付　令和２年度高等学校数学標準学力検査の結果とその考察

１　検査の趣旨

当センターでは昭和 51 年から毎年，高等学校数学標準学力検査を実施してきた。今回も次の二つのねらいの下に学力検査を実施し，検査結果を分析・考察して，指導上の留意点を明らかにした。なお，過去の検査結果については，当該年度の当センター研究紀要別冊に掲載している。

(1) 入学者数学学力調査により把握した新入生の学力実態が，その後の高等学校での学習指導を通してどのように変容しているかを調べる。

(2) 基本事項についての理解と定着の程度を調査し，高等学校での指導に役立てる。

２　検査の実施及び処理

(1) 検査問題の種類と問題の構成

検査問題は，数学Ｉ基本，数学Ｉ＋Ａ，数学Ⅱの３種類である。どの検査問題も学習指導要領に示された内容を出題の基準とした。検査時間はいずれも 50 分である。

数学Ｉ基本：　基本的な計算力，基礎事項の定着度を調べる問題を中心に構成した。

数学Ｉ＋Ａ：　数学Ｉ基本より高度の思考力・洞察力を要する数学Ｉの問題に加え，数学Ａの内容も併せて構成した。

数学Ⅱ　　：　問題［１］は基本問題，問題［２］,［３］,［４］は標準問題である。

(2) 調査の対象と方法

各科目の授業が終了した学年を対象に，学校ごとに２月１日から３月 31 日までの間に適宜実施した。集計のための標本は各学校とも課程別，類型別に各々２学級分とし，集計用紙（２学級分の得点度数分布と，その 10％の抽出者の解答をそのまま転記したもの）を４月 16 日までに回収した。

３　検査結果の概要

(1) 標本数・平均点・標準偏差　　表 12

テスト 項目	数学 Ｉ基本	数学 Ｉ＋Ａ	数学Ⅱ
標本数	1,908	7,245	7,201
平均点	55.3	45.7	43.4
標準偏差	22.4	23.4	25.9

(2) 得点分布（％）　　表 13

テスト 得点	数学 Ｉ基本	数学 Ｉ＋Ａ	数学Ⅱ
90 ～100	6.0	2.8	5.4
80 ～ 89	10.3	6.2	5.9
70 ～ 79	13.6	9.4	7.7
60 ～ 69	13.9	11.4	8.8
50 ～ 59	15.7	13.6	12.0
40 ～ 49	14.8	13.7	11.9
30 ～ 39	11.5	13.7	13.7
20 ～ 29	8.2	14.0	13.0
10 ～ 19	4.2	11.0	12.3
0 ～ 9	1.8	4.1	9.3

(3) 調査問題別平均点分布（校）　　表 14

テスト 平均点	数学 Ｉ基本	数学 Ｉ＋Ａ	数学Ⅱ
80以上	1	2	3
75～80未満		3	3
70 ～ 75	1	1	7
65 ～ 70	6	8	2
60 ～ 65	5	7	7
55 ～ 60	3	6	10
50 ～ 55	4	9	8
45 ～ 50	4	14	7
40 ～ 45	6	8	12
35 ～ 40	2	5	7
30 ～ 35		12	8
25 ～ 30	1	11	13
20 ～ 25	2	9	6
15 ～ 20		7	10
15未満		5	12
計	35	107	115

令和２年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ　基　本

学年　　組　　番　氏名

次の ☐ の中にあてはまる数，式，記号または言葉を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1)　$5xy^2\times(-3xy)^2=$ ☐ である。

(2)　$(a-b+c)^2$ を展開すると ☐ である。

(3)　$4x^2+8x+3$ を因数分解すると ☐ である。

(4)　次のア～エのうち無理数であるものをすべて選ぶと，☐ である。

ア $\sqrt{3}$　　イ 0　　ウ $-\frac{7}{9}$　　エ 2π

(5)　$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=$ ☐ である。

(6)　$\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$ の分母を有理化すると ☐ である。

(7)　１次不等式 $x-3\geqq 4x+6$ を解くとき，次の ☐ にあてはまる不等号の組み合わせとして正しいものを下のア～オの中から選び，かな符号で答えよ。

−3，4x を移項すると　　$x-4x$ ① $6+3$

整理すると　　$-3x$ ② 9

両辺を−3 で割って　　x ③ -3

ア ①≧ ②≧ ③≧　　イ ①≦ ②≦ ③≦

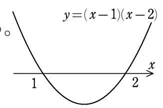
ウ ①≧ ②≦ ③≦　　エ ①≧ ②≧ ③≦

オ ①≦ ②≦ ③≧

(8)　$x^2+2x-4=0$ を解くと $x=$ ☐ である。

(9)　縦 $x$cm，横 $3x$cm である長方形の面積を $y$cm^2 とするとき，y を x の式で表すと，$y=$ ☐ である。

(10)　２次不等式 $(x-1)(x-2)\leqq 0$ の解は，下のア～エのうち ☐ である。

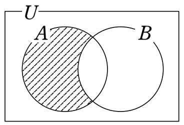


ア $x\leqq 1$，$2\leqq x$　　イ $x\leqq 1$，2

ウ $x=1$，2　　エ $1\leqq x\leqq 2$

(11)　次の文章の ☐ にあてはまる集合を，下のア～エの中から選び，かな符号で答えよ。

「全体集合 U の２つの部分集合 A，B を表す図において，斜線部分を表す集合は ☐ である。」



ア $\overline{A}\cap B$　　イ $\overline{A}\cup B$

ウ $A\cap\overline{B}$　　エ $A\cup\overline{B}$

(12)　下のア～ウで，真の命題であるものは ① ，偽の命題であるものは ② ，命題でないものは ③ である。

ア $x^2=4$ ならば $x=2$ である　　イ 正方形は長方形である

ウ 0.1 は小さい数である

(13)　次のデータは，ある野球チームの 10 試合の得点である。

0，0，1，1，2，4，4，6，6，9　（点）

このデータの中央値は ① 点，四分位範囲は ② 点である。

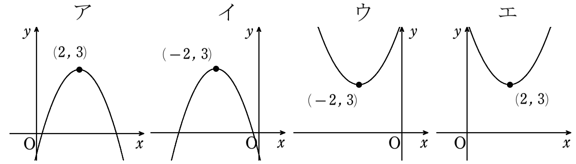
(14)　３つの散布図があり，その相関係数は 0.9，−0.7，0.3 のいずれかに対応する。散布図と対応する相関係数の組み合わせとして正しいもの選ぶと，下のア～エのうち ☐ である。

