交わらない２円 $f(x,y)=0$，$g(x,y)=0$ と $f(x,y)+kg(x,y)=0$ との関係

２点で交わる２つの円，$f(x,y)=0$ と $g(x,y)=0$ を使ってできた図形の方程式，

$$f(x,y)+kg(x,y)=0$$

は，２つの円の交点を通る円または直線を表す。非常に便利な公式で，利用する場合が多くある。

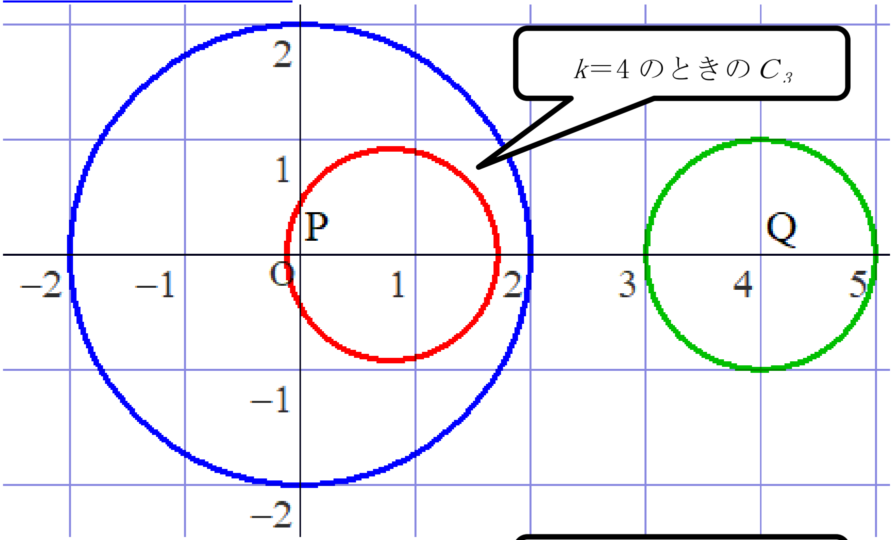
しかし，この公式は，２つの円が交わっていなくても，機械的につくることができるので，使うときは，２点で交わっていることの確認が必要である。

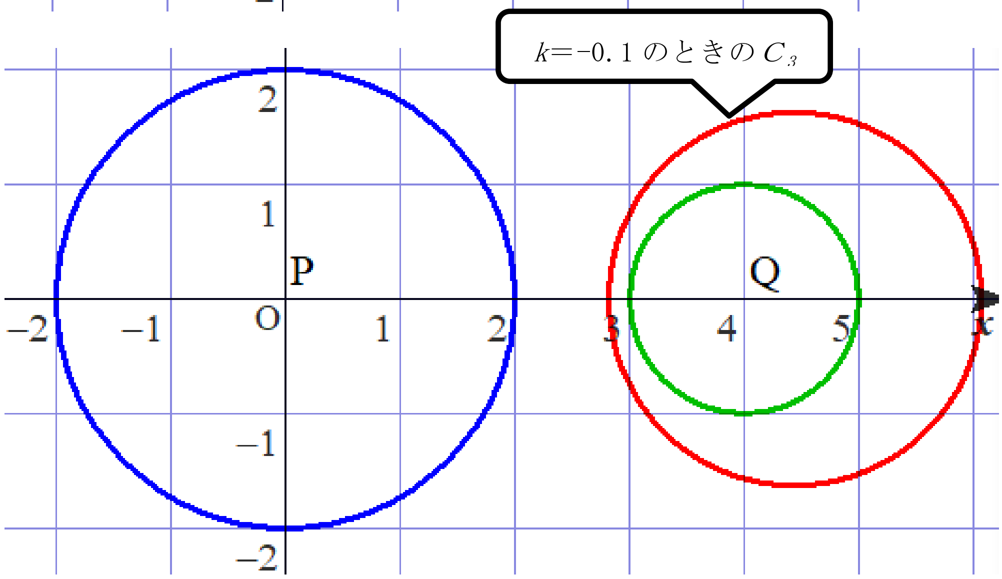
では，２点で交わらない２つの円で，この公式を使ってできた図形の方程式がどのような図形を表すのかを，具体的な例をもちいて考察してみる。

