令　和　３　年　度
高等学校新入学生徒の学力に関する研究（数学）

数　学

本研究会では，愛知県高等学校数学研究会と共同で，参加を希望した県内の高等学校において，新入学生徒を対象にした学力調査及び在学生徒を対象にした学力検査を毎年実施し，結果の集計・分析・考察を行っている。

この研究は以下の内容で，本年度分についてまとめたものである。

(1) 調査の趣旨，調査の実施及び処理，調査結果の概要，分析結果の概要，調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

(2) テスト$\boxed{\text{A}}$，テスト$\boxed{\text{B}}$の結果とその考察

(3) 令和２年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

<検索用キーワード>
高等学校　中学校　学力調査　数学Ⅰ　数学Ⅱ　数学Ａ　正答率　誤答分析

研　究　会　委　員

愛知県立明和高等学校教諭	伊藤　和規
愛知県立城北つばさ高等学校教諭	住田　健
愛知県立尾北高等学校教諭	濱谷　隆文
愛知県立稲沢東高等学校教諭	今井　達樹
愛知県立半田高等学校教諭	山下　勝
愛知県立東浦高等学校教諭	金田　卓也
愛知県立豊田東高等学校教諭	伊地知　靖統
愛知県立知立東高等学校教諭	後藤　誠
愛知県立豊橋東高等学校教諭	山川　真吾
愛知県立国府高等学校教諭	宮﨑　拓也
愛知県総合教育センター研究指導主事	伊藤　卓哉（主務者）

目　次

１　調査の趣旨

愛知県総合教育センターでは，愛知県高等学校数学研究会と共同で，昭和 30 年度以来，高等学校入学者数学学力調査を実施してきた。調査結果を分析・考察し，指導上の留意点を明らかにして，中高連携の立場からそれぞれの数学教育に有用な資料を提供することが目的である。また，本調査を継続して実施することにより新入学生徒の学力傾向の推移をつかみ，指導の参考とすることができる。

２　調査の実施及び処理

(1) 調査問題の構成

調査問題をテストA，テストBの２種類に分け，各々について次の立場で問題を作成した。調査時間はいずれも 50 分である。

テストA　中学校学習指導要領に示された内容を出題基準とし，高等学校で数学を学習するのに必要と思われる基礎的・基本的な事項により問題を構成した。

テストB　問題構成の立場はテストAと同様であるが，基礎的・基本的な事項の問題に，より高度な思考力，洞察力を要する問題を加えて構成した。

(2) 調査の対象

県内の高等学校及び特別支援学校の高等部に今年度入学した生徒を対象として，調査を実施した。実施校（課程別資料提供校）の数はテストAが 40 校，テストBが 76 校であった。

(3) 調査の実施時期及び資料の回収

学校ごとに３月下旬から４月中旬までの間に調査を実施し，集計用紙（全員の度数分布と各標本の解答をそのまま一覧表に転記したもの）を４月 16 日までに回収した。

(4) 標本の抽出

テストAでは 280 名（抽出率 7.3%），テストBでは 1,020 名（抽出率 5.4%）を抽出して，問題別の正答率・無答率を算出し，主な誤答について分析した（テスト全体の平均点及び標準偏差は全員を対象にして算出した）。

なお, テストA及びテストBにおける後出の「上位群」,「下位群」は，それぞれのテストの合計得点が「平均点＋標準偏差」,「平均点－標準偏差」を中央値とした各１割で形成される標本群である。

３　調査結果の概要

(1) 人数・平均点・標準偏差（過去との比較）

表１

テスト 年度	テストA			テストB		
	平均	ＳＤ	人数	平均	ＳＤ	人数
H31	50.2	23.7	5,207	49.5	22.0	23,988
Ｒ２	47.0	24.2	1,816	58.0	21.4	7,173
Ｒ３	**51.1**	**26.5**	**3,851**	**59.4**	**21.6**	**18,836**

(2) 頻数分布（%）

表２

得　点	90～100	80～89	70～79	60～69	50～59	40～49	30～39	20～29	10～19	0～9
テストA	6.6	12.1	9.1	14.2	10.2	14.4	8.2	10.7	6.7	7.9
テストB	8.6	10.7	15.1	17.2	16.5	13.3	8.9	5.5	2.8	1.4

(3) 調査問題別平均点分布（校）　　表3

平均点	90以上	85～90	80～85	75～80	70～75	65～70	60～65	55～60	50～55	45～50	40～45	35～40	30～35	25～30	20～25	20未満	計
テスト A			2	1	4	4	2	3	4	3	4	4	2	3	3		40
テスト B		3	3	7	6	6	5	11	6	6	10	2	9	2			76

4　分析結果の概要

(1) 関数に関する問題に課題

関数に関する問題をテストAで６題，テストBで５題出題した。その中でテストA［３］(2)，テストB［４］(2)の正答率がそれぞれのテストの関数分野の問題の中で一番低かった（**表４**）。テストA［３］(2)は，通る点が与えられた上で，ある直線に平行な直線の方程式を求める問題である。また，テストB［４］(2)は，求める点Dのy座標を読み取り，(1)で求めた２次関数の方程式からx座標を求める問題である。どちらの問題も，関数の公式や性質を正しく理解し，それらを組み合わせて使うことが必要である。高等学校では，数学Ⅰで二次関数，数学Ⅱで三角関数，指数関数，対数関数など，関数分野の内容が大変多い。数学Ⅰで扱う関数の導入では，中学校で習った関数の定義や性質に関する理解度の確認をすることが必要である。

表４

	番号	概要	正答率
テストA	［３］(2)	ある直線に平行な直線の方程式を求める問題	24.6%
テストB	［４］(2)	直線と放物線の交点の座標を求める問題	36.4%

(2) 図形に関する問題に課題

図形に関する発展問題をテストA，テストBともに出題した（**表５**）。それぞれの問題の(2)の正答率は30%未満であり，テストB［６］(2)の正答率は12.5%とテストA，テストBの中で最も低い。この問題は，三角錐の体積を求めた後に，(1)で求めた三角形の面積を底面積とし，高さを求める問題である。また，テストA［６］(2)は，円柱の表面積を求める問題であり，展開図をイメージできれば答え求められる問題である。どちらの問題も，与えられた図を基に頭の中でイメージすることができない生徒が多くいることが予想される。ＩＣＴを活用して図をイメージさせた後に，実際に底面を変えて図形を書き直したり，展開図を書いてみたりするなどの工夫が必要である。

表５

テストA	問題の概要	正答率	テストB	問題の概要	正答率
［５］(1)	図形の線分の長さの比を求める	59.3%	［５］(1)	面積比を用いて線分の長さを求める	59.6%
［５］(2)	図形の線分の長さを求める	26.1%	［５］(2)	面積比を用いて線分の長さの比を求める	14.7%
［６］(1)	円柱の体積を求める	48.9%	［６］(1)	３辺の長さを求め，三角形の面積を求める	28.1%
［６］(2)	円柱の表面積を求める	20.7%	［６］(2)	三角錐の体積を利用し，高さを求める	12.5%

５　調査問題の妥当性と信頼性（Ｓ－Ｐ表処理等による分析）

令和３年度高等学校入学者数学学力調査$\boxed{A}$，$\boxed{B}$について，Ｓ－Ｐ表処理等を基にして差異係数，信頼性係数，内容別平均正答率，正答率帯別問題数，正答率，注意係数，ＵＬ指数，問題間の相関等を考察したところ，次のような結果を得た。なお，データは，テスト$\boxed{A}$については参加 40 校から 280 名，テスト$\boxed{B}$については 76 校から 1,020 名を抽出して作成した。

［１］　問題全体について

(1)　差異係数

表６

テスト　　年度	(1)差異係数 H31	Ｒ２	Ｒ３
テスト$\boxed{A}$	0.221	0.309	**0.328**
テスト$\boxed{B}$	0.286	0.296	**0.258**

差異係数とは，Ｓ，Ｐ両曲線のずれの程度を数量化したもので，生徒の理解と一連の学習内容がうまくかみ合っているかを見るものである。差異係数は０から１までの値をとり，0.5 より小さい値のとき生徒の理解と指導の密着性が高いとされている。簡単な確認テストのようなドリル演習型のテストではＳ曲線とＰ曲線の乖離（かいり）は小さく，差異係数は小さくなる。実力テストのような多面にわたる総合的な問題ではＳ曲線とＰ曲線は大きく乖離（かいり）して，差異係数は大きくなる。差異係数が 0.5 を超えたとき，指導内容に問題がなかったか，出題に問題がなかったか，学習者の理解やモチベーションは高かったかなどを検討する必要がある。今回のテストでは**表６**のように差異係数は 0.3 未満であり，出題にとりわけ大きな問題はないと考えられる。

(2)　信頼性係数（ｸｰﾀﾞｰ･ﾘﾁｬｰﾄﾞｿﾝの公式 20 による）

表７

テスト　　年度	(2)信頼性係数 H31	Ｒ２	Ｒ３
テスト$\boxed{A}$	0.914	0.893	**0.918**
テスト$\boxed{B}$	0.867	0.840	**0.870**

信頼性係数とは，作成されたテスト問題が内容的に妥当で信頼できるものなのかを算出するものである。ここで言う信頼性とは，同一条件下で再度試験を実施しても同じ結果が出ると思われる安定性のことで，０から１までの値をとり，１に近いほど信頼性が高いとされている。今回のテストでは**表７**のように信頼性係数は 0.90 前後であり，信頼できる良好な問題であったことが分かる。

(3)　内容別平均正答率　（ ）内の数字は問題数

表８

内容＼テスト・年度	テスト$\boxed{A}$ H31	テスト$\boxed{A}$ Ｒ２	テスト$\boxed{A}$ Ｒ３	テスト$\boxed{B}$ H31	テスト$\boxed{B}$ Ｒ２	テスト$\boxed{B}$ Ｒ３
①　数と式	64.9%(10)	63.7%(9)	**61.0%(9)**	68.8%(7)	61.5%(7)	**72.6%(7)**
②　図形	33.8%(6)	34.4%(6)	**39.8%(6)**	40.0%(6)	51.7%(6)	**33.5%(6)**
③　関数	32.1%(6)	35.2%(6)	**38.5%(6)**	46.5%(5)	48.0%(5)	**63.5%(5)**
④　資料の活用	61.8%(3)	52.0%(4)	**52.8%(4)**	59.1%(4)	78.2%(4)	**73.4%(4)**

(4)　正答率帯別問題数

表９

正答率＼テスト・年度	テスト$\boxed{A}$ H31	Ｒ２	Ｒ３	テスト$\boxed{B}$ H31	Ｒ２	Ｒ３
0.851以上	0	0	**0**	1	2	**2**
0.667～0.850	8	6	**2**	5	9	**9**
0.333～0.666	10	12	**17**	11	7	**8**
0.150～0.332	6	4	**6**	3	2	**1**
0.149以下	1	3	**0**	2	2	**2**

(5)　全体の正答率との相関別問題数

表 10

相関＼テスト・年度	テスト$\boxed{A}$ H31	Ｒ２	Ｒ３	テスト$\boxed{B}$ H31	Ｒ２	Ｒ３
0.70以上	1	0	**2**	0	0	**0**
0.60～0.69	12	7	**8**	4	1	**3**
0.50～0.59	5	10	**9**	4	9	**8**
0.40～0.49	5	2	**4**	10	9	**8**
0.30～0.39	2	6	**1**	3	2	**2**
0.29以下	0	1	**1**	2	0	**1**

［2］　検討を要する問題群

テストA，テストBの全ての問題について，②注意指数，③ＵＬ指数，④相関係数を算出した。**表11**は，三つの指標のうち一つでも基準値を満たさない問題を抽出し，基準を満たさない指標に注意マーク“×”を付け，①正答率が基準を満たす“Ⅰ群”と，①正答率が基準を満たさない“Ⅱ群”とに分け整理した表である。

②から④までの指標については，上位群と下位群の正答率の差が小さいときに基準値から外れる傾向にあり，正答率が非常に高い問題（正答率75%以上）と正答率が基準を満たさない問題（Ⅱ群）のときに起こりやすく，これらの問題については，難易度に関して検討する必要がある。それ以外の問題で，②から④までの指標について検討を要する問題は３問あり，**表11**に※印で示した。

テストAの［２］(2)は，選択形式の問題であったので，たまたま正解してしまう者がいて上位群と下位群の差が小さくなったことが原因である。テストAの［５］(1)とテストBの［５］(1)は，図を見て感覚的に答えた結果たまたま正解してしまう者もおり，下位群の正答率が高くなり，上位群と下位群の差が小さくなったことが原因である。

（×印は該当項目について検討を要する数値であることを示す）　**表11**

問題		指標 / 基準値	①正答率	②注意係数	③ＵＬ指数	④相関係数
			＞0.333	＜0.500	＞0.400	＞0.400
Ⅰ	テストA	［２］(2)※	0.561	0.503×	0.516	0.417
		［５］(1)※	0.593	0.560×	0.437	0.367×
	テストB	［１］(1)	0.843	0.631×	0.225×	0.272×
		［１］(2)	0.781	0.451	0.396×	0.429
		［５］(1)※	0.596	0.583×	0.469	0.341×
Ⅱ	テストA	［１］(13)	0.182×	0.176	0.529	0.558
		［２］(4)	0.314×	0.682×	0.278×	0.252×
		［３］(2)	0.246×	0.095	0.741	0.675
		［４］(2)イ	0.304×	0.102	0.847	0.706
		［５］(2)	0.261×	0.301	0.595	0.529
		［６］(2)	0.207×	0.178	0.582	0.582
	テストB	［５］(2)	0.147×	0.145	0.458	0.480
		［６］(1)	0.281×	0.247	0.596	0.521
		［６］(2)	0.125×	0.144	0.385×	0.453

