２点Ａ，Ｂを通る直線上の点Ｐへのベクトル　$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$　$s+t=1$

　直線のベクトル方程式を利用すると，２点Ａ，Ｂを通る直線上の点Ｐへのベクトルが

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$　$s+t=1$

と表されることが証明できる。

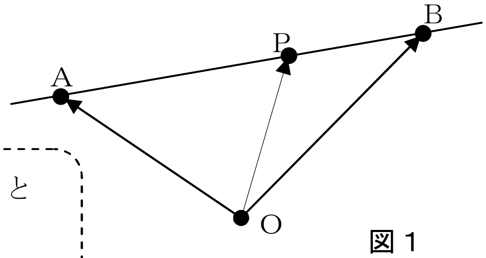

図１

$\boxed{\text{証明}}$　通る点として点Ａ，方向ベクトルとして $\overrightarrow{AB}$ とすると

$\overrightarrow{OP}=\vec{a}+t\overrightarrow{AB}$　よって，$\vec{p}=\vec{a}+t(\vec{b}-\vec{a})$

$\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$

ここで，$s=1-t$ と置くと，$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$　$s+t=1$

　この証明の後，内分，外分の公式を利用して，以下のように説明して理解を深めるとよい。

$\boxed{\text{証明}}$　ＡＢを $m:n$ に内分する点をＰとすると，

$\vec{p}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$　となる。この式を変形して，$\vec{p}=\dfrac{n}{m+n}\vec{a}+\dfrac{m}{m+n}\vec{b}$

ここで，$s=\dfrac{n}{m+n}$，$t=\dfrac{m}{m+n}$　と置くと

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$　$s+t=1$

　この証明を利用すると，

$m:n=\dfrac{m}{m+n}:\dfrac{n}{m+n}=t:s=t:1-t$

つまり，点Ｐが直線ＡＢ上にあるとき，<u>ＡＰ：ＰＢ＝t：１－t</u>　とおけることが分かる。

【指導上の留意点】

　$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$　$s+t=1$が成り立つとき，点Ｐは直線ＡＢ上にあることが分かるが，次のように○と□でまとめ直すと活用しやすくなる。

$\boxed{\text{まとめ}}$

点Ｐが直線ＡＢ上　　$\vec{p}=\bigcirc\vec{a}+\square\vec{b}$，$\bigcirc+\square=1$

（例）　点Ａ（$\vec{a}$），Ｂ（$\vec{b}$）に対して，$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$，$2s+3t=4$ で与えられる点Ｐの存在する範囲を求めよ。

（解）　$2s+3t=4$ より，$\dfrac{1}{2}s+\dfrac{3}{4}t=1$

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}=\dfrac{1}{2}\cdot(2\vec{a})+\dfrac{3}{4}\cdot(\dfrac{4}{3}\vec{b})$

　これによって，点Ｐは二つのベクトル

$2\vec{a}$，$\dfrac{4}{3}\vec{b}$ の終点を結ぶ直線上にある。

$\dfrac{1}{2}s+\dfrac{3}{4}t=1$

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$を変形して，$\bigcirc$ と $\square$ を強引に作る。

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}=\dfrac{1}{2}(2\vec{a})+\dfrac{3}{4}\cdot(\dfrac{4}{3}\vec{b})$

不等式の領域を求めるときは，次のように小問を解かせてまとめると効果的である。

(1)　$s+t=2$	(2)　$s+t=3$
(3)　$s+t=\dfrac{3}{2}$	(4)　$2\leqq s+t\leqq 3$