$\boxed{\text{例}}$　交わらない２つの円，$C_1: x^2+y^2=2^2$ と $C_2: (x-4)^2+y^2=1^2$ をもちいて，図形の方程式 C_3：$(x-4)^2+y^2-1+k(x^2+y^2-4)=0$ をつくり，どのような関係があるかを調べる。

C_3 が k の値によってどのような軌跡を描くか，数学ソフトGrapesを用いて確かめてみる。

交わらない２円の場合





k の値によって，円がC_1の方に現れたり，C_2の方に現れたり，奇妙な現れ方をすることが分かる。

そこで，空間座標に拡張して考えることにする。

共有点をもつ２つの球面のうち，平面 $z=t$ で２つの球面を切ったときの切り口が，先ほどの２つの円C_1，C_2 となる２つの球面を考える。

例　共有点をもつ２つの球面

$$S_1 : x^2+y^2+z^2=8$$

$$S_2 : (x-4)^2+y^2+z^2=5$$

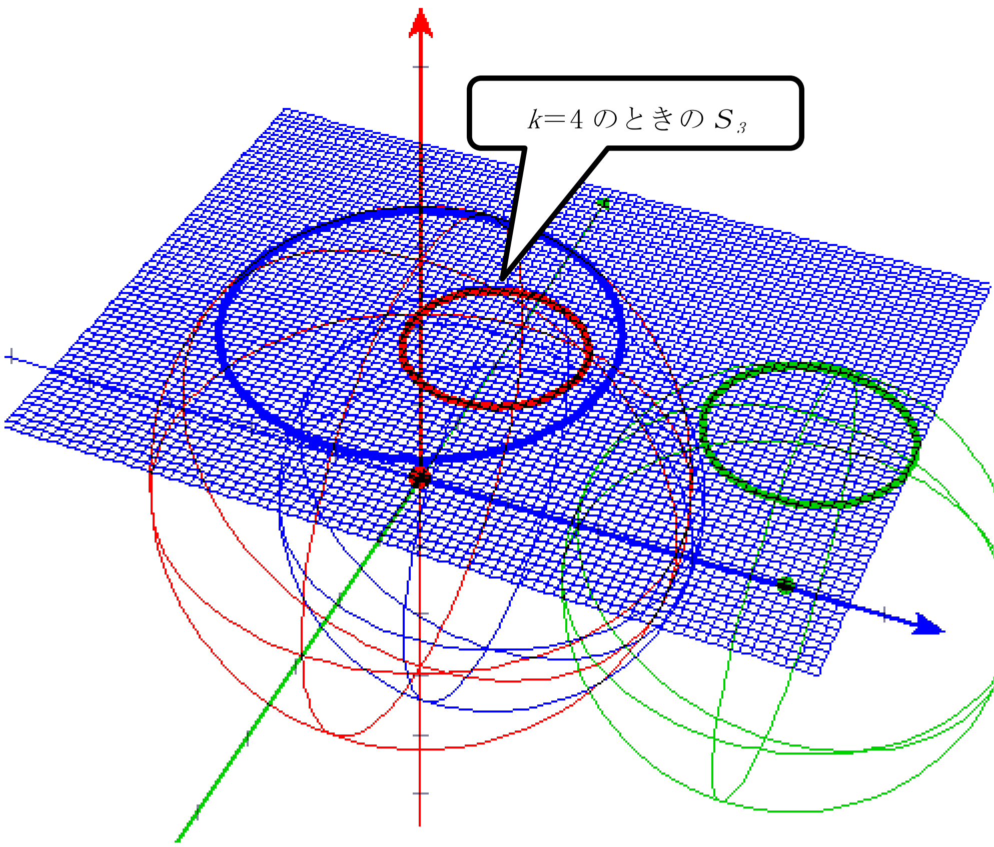
２つの球面を，平面 $z=2$ で切ると，切り口が，円C_1，C_2 となる。

そこで，図形の方程式S_3を以下のようにつくる。

$$S_3 : x^2+y^2+z^2-8+k(x^2+y^2+z^2-8x+11)=0$$

この図形S_3 がk の値によってどのような動きをするかは以下のGrapesで確認できる。

２球の交円を通る球



この図形S_3の $z=2$ のときの式が，C_3となることから，先ほどの奇妙な動きをするC_3は，図形S_3を $z=2$ で切った，切り口であることが分かる。

この空間座標に拡張して考える方法は，２つの円が，共有点をもつ場合でも適用できる。