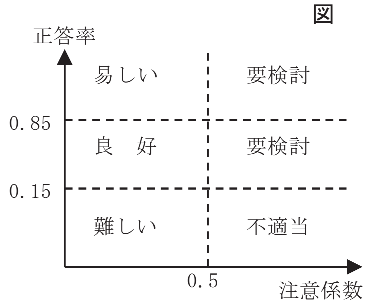
（各項目の説明）

①正　答　率：各問題の正答率を示す。

$$\frac{\text{正答者数}}{\text{受検者数}}$$

②注意係数：Ｓ－Ｐ表において，ある問題の正誤の状況と全ての問題の正誤の状況を比較して，その関係性を数値化したものである。0.5より小さい方が適切な問題であるとされている。右図に示すように正答率と併せて検討するとよい。

図



③ＵＬ指数：

$$\frac{\text{（上位27\%の正答者数）－（下位27\%の正答者数）}}{\text{（生徒27\%の人数）}}$$

ＵＬ指数は上式で算出する。「上位27%の正答者数が多く，下位27%の正答者数が少ない」場合，ＵＬ指数は大きくなるが，「上位27%の正答者数が少なく，下位27%の正答者数が多い」場合，ＵＬ指数は小さくなる。ＵＬ指数が0.4より大きい方が適切な問題であるとされている。

④相関係数：生徒の得点合計とその問題の正解との相関を示す。基準値を0.4として大きい方が適切な問題であるとされている。

令和３年度高等学校入学者数学学力テスト　A

愛知県高等学校数学研究会

答えは別紙の解答欄に記入しなさい。
実施時期によっては，問題用紙も回収します。

科	組	番	氏	
受検番号		番	名	

〔1〕 次の問いに答えなさい。

(1) $5-(-6-2)\div2+(-1)\times5$ を計算しなさい。

(2) $-0.2\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ を計算しなさい。

(3) -3^2 を正しく計算しているものを，次のア～オの中から１つ選び，かな符号で答えなさい。

ア　$(-3)\times2$　　イ　$-(3\times2)$　　ウ　$(-3)\times(-3)$
エ　$-(3\times3)$　　オ　$-(3+3)$

(4) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ を計算しなさい。

(5) $3(x^2-1)-(-x^2+x-2)$ を計算しなさい。

(6) 比例式 $2:(x-1)=3:4$ を解きなさい。

(7) $ax-a$ を因数分解しなさい。

(8) 二次方程式 $x^2+x-6=0$ を解きなさい。

(9) 次の問題の正しい答えが「$4x+3y\leqq2500$」であるとき，問題文の$\boxed{①}$, $\boxed{②}$にあてはまる値を求めなさい。また，（　③　）にあてはまる適切な語句を下の語群の中から１つ選び，かな符号で答えなさい。

問題「ある動物園の入園料は，おとな１人が x 円，子ども１人が y 円である。おとな$\boxed{①}$人と子ども３人の入園料の合計が$\boxed{②}$円（　③　）。この数量の関係を不等式に表しなさい。」

語群　ア　以上であった　　イ　以下であった
　　　ウ　より高かった　　エ　より安かった

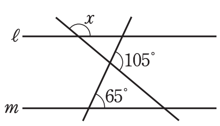
(10) 関数 $y=3x+2$ のグラフについて述べた文として正しいものを，次のア～オの中から３つ選び，かな符号で答えなさい。

ア　傾きは２である。　　イ　切片は２である。
ウ　右下がりの直線である。　　エ　原点を通らない。
オ　点 $(-1,\ -1)$ を通る。

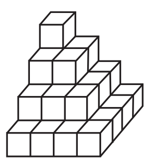
(11) y は x に反比例し，x と y の値が下の表のように対応する。□にあてはまる値を求めなさい。

x	…	2	3	4	…
y	…	□	4	3	…

(12) 右の図で，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(13) 右の図は，１辺が1cmの立方体を30個すきまなく積み重ねてできた立体である。この立体の表面積を求めなさい。



〔2〕 次の問いに答えなさい。

(1) 箱の中に１～４の数字がそれぞれ書かれた玉が１個ずつはいっている。この箱から玉を同時に２個取り出すとき，取り出した玉に書かれた数の和が５となる確率を求めなさい。

(2) 標本調査をするのが適切であるものを，次のア～エの中からすべて選び，かな符号で答えなさい。

ア　学校でおこなう視力検査
イ　あるプールの水質検査
ウ　缶ジュースの中身の品質検査
エ　航空機に乗る前の手荷物検査

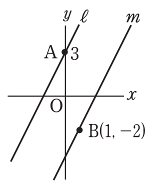
(3) ある中学校の生徒７人について，先月読んだ本の冊数を調べたところ，下のような結果になった。この７人が読んだ本の冊数の最頻値を求めなさい。

1，1，1，2，5，9，9

(4) ある数 a の小数第１位を四捨五入した近似値は14である。この a の値の範囲を不等式で表したとき，最も適切なものを，次のア～エの中から１つ選び，かな符号で答えなさい。

ア　$13.5\leqq a\leqq14.4$　　イ　$13.5<a\leqq14.4$
ウ　$13.5\leqq a<14.5$　　エ　$13.5<a<14.5$

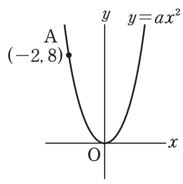
〔3〕 図のように，点 A(0，3) を通り，傾きが２である直線 ℓ と，点 B(1，−2) を通る直線 m がある。次の問いに答えなさい。



(1) 直線 ℓ の式を求めなさい。

(2) 直線 ℓ と直線 m が平行であるとき，直線 m の式を求めなさい。

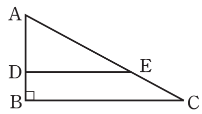
〔4〕 図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A(−2，8) がある。次の問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

(2) x の変域が $-3\leqq x\leqq2$ であるとき，y の変域は$\boxed{ア}\leqq y\leqq\boxed{イ}$である。$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$にあてはまる値を求めなさい。

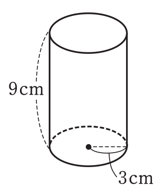
〔5〕 図のように，∠ABC＝90° である直角三角形 ABC の辺 AB 上に点 D をとり，辺 AC 上に BC//DE となるように点 E をとる。△ADE の面積が 4cm²，△ABC の面積が 9cm² であるとき，次の問いに答えなさい。



(1) DE : BC を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) BC＝6cm のとき，辺 AC の長さを求めなさい。

〔6〕 図のように，底面の半径が 3cm，高さが 9cm の円柱がある。次の問いに答えなさい。ただし，円周率は π とする。



(1) この円柱の体積を求めなさい。

(2) この円柱の表面積を求めなさい。

令和３年度　テスト$\boxed{\text{A}}$

番号	配点	正　答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1] (1)	4	4	66.4	96.6	55.2	0.7	0.0	0.0	32.9	－4(5.3)，2(2.8)，14(2.4)
(2)	4	0.4	63.2	89.7	27.6	5.7	0.0	10.3	31.1	0.1(4.2)，4(3.0)，$\frac{1}{5}$(1.8)
(3)	4	エ	71.4	93.1	41.4	0.4	0.0	0.0	28.2	ウ(9.0)，ア(3.8)
(4)	4	1	67.1	100	31.0	7.5	0.0	17.2	25.4	$\sqrt{6}$ (3.0)，$\sqrt{5}$(2.2)，5(1.4)
(5)	4	$4x^2-x-1$	60.0	75.9	27.6	9.6	0.0	24.1	30.4	$2x^2-x-1$(3.0)，$\frac{1\pm\sqrt{17}}{8}$(2.4)，$4x^2+x-5$(1.6)
(6)	4	$x=\frac{11}{3}$	56.1	93.1	17.2	11.8	0.0	31.0	32.1	4(3.1)，3(2.9)，$\frac{5}{3}$(2.3)，$\frac{3}{11}$(2.3)
(7)	4	$a(x-1)$	58.6	89.7	17.2	23.9	6.9	55.2	17.5	$a(x-a)$(0.6)，$-x$(0.6)，$a(x+1)(x-1)$(0.6)
(8)	4	$x=-3,\ 2$	55.4	93.1	3.4	15.4	0.0	48.3	29.2	$x=-2,\ 3$(3.5)，$x=2$(2.3)，$x=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{2}$(1.6)
(9)	4	順に 4，2500，イ	50.4	69.0	27.6	2.5	0.0	3.4	47.1	ア(3.7)，エ(2.6)
(10)	4	イ，エ，オ	48.6	82.8	24.1	0.7	0.0	0.0	51.7	イ，ウ，エ(14.1)，ア，ウ，エ(7.8)，ア，エ，オ(7.4)
(11)	4	6	36.1	75.9	0.0	4.3	0.0	10.3	59.6	5(43.0)，2(3.6)，1(2.3)
(12)	4	140°	65.7	86.2	34.5	4.6	0.0	10.3	29.7	130° (4.0)，105° (3.7)，150° (2.5)
(13)	4	72	18.2	20.7	0.0	19.3	0.0	34.5	62.5	30(8.6)，56(8.6)，16(5.4)
[2] (1)	4	$\frac{1}{3}$	63.9	82.8	31.0	3.9	0.0	3.4	32.2	$\frac{1}{4}$(10.3)，$\frac{1}{2}$(5.7)，$\frac{1}{6}$(2.5)，$\frac{2}{3}$(2.5)
(2)	4	イ，ウ	56.1	79.3	27.6	0.7	0.0	0.0	43.2	ア，エ(7.9)，ウ(6.4)，イ(5.7)
(3)	4	1	59.6	79.3	37.9	4.6	0.0	17.2	35.8	9(15.0)，4(8.2)，5(3.6)
(4)	4	ウ	31.4	37.9	31.0	1.8	0.0	3.4	66.8	ア(36.8)，イ(20.0)，エ(8.9)
[3] (1)	4	$y=2x+3$	34.3	72.4	0.0	26.4	3.4	44.8	39.3	$y=x+3$(3.5)，$y=3x$(2.5)，$y=3x+3$(1.4)，$y=3x+2$(1.4)
(2)	4	$y=2x-4$	24.6	65.5	0.0	37.1	6.9	69.0	38.3	$y=x-2$(3.6)，$y=2x-3$(2.9)，$y=x-3$(2.1)
[4] (1)	4	$a=2$	59.3	100	17.2	21.1	0.0	51.7	19.6	－2(5.4)，4(4.6)
(2)	4	0，18	30.4	75.9	0.0	18.9	0.0	48.3	50.7	8，18(5.4)，9，4(3.2)，0，8(2.8)
[5] (1)	4	2：3	26.1	48.3	10.3	14.3	3.4	13.8	59.6	4：9(22.8)，4：5(7.6)，3：2 (5.7)，1：2(5.7)
(2)	4	$3\sqrt{5}$	59.3	79.3	44.8	7.1	0.0	17.2	33.6	4(5.0)，8(4.0)，9(3.4)
[6] (1)	4	81π cm^3	48.9	79.3	34.5	12.9	3.4	20.7	38.2	27π (9.0)，27(5.0)，81(4.0)
(2)	4	72π cm^2	20.7	44.8	3.4	20.0	0.0	44.8	59.3	54π (3.9)，27π (3.6)，27(3.6)，99π (3.6)

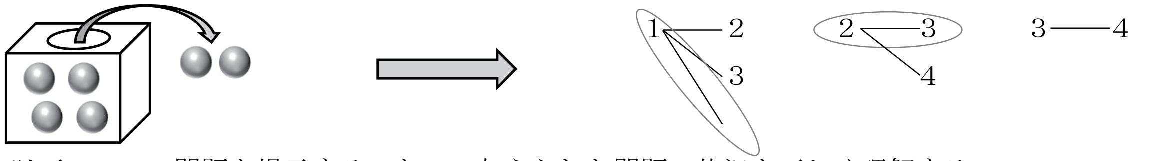
(1)　与えられた問題の状況を正しく理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群/下位群）	主な誤答例（標本全体に対する%）
Ｒ３ ［２］(1)	箱の中に１～４の数字がそれぞれ書かれた玉が１個ずつはいっている。この箱から玉を同時に２個取り出すとき，取り出した玉に書かれた数の和が５となる確率を求めなさい。 $\left(\frac{1}{3}\right)$	63.9% (82.8%/31.0%)	$\frac{1}{4}$ (10.3%), $\frac{1}{2}$ (5.7%), $\frac{1}{6}$ (2.5%), $\frac{2}{3}$ (2.5%)

与えられた条件から確率を求める問題を出題した。上位群の正答率が 82.8%で，下位群の正答率の31.0%とは 50 ポイント以上の差がある。確率を求めるためには，起こりうるすべての場合の数と，事象の起こる場合の数を正しく数える必要がある。

【今後の指導に向けて】

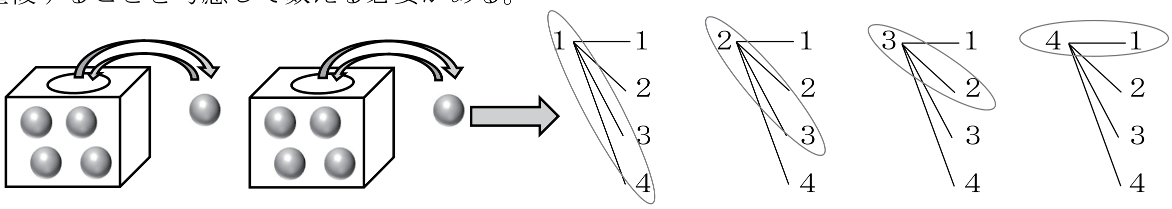
確率を求めるために，すべての場合をもれなく、かつ重複なく数える練習を重視したい。この問題においては同時に２個の玉を取り出すので，数の重複はなく，樹形図は以下のようになる。



