

# 「高等学校数学科における主体的・対話的で深い学びと評価に関する研究」 —確率に変化はある?—

## 1 はじめに

数学Aでは、「場合の数と確率」「図形の性質」「整数の性質」の3分野があり、本実践はその中の「場合の数と確率」の単元について実施した。

この分野では、不確定な事象を数量的に捉えることの有用性を認識させるとともに、事象を数学的に考察し、処理できるようにすることを生徒に身に付けさせたいと考え本実践を行った。

## 2 指導の計画と方法（指導上の工夫）

### (1) 単元計画について

確率の分野は中学校でも既習の単元ではあるが、高等学校で習う内容は、中学校と異なり樹形図や数え上げのみでは確率を求めることができない。順列・組合せの考えや、試行と事象をきちんと理解すること、また、確率の性質・公式を正しく用いることが必要となる。問題文から試行と事象を読み取り、適切な公式や定理を用いて確率を求めることができるようになることを目指して計画を立てた。

### (2) (パフォーマンス課題の実施に向けての) 授業での実践について

正しく確率を求められることは大切であるが、なんとなく計算して答えを導き出すのではなく、問題文から試行と事象を読み取り確率のどの分野の考えを用いればよいのか論理的に考える力を身に付けさせる。そのために授業において解答だけでなく、考え方・用いる公式についても答えられるように指導する。

### (3) パフォーマンス課題の実践について（単元計画書及び資料4参照）

個人学習（問1）とグループ学習（問2）とに分け、問1は取り出した玉を袋に戻すのと戻さないのとではどこに変化が生まれてくるのかを考えさせ、また、確率のどの内容を使うかということについて判断できているのかを見る課題とする。問2は抽象的な問いかけに対し何を求めればよいのかが判断できているかを見るための課題とする。

### (4) 評価について（単元計画書参照）

個人学習においては、授業内容がきちんと理解できているかを評価し、グループ学習においては抽象的な問いかけに対して論理的に考え、表現することができているかを評価する。確率の最後2回の授業で実施することとし、1時間目にパフォーマンス課題を実施、2時間目に採点したパフォーマンス課題を返却し、アンケートを実施する。

## 3 実践報告と考察

### (1) (パフォーマンス課題に向けての) 授業での実践について

確率を求める際には試行と事象を正しく読み取り、求める事象が和事象なのか余事象なのか、和事象ならば排反なのかそうでないのかといったことが分かっていると正しい答えが求めることができないので、平素の授業においても生徒を指名しながらどのような事象についての確率を求めるのか、そのためにはどの公式を用いればよいのかを考えさせることに重点をおいた。

### (2) パフォーマンス課題の実践について

ひととおりの確率の内容を終えた後、2時間を使ってパフォーマンス課題を実施した。パフォーマンス課題プリント（資料4）を配付し、最初の5分で本時間の授業内容の説明をした。その後、10分

程度個人学習に取り組ませた。個人学習は、今までの授業内容がきちんと理解できているかを把握することを目的としているので、教科書やノートを見せせず、また他の生徒との相談もさせずに解かせた。

次に5人グループを4グループつくり、20分程度グループ学習に取り組ませた。グループ学習は、抽象的な問いかけに対して何を求めればよいのかを考えさせることを目的としているので、教科書やノートを見てもよいことにした。

授業の最後10分を用いて各グループでの話し合いの内容とグループでの結論を発表させた。

### (3) 評価について

問1の(1)(2)においては、ルーブリックの観点1(数学的な技能)を用いて評価した(資料1)。(1)については和事象、(2)については反復試行が理解できているかを把握するためであったので、計算のプロセスを重視して、計算ミスにより正しい答えではなくても和事象・反復試行が分かっている計算プロセスの書いてある解答には、高い評価を与えた。