ア ①0.9　②0.3　③−0.7　　イ ①0.9　②−0.7　③0.3

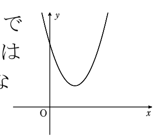
ウ ①−0.7　②0.9　③0.3　　エ ①0.3　②0.9　③−0.7

［２］　次の各問いに答えよ。

(1)　２次関数 $y=-(x-2)^2+3$ のグラフは下のア～エのうち ☐ である。

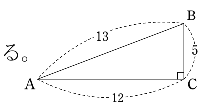


(2)　右の図は２次関数 $y=x^2-6x+11$ のグラフである。この関数の最小値は ① ，最大値は ② 。ただし，最小値もしくは最大値がなければ「なし」と答えよ。



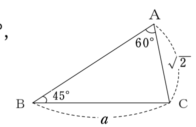
［３］　次の各問いに答えよ。

(1)　右の図の直角三角形ＡＢＣにおいて，$\sin A=$ ① ，$\tan A=$ ② である。



(2)　$\cos 120°=$ ☐ である。

(3)　△ＡＢＣにおいて，ＡＣ＝$\sqrt{2}$，$A=60°$，$B=45°$ であるとき，辺ＢＣの長さ a は ☐ である。



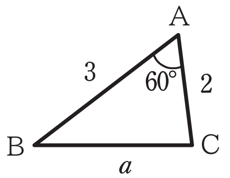
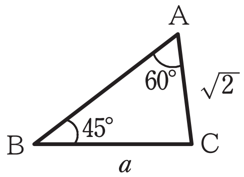
［解答欄］

［１］(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	
(12)	①　②　③
(13)	①　②
(14)	
［２］(1)	
(2)	①　②
［３］(1)	①　②
(2)	
(3)	

令和２年度　数学Ⅰ基本

番号	配点	正答	上位群 正答率 下位群		上位群 無答率 下位群		誤答率	主な誤答例 （標本全体に対する％）
［１］(1)	5	$45x^3y^4$	73.5	96.6 55.2	1.7	0.0 0.0	24.8	$45x^3y^3$ (3.4)，$225x^4y^4$ (2.7)， $45x^2y^4$ (2.4)，$15x^3y^4$ (2.1)
(2)	5	$a^2+b^2+c^2-2ab$ $-2bc+2ca$	47.4	69.0 31.0	8.9	0.0 13.8	43.7	$a^2+b^2+c^2$ (8.2)， $a^2-b^2+c^2$ (3.1)， $(a+b+c)(a-b+c)$ (2.4)
(3)	5	$(2x+1)(2x+3)$	57.0	89.7 17.2	14.8	0.0 41.4	28.2	$-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$ (3.1)， $x=-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$ (2.1)， $4x(x+2)+3$ (2.1)
(4)	5	ア，エ	41.2	44.8 10.3	1.0	0.0 0.0	57.8	ア，ウ，エ (17.9)，イ，エ (11.7) ア，ウ (6.2)
(5)	5	7	72.2	86.2 31.0	6.2	0.0 13.8	21.6	11 (3.1)，1 (2.4)，5 (2.1)， 9 (2.1)
(6)	5	$\sqrt{6}-\sqrt{5}$	37.8	62.1 6.9	11.0	0.0 34.5	51.2	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{11}$ (21.3)，$\frac{\sqrt{30}}{11}$ (3.4)， $\frac{\sqrt{11}}{11}$ (3.1)，$\sqrt{6}+\sqrt{5}$ (3.1)
(7)	5	エ	62.9	79.3 37.9	1.7	0.0 3.4	35.4	オ (19.6)，ウ (7.6)，イ (6.2)
(8)	5	$-1\pm\sqrt{5}$	33.7	51.7 3.4	21.0	3.4 48.3	45.3	2 (5.9)，2，−2 (2.4)， $1\pm\sqrt{5}$ (2.0)，$-1\pm\sqrt{3}$ (2.0)
(9)	5	$3x^2$	61.2	79.3 27.6	7.9	0.0 24.1	30.9	$3x$ (18.2)，$3\times x$ (2.4)，$x\times 3x$ (2.1)
(10)	5	エ	58.1	69.0 31.0	2.4	0.0 6.9	39.5	ア (19.6)，ウ (13.4)，イ (6.2)
(11)	5	ウ	41.9	55.2 13.8	6.9	6.9 13.8	51.2	イ (18.2)，ア (17.2)，エ (15.1)
(12)	5	イ，ア，ウ	40.2	72.4 20.7	6.9	6.9 13.8	52.9	ア，イ，イ (41.9)，ウ，ウ，ア (9.3)
(13)	5	3，5	42.6	69.0 17.2	13.1	0.0 13.2	55.3	4，9 (18.7)，2.5，6 (5.9)， 2，4 (4.7)，6 (4.7)
(14)	5	イ	77.7	93.1 58.6	3.4	0.0 6.9	18.9	ア (8.1)，エ (5.8)，ウ (5.1)
［２］(1)	5	ア	48.1	86.2 17.2	4.1	0.0 3.4	47.8	イ (25.7)，ウ (12.3)，エ (9.7)
(2)	5	①　2	18.9	27.6 3.4	15.8	6.9 20.7	44.3	なし (10.3)，11 (9.3)，−6 (8.6)， 6 (6.5)
	5	②　なし	70.4	96.6 44.8	12.4	0.0 24.1	17.2	11 (10.0)，3 (1.7)，6 (1.0)
［３］(1)	5	$\left(\frac{5}{13}, \frac{5}{12}\right)$	64.6	89.7 41.4	9.6	0.0 24.1	25.8	$\left(\frac{13}{5}, \frac{12}{5}\right)$ (6.9)，$\left(\frac{12}{13}, \frac{5}{13}\right)$ (6.5)， $\left(\frac{13}{12}, \frac{12}{13}\right)$ (1.7)
(2)	5	$-\frac{1}{2}$	43.0	79.3 10.3	14.4	0.0 27.6	42.6	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (7.9)，$\frac{1}{2}$ (6.9)， $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (5.5)，$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4.5)
(3)	5	$\sqrt{3}$	27.1	48.3 10.3	32.0	13.8 55.2	40.9	1 (4.1)，2 (3.8)，3 (3.1)，$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2.7)

正弦定理と余弦定理のどちらを使うか正しく判断させたい

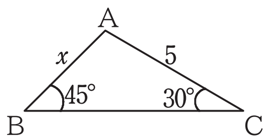
問題 番号	問題（正答）	正答率 （上位群／下位群）	無答率 （上位群／下位群）
H30 ［３］ (3)	△ABCにおいて，$b=2$，$c=3$，A＝60°であるとき，辺BCの長さ a は［　　］である。  ($\sqrt{7}$)	19.7% (54.3%／5.7%)	20.3% (11.4%／31.4%)
Ｒ２ ［３］ (3)	△ABCにおいて，AC＝$\sqrt{2}$，A＝60°，B＝45°であるとき，辺BCの長さ a は［　　］である。  ($\sqrt{3}$)	27.1% (48.3%／10.3%)	32.0% (13.8%／55.2%)