ここで以下の２つの問題を提示することで，与えられた問題の状況を正しく理解する。

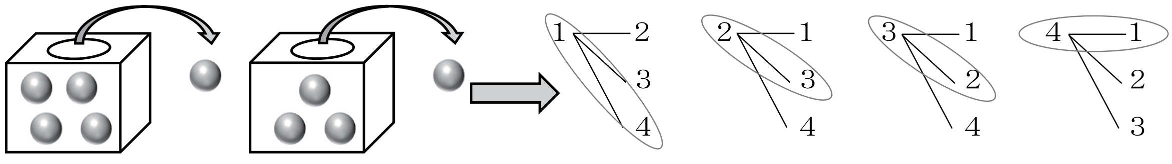
問題　箱の中に１～４の数字がそれぞれ書かれた玉が１個ずつはいっている。取り出した玉を元に戻して１個ずつ２個の玉を取り出したとき，書かれた数の和が５となる確率を求めなさい。

この問題においてはさきほどと状況が異なり，取り出した玉を元に戻して１個ずつ取り出しているので，箱の中身が１個目を取り出すときと，２個目を取り出すときで変わらない。よって，取り出した玉の数が重複することを考慮して数える必要がある。



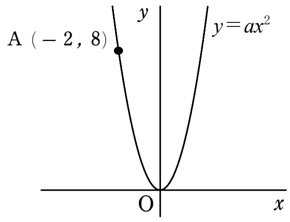
問題　箱の中に１～４の数字がそれぞれ書かれた玉が１個ずつはいっている。取り出した玉を元に戻さずに１個ずつ２個の玉を取り出したとき，書かれた数の和が５となる確率を求めなさい。

この問題においては，取り出した玉を元に戻さないで１個ずつ取り出しているので，２個目の玉を取り出すときの箱の中身は，１個目を取り出すときと状況が異なる。



以上提示した３問は，取り出す回数や取り出すときの箱の中身などが問題によって状況が異なり，それに伴って樹形図も変わってくる。正しく数えるためには，与えられた問題の状況を図示などを通じて正しく理解させたい。

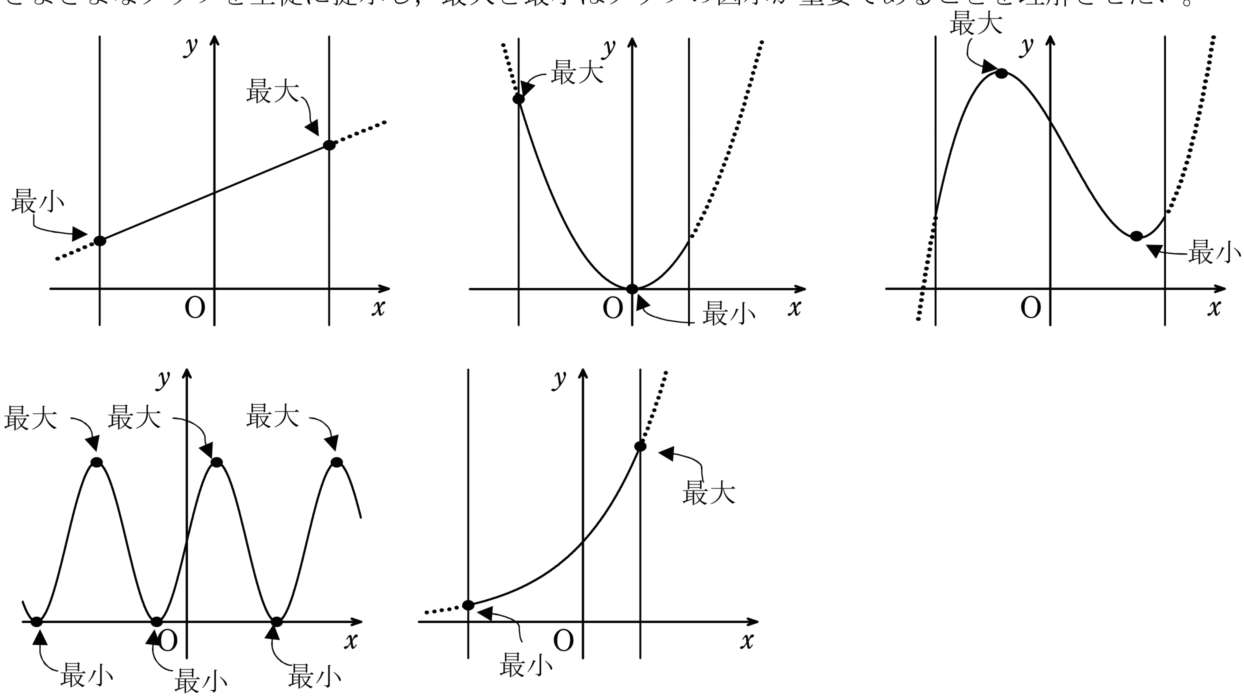
(2)　グラフの図示を意識させたい

問題 番号	問題（正答）	正答率 （上位群/下位群）	主な誤答例 （標本全体に対する%）
Ｒ３ ［４］(2)	図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点Ａ（－2，8）がある。次の問いに答えなさい。  (2)　x の変域が　$-3 \leqq x \leqq 2$　であるとき，y の変域は $\boxed{ア} \leqq y \leqq \boxed{イ}$ である。$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ にあてはまる値を求めなさい。　（$\boxed{ア}$　0，$\boxed{イ}$　18）	$\boxed{ア}$ 36．1％ （86．2％/0．0％） $\boxed{イ}$ 30．4％ （75．9％/0．0％）	$\boxed{ア}$ 8，$\boxed{イ}$ 18 （5．4％）， $\boxed{ア}$ 9，$\boxed{イ}$ 4 （3．2％）

与えられた条件から２次関数の形を決定し，x の変域から y の変域を求める問題を出題した。正答率は上位群が 75％以上であるのに対し，下位群は 0％となっている。主な誤答例から，生徒の多くが関数の端点の y 座標を求めることで，変域を求めることができると誤解していると考えられる。関数が１次関数であれば，端点の y 座標を求めることで正答を導くことはできるが，２次関数はその限りではない。変域を求めるときは，関数の最大と最小が，関数のどの位置に存在するかを理解する必要がある。

【今後の指導に向けて】

さまざまなグラフを生徒に提示し，最大と最小はグラフの図示が重要であることを理解させたい。



上図のように最大と最小の位置は，変域の端点のとき，頂点や極値のとき，複数存在するときなど，グラフをかかなければ正答を求めることは難しい。高校数学において，三角関数や指数関数・対数関数，３次関数などの関数においても，グラフをかかせることで概形を図示したり，最大値と最小値を求めたりするので，適宜強調したい。

令和３年度高等学校入学者数学学力テスト　B

愛知県高等学校数学研究会

答えは別紙の解答欄に記入しなさい。
実施時期によっては，問題用紙も回収します。

科	組	番	氏名
受検番号		番	

〔1〕　次の問いに答えなさい。

(1)　$(-2xy)^2 \times 4xy \div \boxed{} = 8xy^3$ が成り立つように，$\boxed{}$ にあてはまる文字式を答えなさい。

(2)　連立方程式 $\begin{cases} 0.3x+0.2y=1 \\ \dfrac{x}{36}-\dfrac{y}{9}=1 \end{cases}$ を解きなさい。

(3)　$2x^2-18y^2$ を因数分解しなさい。

(4)　$\dfrac{3-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}$ を簡単にしなさい。

(5)　次のア～エのうち，正しい内容を表しているものをすべて選び，かな符号で答えなさい。

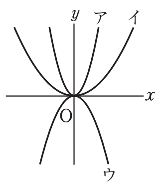
ア　4の平方根は2である。
イ　$-\sqrt{5^2}$ は -5 に等しい。
ウ　$\sqrt{2}$ を2倍したものは2である。
エ　$\sqrt{15}+1$ は4より大きく5より小さい。

(6)　100円硬貨が a 枚，50円硬貨が b 枚あり，これらをすべて10円硬貨に両替すると c 枚になる。c を a，b を用いて表しなさい。

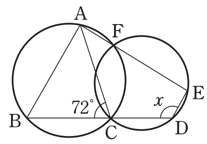
(7)　次の問題の正しい答えが「$\dfrac{9}{10}(3x+2y)=900$」であるとき，問題文の①，②にあてはまる値を求めなさい。

問題「定価 x 円の商品 ① 個と，定価 y 円の商品2個を，すべて定価の ② %引きの価格で購入したとき，支払った代金は900円であった。この数量の関係を等式に表しなさい。」

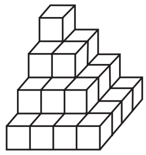
(8)　右の図で，放物線ア，イ，ウは3つの関数
$y=3x^2$…①，$y=-2x^2$…②，$y=x^2$…③
のいずれかのグラフである。
①，②，③のグラフはそれぞれア～ウのどれか，かな符号で答えなさい。



(9)　右の図で，$\angle ACB=72°$，
$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=3:2$ であるとき，
$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(10)　右の図は，1辺が1cmの立方体を30個すきまなく積み重ねてできた立体である。この立体の表面積を求めなさい。



〔2〕　次の問いに答えなさい。

(1)　箱の中に1～6の数字がそれぞれ書かれた玉が1個ずつはいっている。この箱から玉を同時に2個取り出すとき，取り出した玉に書かれた数の積が3の倍数となる確率を求めなさい。

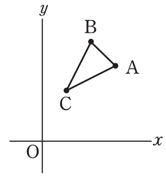
(2)　右の表は，ある中学校の1年生40人について，ある期間に読んだ本の冊数を調べ，その結果を度数分布表に表したものである。読んだ本の冊数が15冊以上20冊未満の階級の相対度数を求めなさい。

階級(冊) 以上　未満	度数(人)
0～5	3
5～10	6
10～15	9
15～20	12
20～25	7
25～30	3
計	40

(3)　ある池にいる魚を網ですくうと44匹とれた。その全部に印をつけて池にもどした。数日後，同じ網で魚をすくうと42匹とれ，その中に印のついた魚が8匹いた。この池にいる魚の総数は何匹と推測されるか求めなさい。

(4)　1～9の自然数から異なる4つの数を選び，その積を求めると384になった。この4つの数をすべて求めなさい。

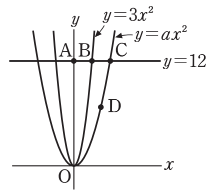
〔3〕　図のように，3点A(3，3)，B(2，4)，C(1，2)を頂点とする三角形がある。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

(2)　直線 $y=-2x+b$ が三角形ABCを通るとき，b の値の範囲を求めなさい。

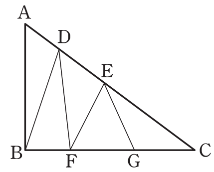
〔4〕　図のように，点(0，12)をAとし，直線 $y=12$ と2つの関数 $y=3x^2$，$y=ax^2$ のグラフとの交点のうち，x 座標が正の点をそれぞれB，Cとする。AB＝BCのとき，次の問いに答えなさい。



(1)　a の値を求めなさい。

(2)　点Dは $y=ax^2$ のグラフ上の点で x 座標は正である。また，直線ADが x 軸と交わる点をEとする。AD＝DEのとき，Dの座標を求めなさい。

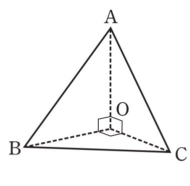
〔5〕　図のように，△ABCの辺AC上に2点D，Eを，辺BC上に2点F，Gをとる。△ABD，△DBF，△DFE，△EFG，△EGCの面積がすべて等しいとき，次の問いに答えなさい。



(1)　CG＝3cmのとき，BFの長さを求めなさい。

(2)　AD：DE：ECを最も簡単な整数の比で表しなさい。

〔6〕　図のように，$\angle AOB=\angle AOC=\angle BOC=90°$ の三角錐OABCがある。OA＝4cm，AB＝$4\sqrt{2}$cm，AC＝$2\sqrt{5}$cmのとき，次の問いに答えなさい。