#### 【資料1 観点1の評価結果】(分割クラス2クラスで実施 19人×2クラス)

	問1(1)				問1(2)			
評価点	4点	3点	2点	1点	4点	3点	2点	1点
人数	4人	2人	17人	15人	15人	4人	0人	19人

問1(1)(2)ともに約半数の生徒が正しい解法で答えており、確率のどの分野の問題なのかを理解できていた。

評価をしていて感じたことは、(1)の解答を  ${}_3C_2 \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{5}$  や  $\frac{{}_2C_1 \times {}_4C_2}{{}_6C_3} = \frac{3}{5}$  と解答している生徒が多かった(評価点2点)。(1)の白球を2回取り出すのは(i)白白赤(ii)白赤白(iii)赤白白の3通りあり、いずれも  $\frac{4 \times 3 \times 2}{6 \times 5 \times 4}$  である。分子のかける順番が異なるだけなので、3回のう

ち白球が2回出るのは  ${}_3C_2$  通りあるので、求める確率は  ${}_3C_2 \times \frac{4 \times 3 \times 2}{6 \times 5 \times 4} = \frac{3}{5}$  となる。しかし、そ

れが分かっている解答しているのであれば評価点は4点となるのだが、3回試行を繰り返すので反復試行と勘違いして解答していて、計算のプロセスが間違っていると判断し、評価点は2点とした。

$\frac{{}_2C_1 \times {}_4C_2}{{}_6C_3} = \frac{3}{5}$  という解答についても、問2のグループ学習により同時に取り出すのと1個ずつ取り

出すのでは確率に変化はないということが分かるのだが、グループ学習を行う前の解答であるので、このことが分かって解いているのではないと判断し、同様に評価点は2点とした。

問2についてはルーブリックの観点2(数学的な見方や考え方)を用いて評価した(資料2)。

#### 【資料2 観点2の評価結果】(分割クラス2クラスで実施 4グループ×2クラス)

評価点	6点	5点	4点	3点	2点	1点
グループ数	3	3	2	0	0	0

計画の段階では検証する事象の数のみで評価点を設定していたが、パフォーマンス課題を実施したところ、三つの事象について検証できているが途中計算を間違えて、異なる確率が出てしまい、「確率に変化あり」と答えたグループと、二つの事象しか検証していないが正しく計算でき「確率に変化なし」と答えたグループがあった。今回のパフォーマンス課題においては、より多くの事象について検証できるかが評価基準であったので、三つ全ての事象について検証できているが結論が間違っているグループを、二つの事象しか検証できていないが正しい結論が出ているグループよりもよい評価とし、新たに「起こりうる三つ全ての事象について確率に変化があるのか検証できているが、正しい結論が導き出せていない」という基準を評価点5点として加えることとした。

生徒の取組状況としては、最初は「事象に変化はあるのか」という抽象的な問いかけに対し、何を求めればよいか悩んでいる様子であったが、いろんな意見を出し合った結果多くのグループで複数の事象について検証し、結論を導くことができた。

#### (4) 評価結果の生徒への還元について

パフォーマンス課題を実施した次の授業において、評価付けをした課題プリントを返却した。返却後、問1(1)で  ${}_3C_2 \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{5}$  や  $\frac{{}_2C_1 \times {}_4C_2}{{}_6C_3} = \frac{3}{5}$  と解答した生徒になぜそのように答えたのかを聞いてみたところ、そのように答えても問題がないということを理解して答えているわけではなく、反復試行の確率と勘違いした、同時に取り出すときと同じやり方でなんとなく答えた、とのことであった。クラス全体に聞いても答えられる生徒がいなかったため、このように答えても大丈夫であるという理由を説明し、答えのみでなくプロセスも大事であるということを伝えた。問2においても、同時に取り出すことも一つずつ取り出すこと(元に戻さない)も確率に変化はないのでどちらで答えてもよいということを伝えた。

#### (5) アンケート結果

パフォーマンス課題の結果を返却し解説を行った後、パフォーマンス課題と半年間の授業についてのアンケートを実施した(資料3)。

#### 【資料3 アンケート結果】

*パフォーマンス課題について				
1 課題の難易度はどうでしたか。				
難しかった	やや難しかった	ちょうどよい	やや簡単	簡単
24%	57%	19%	0%	0%
2 考える力(論理的思考力)は身についたと思いますか。				
思う	少し思う	あまり思わない	全く思わない	
22%	73%	5%	0%	
3 グループ学習ではあなた自身は話し合いにどのくらい参加しましたか。				
積極的に参加した	やや参加した	ほとんど参加しなかった	全く参加しなかった	
30%	65%	5%	0%	
4 前回のようなグループ学習は思考力向上に役に立ったと思いますか。				
思う	やや思う	あまり思わない	全く思わない	
54%	43%	3%	0%	