H30年度は余弦定理，Ｒ２年度は正弦定理の公式に単純に当てはめれば解ける問題である。Ｒ２年度の方が正答率は高いが，無答率も高い。公式自体を覚えていない，分母が分数になることで式の変形が難しく計算がやり切れていないといったことが考えられるが，正弦定理と余弦定理のどちらを使用すればよいのか分からず，利用に至っていないことも考えられる。ここでは，どちらを使用すればよいか，その指導方法について考えたい。

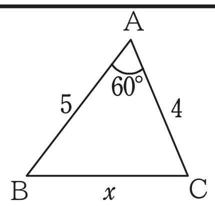
【指導上の留意点】

向かい合う２角２辺のうち未知数が一つの場合は正弦定理，１角３辺のうち未知数が一つの場合は余弦定理を使うことを述べた上で，図形を次々と見せてそれぞれどちらを使用するか答えさせると判断の練習になる。テンポよく見せるためにＩＣＴを活用するのもよい。

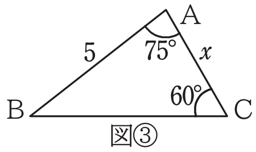
先生「図①は正弦定理，余弦定理のどちらを使用しますか？」
生徒「向かい合う２角２辺だから，正弦定理です。」
先生「そうですね。では図②はどうでしょうか？」
生徒「１角３辺だから，余弦定理です。」
先生「いいですね。では図③はどうでしょうか？」
生徒「これも向かい合う２角２辺だから正弦定理ですよね。
　　式を立ててみると　・・・　∠Bが分かりません。」
先生「分かっている角度から求められないかな？」
生徒「あ，∠Aと∠Cから∠Bを求めればよいですね。
　　∠B＝180°−(75°＋60°)＝45°です。これなら式を立てられます！」
先生「よし，その調子。では図④はどうかな？」
生徒「はい，余弦定理です。式を立ててみると　・・・　$x^2=(\sqrt{13})^2+(\sqrt{3})^2-2\cdot\sqrt{13}\cdot\sqrt{3}\cos150^\circ$ ですね！」
先生「いや，余弦定理は分かっている角度の向かいの辺からスタートだ。
　　分かっているのは∠Bだからどうなるかな？」
生徒「$(\sqrt{13})^2=(\sqrt{3})^2+x^2-2\cdot\sqrt{3}\cdot x\cos150^\circ$ あ，２次方程式を解けば求められそうです！」
先生「いいですね。」



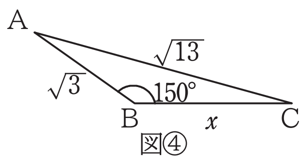
図①



図②



図③



図④

学年　組　番　氏名

令和２年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅰ＋A

次の ☐ の中にあてはまる数，式，または記号を解答欄に記入せよ。

［1］　次の各問いに答えよ。

(1) $x^2+(2y+1)x+y(y+1)$ を因数分解すると ☐ である。

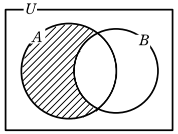
(2) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}$ を計算すると ☐ である。

(3) 不等式 $|x|<3$ を満たす x の値の範囲は ☐ である。

(4) 次の文章の ☐ にあてはまる集合を，下のア～エの中から選び，かな符号で答えよ。

「全体集合 U の２つの部分集合 A，B を表す図において，斜線部分を表す集合は ☐ である。」

ア　$\overline{A}\cap B$
イ　$\overline{A}\cup B$
ウ　$A\cap\overline{B}$
エ　$A\cup\overline{B}$



(5) 次の文章の ☐ に適当な不等号をいれよ。

２次不等式 $ax^2+bx+c<0$ の解がすべての実数となるとき，a ① 0 かつ b^2-4ac ② 0 である。

(6) ２次不等式 $x^2-x-2\geqq 0$ を解くと ☐ である。

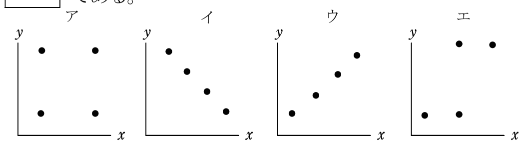
(7) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{4}{3}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta=$ ☐ である。

(8) 次のデータは，生徒５人の小テストの得点である。

６，４，１，４，８　（点）

この小テストの得点の範囲は ☐ 点 である。

(9) 下のア～エの散布図で，相関係数が２番目に小さいものは ☐ である。



(10) 10人の中から，部長１人，副部長２人を選ぶとき，その選び方は ☐ 通りである。

(11) 自然数N，Mが，$N=2^2\cdot3$，$M=2\cdot3\cdot5^2$ と表されるとき，N，Mの最小公倍数は ☐ である。

(12) 次の文章の ☐ にあてはまる語句を，下のア～エの中から選び，かな符号で答えよ。

三角形の各角の二等分線の交点は ① であり，
各辺の垂直二等分線の交点は ② である。

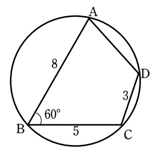
ア 重心　イ 外心　ウ 垂心　エ 内心

［2］　２次関数 $y=x^2-4x+1$ がある。次の問いに答えよ。

(1)　この２次関数のグラフの頂点の座標は （　，　） である。

(2)　この関数が $0\leqq x\leqq a$ において，最大値が１となるような正の定数 a の値の範囲は ☐ である。

［3］　円に内接する四角形ABCDにおいて，AB＝8，BC＝5，CD＝3，∠ABC＝60°である。次の問いに答えよ。



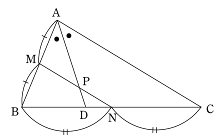
(1) ACの長さは ☐ である。

(2) ADの長さは ☐ である。

［4］　△ABCにおいて，AB：AC＝3：5 である。辺AB，BCの中点をそれぞれM，Nとし，∠BACの二等分線と線分MN，BCとの交点をそれぞれP，Dとするとき，次の問いに答えよ。

(1) BD：DN＝ ☐ である。

(2) MP：PN＝ ☐ である。



［5］　x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を８回投げるとき，次の問いに答えよ。

(1) 点Aの座標が４である確率は ☐ である。

(2) ８回目ではじめて点Aが原点に戻る確率は ☐ である。

解答欄	
［1］(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	①　②
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	
(12)	①　②
［2］(1)	（　，　）
(2)	
［3］(1)	
(2)	
［4］(1)	
(2)	
［5］(1)	
(2)	