(1)　△ABCの面積を求めなさい。

(2)　点Oから△ABCに下ろした垂線の長さを求めなさい。

令和３年度　テスト$\boxed{\text{B}}$

番号	配点	正答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1] (1)	4	$2x^2$	84.3	95.1	81.6	1.0	0.0	1.0	14.7	$\frac{1}{2x^2}$(2.8)，$2x$(1.4)，$2x^2y$ (1.0)
(2)	4	$(x, y)=(8, -7)$	78.1	92.2	66.0	3.3	0.0	4.9	18.6	$(3, \frac{1}{2})$(2.4)，$(8, -6)$(2.1)，$(8, 7)$ (1.6)
(3)	4	$2(x-3y)(x+3y)$	79.4	96.1	57.3	3.2	0.0	7.8	43.6	$2(x^2-9y^2)$(4.5)，$(x-3y)(x+3y)$(1.5)，$2(x+3)(x-3)$(1.5)
(4)	4	-3	44.6	74.8	20.4	1.6	0.0	1.0	53.8	$-2-\sqrt{3}$(20.3)，$-\sqrt{3}$(3.6)，-9 (3.1)
(5)	4	イ，エ	56.2	78.6	25.2	0.3	0.0	0.0	43.5	ア，イ(10.2)，イ，ウ(8.4)，ア，イ，エ(5.2)
(6)	4	$c=10a+5b$	77.9	98.1	62.1	1.9	0.0	3.9	20.2	$c=100a+50b$(4.6)，$c=\frac{1}{10}(100a+50b)$(4.4)
(7)	4	3，10	87.9	100	79.6	2.2	0.0	0.0	9.9	3,90(1.5)，3,9(0.8)，3,1(0.6)
(8)	4	ア，ウ，イ	80.5	99.0	53.4	0.4	0.0	0.0	19.1	イ,ウ,ア(14.3)
(9)	4	120°	39.4	69.9	14.6	18.7	6.8	29.1	41.9	108° (3.3)，144° (1.1)
(10)	4	72cm^2	46.6	74.8	20.4	3.2	0.0	8.7	50.2	56(12.1)，30(3.1)，70(2.0)，36(1.9)
[2] (1)	5	$\frac{3}{5}$	58.5	79.6	43.7	0.6	0.0	0.0	40.9	$\frac{5}{9}$(8.8)，$\frac{1}{3}$(6.2)，$\frac{1}{2}$(3.3)，$\frac{8}{15}$(3.2)
(2)	5	0.3	86.6	97.1	76.7	2.7	0.0	4.9	10.7	15(1.5)，0.225(1.3)，210(0.5)
(3)	5	231匹	71.3	93.2	59.2	3.5	0.0	8.7	25.2	78(5.7)，187(4.4)，80(0.7)，336(0.7)
(4)	5	2，4，6，8	77.2	97.1	55.3	12.7	0.0	29.1	10.1	2,3,4,8(4.9)，2,3,6,8(0.7)，3,4,6,7(0.5)
[3] (1)	5	$y=-x+6$	82.5	99.0	63.1	6.2	0.0	17.5	11.3	$y=x+6$ (0.9)，$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$(0.6)，$y=-x$ (0.6)
(2)	5	$4\leqq b\leqq 9$	46.2	82.5	11.7	14.7	1.0	33.0	39.1	$4\leqq b\leqq 8$(9.4)，$2\leqq b\leqq 4$(3.3)，$4\leqq b\leqq 6$(2.2)
[4] (1)	5	$a=\frac{3}{4}$	72.2	97.1	32.3	3.9	0.0	7.8	23.9	6(5.8)，4(2.2)，3(2.2)
(2)	5	$(2\sqrt{2}, 6)$	36.4	67.0	2.9	22.2	5.8	35.0	41.4	$(3, 6)$(6.1)，$(3, \frac{27}{4})$(4.6)，$(2, 6)$(2.1)
[5] (1)	5	2cm	59.6	81.6	38.8	16.2	4.9	25.2	24.2	2.5(3.7)，3(3.4)，1.5(3.2)
(2)	5	3:4:8	14.7	36.9	0.0	19.6	14.6	25.2	65.7	1:2:3(18.8)，2:3:5(10.0)，2:3:6(6.2)
[6] (1)	5	$4\sqrt{6}$	28.1	58.3	5.8	14.2	2.9	29.1	57.7	$3\sqrt{15}$ (6.0)，$\frac{16}{3}$(4.2)，$5\sqrt{3}$ (2.7)
(2)	5	$\frac{2\sqrt{6}}{3}$	12.5	33.0	1.0	35.8	26.2	51.5	51.7	$2\sqrt{2}$(4.0)，4(3.7)，2(3.5)，3(3.5)

(1)　**平方根の定義や性質，数の大小関係を正しく理解させたい**

問題 番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	主な誤答例 （標本全体に対する％）
H29 ［2］ (1)	次のア～オのうち，正しい内容を表しているものをすべて選び，かな符号で答えなさい。 ア　3の平方根は $\sqrt{3}$ である。 イ　$\sqrt{(-3)^2}$ は3に等しい。 ウ　$\sqrt{9}$ は±3に等しい。 エ　$\sqrt{3}$ は2よりも大きい。 オ　絶対値が $\sqrt{3}$ より小さい整数は3個ある。（イ，オ）	25.6% (43.4%／6.3%)	イ，ウ（25.7%）， イ，ウ，オ（13.1%）， ウ，オ（5.8%）， ア，イ，ウ（5.5%）
R２ ［1］ (6)	次のア～エのうち，正しい内容を表しているものをすべて選び，かな符号で答えなさい。 ア　4の平方根は2である。 イ　$\sqrt{(-5)^2}$ は5に等しい。 ウ　$\sqrt{3}$ を2倍したものは $\sqrt{6}$ である。 エ　$\sqrt{7}$ は3よりも大きい。　（イ，エ）	60.6% (86.5%／29.7%)	ア，イ，エ（14.1%）， イ，ウ，エ（6.1%）， イ，ウ（3.4%）
R３ ［1］ (5)	次のア～エのうち，正しい内容を表しているものをすべて選び，かな符号で答えなさい。 ア　4の平方根は2である。 イ　$-\sqrt{5^2}$ は -5 に等しい。 ウ　$\sqrt{2}$ を2倍したものは2である。 エ　$\sqrt{15}+1$ は4よりも大きく5より小さい。（イ，エ）	56.2% (78.6%／25.2%)	ア，イ（10.2%）， イ，ウ（8.4%）， ア，イ，エ（5.2%）

【今後の指導に向けて】

Ｒ３年度の［１］(5)の問題は，H29年度，Ｒ２年度の問題とほぼ同じ内容で出題されている。正答率はＲ２年度と比較して，4.4ポイント下がった。誤答を比較すると，「４の平方根は２である」を選択する生徒の割合が増えた。「４の平方根は２と -2 である」と「$\sqrt{4}=2$」を同じだと認識しているためだと考えられる。「平方根」と「$\sqrt{\ }$」が同じものであるという間違いを授業の中で注意深く指導する必要がある。数学Ⅱで学ぶ「累乗根」の意味や性質も正しく理解させるようにしていきたい。

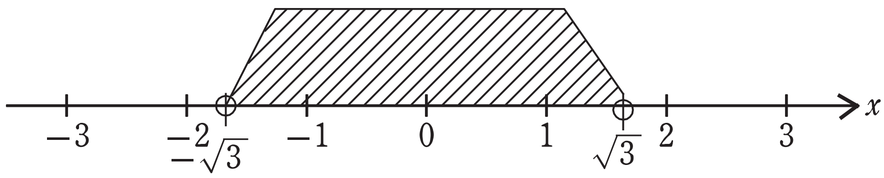
また，$\sqrt{\ }$ の付いた値の大小関係を理解するために，高校では，

$9<15<16$　より　$3<\sqrt{15}<4$　さらに，辺々に１を加えて，$4<\sqrt{15}+1<5$ よって，$\sqrt{15}+1$ は４より大きく５より小さい

と指導する。$\sqrt{3}$ であれば $\sqrt{3}=1.732\cdots$ と中学で学ぶが，$\sqrt{7}$ や $\sqrt{15}+1$ は各問題の選択肢（H29年度の エ･オ，Ｒ２年度のエ，Ｒ３年度のエ）は難易度に差があり，それが正答率に影響していると考えられる。さらに，$2\sqrt{2}$ がどれくらいの大きさの数か調べる際に，

$1<2<4$　より　$1<\sqrt{2}<2$　さらに，辺々に２を掛けて，$2<2\sqrt{2}<4$

とすることで，正確に値の範囲を求めることができないことも多い。$2\sqrt{2}=\sqrt{8}$ にしてから求めることもきちんと指導しておきたい。また，H29年度のオの選択肢の正誤は，$\sqrt{3}$ の大きさだけでなく，絶対値が $\sqrt{3}$ より小さい整数は，実数 x について，$|x|<\sqrt{3}$ を満たす整数 x が以下の図のような数直線を用いると考えやすいということを数学Ⅰの授業では強調して教えたい。



(2) 文字式を丁寧に扱わせたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
R２［１］(1)	$(-2xy)^2\times 3xy\div\frac{1}{2}x^3y$ を計算しなさい。 ($24y^2$)	68.9% (83.8%／59.5%)	$6y^2$ (15.2%)， $24x^6y^4$ (4.3%)， $24xy^2$ (1.3%)
R３［１］(1)	$(-2xy)^2\times 4xy\div\boxed{}=8xy^3$ が成り立つように，$\boxed{}$ にあてはまる文字式を答えなさい。 ($2x^2$)	84.3% (95.1%／81.6%)	$\frac{1}{2x^2}$ (2.8%)， $2x$ (1.4%)， $2x^2y$ (1.0%)

【今後の指導に向けて】

Ｒ３年度の問題のように，式の答え（結果）を求めるのではなく，計算の途中式を求める問題は小学校の低学年から学んできている。例えば，「$5+\boxed{}=8$ において $\boxed{}$ はいくつか。」や「Ａさんは家から公園に行くために分速200mの速さで出発した。公園までの距離が３kmであるとき，$\boxed{}$ 分かかる。$\boxed{}$ はいくつか。」といった問題を学習する。これらの問題は，$\boxed{}$ を x とおいて，$5+x=8$, $x=8-5=3$ や $200\times x=3000$, $x=\frac{3000}{200}=15$ といった方程式を解くことで答えを導くことができる。Ｒ３の［１］(1)も求める $\boxed{}$ を文字に置き換える（ここでは x ではなくＡとした）ことで解くことができる。

$16x^3y^3\div \mathrm{A}=8xy^3$ より　$16x^3y^3=8xy^3\times \mathrm{A}$　よって，$\mathrm{A}=\frac{16xx\cancel{xyyy}}{8\cancel{xyyy}}=2x^2$

求めるものを文字で置き換えたり，複雑なものを別の文字に置き換えることは高校数学でもよく行われる手法である。式を簡単にするためや見やすくするために文字に置き換えることができるようにしておきたい。また，分配法則・結合法則・交換法則についても，以下のような問題で確認させておきたい。

問：次の計算式の間違っている点を説明せよ。

① $(-6^2)\div 3+(-2)\times 4=(-36)\div 3+(-2)\times 4=(-12)+(-2)\times 4=(-14)\times 4=-56$

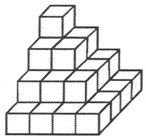
② $3(2x+4y)-2(x-6y)=3(2x+4y)-2(x-6y)=6x+12y-2x-12y=4x$

③ $a^2b\div b\times b^2c=a^2b\div(b\times b^2c)=a^2b\div b^3c=\frac{a^2}{b^2c}$

④ $6ab\times(-2a^2b)^2\times 12a=6ab\times(-4a^2b)\times 12a=-288a^3b^2$

分配法則や結合法則は，高校数学の中でも頻繁に使われている。ベクトルの内積や行列の計算にも用いられているためきちんと確認させ間違いなく計算ができるようにさせておきたい。

(3) 単純な図形に帰着することで，複雑な図形や応用問題を解答させたい

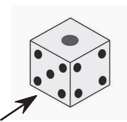
問題番号	問題（正答）	正答率 （上位群/下位群）	主な誤答例 (標本全体に対する%)
R３ ［１］ (10)	右の図は，１辺が1cm の立方体を30個すきまなく積み重ねてできた立体である。この立体の表面積を求めなさい。（72cm^2） 	46.6% (74.8% / 20.4%)	56（12.1%）， 30（ 3.1%）

立体を多角的に見て表面積を求める新出問題である。予想正答率は70%であったが，実際は46.6%と予想とは20ポイント以上の開きがあった。また，上位群と下位群の正答率も50ポイント以上の差がある。誤答で最も多かったのは 56cm^2 で，立体の底面積を計算し忘れていると考えられる。また，２番目に多かった誤答は 30cm^2 で，これは単純に体積を計算したものだと推測できる。表面積はどこを求めるものかが曖昧であったり，図には見えていない部分を想像しきれていない誤答が多くみられた。

【今後の指導に向けて】

応用問題に取り組む際には，基本問題と同様に考えることができることも多い。この問題のような複雑な立体を考える際でも，単純な立体から段階的に指導していくことで，複雑になっても生徒が気付くことができるように問題を組み立てていく。積み重ねる立方体は全て１辺が 1cm のものである。

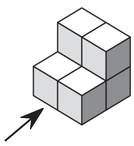
① まずはさいころをイメージして各面（１～６の面）がどのような平面図形であるか，またその面積の合計を考えさせる。

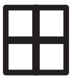


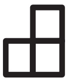
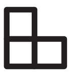
正面

上・下・正面・背面・右側面・左側面のどの方向から見ても  の形であり，その面積は 1cm^2 。したがって表面積は 1cm^2×6＝6cm^2。

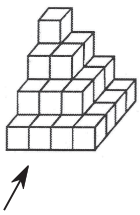
② 次は下の図のような立体を考え，各方面から投影した場合の平面を図示させる。さいころと同じで６方向から見なければいけないことに留意する。



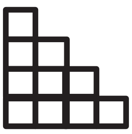
背面と下方向から見ると  であり，上や正面から見ても同じ図形に見えることを確認する。

また，右側面から見ると  であり，左側面から見ると  であることも分かる。表面積は  の数なので， 4cm^2×4＋3cm^2×2＝22cm^2。

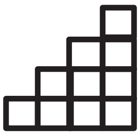
③ 最後に問題の図で考える。①，②の図形と同じように考えることを確認する。各方向からの投影を図示させて，マスの数を確認させる。



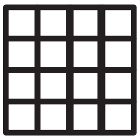
正面・左側面（10）



背面・右側面（10）



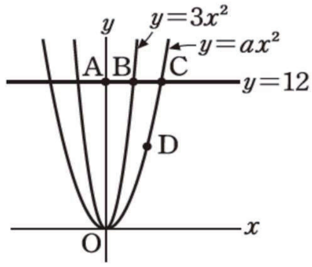
上方向・下方向（16）



表面積は 10cm^2×4＋16cm^2×2＝72cm^2。

このような図形の問題に限らずどの分野でも，基本問題や簡単な例に帰着させて段階的に指導することで生徒自らの気付きを増やしたり，解法の理解を深めることにつながるのではないかと考える。

(4) グラフの問題を代数的にも幾何的にも考えられるようにさせたい

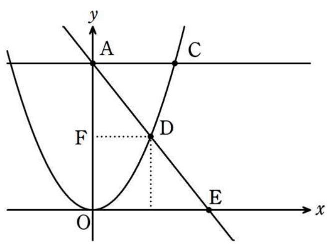
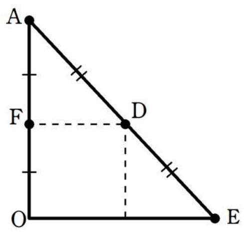
問題
図のように，点（0，12）をＡとし，直線 $y=12$ が２つの関数 $y=3x^2$，$y=ax^2$（$a>0$）のグラフと x 座標が正で交わる点をそれぞれＢ，Ｃとする。また，点Ｄは $y=ax^2$ 上の点で，x 座標は正である。ＡＢ＝ＢＣのとき，次の問いに答えなさい。 

