

## 直線のベクトル方程式 $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$

生徒は、点P(x, y)に対して、見慣れた  $y = 2x + 3$ ,  $y = x^2 - 4x + 3$  などの方程式を与えると、式を一目見て点P(x, y)の軌跡が、直線とか放物線だと答えることができる。しかし、点Pに対して、ベクトルの方程式  $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$  や  $\vec{n} \cdot (\vec{p} - \vec{a}) = 0$  を与えても、点Pの位置がどのような図形上にあるかを答えられない場合が多い。これは、生徒がベクトルの方程式を見慣れておらず、押さえるポイントが分かっていないということと、一つの図形に対しても、ベクトル方程式では多様な表現があり、図形の形と方程式の形が1対1に対応していないためと思われる（直線のベクトル方程式でさえ、 $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$ ,  $\vec{n} \cdot (\vec{p} - \vec{a}) = 0$ ,  $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$  ( $s + t = 1$ ) などの形がある）。

慣れるまでは、 $\vec{p} = (x, y)$  とすることによって、見慣れたxとyの方程式を導くことができることを説明し、徐々に抵抗感をなくすことが重要である。

### 【指導上の留意点】

#### 1 直線のベクトル方程式 $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$

教科書では、定点Aを通り、 $\vec{d}$ に並行な直線上の任意の点Pは

$\vec{AP} \parallel \vec{d}$  より、 $\vec{AP} = t\vec{d}$ 。よって  $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$

で表されると説明している。

そして、tに具体的な値を代入し、**図1**を

かいて、直線のベクトル方程式になることを確認している。

これに加えて、次のような例を解くとさらに定着を図ることができる。

(例) **図2**にかかっている直線のベクトル方程式を求める。

◇定点として点A, 方向ベクトルとして $\vec{BC}$ とすると

$$\vec{OP} = \vec{OA} + t\vec{BC} \dots \textcircled{1}$$

◇定点として点B, 方向ベクトルとして $\vec{AC}$ とすると

$$\vec{OP} = \vec{OB} + t\vec{AC} \dots \textcircled{2}$$

◇定点として点C, 方向ベクトルとして $\vec{AB}$ とすると

$$\vec{OP} = \vec{OC} + t\vec{AB} \dots \textcircled{3}$$

など定点と方向ベクトルの取り方で、いろいろと書き表せられるが、次のように、媒介変数表示をして、媒介変数を消去すると、同じ直線を表すことが分かる。

$$\textcircled{1} \text{は, } (x, y) = (-2, -1) + t(3, 2) \text{ より } \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases} \text{ よって, } 2x - 3y = -1$$

$$\textcircled{2} \text{は, } (x, y) = (1, 1) + t(6, 4) \text{ より } \begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 1 + 4t \end{cases} \text{ よって, } 2x - 3y = -1$$

$$\textcircled{3} \text{は, } (x, y) = (4, 3) + t(3, 2) \text{ より } \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases} \text{ よって, } 2x - 3y = -1$$

このように、ベクトル方程式  $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$  をつくる時、定点へのベクトルは、通る点であればどの点でもよいということと、方向ベクトルも直線に平行なベクトルであればどのベクトルでもよいということを説明すると、生徒の理解が深まる。

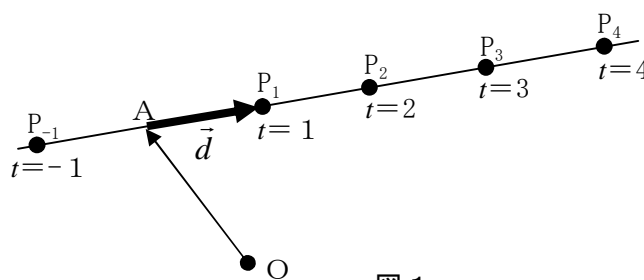


図1

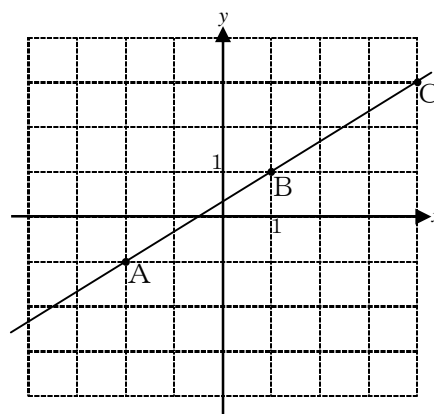


図2