令和２年度　数学Ⅰ＋Ａ

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$(x+y)(x-y+1)$	43.9	83.9	8.6	12.2	1.1	20.4	43.9	$(x+y)^2+x+y$ (16.0), $x^2+2xy+x+y^2+y$ (8.4)
(2)	5	-4	51.7	89.2	17.2	5.0	0.0	5.4	43.3	4(8.6), 0(7.2), $-2\sqrt{3}$ (3.6), $\frac{4\sqrt{3}}{5}$ (2.1)
(3)	5	$-3<x<3$	58.0	94.6	24.7	5.5	0.0	9.7	37.0	$-2 \leqq x \leqq 2$ (4.6), $-2, -1, 0, 1, 2$ (2.8), $-2<x<2$ (2.5), $x<3$ (2.2)
(4)	5	ウ	68.7	92.5	44.1	1.0	0.0	1.1	30.3	エ(17.8), イ(7.5), ア(4.6)
(5)	5	①＜，②＜	44.6	47.3	37.6	3.7	0.0	6.5	51.7	①＞(38.0), ②＞(31.5)
(6)	5	$x \leqq -1$, $2 \leqq x$	53.5	91.4	11.8	7.2	0.0	16.1	39.3	$x=-1$, 2(6.8), $-1 \leqq x \leqq 2$ (6.5), $-1 \leqq x$, $x \leqq 2$ (2.4)
(7)	5	$\frac{7}{18}$	37.4	66.7	6.5	24.9	10.8	45.2	37.7	$\frac{4}{9}$ (4.6), 12(4.1), $\frac{16}{9}$(2.7), $\frac{1}{3}$(2.7)
(8)	5	7	62.9	80.6	43.0	2.2	0.0	1.1	34.9	8(14.6), 1～8(3.9), 4(3.3), 4.6(2.2)
(9)	5	ア	40.4	54.8	22.6	1.2	0.0	2.2	58.4	エ(39.2), イ(9.2), ウ(9.0)
(10)	5	360	47.3	71.0	17.2	5.0	1.1	7.5	47.7	720(10.5), 120(8.3), 46(4.0), 450(3.3)
(11)	5	300	68.3	84.9	38.7	3.4	0.0	2.2	28.3	6(8.9), 2(3.4), 600(2.8), 60(1.3)
(12)	5	①エ，②イ	25.8	35.5	23.7	0.4	0.0	1.1	74.0	①ア(32.2), イ(12.2) ②ウ(24.7), ア(23.5)
[2](1)	5	(2, −3)	66.3	97.8	18.3	7.7	0.0	16.1	30.3	(4, 1)(6.1), (−4, 1)(2.2), (2, 3)(2.1), (0, 1)(1.4)
(2)	5	$0<a \leqq 4$	13.0	29.0	2.2	23.0	5.4	52.7	64.0	4(15.5), $0 \leqq a \leqq 4$ (12.7), 1(4.6), 2(2.4)
[3](1)	5	7	65.9	91.4	43.0	10.4	3.2	19.4	23.7	6(4.7), 8(4.6), $\sqrt{69}$(1.2), 9(0.8)
(2)	5	5	42.2	72.0	7.5	18.9	9.7	35.5	38.9	4(21.7), 6(2.8), 8(2.5), 3(1.1)
[4](1)	5	3:1	53.6	81.7	29.0	14.9	3.2	26.9	31.5	2:1(9.6), 4:1(3.8), 3:5(2.7), 3:2(2.2)
(2)	5	3:2	38.2	61.3	22.6	21.8	12.9	34.4	16.9	2:1(15.2), 3:1(4.2), 5:3(3.6), 4:3(1.6)
[5](1)	5	$\frac{7}{64}$	26.8	54.8	2.2	20.2	4.3	36.6	53.0	$\frac{1}{2}$(4.8), $\frac{1}{16}$(4.3), $\frac{1}{8}$(4.2), $\frac{1}{4}$(4.0)
(2)	5	$\frac{5}{128}$	4.9	6.5	0.0	32.0	16.1	50.5	63.1	$\frac{35}{128}$(8.1), $\frac{1}{8}$(5.9), $\frac{1}{32}$(3.7), $\frac{1}{256}$(3.7)

(1)　実数を扱う際，整数以外の数も考えることを意識させたい。

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
H29 [1] (3)	不等式 $\lvert x-2 \rvert < 3$ を満たす x の値の範囲は□である。 （$-1<x<5$）	48.1％（88.7％／10.3％）	$x<5$ （8.3％），$1<x<5$（4.7％），$x<1$ （2.7％）
R２ [1] (3)	不等式 $\lvert x \rvert < 3$ を満たす x の値の範囲は□である。 （$-3<x<3$）	58.0％（94.6％／24.7％）	$-2 \leqq x \leqq 2$（4.6％），$x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ （2.8％），$-2<x<2$ （2.5％）

絶対値を含む不等式を解く問題である。今年度は絶対値の中に含まれる式を「x」とした結果，H29年度と比べると全体の正答率が10ポイント程度上昇した。

今年度の特徴的な誤答として，「$x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$」が挙げられる。しかし，H29年度の $\lvert x-2 \rvert < 3$ に対しては，「$x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$」という解答は多くは見られなかった。これは，$\lvert x-2 \rvert < 3$ を満たす x の値がすぐに分からないことで，$-3<x-2<3$ や $x-2<3$ などと変形し，一方で $\lvert x \rvert < 3$ は直感的に考えやすく，絶対値の値が3より小さくなる整数を答えたものだと考えられる。また，「$-2 \leqq x \leqq 2$」などのように，「3」が含まれない誤答も非常に多いのも上記と同様の理由であると推測できる。

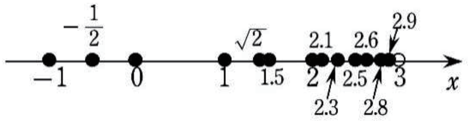
以上のことから，問題を解く際は整数だけでなく，その他の有理数や無理数まで常に考えることを意識させる必要がある。

【指導上の留意点】

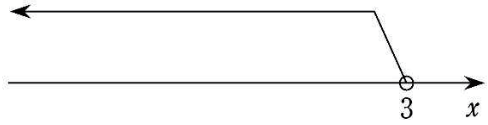
単に，「数」と言えば，整数や自然数を連想する生徒は多い。そこで，数学Ⅰの１次不等式で数直線を用いて，有理数や無理数まで考えられるような授業を展開したい。