問題番号	問題（正答）	正答率 無答率	主な誤答例 （標本全体に対する％）
Ｒ２ ［４］(2)	直線ＡＤが x 軸と交わる点をＥとする。ＡＤ＝ＤＥのとき，Ｅの x 座標を求めなさい。　（$4\sqrt{2}$）	19.4％ 26.6％	6（9.8％）， 8（5.9％）
Ｒ３ ［４］(2)	直線ＡＤが x 軸と交わる点をＥとする。ＡＤ＝ＤＥのとき，Ｄの座標を求めなさい。　（$(2\sqrt{2},\ 6)$）	36.4％ 22.2％	（3，6）（6.1％）， $\left(3,\ \frac{27}{4}\right)$（4.6％）

関数の基本性質を用いて値や座標を求める問題である。Ｒ２年度とＲ３年度で問題の条件は同じであるが，Ｒ２年度は点Ｅの x 座標を，Ｒ３年度は点Ｄの座標を求めさせている。Ｒ３年度は点Ｅの座標を求めなくてよいので，Ｒ２年度よりも正答率が上がったと考えられる。しかし，それでも無答率が 22.2％という数値からも，解法が思い浮かばない生徒が多いと感じられる。誤答例を見ると，グラフの見た目で判断して答えを出している生徒が多いと推測される。

【今後の指導に向けて】

この問題では代数的な視点と幾何的な視点での考え方が必要な問題である。どちらの視点も意識しておかないと正解にたどり着けない。Ｒ２年度の問題については，点Ｅを求める上で特に重要となる考え方である。まずは代数的にグラフを考え，補助線を引くなどしてヒントを見つける。この補助線は，x 軸や y 軸に垂線を下ろすことで x 座標や y 座標が同じである点を作りやすくなる。その後，グラフから三角形などを取り出し，図形の性質を利用して幾何的に考える習慣を付けさせたい。

代数的な視点	幾何的な視点
	

① 点Ｄから x 軸，y 軸に垂線を引き，△OAE や△FAD に注目する

② 注目した△OAE や△FAD を取り出す

③ OE // FD より上図で△OAE ∽ △FAD

④ AF = DE から AF = FO より OF = 12÷2 = 6 なので点Ｄの y 座標は6

⑤ $y=\frac{3}{4}x^2$ に $y=6$ を代入して $x=\pm2\sqrt{2}$

⑥ 点Ｄの x 座標は正より $x=2\sqrt{2}$

⑦ OE = 2FD より点Ｅの x 座標は $2\sqrt{2}=2=4\sqrt{2}$

④から⑤への代数的な視点に戻る部分で，何をしたらよいかわからない生徒も多いように感じられる。求める点はどこのグラフ上にあるのか，何を計算すれば求めるものが登場するのかという代数的な思考も鍛えさせたい。このように代数的・幾何的の両方の視点を意識して問題を捉えることで，様々な関数の問題において解法が浮かびやすくなる。この問題のように三角形を取り出して簡易的な図をかく癖を付けさせるなどの指導が必要であると考える。

(5) 問題の条件を把握し，適切に場合の数を求めさせたい

問題番号	問題(正答)	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する%）
H31 ［2］(3)	３枚の硬貨を同時に投げるとき，２枚は表で１枚は裏になる確率を求めなさい。 $\left(\frac{3}{8}\right)$	83.5％ （97.6％／72.3％）	$\frac{1}{2}$(5.0％)， $\frac{1}{4}$(4.7％)
Ｒ３ ［2］(1)	箱の中に１～６の数字がそれぞれ書かれた玉が１個ずつはいっている。この箱から玉を同時に２個取り出すとき取り出した玉に書かれた数の積が３の倍数となる確率を求めなさい。 $\left(\frac{3}{5}\right)$	58.5％ （79.6％／43.7％）	$\frac{5}{9}$(8.8％)， $\frac{1}{3}$(6.2％)， $\frac{1}{2}$(3.3％)

確率の問題は毎年出題されている。H31 年度に出題された硬貨を投げる問題と比較すると，正答率が 25 ポイント低い。どちらの問題も樹形図をかいて組合せを考えるのが基本であるが，Ｒ３年度の問題では積が３の倍数となる場合を考えることや，同時に２個の玉を取り出すすべての場合の数に戸惑う生徒が多いのではないかと考えられる。

誤答の中で最も多い $\frac{5}{9}$ は，「玉を同時に取り出す」という試行を「玉を１回取り出し，元に戻してからもう一度引く」という試行と同じ計算をしてしまい，すべての場合を 36 通りとして計算したことが原因と推測できる。また，次に誤答が多い $\frac{1}{3}$ は，15 通りの中から単純に３を含む５通りの組合せを取り出しただけの解答ではないかと推測できる。まずは問題の条件を把握し，すべての場合が何通りあるのかを明らかにしてから適切に樹形図をかけるようにしたい。

【今後の指導に向けて】

高校数学の確率や組合せを考えるに当たって，「玉を同時に２個取り出す」試行や「玉を１個取り出し，確認してから次の玉を取り出す」試行などが別のものであることを理解させたい。そのために，実際に箱や玉を用意し，生徒に取り出させて場合の数が何通りあるかを実感してもらうのも効果的である。下記はよく出題される試行の一例であるが，どのような試行に対しても実践することを想定しながら，適切にすべての場合の数を求められるようにさせたい。

例　箱の中に１～６の番号が書かれた玉が入っている。

取り出し方	場合の数	よく使われる単元
① 同時に２個取り出す場合	${}_6C_2$＝15 通り	組合せなど
② 一度取り出した玉を確認後，元に戻さずに２個目を取り出す場合（順番に取り出す）	6×5＝30 通り	条件付き確率， 確率の乗法定理など
③ 一度取り出した玉を確認後，元に戻してから２個目を取り出す場合（繰り返し取り出す）	6×6＝36 通り	独立な試行， 反復試行など

付　令和２年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ｉ基本，数学Ｉ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ｉ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ｉ＋Ａ：　数学Ｉ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ｉの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］，［３］，［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日までの間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10％の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 16 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　表 12

ﾃｽﾄ 項目	数学 Ｉ基本	数学 Ｉ＋Ａ	数学Ⅱ
標 本 数	1,908	7,245	7,201
平 均 点	55.3	45.7	43.4
標準偏差	22.4	23.4	25.9

(2) 得点分布（％）　表 13

ﾃｽﾄ 得点	数学 Ｉ基本	数学 Ｉ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	6.0	2.8	5.4
80 ～ 89	10.3	6.2	5.9
70 ～ 79	13.6	9.4	7.7
60 ～ 69	13.9	11.4	8.8
50 ～ 59	15.7	13.6	12.0
40 ～ 49	14.8	13.7	11.9
30 ～ 39	11.5	13.7	13.7
20 ～ 29	8.2	14.0	13.0
10 ～ 19	4.2	11.0	12.3
0 ～ 9	1.8	4.1	9.3

(3) 調査問題別平均点分布（校）　表 14

ﾃｽﾄ 平均点	数学 Ｉ基本	数学 Ｉ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上	1	2	3
75～80未満		3	3
70 ～ 75	1	1	7
65 ～ 70	6	8	2
60 ～ 65	5	7	7
55 ～ 60	3	6	10
50 ～ 55	4	9	8
45 ～ 50	4	14	7
40 ～ 45	6	8	12
35 ～ 40	2	5	7
30 ～ 35		12	8
25 ～ 30	1	11	13
20 ～ 25	2	9	6
15 ～ 20		7	10
15未満		5	12
計	35	107	115

令和２年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ　基　本

学年　　組　　番　氏名

次の □ の中にあてはまる数，式，記号または言葉を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1)　$5xy^2\times(-3xy)^2=$ □ である。

(2)　$(a-b+c)^2$ を展開すると □ である。

(3)　$4x^2+8x+3$ を因数分解すると □ である。

(4)　次のア～エのうち無理数であるものをすべて選ぶと，□ である。

ア $\sqrt{3}$　　イ 0　　ウ $-\frac{7}{9}$　　エ 2π

(5)　$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=$ □ である。

(6)　$\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$ の分母を有理化すると □ である。

(7)　１次不等式 $x-3\geqq 4x+6$ を解くとき，次の □ にあてはまる不等号の組み合わせとして正しいものを下のア～オの中から選び，かな符号で答えよ。

−3，$4x$ を移項すると　　$x-4x$ ① $6+3$

整理すると　　$-3x$ ② 9

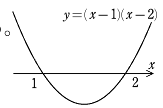
両辺を−3で割って　　x ③ -3

ア ①≧ ②≧ ③≧　　イ ①≦ ②≦ ③≦
ウ ①≧ ②≦ ③≦　　エ ①≧ ②≧ ③≦
オ ①≦ ②≦ ③≧

(8)　$x^2+2x-4=0$ を解くと $x=$ □ である。

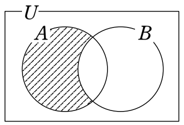
(9)　縦 $x$cm，横 $3x$cm である長方形の面積を $y$cm^2 とするとき，y を x の式で表すと，$y=$ □ である。

(10)　２次不等式 $(x-1)(x-2)\leqq 0$ の解は，下のア～エのうち □ である。



ア $x\leqq 1$，$2\leqq x$　　イ $x\leqq 1$，2
ウ $x=1$，2　　エ $1\leqq x\leqq 2$

(11)　次の文章の □ にあてはまる集合を，下のア～エの中から選び，かな符号で答えよ。
「全体集合 U の２つの部分集合 A，B を表す図において，斜線部分を表す集合は □ である。」



ア $\overline{A}\cap B$　　イ $\overline{A}\cup B$
ウ $A\cap\overline{B}$　　エ $A\cup\overline{B}$

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	

(12)　下のア～ウで，真の命題であるものは ① ，偽の命題であるものは ② ，命題でないものは ③ である。

ア $x^2=4$ ならば $x=2$ である　　イ 正方形は長方形である
ウ 0.1は小さい数である

(13)　次のデータは，ある野球チームの10試合の得点である。

0，0，1，1，2，4，4，6，6，9　(点)

このデータの中央値は ① 点，四分位範囲は ② 点である。

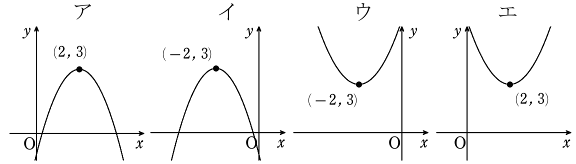
(14)　３つの散布図があり，その相関係数は0.9，−0.7，0.3のいずれかに対応する。散布図と対応する相関係数の組み合わせとして正しいもの選ぶと，下のア～エのうち □ である。

ア ①0.9　②0.3　③−0.7　　イ ①0.9　②−0.7　③0.3
ウ ①−0.7　②0.9　③0.3　　エ ①0.3　②0.9　③−0.7

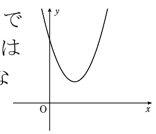
(12)	①	②	③
(13)	①	②	
(14)			

［２］　次の各問いに答えよ。

(1)　２次関数 $y=-(x-2)^2+3$ のグラフは下のア～エのうち □ である。



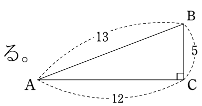
(2)　右の図は２次関数 $y=x^2-6x+11$ のグラフである。この関数の最小値は ① ，最大値は ② 。ただし，最小値もしくは最大値がなければ「なし」と答えよ。



(1)		
(2)	①	
	②	

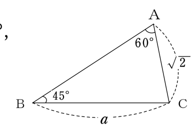
［３］　次の各問いに答えよ。

(1)　右の図の直角三角形ＡＢＣにおいて，
$\sin A=$ ① ，$\tan A=$ ② である。



(2)　$\cos 120°=$ □ である。

(3)　△ＡＢＣにおいて，ＡＣ$=\sqrt{2}$，$A=60°$，$B=45°$ であるとき，辺ＢＣの長さ a は □ である。



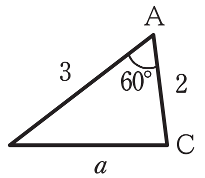
(1)	①	②
(2)		
(3)		