\* 4月からの授業について

1 集合・確率の分野は理解できましたか。

できた	少し理解できた	あまり理解できなかった	全然理解できなかった
11%	78%	11%	0%

2 一番難しかった内容はどこですか。

要素の個数	順列	組合せ	和事象	余事象	独立試行	反復試行	条件付き確率
3%	5%	3%	5%	3%	5%	11%	65%

アンケート結果や授業での様子から、今回のパフォーマンス課題は難しすぎることもなく、生徒の関心・意欲を高め、思考力を働かせるような内容であったと感じた。グループ学習については、ふだんの授業では行ったことがなかったが、積極的に意見を出し合い議論できていた。アンケートの最後に授業の感想を書かせたところ、多くの生徒が「計算や公式よりも問題から確率のどの考え方かを読み取ることが難しかったが、授業においてその点について確認しながら説明してくれたのでだんだん分かるようになってきた」と書いていた。

#### 4 まとめ

今回パフォーマンス課題を実施しての反省点は、パフォーマンス課題後にループリックを変更した点である。もっと生徒の解答を予測してループリックを作成するべきであった。パフォーマンス課題については、問1のような条件が少し違うだけで考え方が変わる問題や、問2のような抽象的な問いかけは、生徒にとっては興味深い内容であった。パフォーマンス課題だけでなく、単元の目指すべき生徒像を意識しながらの授業を行うことができたのではないかと思う。

ただ難しい問題を解かせるのではなく、今回のように問題自体はシンプルなのだが、投げかけ方を少し変えるだけで生徒の思考力を働かせられることができると分かったので、他の単元においても実施をしていきたい。

## 単元計画書

教科名(科目名)	数学(数学A)		単位数	2単位
対象クラス	1年		教科担当者	
単元名	場合の数と確率		単元の実施時期	4月中旬～10月上旬
単元目標 (学習指導要領)	場合の数を求めるときの基本的な考え方や確率についての理解を深め、それらの事象の考察に活用できるようにする。			
1	単元観(単元における目指す生徒像)			
	高等学校で習う確率の内容は、中学で習う内容と異なり、数え上げるだけでは求めることができない。順列や組合せの考えを正しく用いたり、和集合や補集合など集合の知識を用いたりして確率を求められるようにする。問題文からどの公式や定理を使うのか、集合の知識をどのように使うのか、的確に判断できる力と、論理的に確率を考える力を身に付けさせたい。			
2	評価規準			
	①関心・意欲・態度	②数学的な見方や考え方	③数学的な技能	④知識・理解
	場合の数、確率に関心を持ち、事象の考察に積極的に活用しようとする。	場合の数、確率の事象を数学的に考察し、思考の過程を多面的に考えることができる。	場合の数、確率の事象を数学的に表現処理する方法を身に付けている。	場合の数、確率の基本的な概念、原理、法則などを理解し、知識を身に付けている。
3	パフォーマンス課題について			
	重点目標		身に付けさせたい知識・技能	
	確率の事象について、多面的に考えることができる。		問いに対して、何を求めればよいのかを判断し、それを式や言葉を用いて数学的に表現することができる。	
	パフォーマンス課題の内容		指導方法・形態	
	<p>「確率に変化はある？」</p> <p>【個人学習】</p> <p>問1 ある袋に赤球2個と白球4個が入っている。この袋から球を1個取り出す作業を3回繰り返すとき、白球を2回だけ取り出す確率を次の二つの条件のもとで求めよ。</p> <p>(1)『取り出した球を戻さない』</p> <p>(2)『取り出した球を毎回戻す』</p> <p>【グループ学習】</p> <p>問2 ある袋に赤球3個と白球7個が入っている。この袋から「同時に2個取り出すとき」と「1個取り出して、その後戻さずにもう1個取り出すとき」では、事象が起こる確率に変化はあるか。</p>		<p>①問1を個人で考えさせる。</p> <p>②グループに分かれ、問2について考える。</p> <p>③グループでの結論を発表する。</p>	
4	パフォーマンス課題のルーブリック			
	段階	観点1【個人学習】 ( 数学的な技能 )	段階	観点2【グループ学習】 ( 数学的な見方や考え方 )
	4	(1)和事象,(2)反復試行であることが理解できており、正しい答えが求められている。	6	起こりうる三つ全ての事象について確率に変化があるのか検証できており、正しい答えが導き出せている。