先生「$x<3$ はどのような数が含まれるかを考えてみよう。まず，$x<3$ に 3 は含まれますか？」
生徒「いいえ。「≦」ではないので，含まれません」
先生「そうだね。$x<3$ に含まれる数を他にも見つけよう。そして，数直線をかいて，見つけた数を数直線上に●で表そう。ただし，3はこの不等式を満たさないので，○で表すことにします。それでは，不等式を満たす数を具体的に答えてください」
生徒「2，1です。他にも0，-1 のような0や負の数も含まれます」
先生「これらの数のところに●を付けよう。他にもこの不等式を満たす数はありませんか？例えば，2よりも大きい数はありませんか？」
生徒「ん～…あっ，2.5も満たしますか？」
先生「その通り！整数でなくてもいいのです！」
生徒「だったら，2.1や$-\frac{1}{2}$ なども満たしますね！たくさん●を付けることができます！」
先生「$\sqrt{2}$ はどうですか？」
生徒「$\sqrt{2}$ は1.4くらいの数なのでこれも不等式を満たします！」
先生「そうですね！この調子で他にも●を付けてみよう。すると，数直線は【図１】のように，●が3より左側の部分にたくさん付いたものになります。つまり，$x<3$ は3より小さい全ての実数となり，整数以外もこの解に含まれることになります。そして，この●をま

とめて$x<3$ は【図２】のように，矢印を使って表すことにするのです」



【図１】



【図２】

さらに，「$x<3$ を満たす最大の数はいくつか」と問題を設定すれば，「2.9 よりも 2.99，2.99 よりも 2.999，…」など，限りなく 3 に近い値は答えることができるが，最大の数を求められないことが分かる。このことは２次関数の最大・最小の単元において，定義域が開区間の場合につなげることもできる。さらに，この単元の文章題として，以下のような答えが整数値にならない問題を扱いたい。

問　長さ 14mのロープで長方形の囲いを作る。囲った部分の面積が最も大きくなるときの縦の長さと横の長さをそれぞれ求めよ。

これは，縦の長さと横の長さの和が 7mであることから，「縦 1mかつ横 6m」から「縦 6mかつ横 1m」と６通りを考え，その中で面積が最大であった「縦 3mかつ横 4m，または，縦 4mかつ横 3m」と解答する生徒も少なくない。縦と横の長さがともに 3.5mのときの面積を求めることで，答えが整数になるとは限らないということを認識できるとともに，２次関数の必要性も実感できる。

整数や自然数は，有理数や無理数に比べて日常生活で扱う機会が多い。問題を解く際，まずは整数などの考えやすい場合から取り組むことは大切である。その後，整数を考えるだけでよいのか，分数や無理数なども考える必要があるのか，などを意識させられるような展開を心がけたい。

(2)　問題文の条件を正しく認識させたい

問題番号	問題(正答)	正答率（上位群/下位群）	主な誤答例（標本全体に対する%）
H28［4］(1)	x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を６回投げるとき，次の問いに答えよ。(1) 点Aの座標が４である確率は［　］である。 $\left(\frac{3}{32}\right)$	28.7% (53.4% /5.8%)	$\frac{15}{64}$ (8.8%)，$\frac{1}{64}$ (5.8%)
H29［4］(2)	x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を４回投げるとき，次の問いに答えよ。(2) ４回投げたとき，点Aが原点にある確率は［　］である。 $\left(\frac{3}{8}\right)$	52.5% (79.4% /16.5%)	$\frac{1}{4}$ (11.0%)，$\frac{1}{16}$ (7.4%)
R２［5］(1)	x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を８回投げるとき，次の問いに答えよ。(1) 点Aの座標が４である確率は［　］である。 $\left(\frac{7}{64}\right)$	26.8% (54.8% /2.2%)	$\frac{1}{2}$ (9.1%)，$\frac{1}{16}$ (8.1%)

H29 年度，H28 年度と比較し，試行の後に原点にある確率を求めるときには正答率が高く，原点でない点にあるときは正答率が下がっている。また，最も多い誤答である$\frac{1}{2}$は，「８回中４回表が出る」という条件と誤認識し，かつ計算も「８回中４回なので$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$」と誤った方法で行っていると推測できる。このことから，問題文の条件を正しく認識して立式する力が不十分であると考えられる。

【指導上の留意点】

正しい計算式をたてるために，問題文の条件を正しく整理することが必要である。したがって，計算式をたてる前の段階の練習を行い，条件を把握することの重要性を意識させる。

・**ランダムウォークの問題において、条件を整理する練習**

確率を計算する前に，必ず表，裏が出る回数をそれぞれ答えさせる。

(1) x 軸上を動く点Aがあり，最初は原点にある。硬貨を投げて，表が出たら正の方向に１だけ進み，裏が出たら負の方向に１だけ進む。硬貨を８回投げるとき，点Aが原点である確率を求めよ。

→ **８回中，表が何回，裏が何回出ればよいかを答えさせる。**

(解)　表が４回，裏が４回出ればよいので反復試行の確率より，

$${}_8C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{35}{128}\quad\cdots\text{（答）}$$

※ ${}_8C_4\left(\frac{1}{2}\right)^8$ **とするのではなく，上のように立式する方が，表４回と裏４回であることを意識させることができ，問題の条件が変わったときにも対応しやすい。**

(2) (1)で，硬貨を８回投げるとき，点Aの座標が４である確率を求めよ。

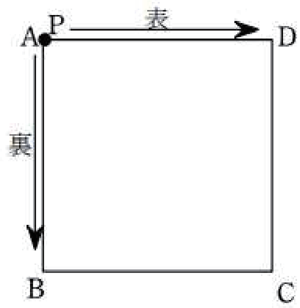
→ **８回中，表，裏が何回出ればよいかを答えさせる。上の分析から，表と裏が４回ずつという誤答が出ると考えられる。そのため，表を書いて整理する方法を紹介する。**

表	0	1	2	3	4	5	6	7	8
裏	8	7	6	5	4	3	2	1	0
座標	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

(解)　表より，表が６回，裏が２回出ればよいので，反復試行の確率より，

$${}_8C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{7}{64}\quad\cdots\text{（答）}$$

(3) 右図のような正方形ABCDの辺上を動く点Pがあり，最初に頂点Aにある。硬貨を投げて，表が出たら時計回りに，裏が出たら反時計回りに隣の頂点まで動く。硬貨を８回投げるとき，点Pが頂点Aにある確率を求めよ。



→ **８回中，表が何回，裏が何回出ればよいかを答えさせる。点Aを原点とし，時計回り方向を正の向きと考えれば，(2)で用いた表を利用して考えることができることに気づかせる。**

表	0	1	2	3	4	5	6	7	8
裏	8	7	6	5	4	3	2	1	0
座標	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
点	A	C	A	C	A	C	A	C	A

