

三角比の相互関係

$\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ のうち一つの値が分かると残りの値を求めることができる。三角比の単元では、多くの公式を習うために、どの公式を使えばよいか思いつかない生徒もいる。そこで、生徒に、 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ のうち、どの二つの間にも関係式があることを理解させ、 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ のうち一つの値が分かると残りの値を求められることを認識させたい。また、そのとき、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ をベースに、残りの2式の導き方も理解させたい。

1 公式を導く指導

(1) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ の確認

図で、 $\sin \theta = \frac{a}{c}$, $\cos \theta = \frac{b}{c}$ より、

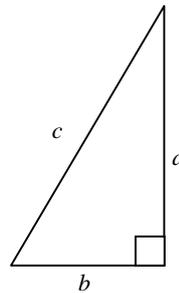
$$\begin{aligned} \text{左辺} &= \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 \\ &= \frac{a^2 + b^2}{c^2} \end{aligned}$$

ここで、三平方の定理より

$$a^2 + b^2 = c^2$$

よって

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$



(2) $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ を導く

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ の両辺を $\cos^2 \theta$ で割り、

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

(3) $1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$ を導く

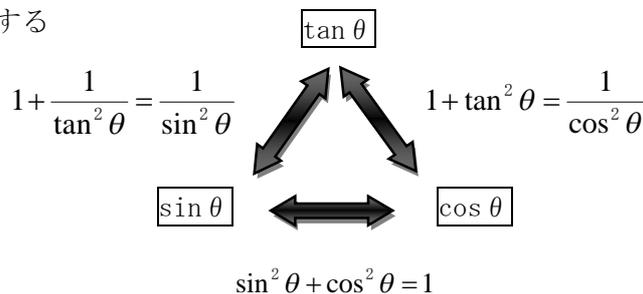
$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ の両辺を $\sin^2 \theta$ で割り、

$$1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

}

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ から導く方法を身に付けさせたい。

(4) 関係を図示する



図をかいて、視覚に訴え、印象付ける。

以上から、 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ のどれか1つが分かると、公式を使って、残りの2つを求めることができることを説明する。