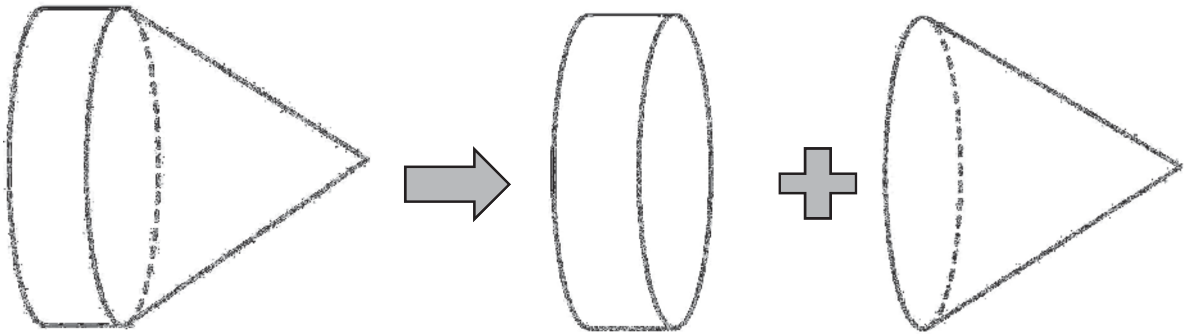


積分を指導しているとこのような図をかきながら回転体の体積を考えさせることも多い。回転体を考える際に，直立した完成形の立体をイメージしなくとも，図を利用すれば十分である，どうしても立っている図がほしければその後にかけばよい，ということを伝えたい。

②解法を考察させる

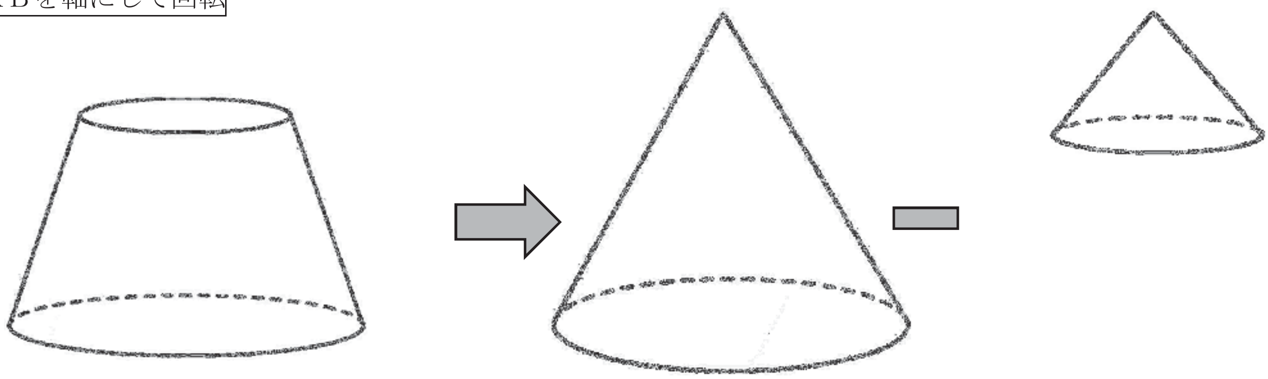
イメージできた立体の形状を見て，何ができるか考察させる必要がある。名称がつく立体なのか，立体の組み合わせで表現できるのかを踏まえて手順を考えさせたい。

①のように図を描けば立体の組み合わせの境界の線が見えるようになるため方針は立てやすい。だからこそ生徒自身が考え，方針を立てる時間を設けたい。



また，本問において回転軸を変えながら考えさせることで，さまざまな立体に対しての作図の確認と，解法の考察ができる。問題としては少しの変化でも生徒にとっては大きな変化になるので，多様な考えをもつためにも効果的である。

ＡＢを軸にして回転



ＡＤを軸にして回転（(2)の類題になる）