ただし，ここでいう座標とは，頂点Aから時計回りに進んだ数を表す。

(解)　表より，（表の回数，裏の回数）＝ (0, 8)，(2, 6)，(4, 4)，(6, 2)，(8, 0) のときに条件を満たすので，反復試行の確率より，

$${}_8C_0\left(\frac{1}{2}\right)^8+{}_8C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^6+{}_8C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_8C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}_8C_8\left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$=\frac{1+28+70+28+1}{2^8}=\frac{1}{2}$$

　また，点Ａが座標平面上で動く問題（２次元のランダムウォーク）や，n 回目に点Ａの座標が４となるといった応用問題についても取り組ませ，解くときには必ず表と裏の回数をそれぞれ答えさせ，問題文の条件を整理してから立式するように意識させて練習をすることで，さまざまな問題について正しくアプローチすることができるようになると考えられる。また，試行回数が表をつくれないほど多い場合や，一般化されている場合について考えるような問題についても，表を用いて整理することからはじめて，より発展的な立式へと指導をつなげていくこともできる。

令和２年度　高等学校標準学力検査問題

数　学　Ⅱ

　学年　　組　　番　氏名

次の $\boxed{}$ の中にあてはまる数，式，または記号を解答欄に記入せよ。

［１］　次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{x^2-1}$ を計算すると $\boxed{}$ である。

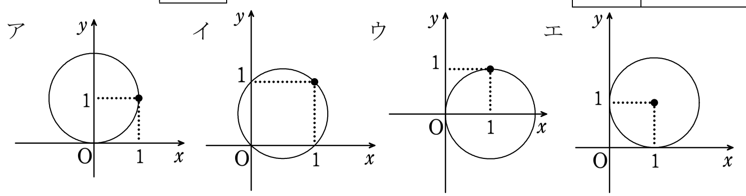
(2) $i^2-5i^3+3i^4$ を計算すると $\boxed{}$ である。ただし，i は虚数単位とする。

(3) 整式 $x^3-2ax-5$ を $x-2$ で割った余りが１のとき，a の値は $\boxed{}$ である。

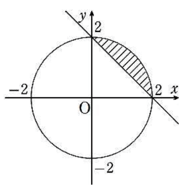
(4) ２次方程式 $x^2+5x+7=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\alpha^3\beta+\alpha\beta^3=$ $\boxed{}$ である。

(5) ３次方程式 $x^3=1$ の虚数解の１つ $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ を ω とする。このとき，ω^{2021} の値は $\boxed{}$ である。

(6) 点(1，1)を通り x 軸と接する円を下のア～エの中からすべて選ぶと $\boxed{}$ である。



(7) 下の図の領域を表す不等式は，次のア～エのうち $\boxed{}$ である。ただし，境界線は含むものとする。



ア $\begin{cases} x^2+y^2\leqq 4 \\ x+y-2\geqq 0 \end{cases}$　イ $\begin{cases} x^2+y^2\leqq 4 \\ x+y+2\leqq 0 \end{cases}$

ウ $\begin{cases} x^2+y^2\geqq 4 \\ x+y-2\geqq 0 \end{cases}$　エ $\begin{cases} x^2+y^2\geqq 4 \\ x+y+2\leqq 0 \end{cases}$

(8) $\cos(\theta+\pi)=$ $\boxed{}$ である。$\boxed{}$ に当てはまるものを下のア～カの中から選び，かな符号で答えよ。

ア　$\cos\theta$　　イ　$\sin\theta$　　ウ　$\tan\theta$
エ　$-\cos\theta$　　オ　$-\sin\theta$　　カ　$-\tan\theta$

(9) 方程式 $4^x-2^{x+1}-8=0$ の解は $x=$ $\boxed{}$ である。

(10) 次のア～エの等式，不等式のうち誤っているものをすべて選ぶと $\boxed{}$ である。

ア　$\log_{10}2+\log_{10}3=\log_{10}5$　　イ　$\dfrac{\log_{10}8}{\log_{10}2}=\log_{10}6$

ウ　$\log_2 5=\dfrac{1}{\log_5 2}$　　エ　$\log_3 2<1<\log_2 3$

(11) 放物線 $y=2x^2-4x+3$ と直線 $y=2x+3$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{}$ である。

［２］　円C：$x^2+y^2-4x-6y+4=0$，直線 ℓ：$y=2x-m$ について，次の各問いに答えよ。

(1) 円Cの中心の座標は $\boxed{①}$，半径は $\boxed{②}$ である。

(2) 円Cの中心と直線 ℓ との距離を，m を用いて表すと $\boxed{}$ である。

(3) 円Cと直線 ℓ が異なる２点で交わるとき，m の値の範囲は $\boxed{}$ である。

［３］　関数 $y=(\sin\theta+\cos\theta)+2\sin\theta\cos\theta+1$ について，$\sin\theta+\cos\theta=x$ として，次の各問いに答えよ。ただし $0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。

(1) $\sin\theta+\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると $\boxed{}$ である。ただし $r>0$，$0<\alpha<\pi$ とする。

(2) x のとりうる値の範囲は $\boxed{}$ である。

(3) y の値の最小値は $\boxed{}$ である。

［４］　関数 $f(x)=x^3-3x^2+2$ について，次の各問いに答えよ。

(1) この関数の極大値は $\boxed{}$ である。

(2) x についての方程式 $f(x)=k$ が異なる３つの実数解をもつような定数 k の値の範囲は $\boxed{}$ である。

(3) (2)のとき，$f(x)=k$ の異なる３つの実数解を α，β，γ（ただし $\alpha<\beta<\gamma$）とする。このとき，α の値の範囲は $\boxed{}$ である。

[1]	
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	
(9)	
(10)	
(11)	

[2]		
(1)	①（　，　）	②
(2)		
(3)		

[3]	
(1)	
(2)	
(3)	

[4]	
(1)	
(2)	
(3)	