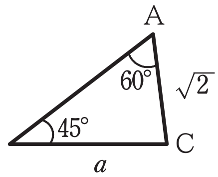
令和２年度　数学Ｉ基本

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$45x^3y^4$	73.5	96.6	55.2	1.7	0.0	0.0	24.8	$45x^3y^3$ (3.4)，$225x^4y^4$ (2.7)，$45x^2y^4$ (2.4)，$15x^3y^4$ (2.1)
(2)	5	$a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ca$	47.4	69.0	31.0	8.9	0.0	13.8	43.7	$a^2+b^2+c^2$ (8.2)，$a^2-b^2+c^2$ (3.1)，$(a+b+c)(a-b+c)$ (2.4)
(3)	5	$(2x+1)(2x+3)$	57.0	89.7	17.2	14.8	0.0	41.4	28.2	$-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$ (3.1)，$x=-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$ (2.1)，$4x(x+2)+3$ (2.1)
(4)	5	ア，エ	41.2	44.8	10.3	1.0	0.0	0.0	57.8	ア，ウ，エ (17.9)，イ，エ (11.7)，ア，ウ (6.2)
(5)	5	7	72.2	86.2	31.0	6.2	0.0	13.8	21.6	11 (3.1)，1 (2.4)，5 (2.1)，9 (2.1)
(6)	5	$\sqrt{6}-\sqrt{5}$	37.8	62.1	6.9	11.0	0.0	34.5	51.2	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{11}$ (21.3)，$\frac{\sqrt{30}}{11}$ (3.4)，$\frac{\sqrt{11}}{11}$ (3.1)，$\sqrt{6}+\sqrt{5}$ (3.1)
(7)	5	エ	62.9	79.3	37.9	1.7	0.0	3.4	35.4	オ (19.6)，ウ (7.6)，イ (6.2)
(8)	5	$-1\pm\sqrt{5}$	33.7	51.7	3.4	21.0	3.4	48.3	45.3	2 (5.9)，2，−2 (2.4)，$1\pm\sqrt{5}$ (2.0)，$-1\pm\sqrt{3}$ (2.0)
(9)	5	$3x^2$	61.2	79.3	27.6	7.9	0.0	24.1	30.9	$3x$ (18.2)，$3\times x$ (2.4)，$x\times 3x$ (2.1)
(10)	5	エ	58.1	69.0	31.0	2.4	0.0	6.9	39.5	ア (19.6)，ウ (13.4)，イ (6.2)
(11)	5	ウ	41.9	55.2	13.8	6.9	6.9	13.8	51.2	イ (18.2)，ア (17.2)，エ (15.1)
(12)	5	イ，ア，ウ	40.2	72.4	20.7	6.9	6.9	13.8	52.9	ア，イ，イ (41.9)，ウ，ウ，ア (9.3)
(13)	5	3，5	42.6	69.0	17.2	13.1	0.0	13.2	55.3	4，9 (18.7)，2.5，6 (5.9)，2，4 (4.7)，6 (4.7)
(14)	5	イ	77.7	93.1	58.6	3.4	0.0	6.9	18.9	ア (8.1)，エ (5.8)，ウ (5.1)
[2](1)	5	ア	48.1	86.2	17.2	4.1	0.0	3.4	47.8	イ (25.7)，ウ (12.3)，エ (9.7)
(2)	5	①　2	18.9	27.6	3.4	15.8	6.9	20.7	44.3	なし (10.3)，11 (9.3)，−6 (8.6)，6 (6.5)
	5	②　なし	70.4	96.6	44.8	12.4	0.0	24.1	17.2	11 (10.0)，3 (1.7)，6 (1.0)
[3](1)	5	$\left(\frac{5}{13}, \frac{5}{12}\right)$	64.6	89.7	41.4	9.6	0.0	24.1	25.8	$\left(\frac{13}{5}, \frac{12}{5}\right)$ (6.9)，$\left(\frac{12}{13}, \frac{5}{13}\right)$ (6.5)，$\left(\frac{13}{12}, \frac{12}{13}\right)$ (1.7)
(2)	5	$-\frac{1}{2}$	43.0	79.3	10.3	14.4	0.0	27.6	42.6	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (7.9)，$\frac{1}{2}$ (6.9)，$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (5.5)，$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4.5)
(3)	5	$\sqrt{3}$	27.1	48.3	10.3	32.0	13.8	55.2	40.9	1 (4.1)，2 (3.8)，3 (3.1)，$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2.7)

正弦定理と余弦定理のどちらを使うか正しく判断させたい

問題番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）
H30 ［3］ (3)	△ABCにおいて，$b=2$，$c=3$，A＝60° であるとき，辺BCの長さ a は$\boxed{}$である。 ($\sqrt{7}$)	19.7% (54.3%／5.7%)	20.3% (11.4%／31.4%)
R２ ［3］ (3)	△ABCにおいて，AC＝$\sqrt{2}$，A＝60°，B＝45° であるとき，辺BCの長さ a は$\boxed{}$である。 ($\sqrt{3}$)	27.1% (48.3%／10.3%)	32.0% (13.8%／55.2%)



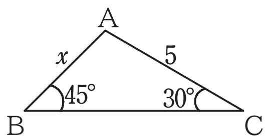


H30年度は余弦定理，Ｒ２年度は正弦定理の公式に単純に当てはめれば解ける問題である。Ｒ２年度の方が正答率は高いが，無答率も高い。公式自体を覚えていない，分母が分数になることで式の変形が難しく計算がやり切れていないといったことが考えられるが，正弦定理と余弦定理のどちらを使用すればよいのか分からず，利用に至っていないことも考えられる。ここでは，どちらを使用すればよいか，その指導方法について考えたい。

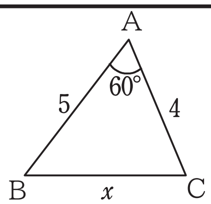
【指導上の留意点】

向かい合う２角２辺のうち未知数が一つの場合は正弦定理，１角３辺のうち未知数が一つの場合は余弦定理を使うことを述べた上で，図形を次々と見せてそれぞれどちらを使用するか答えさせると判断の練習になる。テンポよく見せるためにＩＣＴを活用するのもよい。

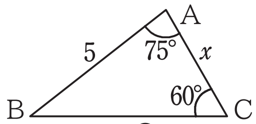
先生「図①は正弦定理，余弦定理のどちらを使用しますか？」
生徒「向かい合う２角２辺だから，正弦定理です。」
先生「そうですね。では図②はどうでしょうか？」
生徒「１角３辺だから，余弦定理です。」
先生「いいですね。では図③はどうでしょうか？」
生徒「これも向かい合う２角２辺だから正弦定理ですよね。
　　式を立ててみると　・・・　∠B が分かりません。」
先生「分かっている角度から求められないかな？」
生徒「あ，∠A と ∠C から ∠B を求めればよいですね。
　　∠B＝180°−(75°＋60°)＝45° です。これなら式を立てられます！」
先生「よし，その調子。では図④はどうかな？」
生徒「はい，余弦定理です。式を立ててみると　・・・　$x^2=(\sqrt{13})^2+(\sqrt{3})^2-2\cdot\sqrt{13}\cdot\sqrt{3}\cos150°$ ですね！」
先生「いや，余弦定理は分かっている角度の向かいの辺からスタートだ。
　　分かっているのは ∠B だからどうなるかな？」
生徒「$(\sqrt{13})^2=(\sqrt{3})^2+x^2-2\cdot\sqrt{3}\cdot x\cos150°$ あ，２次方程式を解けば求められそうです！」
先生「いいですね。」



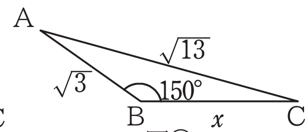
図①



図②



図③



図④

	学年		組		番　氏名

令和２年度　高等学校標準学力検査問題

数　　学　　Ⅰ＋A

次の $\square$ の中にあてはまる数，式，または記号を解答欄に記入せよ。

［1］　次の各問いに答えよ。

(1) $x^2+(2y+1)x+y(y+1)$ を因数分解すると $\square$ である。

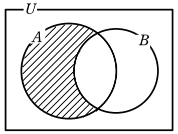
(2) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}$ を計算すると $\square$ である。

(3) 不等式 $|x|<3$ を満たす x の値の範囲は $\square$ である。

(4) 次の文章の $\square$ にあてはまる集合を，下のア～エの中から選び，かな符号で答えよ。

「全体集合 U の２つの部分集合 A，B を表す図において，斜線部分を表す集合は $\square$ である。」

ア　$\overline{A}\cap B$
イ　$\overline{A}\cup B$
ウ　$A\cap\overline{B}$
エ　$A\cup\overline{B}$



(5) 次の文章の $\square$ に適当な不等号をいれよ。

２次不等式 $ax^2+bx+c<0$ の解がすべての実数となるとき，a $\boxed{①}$ 0 かつ b^2-4ac $\boxed{②}$ 0 である。

(6) ２次不等式 $x^2-x-2\geqq 0$ を解くと $\square$ である。

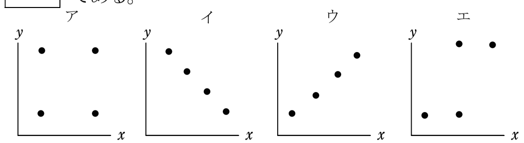
(7) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{4}{3}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta=$ $\square$ である。

(8) 次のデータは，生徒５人の小テストの得点である。

6，4，1，4，8　(点)

この小テストの得点の範囲は $\square$ 点 である。

(9) 下のア～エの散布図で，相関係数が２番目に小さいものは $\square$ である。



(10) 10人の中から，部長１人，副部長２人を選ぶとき，その選び方は $\square$ 通りである。

(11) 自然数N，Mが，$N=2^2\cdot3$，$M=2\cdot3\cdot5^2$ と表されるとき，N，Mの最小公倍数は $\square$ である。

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	①　②
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	

(12) 次の文章の $\square$ にあてはまる語句を，下のア～エの中から選び，かな符号で答えよ。

三角形の各角の二等分線の交点は $\boxed{①}$ であり，
各辺の垂直二等分線の交点は $\boxed{②}$ である。

ア 重心　イ 外心　ウ 垂心　エ 内心

(12)	①　②

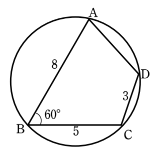
［2］　２次関数 $y=x^2-4x+1$ がある。次の問いに答えよ。

(1) この２次関数のグラフの頂点の座標は $\boxed{(\quad,\quad)}$ である。

(2) この関数が $0\leqq x\leqq a$ において，最大値が１となるような正の定数 a の値の範囲は $\square$ である。

(1)	(　　,　　)
(2)	

［3］　円に内接する四角形ＡＢＣＤにおいて，ＡＢ＝8，ＢＣ＝5，ＣＤ＝3，$\angle$ＡＢＣ＝60°である。次の問いに答えよ。



(1) ＡＣの長さは $\square$ である。

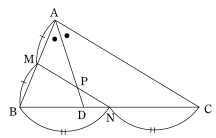
(2) ＡＤの長さは $\square$ である。

(1)	
(2)	

［4］　△ＡＢＣにおいて，ＡＢ：ＡＣ＝3：5 である。辺ＡＢ，ＢＣの中点をそれぞれM，Nとし，$\angle$ＢＡＣの二等分線と線分MN，ＢＣとの交点をそれぞれＰ，Ｄとするとき，次の問いに答えよ。

(1) ＢＤ：ＤＮ＝ $\square$ である。

(2) ＭＰ：ＰＮ＝ $\square$ である。



(1)	
(2)	

［5］　x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を８回投げるとき，次の問いに答えよ。

(1) 点Aの座標が４である確率は $\square$ である。

(2) ８回目ではじめて点Aが原点に戻る確率は $\square$ である。

(1)	
(2)	

番号	配点	正答	正答率	上位群	下位群	無答率	上位群	下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$(x+y)(x-y+1)$	43.9	83.9	8.6	12.2	1.1	20.4	43.9	$(x+y)^2+x+y$ (16.0), $x^2+2xy+x+y^2+y$(8.4)
(2)	5	－4	51.7	89.2	17.2	5.0	0.0	5.4	43.3	4(8.6), 0(7.2), $-2\sqrt{3}$ (3.6), $\frac{4\sqrt{3}}{5}$ (2.1)
(3)	5	$-3<x<3$	58.0	94.6	24.7	5.5	0.0	9.7	37.0	$-2\leqq x\leqq 2$(4.6), －2, －1, 0, 1, 2(2.8), $-2<x<2$ (2.5), $x<3$ (2.2)
(4)	5	ウ	68.7	92.5	44.1	1.0	0.0	1.1	30.3	エ(17.8), イ(7.5), ア(4.6)
(5)	5	①＜, ②＜	44.6	47.3	37.6	3.7	0.0	6.5	51.7	①＞(38.0), ②＞(31.5)
(6)	5	$x\leqq -1$, $2\leqq x$	53.5	91.4	11.8	7.2	0.0	16.1	39.3	$x=-1$, 2(6.8), $-1\leqq x\leqq 2$(6.5), $-1\leqq x$, $x\leqq 2$(2.4)
(7)	5	$\frac{7}{18}$	37.4	66.7	6.5	24.9	10.8	45.2	37.7	$\frac{4}{9}$ (4.6), 12(4.1), $\frac{16}{9}$(2.7), $\frac{1}{3}$(2.7)
(8)	5	7	62.9	80.6	43.0	2.2	0.0	1.1	34.9	8(14.6), 1～8(3.9), 4(3.3), 4.6(2.2)
(9)	5	ア	40.4	54.8	22.6	1.2	0.0	2.2	58.4	エ(39.2), イ(9.2), ウ(9.0)
(10)	5	360	47.3	71.0	17.2	5.0	1.1	7.5	47.7	720(10.5), 120(8.3), 46(4.0), 450(3.3)
(11)	5	300	68.3	84.9	38.7	3.4	0.0	2.2	28.3	6(8.9), 2(3.4), 600(2.8), 60(1.3)
(12)	5	①エ, ②イ	25.8	35.5	23.7	0.4	0.0	1.1	74.0	①ア(32.2), イ(12.2) ②ウ(24.7), ア(23.5)
[2](1)	5	(2, －3)	66.3	97.8	18.3	7.7	0.0	16.1	30.3	(4, 1)(6.1), (－4, 1)(2.2), (2, 3)(2.1), (0, 1)(1.4)
(2)	5	$0<a\leqq 4$	13.0	29.0	2.2	23.0	5.4	52.7	64.0	4(15.5), $0\leqq a\leqq 4$(12.7), 1(4.6), 2(2.4)
[3](1)	5	7	65.9	91.4	43.0	10.4	3.2	19.4	23.7	6(4.7), 8(4.6), $\sqrt{69}$(1.2), 9(0.8)
(2)	5	5	42.2	72.0	7.5	18.9	9.7	35.5	38.9	4(21.7), 6(2.8), 8(2.5), 3(1.1)
[4](1)	5	3:1	53.6	81.7	29.0	14.9	3.2	26.9	31.5	2:1(9.6), 4:1(3.8), 3:5(2.7), 3:2(2.2)
(2)	5	3:2	38.2	61.3	22.6	21.8	12.9	34.4	16.9	2:1(15.2), 3:1(4.2), 5:3(3.6), 4:3(1.6)
[5](1)	5	$\frac{7}{64}$	26.8	54.8	2.2	20.2	4.3	36.6	53.0	$\frac{1}{2}$(4.8), $\frac{1}{16}$(4.3), $\frac{1}{8}$(4.2), $\frac{1}{4}$(4.0)
(2)	5	$\frac{5}{128}$	4.9	6.5	0.0	32.0	16.1	50.5	63.1	$\frac{35}{128}$(8.1), $\frac{1}{8}$(5.9), $\frac{1}{32}$(3.7), $\frac{1}{256}$(3.7)

