事後に考える条件付き確率

事象Ａが起こったとして，その条件の下で事象Ｂが起こる確率を,「Ａが起こったときのＢの条件付き確率」といい$P_A(B)$で表す。

$$P_A(B)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)} \quad \cdot\cdot\cdot ①$$

この式の分母，分子を$n(U)$で割ると,

$$P_A(B)=\frac{\frac{n(A\cap B)}{n(U)}}{\frac{n(A)}{n(U)}}=\frac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad \cdot\cdot\cdot ②$$

条件付き確率の問題を解くときは，定義に沿った①の考え方か，②の式を利用して解く。

しかし，条件付き確率の中でも，不良品の元をたどったり，時間的に過去に起こったものを考えたりする条件付き確率は「原因の確率」とか「事後の確率」と呼ばれ，生徒には理解しにくいものになっている。

こういった，事後に考える条件付き確率の問題を指導する際には，状況を表にまとめたり，樹形図にしたりすると，生徒が理解しやすく，定着もよい。次に紹介する方法を参考にして，生徒の実情に合った解法を考える必要がある。

［例題１］　ある製品を製造する工場Ａ，Ｂがあり，Ａの製品には５％，Ｂの製品には７％の不良品が含まれている。Ａの製品とＢの製品を，３：４の割合で混ぜた大量の製品の中から１個を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1) 取り出した一つが不良品である確率を求めよ。

(2) 取り出した一つが不良品であったとき，それがＡ工場の不良品である確率を求めよ。

（解１）　表１のように確率でまとめる。

(1)の解答

P(不良品)＝（Ａの不良品である確率①）＋（Ｂの不良品である確率②）

$$\frac{3}{7}\times\frac{5}{100}+\frac{4}{7}\times\frac{7}{100}=\frac{43}{700}$$

表１

	工場Ａ	工場Ｂ
不良品	$\frac{3}{7}\times\frac{5}{100}$…①	$\frac{4}{7}\times\frac{7}{100}$…②
良品	$\frac{3}{7}\times\frac{95}{100}$…③	$\frac{4}{7}\times\frac{93}{100}$…④

(2)の解答

表１の太枠部分(①＋②)を全体と考えたときの①の部分の比を考えればよい。

$$\frac{①}{①+②}=\frac{\frac{3}{7}\times\frac{5}{100}}{\frac{3}{7}\times\frac{5}{100}+\frac{4}{7}\times\frac{7}{100}}=\frac{15}{43}$$

（解２）　具体的に製品の個数を設定し，良品，不良品の個数を求める。例えば，今回の問題で，製品の個数を 700 個としてまとめると表２のようになる。

表２

	工場Ａ	工場Ｂ
不良品	15 個…①	28 個…②
良品	285 個…③	372 個…④

(1)の解答

$$\frac{15+28}{700}=\frac{43}{700}$$

(2) の解答

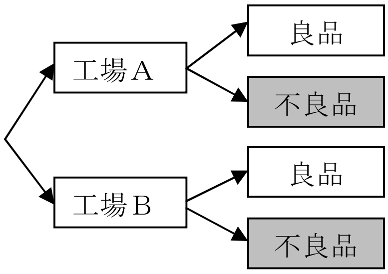
不良品のうち，工場Ａから出た不良品の確率だから

$$\frac{15}{15+28}=\frac{15}{43}$$

（解３） 状況を樹形図に表わす。

(1) の解答

$$\frac{3}{7}\times\frac{5}{100}+\frac{4}{7}\times\frac{7}{100}=\frac{43}{700}$$



$$=\frac{3}{7}\times\frac{5}{100}\cdots①$$

$$=\frac{4}{7}\times\frac{7}{100}\cdots②$$

(2) の解答

$$\frac{①}{①+②}=\frac{\frac{3}{7}\times\frac{5}{100}}{\frac{3}{7}\times\frac{5}{100}+\frac{4}{7}\times\frac{7}{100}}=\frac{15}{43}$$

［例題２］ ５回に１回の割合で帽子を忘れるくせのある生徒が，帽子をかぶって家を出て，Ａ，Ｂ，Ｃの３軒をこの順に回り，家に帰った。次の問いに答えよ。

(1) ２軒目の家Ｂに帽子を忘れる確率を求めよ。

(2) 家に帰ったとき，帽子を忘れてきたことに気が付いた。このとき，２軒目の家Ｂで忘れた確率を求めよ。

（解 1） 右の表のように状況を整理して考える。

Ａで忘れる	Ｂで忘れる	Ｃで忘れる	忘れない
①	②	③	④

(1) ②の確率を求める。帽子をＡで忘れずＢで忘れるので，確率は

$$\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$$

である。

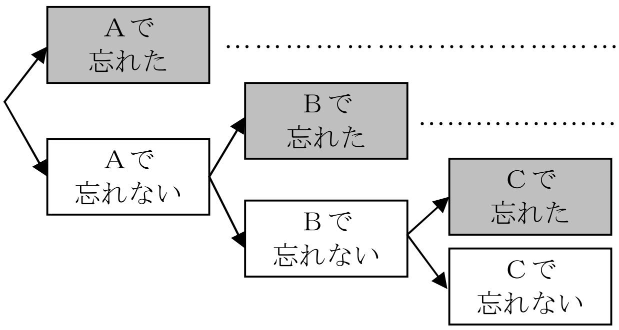
(2) 「帽子を忘れてきたことに気が付いたとき」なので，確率を計算する上で考える対象は①＋②＋③で，そのうち，家Ｂに忘れる確率②は

$$\frac{②}{①+②+③}=\frac{\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}}=\frac{20}{61}$$

（解２） 樹形図を描く。

(1) ②の確率を求める。

$$\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$$



$$\frac{1}{5}\cdots①$$

$$\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}\cdots②$$

$$\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}\cdots③$$

(2) 確率を計算する上で考える対象は①＋②＋③で，そのうち家Ｂに忘れる確率②は

$$\frac{②}{①+②+③}=\frac{\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}}=\frac{20}{61}$$