	3	(1) 和事象, (2) 反復試行であることが理解できているが, 正しい答えが求められていない。	5	起こりうる三つ全ての事象について確率に変化があるのか検証できているが, 正しい結論が導き出せていない。				
	2	答えは導き出せてはいるが, 計算過程において和事象・反復試行が理解できていない。	4	二つの事象について確率に変化があるのか検証できている。				
	1	(1) 和事象, (2) 反復試行であることが理解できていない。 または, 無回答である。	3	一つの事象について確率に変化があるのか検証できている。				
			2	確率の変化についての結論は出ているが, 根拠が曖昧である。				
			1	話し合いがなされておらず, 結論も出していない。				
5	育成したい資質・能力 (キャリア教育の観点から)							
	問題解決力	既習内容を用いて, 問題を解決する力を育成する。						
	論理的に推論する力	課題に対して論理的に考える力を育成する。						
	問題の本質を見いだす力	抽象的な問いに対して, 何を求めればよいのか判断する力を育成する。						
6	授業計画			評価計画				
	時数	小単元	主な学習内容・活動	①	②	③	④	評価の方法等
	4	集合の要素の個数	和集合, 補集合の法則を用いて要素の個数を求める。	○			○	観察 課題プリント
	2	場合の数	樹形図, 和の法則, 席の法則を用いて場合の数を求める。	○	○			観察
	4	順列	順列の考え方を事象の考察を通して理解させる。	○		○		課題プリント 小テスト
	3	組合せ	組合せの考え方を事象の考察を用いて理解させる。	○		○		課題プリント 小テスト
	1	事象と確率	順列や組合せの計算を利用して確率を求める。	○	○		○	観察 課題プリント
	3	確率の基本性質	事象と集合を結びつけ確率を求める。	○			○	観察 課題プリント
	2	独立な試行と確率	独立事象の確率を公式や加法定理などを用いて求める。	○		○		課題プリント 小テスト
	2	条件付き確率	確率の乗法定理を用いて条件付き確率を求める。	○		○		観察 小テスト
	1	定期考査	ペーパーテスト	○	○	○	○	ペーパーテスト
	1	パフォーマンス課題 (課題学習)	上記参照			○	○	パフォーマンス課題

【グループ学習】 グループ番号 \_\_\_\_\_

問2 ある袋に赤球3個と白球7個が入っている。この袋からA「同時に2個取り出すとき」とB「1個取り出して、その後戻さずにもう1個取り出すとき」では、事象が起こる確率に変化はあるか。

☆グループでの結論

**確率に変化は ある・ない**

\*各グループでの結論とその根拠（計算結果など）を発表してもらおうので、代表者を決めておいてください。

## 確率に変化はある？

1年 \_\_\_\_\_組 \_\_\_\_\_番 氏名 \_\_\_\_\_

この時間は、問題は同じであるが異なる条件を加えたときに確率に変化があるのかを考えてもらいます。言葉や数式を正しく用いて答えてください。

### 【個人学習】

次の問いに答えよ。

問1 ある袋に赤球2個と白球4個が入っている。この袋から球を1個取り出す作業を3回繰り返すとき、白球を2回だけ取り出す確率を次の二つの条件のもとで求めよ。

(1) 『取り出した球を戻さない』

(2) 『取り出した球を毎回戻す』