令和２年度　数学Ⅱ

番号	配点	正答	正答率	正答率 上位群	正答率 下位群	無答率	無答率 上位群	無答率 下位群	誤答率	主な誤答例（標本全体に対する％）
[1](1)	5	$\frac{1}{x-1}$	62.8	83.2	41.6	4.5	0.0	5.0	32.7	$\frac{x+1}{x^2-1}$(10.6), $\frac{x}{x^2-1}$(1.3), $\frac{2}{x+1}$(0.8), $\frac{3}{x+1}$(0.5)
(2)	5	$2+5i$	61.1	90.1	37.6	10.1	2.0	17.8	28.8	9(4.7), $-4+5i$(2.1), -9(1.7), $2-5i$(1.4)
(3)	5	$\frac{1}{2}$	43.9	75.2	12.9	15.3	3.0	26.7	40.8	1(5.7), $-\frac{1}{2}$(4.1), 3(4.0), 2(3.7)
(4)	5	77	34.8	77.2	4.0	28.4	2.0	52.5	36.8	161(7.4), 63(2.0), −161(1.6), −35(0.3)
(5)	5	$\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$	24.3	57.4	1.0	43.9	9.9	62.4	31.8	1(7.2), $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$(4.2), -1(2.9), $-\frac{1}{2}$(1.1)
(6)	5	ア	52.1	67.3	35.6	0.6	0.0	1.0	47.3	ア，エ(25.5)，ア，イ，ウ(6.0)，エ(5.3)，ウ(2.0)，
(7)	5	ア	69.8	94.1	35.6	1.0	0.0	1.0	29.2	ウ(14.1)，イ(8.7)，エ(5.5)，オ(1.0)
(8)	5	エ	56.3	87.1	22.8	1.2	0.0	3.0	42.5	オ(19.3)，イ(12.7)，ア(4.2)，ウ(3.9)
(9)	5	2	64.4	87.1	47.5	9.2	1.0	11.9	26.4	4(7.3), $-1, 2$(1.9), 3(1.7), $2, \frac{1}{2}$(0.9)
(10)	5	ア，イ	37.1	70.3	5.9	0.7	0.0	1.0	62.2	ア，ウ(8.9)，イ，ウ(8.6)，イ，エ(8.3)，ア，エ(7.2)
(11)	5	9	48.2	77.2	25.7	22.3	1.0	35.6	29.5	$\frac{9}{2}$(6.2), 3(1.4), 6(1.3), 27(1.3)
[2](1)	5	①(2, 3)　②3	70.9	99.0	28.7	11.3	0.0	22.8	13.0	①(4,6)(4.2),(2,6)(0.9) (−4.−6)(0.9), ②2(8.1)，4(3.0)，9(1.8)
(2)	5	$\frac{\lvert 1-m\rvert}{\sqrt{5}}$	15.9	34.7	0.0	43.9	12.9	76.2	40.2	$\frac{1-m}{\sqrt{5}}$(3.2), $\frac{\lvert 1-m\rvert}{\sqrt{13}}$(2.6), $\frac{1-m}{\sqrt{13}}$(1.5)
(3)	5	$1-3\sqrt{5}<m<1+3\sqrt{5}$	12.5	24.8	1.0	54.0	14.9	80.2	33.5	$-1-3\sqrt{5}<m<-1+3\sqrt{5}$(1.4) $m<1-3\sqrt{5},\ 1+3\sqrt{5}<m$(0.8)
[3](1)	5	$\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$	44.9	89.1	4.0	36.6	1.0	71.3	18.5	$\sqrt{2}\sin(\theta+\alpha)$(0.8), $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$(0.4)
(2)	5	$-1\leqq x\leqq\sqrt{2}$	13.4	28.7	0.0	43.8	7.9	72.3	42.8	$-1\leqq x\leqq 1$(8.7), $-\sqrt{2}\leqq x\leqq\sqrt{2}$(5.5), $0\leqq x\leqq 1$(4.2), $0\leqq x\leqq\sqrt{2}$(3.0)
(3)	5	$-\frac{1}{4}$	16.4	35.6	0.0	49.6	15.8	73.3	34.0	0(6.8), 1(4.5), -1(4.2), 2(3.0)
[4](1)	5	2	77.2	99.0	54.5	12.5	0.0	23.8	10.3	0(2.0), -2(1.0), 3(1.0), 6(0.5)
(2)	5	$-2<k<2$	45.2	83.2	4.0	31.8	3.0	58.4	23.0	$-2\leqq k\leqq 2$(3.7), $0<k<2$(3.1), $-2<k<0$(0.6)
(3)	5	$-1<\alpha<0$	20.0	38.6	0.0	49.1	18.8	78.2	30.9	$-2<\alpha<0$(5.4), $\alpha<0$(4.3), $-2<\alpha<2$(2.8), $-1<\alpha<2$(1.1)

(1)　三角関数の合成を正しく理解させたい

問題番号	問題（正答）	正答率（上位群／下位群）	主な誤答例（標本全体に対する％）
Ｒ２［３］(1)	$\sin\theta+\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形すると□である。ただし，$r>0$，$0<\alpha<\pi$ とする。　（$\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$）	44.9％（89.1％／4.0％）	$\sqrt{2}\sin(\theta+\alpha)$（0.8％），$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$（0.4％）

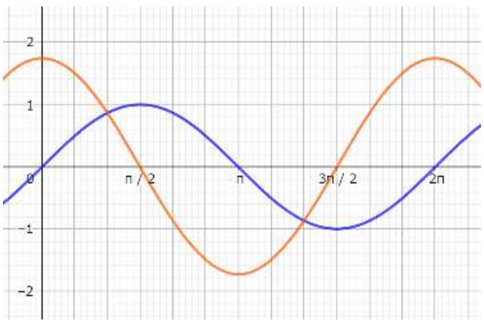
三角関数の合成を問う問題である。多くの生徒が，三角関数の合成の方法を身に付けていないことがわかる。そもそも合成とはどのような意味であるかを理解させた上で，変形の手順をしっかりと定着させるような指導を心がけたい。

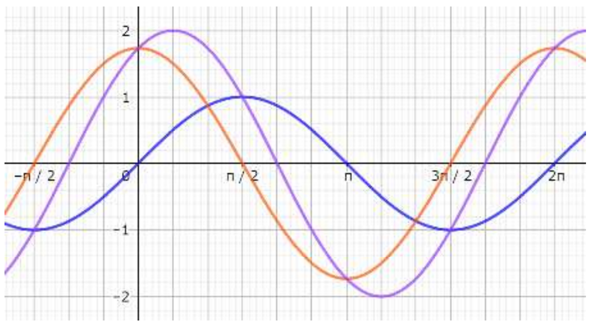
【指導上の留意点】

三角関数の合成は，加法定理を用いた式変形として天下り式に説明しがちだが，合成とは二つの関数の和であることを理解させた上で，公式を導くような導入を以下で紹介する。

導入の例

ＩＣＴ機器を用いて，$y=\sin x$ と $y=\sqrt{3}\cos x$ を合成した $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ のグラフを見せる。





実際に，$x=0$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$ などの点で，２つの関数の値の和になっていることを確認する。

グラフの振幅，周期，平行移動を読み取り，合成した曲線が $2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ であることを確認する。