(1)　**実数を扱う際，整数以外の数も考えることを意識させたい。**

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H29 [1] (3)	不等式 $\lvert x-2\rvert<3$ を満たす x の値の範囲は□である。（$-1<x<5$）	48.1％（88.7％／10.3％）	$x<5$（8.3％），$1<x<5$（4.7％），$x<1$（2.7％）
R２ [1] (3)	不等式 $\lvert x\rvert<3$ を満たす x の値の範囲は□である。（$-3<x<3$）	58.0％（94.6％／24.7％）	$-2\leqq x\leqq 2$（4.6％），$x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$（2.8％），$-2<x<2$（2.5％）

絶対値を含む不等式を解く問題である。今年度は絶対値の中に含まれる式を「x」とした結果，H29年度と比べると全体の正答率が10ポイント程度上昇した。

今年度の特徴的な誤答として，「$x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$」が挙げられる。しかし，H29年度の $\lvert x-2\rvert<3$ に対しては，「$x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$」という解答は多くは見られなかった。これは，$\lvert x-2\rvert<3$ を満たす x の値がすぐに分からないことで，$-3<x-2<3$ や $x-2<3$ などと変形し，一方で $\lvert x\rvert<3$ は直感的に考えやすく，絶対値の値が3より小さくなる整数を答えたものだと考えられる。また，「$-2\leqq x\leqq 2$」などのように，「3」が含まれない誤答も非常に多いのも上記と同様の理由であると推測できる。

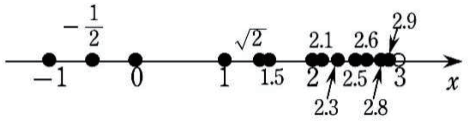
以上のことから，問題を解く際は整数だけでなく，その他の有理数や無理数まで常に考えることを意識させる必要がある。

【指導上の留意点】

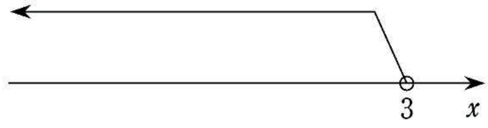
単に，「数」と言えば，整数や自然数を連想する生徒は多い。そこで，数学Ⅰの１次不等式で数直線を用いて，有理数や無理数まで考えられるような授業を展開したい。

先生「$x<3$ はどのような数が含まれるかを考えてみよう。まず，$x<3$ に 3 は含まれますか？」
生徒「いいえ。「≦」ではないので，含まれません」
先生「そうだね。$x<3$ に含まれる数を他にも見つけよう。そして，数直線をかいて，見つけた数を数直線上に●で表そう。ただし，3はこの不等式を満たさないので，○で表すことにします。それでは，不等式を満たす数を具体的に答えてください」
生徒「2，1です。他にも0，－1のような0や負の数も含まれます」
先生「これらの数のところに●を付けよう。他にもこの不等式を満たす数はありませんか？例えば，2よりも大きい数はありませんか？」
生徒「ん～…あっ，2.5も満たしますか？」
先生「その通り！整数でなくてもいいのです！」
生徒「だったら，2.1や$-\frac{1}{2}$ なども満たしますね！たくさん●を付けることができます！」
先生「$\sqrt{2}$ はどうですか？」
生徒「$\sqrt{2}$ は1.4くらいの数なのでこれも不等式を満たします！」
先生「そうですね！この調子で他にも●を付けてみよう。すると，数直線は【図１】のように，●が3より左側の部分にたくさん付いたものになります。つまり，$x<3$ は3より小さい全ての実数となり，整数以外もこの解に含まれることになります。そして，この●をま

とめて $x<3$ は【図２】のように，矢印を使って表すことにするのです」



【図１】



【図２】

さらに，「$x<3$ を満たす最大の数はいくつか」と問題を設定すれば，「2.9 よりも 2.99，2.99 よりも 2.999，…」など，限りなく 3 に近い値は答えることができるが，最大の数を求められないことが分かる。このことは２次関数の最大・最小の単元において，定義域が開区間の場合につなげることもできる。さらに，この単元の文章題として，以下のような答えが整数値にならない問題を扱いたい。

問　長さ 14mのロープで長方形の囲いを作る。囲った部分の面積が最も大きくなるときの縦の長さと横の長さをそれぞれ求めよ。

これは，縦の長さと横の長さの和が 7mであることから，「縦 1mかつ横 6m」から「縦 6mかつ横 1m」と６通りを考え，その中で面積が最大であった「縦 3mかつ横 4m，または，縦 4mかつ横 3m」と解答する生徒も少なくない。縦と横の長さがともに 3.5mのときの面積を求めることで，答えが整数になるとは限らないということを認識できるとともに，２次関数の必要性も実感できる。

整数や自然数は，有理数や無理数に比べて日常生活で扱う機会が多い。問題を解く際，まずは整数などの考えやすい場合から取り組むことは大切である。その後，整数を考えるだけでよいのか，分数や無理数なども考える必要があるのか，などを意識させられるような展開を心がけたい。

(2)　問題文の条件を正しく認識させたい

問題番号	問題(正答)	正答率（上位群/下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H28 ［4］ (1)	x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を６回投げるとき，次の問いに答えよ。 (1) 点Aの座標が４である確率は［　　］である。 $\left(\frac{3}{32}\right)$	28.7% (53.4% /5.8%)	$\frac{15}{64}$ (8.8%)， $\frac{1}{64}$ (5.8%)
H29 ［4］ (2)	x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を４回投げるとき，次の問いに答えよ。 (2) ４回投げたとき，点Aが原点にある確率は［　　］である。 $\left(\frac{3}{8}\right)$	52.5% (79.4% /16.5%)	$\frac{1}{4}$ (11.0%)， $\frac{1}{16}$ (7.4%)
R２ ［5］ (1)	x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を８回投げるとき，次の問いに答えよ。 (1) 点Aの座標が４である確率は［　　］である。 $\left(\frac{7}{64}\right)$	26.8% (54.8% /2.2%)	$\frac{1}{2}$ (9.1%)， $\frac{1}{16}$ (8.1%)

H29 年度，H28 年度と比較し,試行の後に原点にある確率を求めるときには正答率が高く，原点でない点にあるときは正答率が下がっている。また，最も多い誤答である $\frac{1}{2}$ は,「８回中４回表が出る」という条件と誤認識し，かつ計算も「８回中４回なので $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$」と誤った方法で行っていると推測できる。このことから，問題文の条件を正しく認識して立式する力が不十分であると考えられる。

【指導上の留意点】

正しい計算式をたてるために，問題文の条件を正しく整理することが必要である。したがって，計算式をたてる前の段階の練習を行い，条件を把握することの重要性を意識させる。

・ランダムウォークの問題において、条件を整理する練習

確率を計算する前に，必ず表，裏が出る回数をそれぞれ答えさせる。

(1) x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を８回投げるとき，点Aが原点である確率を求めよ。

→ **８回中，表が何回，裏が何回出ればよいかを答えさせる。**

(解)　表が４回，裏が４回出ればよいので反復試行の確率より，

$${}_8C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{35}{128}\quad \cdots\ (答)$$

※ ${}_8C_4\left(\frac{1}{2}\right)^8$ とするのではなく，上のように立式する方が，表４回と裏４回であることを意識させることができ，問題の条件が変わったときにも対応しやすい。

(2) (1)で，硬貨を８回投げるとき，点Aの座標が４である確率を求めよ。

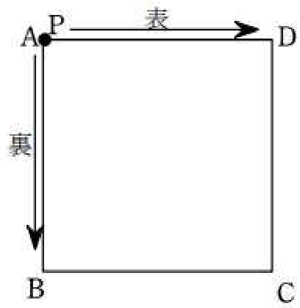
→ **８回中，表，裏が何回出ればよいかを答えさせる。上の分析から，表と裏が４回ずつという誤答が出ると考えられる。そのため，表を書いて整理する方法を紹介する。**

表	0	1	2	3	4	5	6	7	8
裏	8	7	6	5	4	3	2	1	0
座標	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8

(解)　表より，表が６回，裏が２回出ればよいので，反復試行の確率より，

$${}_8C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{7}{64}\quad \cdots\ (答)$$

(3) 右図のような正方形ABCDの辺上を動く点Pがあり，最初に頂点Aにある。硬貨を投げて，表が出たら時計回りに，裏が出たら反時計回りに隣の頂点まで動く。硬貨を８回投げるとき，点Pが頂点Aにある確率を求めよ。



→ **８回中，表が何回，裏が何回出ればよいかを答えさせる。点Aを原点とし，時計回り方向を正の向きと考えれば，(2)で用いた表を利用して考えることができることに気づかせる。**

表	0	1	2	3	4	5	6	7	8
裏	8	7	6	5	4	3	2	1	0
座標	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
点	A	C	A	C	A	C	A	C	A

ただし，ここでいう座標とは，頂点Aから時計回りに進んだ数を表す。

(解)　表より，（表の回数，裏の回数）＝(0, 8)，(2, 6)，(4, 4)，(6, 2)，(8, 0)のときに条件を満たすので，反復試行の確率より，

$${}_8C_0\left(\frac{1}{2}\right)^8+{}_8C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^6+{}_8C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_8C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}_8C_8\left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$=\frac{1+28+70+28+1}{2^8}=\frac{1}{2}$$

また，点Ａが座標平面上で動く問題（２次元のランダムウォーク）や，n 回目に点Ａの座標が４となるといった応用問題についても取り組ませ，解くときには必ず表と裏の回数をそれぞれ答えさせ，問題文の条件を整理してから立式するように意識させて練習をすることで，さまざまな問題について正しくアプローチすることができるようになると考えられる。また，試行回数が表をつくれないほど多い場合や，一般化されている場合について考えるような問題についても，表を用いて整理することからはじめて，より発展的な立式へと指導をつなげていくこともできる。

令和２年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅱ

□ 学年 □ 組 □ 番　氏名 □

次の □ の中にあてはまる数，式，または記号を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{x^2-1}$ を計算すると □ である。

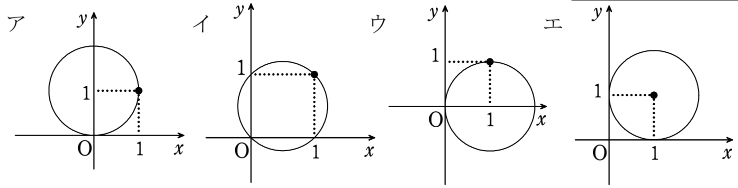
(2) $i^2-5i^3+3i^4$ を計算すると □ である。ただし，i は虚数単位とする。

(3) 整式 $x^3-2ax-5$ を $x-2$ で割った余りが１のとき，a の値は □ である。

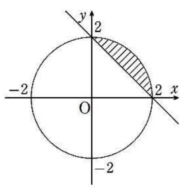
(4) ２次方程式 $x^2+5x+7=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\alpha^3\beta+\alpha\beta^3=$ □ である。

(5) ３次方程式 $x^3=1$ の虚数解の１つ $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ を ω とする。このとき，ω^{2021} の値は □ である。

(6) 点(1，1)を通り x 軸と接する円を下のア～エの中からすべて選ぶと □ である。



(7) 下の図の領域を表す不等式は，次のア～エのうち □ である。ただし，境界線は含むものとする。



ア $\begin{cases} x^2+y^2\leqq 4 \\ x+y-2\geqq 0 \end{cases}$　イ $\begin{cases} x^2+y^2\leqq 4 \\ x+y+2\leqq 0 \end{cases}$

ウ $\begin{cases} x^2+y^2\geqq 4 \\ x+y-2\geqq 0 \end{cases}$　エ $\begin{cases} x^2+y^2\geqq 4 \\ x+y+2\leqq 0 \end{cases}$

(8) $\cos(\theta+\pi)=$ □ である。□ に当てはまるものを下のア～カの中から選び，かな符号で答えよ。

ア　$\cos\theta$　　イ　$\sin\theta$　　ウ　$\tan\theta$

エ　$-\cos\theta$　　オ　$-\sin\theta$　　カ　$-\tan\theta$

(9) 方程式 $4^x-2^{x+1}-8=0$ の解は $x=$ □ である。

(10) 次のア～エの等式，不等式のうち誤っているものをすべて選ぶと □ である。

ア　$\log_{10}2+\log_{10}3=\log_{10}5$　　イ　$\dfrac{\log_{10}8}{\log_{10}2}=\log_{10}6$

ウ　$\log_2 5=\dfrac{1}{\log_5 2}$　　エ　$\log_3 2<1<\log_2 3$

(11) 放物線 $y=2x^2-4x+3$ と直線 $y=2x+3$ で囲まれた部分の面積は □ である。

［２］　円C：$x^2+y^2-4x-6y+4=0$，直線 ℓ：$y=2x-m$ について，次の各問いに答えよ。

(1) 円Cの中心の座標は ① ，半径は ② である。

(2) 円Cの中心と直線 ℓ との距離を，m を用いて表すと □ である。

(3) 円Cと直線 ℓ が異なる２点で交わるとき，m の値の範囲は □ である。

［３］　関数 $y=(\sin\theta+\cos\theta)+2\sin\theta\cos\theta+1$ について，$\sin\theta+\cos\theta=x$ として，次の各問いに答えよ。ただし $0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。

(1) $\sin\theta+\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると □ である。ただし $r>0$，$0<\alpha<\pi$ とする。

(2) x のとりうる値の範囲は □ である。

(3) y の値の最小値は □ である。

［４］　関数 $f(x)=x^3-3x^2+2$ について，次の各問いに答えよ。

(1) この関数の極大値は □ である。

(2) x についての方程式 $f(x)=k$ が異なる３つの実数解をもつような定数 k の値の範囲は □ である。

(3) (2)のとき，$f(x)=k$ の異なる３つの実数解を α，β，γ（ただし $\alpha<\beta<\gamma$）とする。このとき，α の値の範囲は □ である。