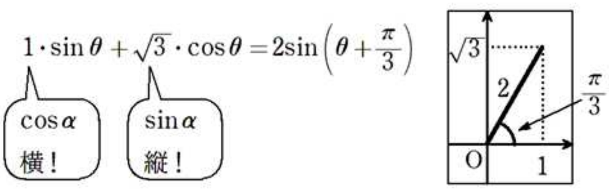
加法定理を用いて，

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=2\left(\sin x\cos\frac{\pi}{3}+\cos x\sin\frac{\pi}{3}\right)=2\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$$

この逆を辿ることで，与えられた正弦と余弦の和を１つの正弦に変形できることを理解させる。

計算方法の指導例

図を利用した方法で定着を図りたい。



具体的な数値による反復練習で，まずは合成の方法を確実に身に付けさせたい。しっかりと変形の方法が身に付いた後に，加法定理を用いた変形を再び練習させることで，その意味がより深く理解できるだろう。同時に，余弦への変形について生徒自身に考えさせることで，学びが深まるだろう。

(2)　図形と方程式を深く考えさせたい

問題番号	問題(正答)	正答率 (上位群/下位群)	主な誤答例
R２ ［２］	円C：$x^2+y^2-4x-6y+4=0$，直線 l：$y=2x-m$ について，次の各問いに答えよ。 (1) 円Cの中心の座標は $\boxed{①}$，半径は $\boxed{②}$ である。 (2) 円Cの中心と直線 l との距離を，m を用いて表すと $\boxed{}$ である。 $\left((1)\ ①(2,3)，②\,3，(2)\dfrac{\lvert 1-m\rvert}{\sqrt{5}}\right)$	15.9% (34.7% / 0.0%)	$\dfrac{1-m}{\sqrt{5}}$ (3.2%), $\dfrac{\lvert 1-m\rvert}{\sqrt{13}}$ (2.6%), $\dfrac{1-m}{\sqrt{13}}$ (1.5%)

円と直線の共有点を図形の立場から求める，誘導付き問題である。予想正答率は 40%であったが，実際は 15.9%と予想よりも低かった。 理由として，次の４点が考えられる。(ⅰ) 前問の(1) ができていないこと　(ⅱ) 図（形）をかいていないこと　(ⅲ)点と直線の距離の公式の理解の欠如　(ⅳ)計算力不足　である。そのうち，(ⅲ) については，数Ⅱの範囲では，点と直線の距離の公式がやや技巧的に証明されるため，公式の理解が難しいことである。また文字が多く，分数でルートや絶対値もあり，複雑に感じていることが予想される。 (ⅳ) については， ルートや絶対値， 分数の計算などを含むため，難しく感じていると予想される。

【指導上の留意点】

図形と方程式において，生徒の理解を深めるために，以下のようなやりとりが効果的であると考えた。

先生　まず，点と直線の距離の公式を使う為に， $y=2x-m$ を $ax+by+c=0$ の形，一般形に直して…

太郎　先生！ちょっと待ってください。今回の問題に限らず，よく分からないのですが，直線は $y=px+q$ の形を習っていたのに，$ax+by+c=0$ の一般形って…。何が違うのですか？

先生　それはいい質問ですね。傾きが p， y 切片が q とみる $y=px+q$ の形は， x を変数，y を**関数**値を表す変数，つまり， y は x の**１次関数**と捉えています。一方，$ax+by+c=0$ ($a\neq0$ または $b\neq0$) は， ２つの未知数 x , y について，対等な変数としての**方程式**と捉え，その方程式をみたすような点 $(x\,,y)$ の全体，またはその点 $(x\,,y)$ が描く図形と見ています。逆に，この方程式を，図形を表す方程式，図形の方程式と言うのです。「関数と見る」，「方程式として見る」，この二つの見方ができることが，この分野では非常に大切です。では，$y=px+q$ では表すことができない直線がありますが，具体的には分かりますか？

太郎　えーと…，分かりません。

花子　先生，私分かりました。 y 軸に平行な直線，例えば $x=2$ みたいな直線は表すことができません。

先生　そうですね。$ax+by+c=0$ の形にしておけば，例えば $a=1$，$b=0$，$c=-2$ の $1x+0y-2=0$ …(♯)として，y 軸に平行な（傾きが $\pm\infty$ の）直線も表すことができていますね。$ax+by+c=0$ （$a\fallingdotseq 0$ または $b\fallingdotseq 0$ ）…(＊) の形は，平面上のどんな直線でも表すことができるのです。

太郎　ちょっと待ってください。（２回目…。）そもそも $x=2$ は直線ってのが分かりません。

先生　(＊) 式は x，y の方程式として見ていましたが，この方程式の y の係数 $b=0$ のときだと，(♯) で説明しましたね。y が表れていないですが，(♯) は x，y の方程式で，$x=2$，y は何でもよい。という意味で直線になっていますよね。

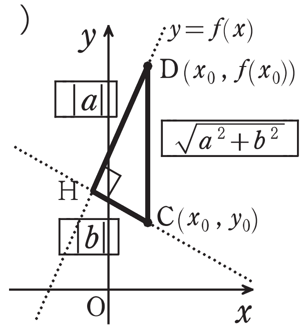
太郎　そういうことですか。分かりました。

雪子　点と直線の距離の公式だけど，なぜ絶対値があるのですか？

太郎　それは，距離は，正の値だからじゃない？

雪子　うん。それはそうなんだけど…。実は，この点 C$(2, 3)$ は直線上の点じゃないのに，直線の方程式に代入する理由も分からないの。

先生　今回はこんな風に考えてみることにしましょう。
$ax+by+c=0$（$a\fallingdotseq 0$ または $b\fallingdotseq 0$ ）において，点 C(x_0, y_0) との距離を考える。ただし $a\fallingdotseq 0$ かつ $b\fallingdotseq 0$ のときを考える。$a=0$ かつ $b\fallingdotseq 0$ や $a\fallingdotseq 0$ かつ $b=0$ のときは x 軸，y 軸に平行な直線であり，これは容易に考えることができるため今回は省略する。（このときも点と直線の距離の公式は成り立ちます。）



$y=f(x)=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$ 　とする。$x=x_0$ と直線 $y=f(x)$ の交点を D とすると，CDの長さは（C，Dどちらの y 座標が大きいか分からないので）絶対値を用いて，

$|f(x_0)-y_0|=\left|-\dfrac{a}{b}x_0-\dfrac{c}{b}-y_0\right|$ 　である。

直線の傾きから，相似を用いて図のような比になるので，点と直線の距離は，

$$\mathrm{CH}=|f(x_0)-y_0|\frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|-ax_0-by_0-c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

と求めることができ，直線の方程式に (x_0, y_0) に代入した式が分子に現れるのです。もう少し勉強が進んでくると，点と直線の見方も変わってきます。楽しみですね。以上で終わります。