［１］(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	
［２］(1)	①（　，　）　②
(2)	
(3)	
［３］(1)	
(2)	
(3)	
［４］(1)	
(2)	
(3)	

令和２年度　数学Ⅱ

番号	配点	正答	正答率	上位群 下位群	無答率	上位群 下位群	誤答率	主な誤答例 （標本全体に対する％）
[1](1)	5	$\frac{1}{x-1}$	62.8	83.2 41.6	4.5	0.0 5.0	32.7	$\frac{x+1}{x^2-1}$ (10.6), $\frac{x}{x^2-1}$(1.3), $\frac{2}{x+1}$(0.8), $\frac{3}{x+1}$(0.5)
(2)	5	$2+5i$	61.1	90.1 37.6	10.1	2.0 17.8	28.8	9(4.7), $-4+5i$(2.1), -9(1.7), $2-5i$(1.4)
(3)	5	$\frac{1}{2}$	43.9	75.2 12.9	15.3	3.0 26.7	40.8	1(5.7), $-\frac{1}{2}$(4.1), 3(4.0), 2(3.7)
(4)	5	77	34.8	77.2 4.0	28.4	2.0 52.5	36.8	161(7.4), 63(2.0), -161(1.6), -35(0.3)
(5)	5	$\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$	24.3	57.4 1.0	43.9	9.9 62.4	31.8	1(7.2), $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ (4.2), -1(2.9), $-\frac{1}{2}$(1.1)
(6)	5	ア	52.1	67.3 35.6	0.6	0.0 1.0	47.3	ア，エ(25.5)，ア，イ，ウ(6.0)， エ(5.3)，ウ(2.0)，
(7)	5	ア	69.8	94.1 35.6	1.0	0.0 1.0	29.2	ウ(14.1)，イ(8.7)，エ(5.5)， オ(1.0)
(8)	5	エ	56.3	87.1 22.8	1.2	0.0 3.0	42.5	オ(19.3)，イ(12.7)，ア(4.2)， ウ(3.9)
(9)	5	2	64.4	87.1 47.5	9.2	1.0 11.9	26.4	4(7.3), -1, 2(1.9), 3(1.7), 2, $\frac{1}{2}$(0.9)
(10)	5	ア，イ	37.1	70.3 5.9	0.7	0.0 1.0	62.2	ア，ウ(8.9)，イ，ウ(8.6)， イ，エ(8.3)，ア，エ(7.2)
(11)	5	9	48.2	77.2 25.7	22.3	1.0 35.6	29.5	$\frac{9}{2}$(6.2), 3(1.4), 6(1.3), 27(1.3)
[2](1)	5	①(2, 3)　②3	70.9	99.0 28.7	11.3	0.0 22.8	13.0	①(4, 6)(4.2), (2, 6)(0.9) (−4. −6)(0.9), ②2(8.1), 4(3.0), 9(1.8)
(2)	5	$\frac{\lvert 1-m\rvert}{\sqrt{5}}$	15.9	34.7 0.0	43.9	12.9 76.2	40.2	$\frac{1-m}{\sqrt{5}}$(3.2), $\frac{\lvert 1-m\rvert}{\sqrt{13}}$(2.6), $\frac{1-m}{\sqrt{13}}$(1.5)
(3)	5	$1-3\sqrt{5}<m<1+3\sqrt{5}$	12.5	24.8 1.0	54.0	14.9 80.2	33.5	$-1-3\sqrt{5}<m<-1+3\sqrt{5}$(1.4) $m<1-3\sqrt{5}$, $1+3\sqrt{5}<m$(0.8)
[3](1)	5	$\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$	44.9	89.1 4.0	36.6	1.0 71.3	18.5	$\sqrt{2}\sin(\theta+\alpha)$ (0.8), $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$ (0.4)
(2)	5	$-1\leqq x\leqq\sqrt{2}$	13.4	28.7 0.0	43.8	7.9 72.3	42.8	$-1\leqq x\leqq 1$(8.7), $-\sqrt{2}\leqq x\leqq\sqrt{2}$(5.5), $0\leqq x\leqq 1$(4.2), $0\leqq x\leqq\sqrt{2}$(3.0)
(3)	5	$-\frac{1}{4}$	16.4	35.6 0.0	49.6	15.8 73.3	34.0	0(6.8), 1(4.5), -1(4.2), 2(3.0)
[4](1)	5	2	77.2	99.0 54.5	12.5	0.0 23.8	10.3	0(2.0), -2(1.0), 3(1.0), 6(0.5)
(2)	5	$-2<k<2$	45.2	83.2 4.0	31.8	3.0 58.4	23.0	$-2\leqq k\leqq 2$(3.7), $0<k<2$(3.1), $-2<k<0$(0.6)
(3)	5	$-1<\alpha<0$	20.0	38.6 0.0	49.1	18.8 78.2	30.9	$-2<\alpha<0$(5.4), $\alpha<0$(4.3), $-2<\alpha<2$(2.8), $-1<\alpha<2$(1.1)

(1)　三角関数の合成を正しく理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
R２［３］(1)	$\sin\theta+\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると□である。ただし，$r>0$，$0<\alpha<\pi$ とする。　$\left(\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\right)$	44.9％（89.1％／4.0％）	$\sqrt{2}\sin(\theta+\alpha)$（0.8％），$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$（0.4％）

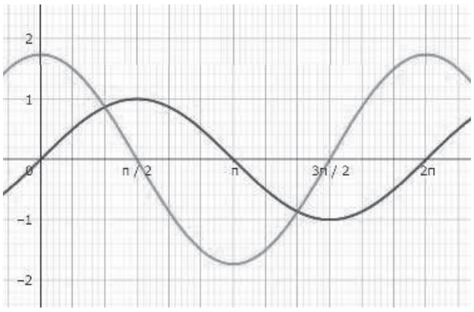
三角関数の合成を問う問題である。多くの生徒が，三角関数の合成の方法を身に付けていないことがわかる。そもそも合成とはどのような意味であるかを理解させた上で，変形の手順をしっかりと定着させるような指導を心がけたい。

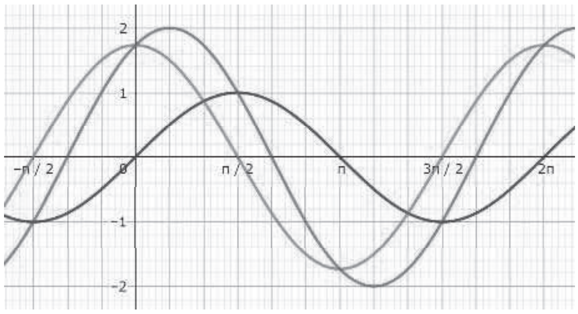
【指導上の留意点】

三角関数の合成は，加法定理を用いた式変形として天下り式に説明しがちだが，合成とは二つの関数の和であることを理解させた上で，公式を導くような導入を以下で紹介する。

<u>導入の例</u>

ＩＣＴ機器を用いて，$y=\sin x$ と $y=\sqrt{3}\cos x$ を合成した $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ のグラフを見せる。





実際に，$x=0,\ \frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{2}$ などの点で，２つの関数の値の和になっていることを確認する。

グラフの振幅，周期，平行移動を読み取り，合成した曲線が $2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ であることを確認する。

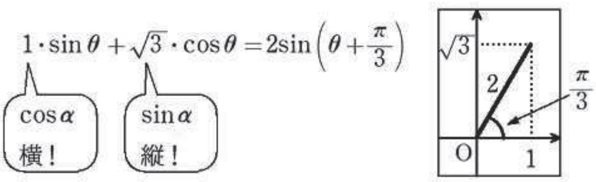
加法定理を用いて，

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=2\left(\sin x\cos\frac{\pi}{3}+\cos x\sin\frac{\pi}{3}\right)=2\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$$

この逆を辿ることで，与えられた正弦と余弦の和を１つの正弦に変形できることを理解させる。

<u>計算方法の指導例</u>

図を利用した方法で定着を図りたい。



具体的な数値による反復練習で，まずは合成の方法を確実に身に付けさせたい。しっかりと変形の方法が身に付いた後に，加法定理を用いた変形を再び練習させることで，その意味がより深く理解できるだろう。同時に，余弦への変形について生徒自身に考えさせることで，学びが深まるだろう。

(2) 図形と方程式を深く考えさせたい

問題番号	問題(正答)	正答率 (上位群/下位群)	主な誤答例
R２ ［2］	円C：$x^2+y^2-4x-6y+4=0$，直線 l：$y=2x-m$ について，次の各問いに答えよ。 (1) 円Cの中心の座標は $\boxed{①}$ ，半径は $\boxed{②}$ である。 (2) 円Cの中心と直線 l との距離を，m を用いて表すと $\boxed{}$ である。 $\left((1)\ ①(2,3),\ ②\,3,\ (2)\dfrac{\lvert 1-m\rvert}{\sqrt{5}}\right)$	15.9% (34.7%/0.0%)	$\dfrac{1-m}{\sqrt{5}}$ (3.2%), $\dfrac{\lvert 1-m\rvert}{\sqrt{13}}$ (2.6%), $\dfrac{1-m}{\sqrt{13}}$ (1.5%)

円と直線の共有点を図形の立場から求める，誘導付き問題である。予想正答率は40%であったが，実際は15.9%と予想よりも低かった。理由として，次の４点が考えられる。(ⅰ)前問の(1)ができていないこと (ⅱ)図（形）をかいていないこと (ⅲ)点と直線の距離の公式の理解の欠如 (ⅳ)計算力不足 である。そのうち，(ⅲ)については，数Ⅱの範囲では，点と直線の距離の公式がやや技巧的に証明されるため，公式の理解が難しいことである。また文字が多く，分数でルートや絶対値もあり，複雑に感じていることが予想される。(ⅳ)については，ルートや絶対値，分数の計算などを含むため，難しく感じていると予想される。

【指導上の留意点】

図形と方程式において，生徒の理解を深めるために，以下のようなやりとりが効果的であると考えた。

先生　まず，点と直線の距離の公式を使う為に，$y=2x-m$ を $ax+by+c=0$ の形，一般形に直して…

太郎　先生！ちょっと待ってください。今回の問題に限らず，よく分からないのですが，直線は $y=px+q$ の形を習っていたのに，$ax+by+c=0$ の一般形って…。何が違うのですか？

先生　それはいい質問ですね。傾きが p，y 切片が q とみる $y=px+q$ の形は，x を変数，y を<u>関数</u>値を表す変数，つまり，y は x の<u>１次関数</u>と捉えています。一方，$ax+by+c=0$ ($a\fallingdotseq 0$ または $b\fallingdotseq 0$) は，２つの未知数 x, y について，対等な変数としての<u>方程式</u>と捉え，その方程式をみたすような点 (x, y) の全体，またはその点 (x, y) が描く図形と見ています。逆に，この方程式を，図形を表す方程式，図形の方程式と言うのです。「関数と見る」，「方程式として見る」，この二つの見方ができることが，この分野では非常に大切です。では，$y=px+q$ では表すことができない直線がありますが，具体的には分かりますか？

太郎　えーと…，分かりません。

花子　先生，私分かりました。y 軸に平行な直線，例えば $x=2$ みたいな直線は表すことができません。

先生　そうですね。 $ax+by+c=0$ の形にしておけば，例えば $a=1$, $b=0$, $c=-2$ の $1x+0y-2=0$ …(♯)として， y 軸に平行な（傾きが $\pm\infty$の）直線も表すことができていますね。 $ax+by+c=0$ （ $a\fallingdotseq 0$ または $b\fallingdotseq 0$ ）…(∗) の形は，平面上のどんな直線でも表すことができるのです。

太郎　ちょっと待ってください。（２回目…。）そもそも $x=2$ は直線ってのが分かりません。

先生　(∗) 式は x , y の方程式として見ていましたが，この方程式の y の係数 $b=0$ のときだと，(♯) で説明しましたね。 y が表れていないですが，(♯) は x , y の方程式で， $x=2$ ， y は何でもよい。という意味で直線になっていますよね。

太郎　そういうことですか。分かりました。

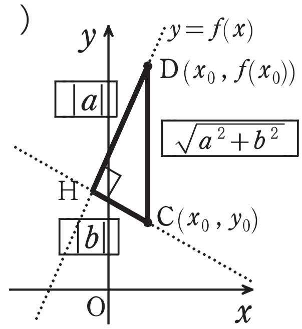
雪子　点と直線の距離の公式だけど，なぜ絶対値があるのですか？

太郎　それは，距離は，正の値だからじゃない？

雪子　うん。それはそうなんだけど…。実は，この点 C(2 , 3) は直線上の点じゃないのに，直線の方程式に代入する理由も分からないの。

先生　今回はこんな風に考えてみることにしましょう。

$ax+by+c=0$ （ $a\fallingdotseq 0$ または $b\fallingdotseq 0$ ） において，点 $C(x_0, y_0)$ との距離を考える。ただし $a\fallingdotseq 0$ かつ $b\fallingdotseq 0$ のときを考える。 $a=0$ かつ $b\fallingdotseq 0$ や $a\fallingdotseq 0$ かつ $b=0$ のときは x 軸， y 軸に平行な直線であり，これは容易に考えることができるため今回は省略する。（このときも点と直線の距離の公式は成り立ちます。）



$y=f(x)=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$　とする。$x=x_0$ と直線 $y=f(x)$ の交点を Dとすると，CDの長さは（C，Dどちらの y 座標が大きいか分からないので）絶対値を用いて，

$|f(x_0)-y_0|=\left|-\dfrac{a}{b}x_0-\dfrac{c}{b}-y_0\right|$　である。

直線の傾きから，相似を用いて図のような比になるので，点と直線の距離は，

$$\mathrm{CH}=|f(x_0)-y_0|\frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|-ax_0-by_0-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

と求めることができ，直線の方程式に (x_0, y_0) に代入した式が分子に現れるのです。もう少し勉強が進んでくると，点と直線の見方も変わってきます。楽しみですね。以上で終わります。